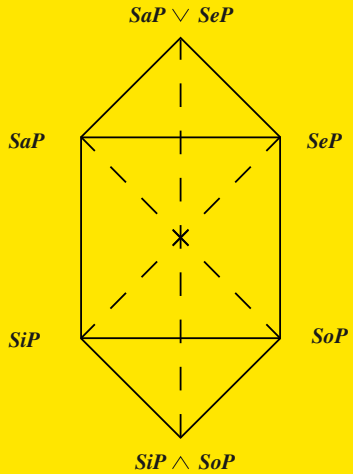
Logische Philosophie

Herausgeber:
Uwe Scheffler
Klaus Wuttich

Terminigebrauch und Folgebeziehung



λογος

Die Open-Access-Stellung der Datei erfolgte mit finanzieller Unterstützung des Fachinformationsdiensts Philosophie (https://philportal.de/)

Dieses Werk ist lizenziert unter der Creative Commons Attribution 4.0 Lizenz CC BY-SA (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/). Die Bedingungen der Creative-Commons-Lizenz gelten nur für Originalmaterial. Die Wiederverwendung von Material aus anderen Quellen (gekennzeichnet mit Quellenangabe) wie z.B. Schaubilder, Abbildungen, Fotos und Textauszüge erfordert ggf. weitere Nutzungsgenehmigungen durch den jeweiligen Rechteinhaber.

DOI: https://doi.org/10.30819/050

Herausgeber:
Uwe Scheffler
Klaus Wuttich

Terminigebrauch und Folgebeziehung

Festband zu Ehren von
Professor Horst Wessel

Logische Philosophie
Herausgeber:
H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko, M. Urchs

λογος

Herausgeber der Reihe Logische Philosophie

Horst Wessel

Unter den Linden 61
D-14621 Schönwalde
Deutschland

WesselH@philosophie.hu-berlin.de

Uwe Scheffler

Institut für Philosophie
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6
D-10099 Berlin
Deutschland

uwe.scheffler@sodass.net

Yaroslav Shramko

Lehrstuhl für Philosophie
Staatliche Pädagogische Universität

UA-324086 Kryvyj Rih
Ukraine

kff@kpi.dp.ua

Max Urchs

European Business School
International University
Schloß Reichartshausen
D-65375 Oestrich-Winkel
Deutschland

max.urchs@ebs.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

©Copyright Logos Verlag Berlin GmbH 2010

Alle Rechte vorbehalten.
All right reserved.

ISSN 1435-3415
ISBN 978-3-89722-050-8

Logos Verlag Berlin GmbH
Gubener Str. 47, 10243 Berlin, Tel.: +49 030 42 85 10 90
INTERNET: http://www.logos-verlag.de

VORWORT

Regeln für den Gebrauch von Termini und Regeln für das logische Schließen sind traditionell der Gegenstand der Logik. Ein zentrales Thema der vorliegenden Arbeiten ist die umstrittene Forderung nach speziellen Logiken für bestimmte Aufgabengebiete — etwa für Folgern aus widersprüchlichen Satzmengen, für Ersetzen in gewissen Wahrnehmungs- oder Behauptungssätzen, für die Analyse von epistemischen, kausalen oder mehrdeutigen Termini. Es zeigt sich in mehreren Arbeiten, daß die *nichttraditionelle Prädikationstheorie* eine verläßliche und fruchtbare Basis für die Bearbeitung solcher Probleme bietet. Wir haben diese Diskussionen an den Anfang des Bandes gestellt. Ihnen folgen vier die Thematik erweiternde Beiträge. Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit der Theorie der logischen Folgebeziehung. Korrekter Terminigebrauch ist auf engste Weise mit der Folgebeziehungsthematik verbunden: Die Analyse der Relation der logischen Folgebeziehung setzt Sprachen voraus, in denen über Aussagen und Termini und das Vorkommen von Aussagen und Termini in Aussagen normiert gesprochen werden kann, gültige Aussagen über die Folgebeziehung erlauben die Bildung bestimmter neuer Termini. Die meisten der diesem Themenkreis zugehörenden Arbeiten sind explizit den Systemen F^S bzw. S^S gewidmet.

Es ist kein Zufall, daß die meisten Autoren des vorliegenden Bandes in dieser oder jener Form auf das Wirken von Horst Wessel eingehen. Er ist im August 1996 sechzig Jahre alt geworden und einige seiner Schüler, Mitstreiter und Kollegen konnten ihm im September dieses Jahres auf einer kleinen Tagung in Berlin dazu gratulieren. Die Beiträge, die auf dieser Tagung gehalten worden sind, bilden den Grundstock für die hier versammelten Arbeiten. Nicht alle Beiträge in diesem Band beziehen sich unmittelbar auf Arbeiten von ihm, sie sind jedoch — bis auf wenige Ausnahmen — teils im Umkreis der mit „Komplexe Logik“ zu bezeichnenden Konzeption, teils in Auseinandersetzung mit dieser entstanden.

Wir haben mit Vergnügen an diesem Band gearbeitet, gibt er doch einen guten Einblick in die aktuellen Diskussionen um zwei zentrale Fragen in der Philosophie der Logik in Deutschland und enthält darüber hinaus eine Reihe von interessanten weiteren Ergebnissen. Es war uns eine besondere Freude, einige Beiträge aufnehmen zu dürfen, die speziell für Horst Wessel geschrieben worden sind. Wir danken den Autoren für die Gelegenheit, ihre Resultate publizieren zu dürfen, Alexander Sinowjew ganz speziell für seine herzlichen persönlichen Worte, Bente Christiansen für ihre Unterstützung bei der Edition und widmen das Buch unserem Lehrer, Professor Horst Wessel.

Uwe Scheffler Klaus Wuttich (Berlin, Dezember 1997)

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort i
Inhaltsverzeichnis iii
Alexander Sinowjew
Der Beitrag Horst Wessels zur modernen Logik 1
Johannes Dölling
Ist die Kopula mehrdeutig?
Anmerkungen zu einem Vorurteil 5
André Fuhrmann
Das Schöne und das Unschöne. Etwas über Horst Wessels Prädikationstheorie
zu seinem sechzigsten Geburtstag 25
Sebastian Köhler
Braucht man zum „Gebrauch von Argumenten“ eine besondere Logik?
Zu Stephen Toulmins argumentationstheoretischen Vorschlägen 31
Georg Meggle
Kommunikation, Wahrsagerei und Schlitzohrigkeit 47
Ulrich Pardey
Zwei Arten von singulären Kausalurteilen 73
Erwin Tegtmeier
Zählen und Messen 91
Klaus Wuttich
Die Struktur von intensionalen Aussagen 99
Max Urchs
Kontradiktionen und Widersprüche 119
Lutz Danneberg
Logik und Hermeneutik:
Die *Analysis Logica* in den ramistischen Dialektiken 129
Evelyn Dölling
Skizze eines integrativen kognitiven Modells 159
Siegfried Gottwald
Naive versus axiomatische Mengenlehre 175
Ernst Wolfgang Orth
Georg Simmel und die Diskursethik 193
Reinhard Kleinknecht
Referentielle und substitutionelle Logik 201

Andrzej Pietruszczak
Zur Axiomatisierung der strikten logischen Folgebeziehung Horst Wessels ... 215

Uwe Scheffler und Yaroslav Shramko
Eine generelle Informationssemantik
für Systeme der logischen Folgebeziehung 229

Werner Stelzner
Minimalkalküle logischer Folgerung 249

Dirk Ullrich
Ein inhaltlicher Zugang zur strengen und strikten Folgebeziehung..... 261

