Geotechnik – Lernen mit Beispielen

Wolfgang Fellin
University of Innsbruck, Division of Geotechnical and Tunnel Engineering

E-mail: `wolfgang.fellin@uibk.ac.at`
Homepage: `http://www.uibk.ac.at/geotechnik`

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Bücher sind out

Bücher sind out, es steht doch alles am Internet! Da Sie dieses Büchlein in der Hand halten, werden Sie dieser Aussage eventuell nicht zustimmen, aber die Tendenz, Informationen aus dem Internet zu beziehen, nimmt ständig zu. Nun ist dagegen prinzipiell nichts einzuwenden, es finden sich dort wirklich gute Unterlagen, z.B. unter `http://geo.verruijt.net/`, oder auch Videos in den Youtube-Kanälen *Introduction to Geotechnial Engineering* und *ExpeditionWorkshed* (Stand: 27.9.2018). Es ist aber wichtig zu beachten, dass nicht alles stimmen muss, was im Internet publiziert wird. Es sind zwar in Büchern auch Fehler zu finden, aber diese meiner Erfahrung nach mit geringerer Häufigkeit als am Internet.

Ein zweiter Grund, mehrere Quellen zu konsultieren, im Speziellen auch andere Bücher als gerade dieses hier zu einem Thema zu lesen, liegt in den Unterschieden zwischen den Menschen: Hier gemeint sind z.B. ihre verschiedene Vorbildung und ihre verschiedenen Herangehensweisen an Probleme. Jede Autorin und jeder Autor stellt die behandelten Probleme naturgemäß aus ihrer bzw. seiner Sicht dar und verwendet z.B. Herleitungen oder Abbildungen, die ihr oder ihm besonders einleuchtend sind. Das müssen nicht gerade diejenigen sein, die einer Leserin oder einem Leser gerade am leichtesten in die Gehirngänge rutschen. Ein Griff zu einem anderen Buch kann hier ein wahres Aha-Erlebnis sein.

Auch kann in so einer kurzen Einführung, wie in diesem Büchlein, die Geotechnik niemals in ihrer vollen Breite und Tiefe dargestellt werden. Mit dem hier erworbenen Wissen sollten sich aber typische Standardwerke, die auf diese Breite abzielen, leicht lesbar sein, z.B. das Buch von Dimitrios Kolymbas

Geotechnik: Bodenmechanik, Grundbau und Tunnelbau, oder, noch mehr ins Detail gehend, das *Grundbau-Taschenbuch*[1].

Für die Einarbeitung in die Bodenmechanik finde ich das Buch *Soil Mechanics: A One-Dimensional Introduction* von David Muir Wood (University of Bristol) aus dem Jahr 2009 besonders gut geeignet. Es ist einfach und flockig geschrieben (mit einigen sehr eingängigen Vergleichen zum täglichen Leben) und deshalb leicht verständlich, allerdings ist es auf Englisch. Nun, das ist ja nicht wirklich ein Nachteil in unserer globalisierten Zeit. Denn im Internet existiert wesentlich mehr Information in englischer als in deutscher Sprache, was ein weiterer Anreiz ist, sich gute Englischkenntnisse anzueignen, zumindest die Fachterminologie sollte beherrscht werden. Dazu eignet sich das Buch ebenfalls bestens.

1.2 Handrechnung ist out

In der Praxis werden die meisten Berechnungen mit Computerprogrammen durchgeführt (Statikprogramme, Finite-Elemente etc.). Daher wird häufig argumentiert, dass die Handrechnung überflüssig sei. Nun gibt es mindestens zwei triftige Gründe, die für die Handrechnung sprechen.

Erstens muss jede Berechnung auch geprüft werden, denn das Ergebnis einer Berechnung führt zu einer Dimensionierung von Bauwerken, und für diese ist der Planer bzw. die Planerin verantwortlich! Einerseits ist keineswegs garantiert, dass die Software fehlerfrei läuft. So steht im Handbuch der in der Geotechnik beliebten Finite-Elemente Software Plaxis (2018): *„Although a lot of testing and validation have been performed, it cannot be guaranteed that the PLAXIS code is free of errors.“*[2]

Zweitens können auch Anwenderinnen und Anwendern sehr leicht Eingabefehler unterlaufen. Wird z.B. die undrainierte Scherfestigkeit c_u versehentlich (in einer der gefühlt unzähligen Felder einer Eingabemaske) mit 200 kPa statt mit 20 kPa eingetippt, wird die Anfangsstandsicherheit einer Tonböschung um den Faktor 10 überschätzt. Da helfen auch die üblichen Sicherheiten in der Größenordnung von 2 nichts mehr. Für die Prüfung sind überschlägige Handrechnungen eine wertvolle Hilfe.

Das Durchführen von Handrechnungen hat auch großen didaktischen Wert. Wenn diese mit Aufmerksamkeit und dem Streben nach Verständnis durch-

[1] Wobei hier die Taschen schon sehr groß sein müssen, um dieses dreibändige Werk unterzubringen.

[2] `https://www.plaxis.com/support/manuals/plaxis-2d-manuals/`, General Information; Zugriff: Dez. 2018

geführt werden, kann sich den Lernenden die sogenannte Modellbildung in der Technik erschließen. Wir können die Realität ja nie genau erfassen und greifen darum auf mehr oder weniger genaue Modell zurück, die dann für uns berechenbar sind. Sind diese Modelle allerdings in der Blackbox des Computerprogrammes versteckt und werden nur als solche verwendet, ist die Gefahr einer fehlerhaften Benutzung groß. Die Modellbildung beruht auf gewissen, meist einschränkenden Annahmen, die dann zu Anwendungsgrenzen der Modelle führen, welche in der routinemäßigen Anwendung leicht vergessen werden. Die mechanische Wirkung gewisser Eingangsgrößen, wie Festigkeiten und Steifigkeiten, ist in der Blackbox des Computerprogrammes nicht direkt ersichtlich – wohl aber in den Gleichungen der Modelle. Ebenfalls im Handbuch von Plaxis ist zu lesen: „*Moreover, the simulation of geotechnical problems by means of the finite element method implicitly involves some inevitable numerical and modelling errors. The accuracy at which reality is approximated depends highly on the expertise of the user regarding the modelling of the problem, the understanding of the soil models and their limitations, the selection of model parameters, and the ability to judge the reliability of the computational results. Hence, PLAXIS may only be used by professionals that possess the aforementioned expertise. The user must be aware of his/her responsibility when he/she uses the computational results for geotechnical design purposes.*“[3] Ein Weg, die erforderliche Expertise zu erreichen, ist die reflektierte Anwendung der Modelle, und das geht nur, wenn diese Modelle auch verstanden werden.

1.3 Zur Rechengenauigkeit

Eine typische Frage von Studierenden ist:

> “Wie viele Kommastellen muss ich in der Berechnung mitführen?“

Dies ist keine einfache Frage, und sie ist auch nicht eindeutig zu beantworten. Allerdings können wir zwei Aspekte dieser Problematik beleuchten. Das ist erstens die Frage nach der bekannten Genauigkeit der Eingangsgrößen unsere Rechnung und zweitens die Frage, ob diese Genauigkeit in unseren Rechnungen erhalten bleibt. Grundlegende Antworten dazu sind:

1. Das Ergebnis einer Rechnung kann nie genauer sein als die ungenaueste Eingangsgröße.

[3] `https://www.plaxis.com/support/manuals/plaxis-2d-manuals/`, General Information; Zugriff: Dez. 2018

2. Durch Runden von Zwischenergebnissen wird die Genauigkeit des Endergebnisses eventuell noch geringer.

Was das in Bezug auf die “notwendigen Kommastellen“ bedeutet, werden wir im Folgenden sehen. Für Ungeduldige das Ergebnis vorweg:

1. Die Kommastellen sind nicht entscheidend, sondern die sogenannten signifikanten (richtigen) Stellen.
2. Die Anzahl der signifikanten Stellen des Ergebnisses ist höchstens gleich dem Minimum der Anzahl der signifikanten Stellen der Eingangsgrößen.
3. Zwischenwerte in den Berechnungen sind mit ein bis zwei Stellen mehr anzugeben, als signifikante Stellen im Endergebnis erwartet werden.

Wenn sich ein Mensch auf eine Waage stellt, zeigt diese zum Beispiel 86 kg an. Eine übliche Haushaltswaage misst eben nur auf Kilogramm genau. Es ist also irreführend, den Messwert als 86000 g anzuschreiben, denn es könnten auch 86499 g sein, die Anzeige der Waage macht zwischen diesen beiden Werten keinen Unterschied! Die Masse ist also nur auf 2 Stellen bekannt. Diese Stellen werden *signifikante* Stellen oder *gültige* Stellen genannt. Wenn die Waage vollflächig auf der quadratischen Fläche mit der Kantenlänge 35 cm = 0,35 m steht, ist der mittlere Druck auf die Fläche