ALEXANDER SINOWJEW

DER BEITRAG HORST WESSELS ZUR MODERNEN LOGIK

Mit Horst Wessel verbinden mich mehr als dreißig Jahre persönlicher Freundschaft und gemeinsamer Arbeit auf dem Gebiet der Logik. Mitte der sechziger Jahre betreute ich an der Moskauer Universität eine Gruppe von talentierten jungen Logikern. Als Horst Wessel begann, als Doktorand an unseren Seminaren teilzunehmen, zeigte es sich bald, daß er über herrausragende Fähigkeiten verfügt, daß er buchstäblich für die Logik geboren war. Seine Dissertationsschrift befaßte sich mit dem sehr aktuellen Thema „Das Wahrheitsproblem in der Dialektik und in der modernen Logik“ und wurde lebhaft diskutiert. Später ist er in seinen Publikationen mehrfach auf diese Problematik zurückgekommen. So hat er sich Ende der 60er Jahre an der Diskussion, die in Zeitschriften der DDR zur Wahrheitsproblematik geführt wurde, beteiligt und sich gegen Versuche der Ideologisierung dieses Themas gewandt. Dabei hat er wesentlich mit dazu beigetragen, den erreichten Stand der Freiheit des Arbeitens auf dem Gebiet der formalen Logik gegen politische Eiferer und philosophische Ignoranten zu verteidigen.

Seinen Bemühungen ist es zu verdanken, daß nach seiner Rückkehr nach Berlin an der Humboldt–Universität ein Logiklehrstuhl entstand, dessen Mitarbeiter über einen langen Zeitraum hinweg eng mit meinen Schülern und mir in Moskau zusammenarbeiteten. Das wichtigste Ergebnis unserer Arbeit besteht in einer ganzen Reihe von Monographien und gemeinsamen Sammelbänden, die wesentlichen Problemen der modernen Logik und Wissenschaftsmethodologie gewidmet sind. Erwähnen möchte ich hier nur einige in deutscher Sprache publizierte Arbeiten: unser gemeinsames Buch „Logische Sprachregeln“, sowie die Sammelbände „Quantoren, Modalitäten, Paradoxien“ und „Logik und empirische Wissenschaften“. Horst Wessel hat mit eigenen und von ihm angeregten Übersetzungen russischer Autoren (u.a. A.A. Markov, J.A. Petrov, A.A. Sinowjew) und mit seiner Herausgebertätigkeit in den sechziger und siebziger Jahren wesentlich dazu beigetragen, daß die von Logikern der damaligen Sowjetunion erzielten Ergebnisse in beiden Teilen Deutschlands und in Westeuropa bekannt geworden sind. Mit einer Vielzahl von Rezensionen und Überblicksartikeln hat er sich engagiert dafür eingesetzt, den deutschen Leser mit wichtigen sowjetischen Publikationen auf den Gebieten der Logik, Genetik, Physik, Kybernetik und Informatik bekanntzumachen.

Unser Logikverständnis unterscheidet sich in einigen wichtigen Punkten von dem in der Philosophie oder Mathematik traditionell üblichen Zugang. Während dort insbesondere in unserem Jahrhundert die Tendenz zu beobachten ist, logische Fragestellungen in relativer Isoliertheit voneinander zu betrachten, entschieden wir

uns für ein komplexes, einheitliches Herangehen an die Probleme, die von der modernen Logik zu lösen sind. Das Bestreben, für verschiedene sprachliche Bereiche und Anwendungsgebiete „passende Logiken“ zu entwickeln, drohte und droht auch heute, die Logik als einheitliche Wissenschaft zu zerstören. Es war von Anfang an unser erklärtes Ziel, dieser Entwicklung entgegenzuwirken. Die Forderung nach universeller Gültigkeit logischer Regeln, unabhängig von den Bereichen in denen sie angewendet werden, ist eine methodische Maxime, die die Logik unseres Erachtens auf keinen Fall aufgeben darf. Unsere Überlegungen gingen daher von meiner Konzeption einer komplexen Logik aus, d.h., von einem Logikaufbau, der darauf abzielt, die traditionell in verschiedenen Gebieten angesiedelten nichtklassischen Fragestellungen aus einem einheitlichen logisch-theoretischen und philosophischen Ansatz heraus neu zu analysieren. Horst Wessel hat sich in mehreren wegweisenden Arbeiten zu solchen Fragen geäußert. Dazu gehören in erster Linie die aus seiner Habilitationsschrift entstandene Monographie von 1976 „Logik und Philosophie“, aber auch beispielsweise seine Arbeiten „Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logikkonzeption“ (1984), „Toleranz- oder Universalitätsprinzip“ (1984) oder „Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik“ (1994).

Horst Wessel, der sehr bald von einem Schüler zu meinem Mitstreiter wurde, wandte sich im Verlaufe seiner Laufbahn als Logiker und Philosoph einer Reihe von wichtigen Problemen zu und konnte interessante Lösungsvorschläge vorlegen. In den sechziger Jahren befaßte er sich, wie erwähnt, vor allem mit dem Wahrheitsbegriff, den damit verbundenen Fragen der topologischen Logik, sowie mit dem Aufbau einer Logik der Entwicklung. Diese Arbeiten führten ihn zu intensiverem Nachdenken über den universellen Charakter logischer Gesetze. Folgerichtig entstanden in der ersten Hälfte der siebziger Jahre Beiträge zur Spezifik logischer Gesetze; angesichts des immer schneller wachsenden Umfangs von Spielarten der Modallogik befaßte sich Wessel mit der Einführung von Modalitäten in die Wissenschaftssprache sowie mit dem Zusammenhang von Logik und Philosophie (hier ist besonders die bereits erwähnte Monographie zu nennen). Seine in diesem Zusammenhang gewonnenen Erkenntnisse hat er in Folge mehrfach überarbeitet und systematisiert, teilweise auch revidiert, sie bilden den Grundstock für die anregenden interessanten Ansätze der letzten fünf Jahre.

In der zweiten Hälfte der siebziger Jahre, die für ihn wegen meiner Ausbürgerung aus der Sowjetunion zu einem äußerst komplizierten Zeitraum wurde (er mußte sich von meinen politischen Ansichten distanzieren, um unsere gemeinsame Logikkonzeption fortführen zu können), wandte er sich grundlegenden logisch-philosophischen Fragen zu: der (mittelalterliche und der moderne) Universalienstreit, die Kantschen Antinomien, Paradoxien in Logik und Wissenschaftstheorien standen neben anderen Themen im Zentrum seiner Aufmerksamkeit. Wesentliche Gedanken zur Terminitheorie sind gerade in jenen Jahren entstanden, so ist in dieser Zeit beispielsweise das Thema der Existenz (als Prädikat, nicht als Quantor) nach bestimmten früheren Ansätzen umfassend von Wessel behandelt worden (etwa in „Das Existenzprädikat und der Universalienstreit“, 1978). Sicherlich beruhen seine heutigen Vorstellungen von Existenzbelastung auf den damals gewonnenen Erkenntnissen. Aus derselben Zeit stammen auch Wessels wichtige Arbeiten zur Folgebeziehung, wie etwa „Ein System der strikten logischen Folgebeziehung“ (1979), die sich auf seine Vorstellungen von Paradoxienfreiheit gründen und in denen er kritisch an meine Ergebnisse anknüpft.