$$p = \frac{mg}{A} = \frac{86 \cdot 9{,}81}{0{,}35 \cdot 0{,}35} = 6887{,}02 \text{ N/m}^2 = 6{,}88702 \text{ kN/m}^2 \tag{1.1}$$

$$= 6{,}9 \text{ kN/m}^2 \quad . \tag{1.2}$$

Die Masse m könnte aber auch 86,499 kg sein und der Druck damit

$$p = \frac{mg}{A} = \frac{86{,}499 \cdot 9{,}81}{0{,}35 \cdot 0{,}35} = 6926{,}98 \text{ N/m}^2 = 6{,}92698 \text{ kN/m}^2 \tag{1.3}$$

$$= 6{,}9 \text{ kN/m}^2 \quad . \tag{1.4}$$

Daraus erkennen wir, dass das Ergebnis nur auf (gerundete) 2 Stellen genau ist $p = 6{,}9$ kN/m^2, also dieselbe Anzahl signifikante Stellen hat, wie der Eingangswert. Die Stellen dahinter sind bedeutungslos. Das Ergebnis einer Berechnung kann also nie genauer sein als der ungenaueste Eingangswert. Dieser ungenaueste Eingangswert hat die geringste Anzahl an signifikanten Stellen in unserer Rechnung, und genau diese Anzahl können wir im Ergebnis auch erwarten und nicht mehr. Hier ist die Erdbeschleunigung g auf 3 signifikante Stellen angegeben, die Masse und die Länge auf 2 Stellen. Das Ergebnis ist auf 2 Stellen genau.

Es empfiehlt sich, die Wahl der wissenschaftlichen Schreibweise, oder entsprechend angepasster Einheiten, um die Anzahl der signifikanten Stellen sichtbar zu machen, z.B. würde die Angabe von 86 kg als 86000 g das Vorhandensein von 5 signifikanten Stellen vortäuschen, besser also $6{,}8 \cdot 10^4$ g oder eben 86 kg schreiben. Ein weiteres Beispiel für Längen:

2 signifikante Stellen:	22 cm; 0,22 m; $2{,}2 \cdot 10^{-1}$ m
3 signifikant Stellen:	220 mm; 22,0 cm; 0,0220 m; $2{,}20 \cdot 10^{-1}$ m

Die sehr häufig auf den Taschenrechner voreingestellte *Fixkommadarstellung* mit 2 Nachkommastellen ist jedenfalls für Berechnungen in der Technik völlig ungeeignet[4] und sollte demnach sprichwörtlich *zum Teufel geschickt* werden.

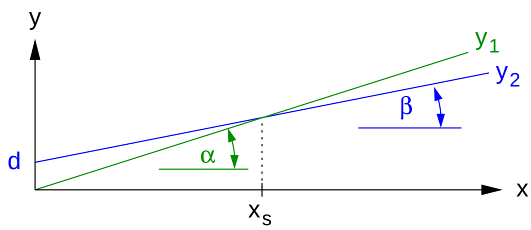

Abbildung 1.1: Schnitt zweier Geraden

Man kann allerdings in einer Berechnung auch Stellen verlieren. Ein typisches Beispiel ist ein schleifender Schnitt zweier Geraden. Die zwei Geraden in Abb. 1.1 erfüllen

$$y_1 = x \tan\alpha \tag{1.5}$$
$$y_2 = d + x \tan\beta \quad . \tag{1.6}$$

Die beiden Geraden schneiden sich bei $x = x_s$. Diesen Wert erhalten wir aus

$$y_1 = y_2 \tag{1.7}$$
$$x_s \tan\alpha = d + x_s \tan\beta \tag{1.8}$$

zu

$$x_s = \frac{d}{\tan\alpha - \tan\beta} \quad . \tag{1.9}$$

[4] Sie eignet sich eigentlich nur für Rechnungen mit Währungen. Denn hier gibt es keine Zahlen kleiner als 0,01 Euro und die Genauigkeit in einer Buchhaltung ist 1 Cent.

Der Schnitt ist schleifend, wenn $\alpha \approx \beta$. In diesem Fall wirkt sich eine kleine Änderung eines der beiden Winkel stark auf x_s aus. Wir wollen hier den Fall $d = 2$, $\beta = 30°$ und $\alpha = 30 + \frac{1}{9} = 30{,}\bar{1}°$ untersuchen. Die exakte Lösung ist

$$x_s = \frac{2}{\tan\left(30 + \frac{1}{9}\right) - \tan 30} = 772{,}626 \quad , \tag{1.10}$$

hier auf 6 signifikante Stellen angegeben.

Was passiert, wenn wir α auf 6 signifikante Stellen runden? Dann erhalten wir

$$x_s = \frac{2}{\tan 30{,}1111 - \tan 30{,}0000} = \underline{772}{,}703 \quad . \tag{1.11}$$

Nur die 3 unterstrichenen Stellen der Lösung sind richtig. Wir verlieren also 3 Stellen an Genauigkeit! In Tab. 1.1 sind die Ergebnisse weiterer Rundungen zusammengefasst. Wir verlieren hier immer 3 Stellen an Genauigkeit. Extrem wird es natürlich, wenn α auf 2 signifikante Stellen gerundet wird. Dann ist $\alpha = 30° = \beta$ und es folgt in (1.9) eine Division durch Null![5]

signifikante Stellen	α	x_s	richtige Stellen
	$30 + \frac{1}{9}$	772,626	
6	30,1111	$\underline{772}$,703	3
5	30,111	$\underline{77}$3,400	2
4	30,11	$\underline{7}$80,439	1
3	30,1	858,750	0
2	30	∞	0

Tabelle 1.1: Schleifender Schnitt

Probleme dieser Art heißen schlecht konditioniert, d.h. eine kleine Änderung der Eingangsgröße ergibt eine große Änderung des Ergebnisses. Wenn wir in unsere Handrechnung Zwischenberechnungen solcher Art ausführen, müssen wir für Zwischenergebnisse mehr signifikante Stellen anschreiben als für das Endergebnis notwendig. Wie viel genau, hängt vom jeweiligen Berechnungsschritt ab. Es kann keine allgemeine Regel angegeben werden! Aber wenn wir davon ausgehen, dass unsere Berechnungen nicht extrem schlecht konditioniert sind, dann genügt es in der Regel, bei Zwischenergebnissen ein bis zwei Stellen mehr als die gegeben signifikanten Stellen der Eingabewerte anzuschreiben. So sind zum Beispiel Wichten typischerweise mit 3 signifikanten Stellen gegeben, z.B. $\gamma_d = 17{,}6$ kN/m^3. Die daraus für Zwischenrechnungen ermittelte Porenzahl sollte damit auf mindestens 4 Stellen angeschrieben werden, z.B. $e = \frac{\gamma_s}{\gamma_d} - 1 = \frac{26{,}0}{17{,}6} - 1 = 0{,}4772$. Ist e ein Endergebnis, darf allerdings

[5] In numerischen Berechnungen nennt man das Auslöschung.

maximal die Anzahl der signifikanten Stellen des Eingabewertes angegeben werden, also hier $e = 0{,}477$.

Falls wir uns unsicher sind, wie unser Problem konditioniert ist, sollten wir eine Fehlerabschätzung durchführen. In erster Näherung gilt für eine Funktion $y = f(x)$

$$y + \Delta y = f(x) + f'(x)\Delta x \quad , \tag{1.12}$$

mit $f'(x)$ der Ableitung der Funktion f nach der Variable x an der Stelle x. Die Ableitung $f'(x)$ stellt graphisch eine Tangente an die Funktion $f(x)$ dar, und $f'(x)\Delta x$ bedeutet, ein Stück weit dieser Tangenten zu folgen, statt auf der gekrümmten Funktion zu bleiben. Eine Änderung der Eingabewertes x um Δx bewirkt die Änderung

$$\Delta y = f'(x)\Delta x \tag{1.13}$$

im Ergebnis y. Es spielt also die Ableitung der Funktion eine Rolle. Wenn diese an der Stelle x einen großen Wert aufweist, sind numerische Probleme zu erwarten, bei der Funktionsauswertung gehen viele Stellen an Genauigkeit verloren, Runden ist also kritisch. Für das Beispiel des schleifenden Schnittes von oben ist $f'(\alpha) = -6{,}96 \cdot 10^3$; für einen nicht schleifenden Schnitt mit $\alpha = 70°$, ist $f'(\alpha) = -6{,}34 \cdot 10^{-2}$.

Wir können auch die relative Änderung der Lösung berechnen

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{f'(x)\Delta x}{y} = \frac{f'(x)\Delta x}{f(x)} = \frac{f'(x)}{f(x)}\Delta x = \frac{xf'(x)}{f(x)}\frac{\Delta x}{x} \quad . \tag{1.14}$$

Der Faktor

$$\left|\frac{xf'(x)}{f(x)}\right| \tag{1.15}$$

heißt Konditionszahl des Problems an der Stelle x. Für das Beispiel des schleifenden Schnittes von oben ist die Konditionszahl 271, für $\alpha = 70$ ist die Konditionszahl 4,8.