In den achtziger Jahren ergänzte und vervollkommnete Wessel die nichttraditionelle Prädikationstheorie und zeigte, daß sich diese bei der Lösung von Fragen die beispielsweise von der intuitionistischen Logik aufgeworfen wurden und die mit der universellen Gültigkeit logischer Gesetze zusammenhängen, anwenden läßt. Seine

Arbeiten dieser Jahre sind ein beeindruckendes Plädoyer für die Universalität der Logik, sie zeigen in Auseinandersetzung mit der so einflußreichen intuitionistischen Konzeption die prinzipielle Fruchtbarkeit der Idee, nicht zwei Negationen, sondern zwei Typen von Prädikation zu verwenden. Wessel hat sich weder an dieser Stelle, noch später bezüglich der parakonsistenten und Relevanzlogik, noch sonst gescheut, seine Auffassungen sehr pointiert und offensiv gegen den Mainstream zu setzen. In diesem Zusammenhang sind etwa die Arbeiten „Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie“ (1982), „Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande“ (1987) oder „Einige Paralogismen einiger parakonsistenter Logiker“ (1988) zu nennen.

1984 veröffentlichte er ein unorthodoxes Logiklehrbuch, das neben dem gesicherten Bestand der klassischen Logik auch eine Darstellung von Ergebnissen bietet, die Horst Wessel bei der Weiterverfolgung unserer Konzeption der komplexen Logik erzielt hat. Es hat eine ganze Reihe von Auflagen erlebt, die alle bald vergriffen waren, und ist gerade vollständig überarbeitet und zur Neuauflage vorbereitet worden.

Zu der Frage, wie sich bestimmte Paradoxien, die in der Wissenschaftstheorie und in der Logik eine Rolle spielen, durch Anwendung nichtklassischer logischer Mittel auflösen lassen, kehrte Wessel in seinen Arbeiten aus den neunziger Jahren zurück. In Beiträgen, die sich gegen eine spezielle Logik der Mikrophysik wenden, verteidigt er wiederum vehement die Universalität der Logik. In den erwähnten Diskussionen um Parakonsistenz schlägt er sich wie zu erwarten auf die Seite derer, die die anstehenden Probleme ohne die Verklärung von logischen Widersprüchen lösen wollen. Die nichttraditionelle Prädikationstheorie erweist sich immer mehr als nützliches Analysemittel. Existenzbelastung, sorgfältige Beachtung der logischen Rolle verschiedener Terminiarten und eben diese Prädikationstheorie sind die Schlüsselworte zum Verständnis der jüngeren Arbeiten Wessels. Sie sind wie die folgenden dem Unterschied zwischen Identität und Ununterscheidbarkeit sowie der logischen Terminitheorie und den intensionalen Kontexten gewidmet: „The Identity of Strong Indiscernibility“ (1994), „Grundlagen einer Theorie der Termini“ (1995), „Kripkes Puzzle ist kein Puzzle“ (1995), um nur einige der neueren zu nennen.

Was unsere persönlichen Lebensumstände und das Schicksal unserer Gruppen in Moskau und Berlin betrifft, so nahmen diese unter den Bedingungen des kalten Krieges und seines Ausganges dramatische Formen an. Meine Logikgruppe in Moskau wurde aufgelöst, ich selbst wurde aus Rußland vertrieben. Die Situation, in der sich die Mitarbeiter seiner Gruppe nach 1989 wiederfanden, kann ebenfalls nicht gerade als besonders günstig bezeichnet werden. Ich freue mich, daß Horst Wessel den von uns gemeinsam begonnenen Weg weitergehen konnte und daß er dabei so weit vorangekommen ist. Heute ist er ein international geachteter Wissenschaftler, ich persönlich halte ihn für einen der besten Logiker der Gegenwart. Ich hoffe, daß der Beitrag, den Horst Wessel zur deutschen und internationalen Wissenschaft geleistet hat, seine Würdigung finden wird.

JOHANNES DÖLLING

IST DIE KOPULA MEHRDEUTIG? ANMERKUNGEN ZU EINEM VORURTEIL

1 Einführung

Eine Grundthese der sprachanalytischen Philosophie im „Kampf mit den Fallstricken, die von der Sprache dem Denkenden gelegt werden", ist die Behauptung, daß der natürlichsprachliche Ausdruck *sein* (resp. die jeweilige Entsprechung *to be, être, bytj*, etc.) verschiedene semantische Funktionen erfüllt und deshalb als mehrdeutig betrachtet werden muß. Seit G. Frege und B. Russell besteht - von wenigen Ausnahmen abgesehen[1] - unter logischen Sprachphilosophen insbesondere Einigkeit darüber, daß das Verb als Ausdruck der Prädikation, der Identität oder der Existenz verwendet wird und somit mindestens dreifach ambig ist. Zusätzlich wird meistens als eine vierte Lesart die Verwendung von *sein* im Sinne der Inklusion angenommen. Einige Autoren fügen noch andere Bedeutungen hinzu oder nehmen weitere Differenzierungen bei den aufgeführten Lesarten vor. Mit ihrer Ambiguitätsthese stehen die Vertreter der logischen Sprachanalyse nicht allein. Zum einen lassen sich die Diskussionen über die Mehrdeutigkeit von Kopulasätzen bis in die Anfänge der Logik zurückverfolgen. Fast alle der heute gängigen Bedeutungsdifferenzierungen haben ihre Wurzeln in früheren Unterscheidungen zwischen Verwendungen der Kopula und stellen damit letztlich nichts anderes als Explikationen dieser traditionellen Überlegungen mit den Mitteln der mathematischen Logik dar. Zum anderen ist die Annahme von der Ambiguität der Kopula aus der Sprachphilosophie weitestgehend auch in die Semantik der natürlichen Sprache übernommen worden. Gegenwärtig wird sie nicht nur von den meisten formalen Semantikern, sondern ebenso von vielen Linguisten verschiedenster Orientierung vertreten.

Ziel meines Beitrags ist, die semantische Standardauffassung der Kopula kritisch zu hinterfragen und eine Alternative zur Ambiguitätsthese vorzutragen. Dabei werde ich zunächst mehrere Varianten dieser Auffassung diskutieren und zeigen, daß die mit ihnen verbundenen Annahmen zu verschiedenen Schwierigkeiten führen. Ausgehend von dem Befund, daß Kopulasätze tatsächlich sehr unterschiedliche Sachverhalte ausdrücken können, werden im weiteren andere als die bisher

[1] Siehe beispielsweise Hintikka (1979).

üblichen logischen Strukturen als Bedeutungsrepräsentationen der betreffenden Sätze vorgeschlagen. Diese Interpretationen lassen sich ableiten, ohne daß dafür eine mehrdeutige Kopula vorausgesetzt werden muß. Unter Rückgriff auf Vorschläge, die in den letzten Jahren in der Semantik entwickelt worden sind, werde ich demonstrieren, daß mögliche Differenzen in der Bedeutung von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen vielmehr ausschließlich aus Bedingungen des Prädikativs bzw. aus solchen Bedingungen erklärbar sind, die mit der semantischen Komposition von Kopula und Prädikativ zusammenhängen. Die These von der Ambiguität der Kopula erweist sich damit m.E. als ein - wenn auch sehr verbreitetes und langlebiges, deshalb aber noch lange nicht gerechtfertigtes - Vorurteil.

2 Das klassische Herangehen

Nach dem in der mathematischen Logik als klassisch geltenden Herangehen hat das finite Verb *ist* in Sätzen wie (1) - (4) jeweils eine andere Bedeutung.

(1) Sokrates ist ein Philosoph.
(2) Der Philosoph ist ein Mensch.
(3) Sokrates ist der Ehemann von Xanthippe.
(4) Gott ist.

In Satz (1) wird *ist* als Ausdruck der Prädikation verwendet und gibt damit das Fallen einer Entität unter ein Prädikat an. In der logischen Struktur (1') wird dabei *ist* nicht mit einem eigenen Symbol wiedergegeben, sondern durch die Prädikat-Argument-Schreibweise repräsentiert.

(1') PHILOSOPH(sokrates)

Wird hingegen die mengentheoretische Schreibweise benutzt, so identifiziert man in der zu (1') äquivalenten Struktur (1") die Bedeutung von *ist* mit der Element-von-Relation $\in$.

(1") sokrates $\in$ PHILOSOPH

Auch für Satz (2), wo *ist* die Inklusion ausdrücken soll, werden zwei äquivalente Strukturen angenommen. Während *ist* in (2') wiederum keine direkte Entsprechung hat, wird es in (2") durch das Symbol $\subseteq$ dargestellt.

(2') $\forall$x [PHILOSOPH(x) $\rightarrow$ MENSCH(x)]
(2") PHILOSOPH $\subseteq$ MENSCH

Beim identifizierenden Satz (3) wird vorausgesetzt, daß *ist* dazu dient, die Relation der Identität auszudrücken.

(3') sokrates = ιx [x EHEMANN_VON xanthippe]

Schließlich betrachtet man *ist* in (4) als einen Ausdruck, mit dem die Existenz eines Gegenstandes behauptet wird. Im Rahmen der klassischen Logik wird der Satz entsprechend durch die Struktur (4') repräsentiert.

(4') $\exists$x [x = gott]

Angesichts der damit angenommenen Vieldeutigkeit von *sein* stellt sich zunächst die Frage nach deren näherer Bestimmung. In der linguistischen Semantik wird zwischen zwei Arten von lexikalischer Ambiguität - Homonymie und Polysemie - unterschieden. Von *Homonymie* spricht man dann, wenn mehrere Lexeme zwar ein und dieselbe Wortform, dabei aber Bedeutungen haben, zwischen denen keinerlei Zusammenhang besteht. *Polysemie* liegt hingegen dann vor, wenn ein und dasselbe Lexem mehrere Bedeutungen hat, die auf irgendeine Weise miteinander verbunden sind. In welchem dieser Sinne ist *sein* also ambig?

Offensichtlich wird dem Wort *sein* mit den obigen Differenzierungen ein solcher Grad von Diversität in der Bedeutung zugeschrieben, daß seine Bestimmung als polysem nicht angemessen erscheint. Welche Beziehung sollte denn etwa zwischen der Verwendung von *sein* als Ausdruck der Prädikation und seiner Verwendung als Ausdruck der Existenz ausmachbar sein, wenn man die grundverschiedenen Strukturen (1') bzw. (1") und (4') betrachtet? Um sich die Option der Polysemie dennoch zumindest teilweise zu erhalten, kann man die Entscheidung treffen, die letztere Verwendung von den übrigen abzutrennen. Tatsächlich haben Sätze wie (4) schon eine völlig andere syntaktische Struktur. Sie zeichnen sich dadurch aus, daß ihr syntaktisches Prädikat lediglich aus einer flektierten Form von *sein* besteht und dieses somit eigentlich als ein Vollverb ausgewiesen wird.[2] Umgekehrt scheinen Sätze wie (1) - (3) insofern ähnlich strukturiert zu sein, als sie jeweils ein Vorkommen der Kopula und ein als dessen syntaktisches Komplement auftretendes Prädikativ enthalten.[3] Aber auch unter den Bedingungen einer solchen Abtrennung dürfte es schwierig sein, eine Verwandtschaft der noch verbliebenen Verwendungsweisen in dem Sinne nachzuweisen, daß die jeweils postulierten Bedeutungen sich überschneiden oder einen gemeinsamen Ursprung haben. Als Alternative bleibt so nur die Annahme einer absoluten Homonymie. Damit wären wir aber gezwungen, die Existenz einer Vielzahl von Verben derselben Wortform *sein* ohne jeglichen Bedeutungszusammenhang zu akzeptieren. Daß diese Annahme nur schlecht mit unseren Intuitionen in Übereinstimmung zu bringen ist, dürfte mit Blick auf die zuvor konstatierte einheitliche syntaktische Struktur von Sätzen wie (1) - (3) nicht verwunderlich sein.

Der Umstand, daß die Bedeutung von *ist* mit einer der Relationen $\in$, $\subseteq$ und $=$ identifiziert wird, führt zu einem weiteren Problem. Um dies zu erkennen, muß man lediglich berücksichtigen, daß die in (1"), (2") und (3') benutzten Strukturen nach klassischer Auffassung äquivalent als entsprechend (1^+), (2^+) und (3^+) geschrieben werden können.

(1^+) $\in$ (sokrates, PHILOSOPH)
(2^+) $\subseteq$ (PHILOSOPH, MENSCH)
(3^+) $=$ (sokrates, ιx [x EHEMANN_VON xanthippe])

Da somit jeweils wieder eine Prädikat-Argument-Struktur vorliegt, wäre zu fragen, ob nicht besser angenommen werden sollte, daß *ist* in jedem dieser Fälle zum Ausdruck der Prädikation dient. Die dadurch erreichte Vereinheitlichung der Bedeutung der Kopula in Fällen wie (1) - (3) läßt allerdings als Frage offen, wie dann die Prädikatsymbole $\in$, $\subseteq$ und $=$ in deren logische Struktur gelangen. Denn bei einer solchen Sichtweise scheint es in der Oberflächenstruktur der betreffenden Sätze keine Ausdrücke zu geben, die diesen Prädikaten unmittelbar entsprechen.

3 Eine Revision

Ein alternativer Weg wird in Sinowjew/Wessel (1975) und Wessel (1976) im Anschluß an bestimmte vormathematische Traditionen der logischen Sprachanalyse vorgeschlagen. Zwar behalten die Autoren die Annahme von der Mehrdeutigkeit

[2] Auf die damit gegebene Spezifik von Sätzen wie (4) gründet sich meine Entscheidung, Fälle dieser Art im weiteren unberücksichtigt zu lassen. Solche Sätze erfordern eine spezielle semantische Analyse, die hier nicht geleistet werden kann.

[3] Mit dieser Verwendung des Terminus *Kopula* grenze ich mich bewußt von der im klassischen Herangehen wurzelnden Auffassung ab, wonach man es nur bei Sätzen wie (1), nicht aber bei Sätzen wie (2) und (3) mit Vorkommen von *ist* als Kopulaverb zu tun hat.

der Kopula bei, ihre Vorstellungen von der logischen Struktur entsprechender Sätze unterscheiden sich aber in mehrerlei Hinsicht von den bisher diskutierten.

Erstens lehnen Sinowjew und Wessel die in der mathematischen Logik übliche Repräsentation der Prädikation als bloße Funktor-Argument-Anordnung ab. Ein wesentlicher Mangel dieser Sichtweise besteht nach ihrer Meinung darin, daß damit die betreffende Operation faktisch zu einem Teil des Prädikats wird und so für bestimmte, von ihnen für notwendig erachtete logische Differenzierungen nicht zur Verfügung steht. Stattdessen wird für die Kopula in Prädikationsfunktion als Korrelat der logische Prädikationsoperator $\leftarrow$ eingeführt.

Zweitens werden Kopulasätze, bei denen die Prädikativposition wie in (5) von einer Adjektivphrase besetzt ist, anders analysiert als solche, die eine Nominalphrase als Prädikativ haben.

(5) Sokrates ist weise.