Kapitel 2

Bodenkennwerte

2.1 Korngrößenverteilung

Boden ist aus unterschiedlich großen Partikeln zusammengesetzt. Die Zusammensetzung kann durch die sogenannte Kornverteilungskurve (Körnungslinie) beschrieben werden. Die Kornverteilungskurve $y(d)$ gibt den Massenanteil y der Körner mit einem Durchmesser kleiner als d in einer Probe an.

Ist der Massenanteil der Körner mit einem Durchmesser kleiner als 0,063 mm eines Bodens gering (3 %), kann die Kornverteilungskurve durch eine reine Trockensiebung ermittelt werden. Sind die Massenanteile dieser kleinen Körner zu groß, muss eine kombinierte Sieb- und Schlämmanalyse durchgeführt werden.

Für die Trockensiebung werden Siebe (Abb. 2.1) mit Maschenweiten d gleich 0,063 mm, 0,125 mm, 0,25 mm, 0,5 mm, 1 mm, 2 mm, 4 mm, 8 mm, 16 mm, 31,5 mm und 63 mm aufeinandergestellt und die Bodenprobe wird in das oberste, größte Sieb gefüllt. Durch Rütteln wird die Probe gesiebt (Abb. 2.2). Die Siebrückstände (Abb. 2.3) werden gewogen. Nehmen wir an, die Wägung hat das Ergebnis in Tab. 2.1 gebracht.

Aus den Messwerten der Siebanalyse folgten die Gewichtsanteile

$$y(d) = \frac{\sum\limits_{D=0}^{D<d} m(D)}{\sum\limits_{D=0}^{D=63} m(D)} = \frac{\sum m(D<d)}{\sum m(D)} \quad , \tag{2.1}$$

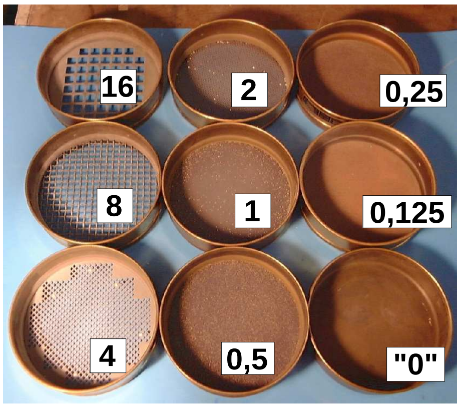

Abbildung 2.1: Siebsatz, Maschenweite in mm

Abbildung 2.2: Siebmaschine

Abbildung 2.3: Beispiel für Kornfraktionen

worin $\sum m(D < d)$ der Siebdurchgang durch das Sieb mit der Maschenweite

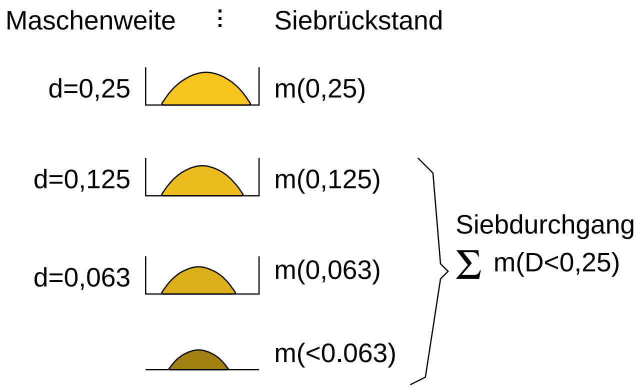

Abbildung 2.4: Siebanalyse

Maschenweite d in mm	Siebrückstand $m(d)$ in g
4	0
2	150
1	270
0,5	200
0,25	154
0,125	93
0,063	52
$<$ 0,063	10
$\sum m(d)$	929

Tabelle 2.1: Ergebnis einer Trockensiebung

d (vgl. Abb. 2.4) und $\sum m(D)$ die Gesamtmasse der Probe ist (vgl. Tab. 2.1):

$$y(0{,}063) = \frac{10}{929} \cdot 100 = 1{,}1\,\% \tag{2.2}$$

$$y(0{,}125) = \frac{10+52}{929} \cdot 100 = 6{,}7\,\% \tag{2.3}$$

$$y(0{,}25) = \frac{10+52+93}{929} \cdot 100 = 16{,}7\,\% \tag{2.4}$$

$$\vdots$$

Die Kornverteilungskurve (Abb. 2.5 und Tab. 2.2) ist also eine Summenlinie der Siebdurchgänge.