Während nach klassischer Auffassung die logische Struktur eines solchen Satzes im Grundsatz der eines Satzes wie (1) entspricht, wird von Sinowjew und Wessel (5') als Struktur von (5) angenommen.

(5') sokrates $\leftarrow$ WEISE

Satz (5) drückt demnach aus, daß von Sokrates das Prädikat WEISE prädiziert wird, oder - wie die Autoren es formulieren - daß Sokrates die Eigenschaft, weise zu sein, zugesprochen wird.

Drittens wird bei der Analyse von Kopulasätzen mit nominalem Prädikativ kein Unterschied zwischen Sätzen wie (6) und solchen wie (7) gemacht.

(6) Sokrates ist ein Grieche.
(7) Ein Grieche ist ein Mensch.

Ganz gleich, ob als Subjekt des Satzes ein singulärer Nominalausdruck wie *Sokrates* oder aber ein genereller Nominalausdruck wie *ein Grieche* steht, in jedem Fall nehmen Sinowjew und Wessel an, daß der betreffende Satz eine Metaaussage, und zwar eine Aussage über eine Bedeutungsbeziehung zwischen dem nominalen Ausdruck vor und dem nach der Kopula beinhaltet. Unter Verwendung von $\rightharpoonup$ als Prädikat des Bedeutungseinschlusses haben dann (6) und (7) entsprechend die analogen logischen Strukturen (6') und (7').

(6') „sokrates“ $\rightharpoonup$ „grieche“
(7') „grieche“ $\rightharpoonup$ „mensch“

In Sätzen wie (6) und (7) wird damit durch die Kopula die Relation des Bedeutungseinschlusses ausgedrückt.

Viertens schließlich werden Sätze wie (3), wo in der Prädikativposition eine definite Nominalphrase steht, nicht als Aussagen über die Identität von Entitäten, sondern wieder als Metaaussagen, diesmal aber über die Bedeutungsgleichheit der jeweiligen nominalen Ausdrücke interpretiert. Die Struktur von Satz (8) läßt sich unter dieser Voraussetzung näherungsweise mit (8') angeben.

(8) Sokrates ist der Ehemann von Xanthippe. (= (3))
(8') „sokrates“ $\rightleftharpoons$ „der-ehemann-von-xanthippe“

Nach Überzeugung von Sinowjew und Wessel dient die Kopula in den betreffenden Fällen dementsprechend dazu, die Relation der Bedeutungsgleichheit auszudrücken.

Wie ist diese Revision des klassischen Herangehens unter dem Blickwinkel der hier interessierenden Fragestellung zu bewerten? Die Vorschläge sind insofern interessant, als sie sich auf bestimmte Aspekte des intuitiven Verständnisses von Kopulasätzen gründen, die bei einer vorrangig mengentheoretisch geprägten Sichtweise verdeckt bleiben. Insbesondere ist es angemessener, den als Prädikativ

auftretenden Adjektiv- und indefiniten Nominalphrasen nicht einfach gleichartige Prädikate zuzuordnen, sondern deren interner Bedeutungsstruktur genauer nachzugehen. Wie sich zeigen wird, basieren auch die von mir vorgeschlagenen logischen Strukturen auf der Voraussetzung, daß Prädikative grundsätzlich Verschiedenes in Abhängigkeit von der syntaktischen Kategorie der sie besetzenden Ausdrücke beinhalten. Bezogen auf den konkreten Inhalt der vorangehend skizzierten Annahmen halte ich dennoch eine skeptische Einstellung für angebracht. Zunächst ist fraglich, ob eine Struktur wie (5') die semantische Spezifik einer Prädikativkonstruktion mit Adjektiv ausreichend erfaßt oder ob hier nicht eine tiefergehende Analyse erforderlich ist.[4] Weiterhin ist zu bezweifeln, daß Sätze wie (6) und solche wie (7) wirklich dieselbe logische Grundstruktur haben, wenngleich die Idee einer zu Sätzen wie (8) analogen Strukturierung intuitiv naheliegend erscheint.[5] Als noch gravierender ist aber die Tatsache zu bewerten, daß die Vorschläge zu den gleichen Schwierigkeiten führen, wie sie oben mit Bezug auf das klassische Herangehen diagnostiziert worden sind. Man ist nicht nur gezwungen, für die Kopula *sein* zwei oder mehrere homonyme Lexeme anzunehmen. Sinowjew und Wessel erklären auch, daß Strukturen wie (6') und (8') als Abkürzungen von entsprechenden Strukturen wie (6^+) und (8^+), d.h. als spezielle Prädikationen zu betrachten sind.

(6^+) („sokrates“, „grieche“)$\leftarrow \rightharpoonup$
(8^+) („sokrates“, „der-ehemann-von-xanthippe“)$\leftarrow \rightleftharpoons$

Infolgedessen steht man dann ebenso wie beim klassischen Herangehen vor dem Problem zu erklären, wofür denn die Kopula in den jeweiligen Sätzen eigentlich steht bzw. wie die gegebenen Strukturen als Bedeutungsrepräsentationen der fraglichen Sätze überhaupt kompositional zustande kommen.

4 Die Wende bei Montague

Der erste Versuch, die Bedeutung von Kopulasätzen dem Prinzip der semantischen Kompositionalität folgend zu rekonstruieren, geht auf Montague (1973) zurück. Danach ist *sein* (resp. *to be*) ein transitives Verb, das den in (9) angegebenen - aus phonologischer Form, morpho-syntaktischem Merkmal und semantischer Repräsentation bestehenden - Lexikoneintrag hat.

(9) */sein/*; $V_{[_NP]}$; $\lambda\mathcal{P}\lambda x.\ \mathcal{P}(\lambda\ y.\ x = y)$

Wie aus der semantischen Repräsentation hervorgeht, ist die Kopula ein Ausdruck vom logischen Typ $\langle\langle\mathbf{e}, \mathbf{t}\rangle, \mathbf{t}\rangle, \langle\mathbf{e}, \mathbf{t}\rangle\rangle$, d.h., angewandt auf einen Ausdruck vom Typ eines Prädikats 2. Stufe erhält man einen Ausdruck vom Typ eines Prädikats 1. Stufe.

Unter Verwendung von (9) können Kopulasätze, deren Prädikativposition von einer definiten oder einer indefiniten Nominalphrase besetzt ist, semantisch einheitlich behandelt werden. Beispielsweise wird dann die semantische Repräsentation von Satz (10), für den die syntaktische Struktur (10') angenommen werden kann, in der in (10") angeführten Weise kompositional abgeleitet.

(10) Sokrates ist ein Philosoph. (= 1)
(10') [$_S$ [$_{NP}$ Sokrates][$_{VP}$ [$_V$ ist][$_{NP}$[$_D$ ein][$_N$Philosoph]]]]

[4] Zum Problem der Rechtfertigung eines besonderen Operators des Prädizierens wie auch zu den von Sinowjew und Wessel in diesem Zusammenhang vorgetragenen Argumenten ist damit natürlich nichts gesagt.

[5] Später werde ich Strukturen vorschlagen, aus denen hervorgeht, daß solche Sätze jeweils Aussagen über zwei unterschiedliche Relationen zwischen außersprachlichen Entitäten zum Ausdruck bringen.

(10") *Sokrates* $\leadsto$ λP. P(sokrates)
sein $\leadsto$ $\lambda\mathcal{P}\lambda$x.$\mathcal{P}(\lambda$y. x = y)
ein $\leadsto$ λQ λP.$\exists$z[Q(z) & P(z)]
Philosoph $\leadsto$ PHILOSOPH
$\Leftrightarrow$ λP. P(sokrates) ($\lambda\mathcal{P}\lambda$x. $\mathcal{P}(\lambda$y. x = y) (λP. $\exists$z [PHILOSOPH(z) & P(z)]))
$\Leftrightarrow$ λP. P(sokrates) (λx.$\exists$z [PHILOSOPH(z) & x = z])
$\Leftrightarrow$ λP. P(sokrates) (λx. PHILOSOPH(x))
$\Leftrightarrow$ PHILOSOPH(sokrates)

Montagues Vorschlag läßt allerdings jene Kopulasätze unberücksichtigt, bei denen eine Adjektiv- oder eine Präpositionalphrase als Prädikativ auftritt. Für diese Fälle benötigt man ein zweites Kopulaverb, dessen Lexikoneintrag in Dowty (1979) wie folgt bestimmt wird:

(11) */sein/*; V[_$_{AP/PP}$]; λP λx. P(x)

Mit Hilfe dieser - in semantischer Hinsicht faktisch ‚leeren' - Kopula vom Typ $\langle\langle$**e**, **t**$\rangle$, $\langle$**e**, **t**$\rangle\rangle$ ist nun auch die kompositionale Ableitung der semantischen Repräsentation von Sätzen wie (12) möglich.

(12) Xanthippe ist in Athen.

Angenommen, (12') sei die syntaktische Struktur von (12). Die zugehörige semantische Repräsentation ist dann die in (12") angegebene logische Struktur.

(12') [$_S$ [$_{NP}$ Xanthippe][$_{VP}$ [$_V$ ist][$_{PP}$ [$_P$ in][$_{NP}$ Athen]]]]

(12") *Xanthippe* $\leadsto$ λP. P(xanthippe)
sein $\leadsto$ λPλx. P(x)
in $\leadsto$ $\lambda\mathcal{P}\lambda$x. $\mathcal{P}(\lambda$y. IN(x, y))
Athen $\leadsto$ λP. P(athen)
$\Leftrightarrow$IN(xanthippe, athen)

Der generelle Vorzug der mit Montague beginnenden Semantikuntersuchungen zeigt sich damit auch im Bereich der Analyse von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen. Anders als bei den vorher diskutierten Herangehen wird die Bedeutung von Kopulasätzen nicht einfach postuliert, sondern systematisch anhand von ihrer syntaktischen Struktur und aufbauend auf die Bedeutungen der in den Sätzen vorkommenden lexikalischen Einheiten ‚errechnet'. Für die semantischen Bestimmungen der Kopula heißt das, daß man sich nicht auf eine mehr oder weniger vage Zuordnung zwischen *sein* und Bestandteilen der fertigen logischen Struktur der jeweiligen Sätze beschränken muß. Vielmehr wird jetzt der Ausdruck mit einem oder mehreren lexikalischen Einträgen versehen, aus denen seine Bedeutung in Form einer kompakten logischen Struktur zu entnehmen ist.

Mit dem Fortschritt gegenüber der früheren logischen Sprachanalyse wird aber auch die intuitive Inadäquatheit der Standardauffassung der Kopula deutlicher sichtbar. Wer sich in dem von Montague abgesteckten Rahmen bewegt, kommt nicht umhin, explizit zwei homonyme Kopulaverben anzunehmen, die nicht nur sehr verschiedene semantische Repräsentationen haben, sondern auch unterschiedlich syntaktisch subkategorisiert sind. Zugleich akzeptiert er aber auch eine Revision des klassischen Herangehens insofern, als jetzt für beliebige Sätze mit nominalen Prädikativen, d.h. nicht nur für prädizierende Sätze im engeren Sinne, sondern auch für identifizierende Sätze, aus Gründen der kompositionalen Ableitbarkeit ein und dieselbe Verwendung von *sein* zugelassen wird.

5 Partees Rekonstruktion

Eine Möglichkeit, der Ambiguitätsthese den Boden zu entziehen, bieten die in Partee (1992) entwickelten Instrumentarien der flexiblen Montague-Grammatik. Die Grundidee der letzteren besteht darin, die von Montague geforderte funktionale Abbildung von syntaktischen Kategorien auf semantische Typen durch eine weniger rigide Zuordnung zu ersetzen. Danach ist es erlaubt, daß ein und derselbe natürlichsprachliche Ausdruck nicht nur einem, sondern gegebenfalls mehreren systematisch aufeinander bezogenen semantischen Typen angehört. Neben seiner primären semantischen Repräsentation hat dann der betreffende Ausdruck entsprechend auch eine fixierte Menge weiterer Repräsentationen, die sich aus der ersteren durch typgerechte Anwendung von bestimmten semantischen Operatoren ableiten lassen. Solche Operatoren der semantischen Typverschiebung sind dadurch charakterisiert, daß sie keine phonologischen und syntaktischen Korrelate haben. Bei ihnen handelt es sich um Mittel, mit denen in der semantischen Komposition die Typen von Ausdrücken einander angepaßt und damit bestimmte Typkonflikte aufgelöst werden können.

Zwei von Partee vorgeschlagene Operatoren der Typanpassung, die für die Semantik von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen relevant sind, werden in (13) und (14) aufgeführt.

(13) **ident**: $\lambda y \lambda x.\ x = y$ $\qquad \mathbf{e} \mapsto \langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle$

(14) **BE**: $\lambda \mathcal{P} \lambda x.\ \mathcal{P}(\lambda y.\ x = y)$ $\qquad \langle \langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle, \mathbf{t} \rangle \mapsto \langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle$

Wie aus den Bestimmungen hervorgeht, ist **ident** ein Operator, der einen Ausdruck des Typs $\mathbf{e}$ in einen Ausdruck des Typs $\langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle$ überführt, während der Operator **BE** Entsprechendes mit einem Ausdruck des Typs $\langle \langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle, \mathbf{t} \rangle$ vornimmt. Beide Operatoren können dazu benutzt werden, um primäre semantische Repräsentationen von nominalen Prädikativen so umzuformen, daß sie vom selben Typ wie die von Adjektiv- und Präpositionalphrasen sind. Damit ergibt sich die Möglichkeit, Prädikative beliebiger syntaktischer Kategorie mit ein und demselben Kopulaverb zu kombinieren. Genauer gesagt: Es ist nunmehr ausreichend, den in (15) angegebenen Lexikoneintrag für das Verb *sein* als Kopula anzunehmen.

(15) */sein/*; $V_{[_NP/AP/PP]}$; $\lambda P \lambda x.\, P(x)$

Der Beitrag der Kopula zur Bedeutung des jeweiligen Satzes beschränkt sich damit auf die Zusammenfügung der Bedeutungen des Prädikativs und der Subjekt-Nominalphrase.

Um die Anwendung der Operatoren **BE** und **ident** zu illustrieren, sei erneut auf Satz (1) und Satz (3) - jetzt entsprechend mit (16) und (17) gekennzeichnet - zurückgegriffen.

(16) Sokrates ist ein Philosoph. (= 1)

(17) Sokrates ist der Ehemann von Xanthippe. (= 3)

Bei der Ableitung der semantischen Repräsentation von (16), wo als Prädikativ die indefinite Nominalphrase *ein Philosoph* auftritt, wird die erforderliche Anpassung mit Hilfe von **BE** vorgenommen.

(16') $[_S\ [_{NP}$ Sokrates$][_{VP}\ [_V$ ist$][_{NP}$ ein Philosoph$]]]$

(16") *Sokrates* $\rightsquigarrow$ sokrates

sein $\rightsquigarrow$ $\lambda P \lambda x.\ P(x)$
BE: $\lambda \mathcal{P} \lambda x.\ \mathcal{P}(\lambda y.\, x = y)$

ein $\rightsquigarrow$ $\lambda P.\ \exists z\ [Q(z)\ \&\ P(z)]$

Philosoph $\rightsquigarrow$ $\lambda x.$ PHILOSOPH(x)

$\Leftrightarrow$(sokrates) [λPλx. P(x) (λx. $\exists$z [PHILOSOPH(z) & x = z])]
$\Leftrightarrow$(sokrates) λx. $\exists$z [PHILOSOPH(z) & x = z]
$\Leftrightarrow$PHILOSOPH(sokrates)

Im Falle von (17) wird dagegen der Operator **ident** benötigt, da hier die Prädikativposition von der definiten Nominalphrase *der Ehemann von Xanthippe* besetzt ist.

(17') [$_{S}$ [$_{NP}$ Sokrates][$_{VP}$ [$_{V}$ ist][$_{NP}$ der Ehemann von Xanthippe]]]

(17") *Sokrates* $\rightsquigarrow$ sokrates
sein $\rightsquigarrow$ λPλx. P(x)
ident: λy λx.x = y
der $\rightsquigarrow$ λP. ιx [P(x)]
Ehemann von $\rightsquigarrow$ λyλx. x EHEMANN_VON y
Xanthippe $\rightsquigarrow$ xanthippe
$\Leftrightarrow$(sokrates) [λPλx. P(x) (λx. x = ιx [x EHEMANN_VON xanthippe])]
$\Leftrightarrow$sokrates = ιx [x EHEMANN_VON xanthippe]

Zusammengefaßt besteht ein Vorzug von Partees Vorschlägen darin, eine kompositionale semantische Analyse von Kopulasätzen zu ermöglichen, ohne daß eine Mehrdeutigkeit der Kopula vorausgesetzt wird. Trotz des Verzichts auf die Ambiguitätsannahme werden dabei die dem klassischen Herangehen zugrundeliegenden Unterscheidungen in der Bedeutung von Kopulasätzen rekonstruiert. Soweit man gewillt ist, diese Grundlagen als intuitiv angemessen zu betrachten, könnte gefolgert werden, daß das so erzielte Ergebnis ausreichend ist. Es gibt mehrere Gründe, an der Zulässigkeit eines solchen Schlusses zu zweifeln. Auf einen dieser Gründe wird im folgenden detaillierter eingegangen.

6 Mögliche Differenzierungen

Die meisten mathematischen Logiker und formalen Semantiker sehen eine grundsätzliche Gemeinsamkeit von absoluten Nomina und Adjektiven darin, daß deren Bedeutung mit der von 1-stelligen Prädikaten 1. Stufe identifiziert werden kann. Eine Konsequenz dessen ist, daß Sätze wie (18) und (19) gewöhnlich als semantisch gleichartig angesehen werden.

(18) Fido ist ein Dackel.
(19) Fido ist wütend.
(18') DACKEL(fido)
(19') WÜTEND(fido)

Sowohl mit (18) als auch mit (19) wird demnach einfach ausgesagt, daß Fido die jeweiligen Prädikate erfüllt bzw. - in mengentheoretischer Sprechweise - daß Fido ein Element der jeweils zugeordneten Mengen ist. Daß diese Sichtweise keineswegs zwingend ist, haben wir oben bereits gesehen. Im Gegenteil, man muß sich eher fragen, warum Ausdrücke, die unterschiedlichen syntaktischen Hauptkategorien angehören und dementsprechend unterschiedliche morpho-syntaktische Eigenschaften haben, in der Struktur ihrer semantischen Repräsentation ununterscheidbar sein sollten.

Tatsächlich treffen die Sätze (18) und (19) recht verschiedene Behauptungen über Fido: In (18) wird festgestellt, daß Fido einer bestimmten Hunderasse angehört, genauer gesagt, eine Instanz der Art Dackel ist; in (19) wird hingegen festgestellt, daß er ein - typischerweise nur temporär realisiertes - Attribut, nämlich

das Attribut wütend exemplifiziert. Unter Verwendung der Symbole $\triangleright$ und $\triangleleft$ für entsprechend die Relationsprädikate „Instanz von“ bzw. „exemplifiziert“ können deshalb für (18) und (19) folgende präzisierte semantische Repräsentationen angenommen werden:

(18") fido $\triangleright$ dackel
(19") fido $\triangleleft$ wütend

Wie (18") und (19") zeigen, haben beide Sätze insofern eine analoge logische Struktur, als sie jeweils Relationen zwischen der Entität Fido und anderen singulären Entitäten zum Gegenstand haben. Die ontologischen Sorten der involvierten Entitäten unterscheiden sich aber. Während der Term „fido“ ein konkretes Objekt bezeichnet, denotieren die Terme „dackel“ und „wütend“ jeweils bestimmte Abstrakta, eben eine Art bzw. ein Attribut.[6]

Um den Zusammenhang mit den Strukturen (18') und (19') herzustellen, kann man folgende Definitionen der Prädikate „DACKEL“ und „WÜTEND“ annehmen:

(20) (a) DACKEL $=_{def}$ λx. x $\triangleright$ dackel
(b) WÜTEND $=_{def}$ λx. x $\triangleleft$ wütend

Unter dieser Bedingung sind (18') und (18") bzw. (19') und (19") äquivalente logische Strukturen.

Auch die semantische Repräsentation eines Satzes wie (21) kann jetzt adäquater bestimmt werden.

(21) Der Dackel ist ein Hund.

Nur in einem abgeleiteten Sinne besagt Satz (21), daß die Menge der Dackel eine Teilmenge der Hunde ist, d.h., daß (21'a) bzw. (21'b) gilt.

(21') (a) $\forall$x [DACKEL(x) $\rightarrow$ HUND(x)]
(21') (b) DACKEL $\subseteq$ HUND

Sein eigentlicher Gehalt besteht vielmehr darin, daß die Art Dackel eine Subart der Art Hund ist. Die semantische Repräsentation von (21) ist unter Verwendung von $\leq$ als Symbol für das Relationsprädikat „Subart von“ entsprechend (21").

(21") dackel $\leq$ hund

Satz (21) hat damit eine zu (18) und (19) analoge logische Struktur. Auch bei (21") handelt es sich um eine Aussage über eine Relation zwischen Elementen des Diskursbereichs. Allerdings denotieren nun beide vorkommenden Terme Entitäten, die der ontologischen Sorte der Arten angehören.

Der gegenüber (21") abgeleitete Charakter der logischen Strukturen (21'a) und (21'b) wird deutlich, wenn man berücksichtigt, daß das Verhältnis zwischen der Instantiierungsrelation und der Subartenrelation unter anderem durch das in (22) angegebene Postulat geregelt ist.

(22) $\Box\forall$x$\forall$y [x $\leq$ y $\rightarrow$ $\forall$z [z $\triangleright$ x $\rightarrow$ z $\triangleright$ y]]

Angenommen, es gelte analog zu (20a) außerdem folgende Definition des Prädikates „HUND“:

(23) HUND $=_{def}$ λx. x $\triangleright$ hund

Aus (21"), (22), (20a) und (23) ergibt sich dann unmittelbar (21'a) bzw. (21'b).[7]

[6] Diese Feststellungen setzen natürlich eine reichhaltigere Ontologie voraus, als dies in der traditionellen Montague-Semantik üblich ist. Neuere semantische Untersuchungen legen gewöhnlich ein Universum zugrunde, das nicht aus homogenen Entitäten besteht, sondern mannigfaltig strukturiert ist und sich dabei in eine Hierarchie von Subdomänen bzw. ontologischen Sorten von Entitäten gliedert. Nähere Ausführungen hierzu finden sich beispielsweise in Dölling (1995) und Dölling (1997).

[7] Eine Beziehung zu den in Abschnitt 3 diskutierten Strukturen kann man leicht dadurch herstellen, daß folgendes Postulat angenommen wird:

Die vorangehenden Vorschläge haben den Vorzug, daß einerseits damit den Intuitionen über den unterschiedlichen Gehalt von Kopulasätzen entsprochen wird und andererseits zugleich die in der Standardlogik erreichten Resultate bewahrt bleiben. Die ihnen zugrundeliegende Differenzierung zwischen Attributions-, Instantiierungs- und taxonomischen Aussagen ist dabei keineswegs neu, sondern gehört zum Bestand der aristotelischen Tradition der Sprachphilosophie.[8] Im Gefolge einer mengentheoretisch dominierten Sichtweise auf natürlichsprachliche Verhältnisse wurden diese Unterschiede aber nivelliert und gerieten damit nicht nur in der analytischen Sprachphilosophie, sondern auch in der formalen Semantik in den Hintergrund.

Traditionell wird mit Blick auf den zwar sicher markierten, trotzdem aber tolerierten Gebrauch von Sätzen wie (24) noch eine weitere Unterscheidung getroffen.

(24) Dieser Ring ist Gold.

Da solche Sätze zum Ausdruck bringen, aus welchem Material etwas besteht, wird in ihrem Fall davon gesprochen, daß sie eine sogenannte Konstitutionsaussage beinhalten. Auch für Kopulasätze dieser Kategorie lassen sich unter den gegebenen Voraussetzungen logische Strukturen angeben. Für (24) schlage ich folgende semantische Repräsentation vor, wobei das Symbol $\gg_{\mathrm{d}}$ für das Relationsprädikat der Dingkonstitution steht:

(24') $\exists \mathrm{x}\, [\mathrm{x} \triangleright \mathrm{gold} \,\&\, \mathrm{x} \gg_{\mathrm{d}} (\iota \mathrm{y}\, [\mathrm{y} \triangleright \mathrm{ring}])]$

Es stellt sich nun wieder die Frage, woraus denn die bei den Kopulasätzen festgestellten Bedeutungsdifferenzen entspringen. Folgt man der Standardauffassung der Kopula, so ist es naheliegend, die Quelle in einer entsprechend erweiterten Ambiguität von *sein* zu suchen. Demnach wäre zwischen einer Verwendung der Kopula als Ausdruck der Attribution, der Instantiierungsrelation, der taxonomischen Relation und der Konstitutionsrelation zu unterscheiden.[9] Alternativ dazu besteht aber auch die Möglichkeit, für die Kopula weiterhin nur den in (15) angegebenen Eintrag vorzusehen und zur Erklärung der Unterschiede auf andere Mittel zurückzugreifen. Einen Vorschlag, der eine Extension von Partees Rekonstruktion liefert, werde ich im nächsten Abschnitt präsentieren.[10]

7 Semantische Sortenanpassungen

Der nachfolgende Vorschlag hat zur Voraussetzung, daß Ausdrücke nicht nur in semantische Typen, sondern orthogonal dazu auch in semantische Sorten eingeteilt sind, und zwar in Abhängigkeit von der bereits berücksichtigten Gliederung der Entitäten in ontologische Sorten. Seine Grundidee besteht in folgendem: Erstens gibt es neben den von Partee vorgeschlagenen Operationen weitere Typverschiebungsoperationen, die sich nur auf Ausdrücke einer bestimmten semantischen Sorte anwenden lassen. Zweitens existieren analog dazu Operationen, die dazu dienen, die semantische Sorte von Ausdrücken zu verschieben. Drittens stehen auch Operationen zur Verfügung, mit denen zugleich Typ- und Sortenverschiebungen erfolgen

(i) $\Box\forall \mathrm{x}\forall \mathrm{y}\, [\mathrm{x} \triangleright \mathrm{y} \vee \mathrm{x} \leq \mathrm{y} \rightarrow$ „x“ $\rightharpoonup$ „y“$]$
Dabei ist „x“ $\rightharpoonup$ „y“ eine Aussage über die Bedeutung der Terme x und y und damit - im Rahmen der hier vorgetragenen Überlegungen - eine Aussage über die mit diesen Termen repräsentierten Konzepte.

[8] Auf die damit zusammenhängende traditionelle Unterscheidung zwischen essentiellen und kontingenten Bestimmungen sowie deren Reflexion in neueren Semantikuntersuchungen gehe ich später kurz ein.

[9] Siehe beispielsweise Runggaldier (1990, S. 155 ff.).

[10] Vgl. hierzu die Ausführungen in Dölling (1992), Dölling (1993) und Dölling (1995).

können. Wie sich zeigen wird, ist es mit Hilfe solcher Operationen möglich, die vorangehend zugeordneten semantischen Repräsentationen kompositional abzuleiten, ohne daß eine Mehrdeutigkeit der Kopula angenommen werden muß.

Für die Ableitungen werden drei zusätzliche Operatoren benötigt, die in (25a) - (25c) zusammen mit einer Beschreibung der durch sie jeweils realisierten Verschiebungen aufgeführt sind.

(25) (a) **INST**: $\lambda y \lambda x.\ x \triangleright y$ Artterm $\mapsto$ Instanzprädikat
(b) **SUB**: $\lambda y \lambda x.\ x \leq y$ Artterm $\mapsto$ Artprädikat
(c) **KONST**: $\lambda P \lambda x.\ \exists y[P(y) \,\&\, y \gg_d x]$ Stoffprädikat $\mapsto$ Dingprädikat

Die Operatoren sind offensichtlich von ganz unterschiedlicher Art: **INST** verändert sowohl die semantische Sorte als auch den semantischen Typ eines Ausdrucks, **SUB** verändert nur dessen semantischen Typ, und **KONST** schließlich verändert nur die semantische Sorte des fraglichen Ausdrucks.

Abweichend von der Standardsemantik und im Anschluß an Krifka (1995) nehme ich an, daß Appellativa (Allgemeinnamen) in semantischer Hinsicht primär als Terme für die jeweilige Art und damit als Ausdrücke vom Typ e zu behandeln sind. Der Lexikoneintrag für das Appellativum *Philosoph* ist dementsprechend die in (26) angegebene Kombination.

(26) */Philosoph/*; N; philosoph

Erst durch Anwendung eines der Operatoren **INST**, **SUB** oder **ident** auf den als semantische Repräsentation fungierenden Artterm wird das jeweilige Appellativum zu einem Ausdruck des Typs $\langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle$. In Abhängigkeit vom gewählten Operator handelt es sich dabei um ein Prädikat, das sich entweder auf die Instanzen der betreffenden Art oder auf ihre Subarten oder aber auf die Art selbst bezieht. Das Nomen *Philosoph* hat damit die folgenden drei abgeleiteten semantischen Repräsentationen:

(27) (a) $\lambda x.\ x \triangleright$ philosoph (Instanzprädikat)
(b) $\lambda x.\ x \leq$ philosoph (Artprädikat)
(c) $\lambda x.\ x =$ philosoph (Artprädikat)

Außerdem nehme ich an, daß Adjektive wie *weise* oder *müde* lexikalische semantische Repräsentationen vom Typ $\langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle$ haben, aus deren interner Struktur hervorgeht, daß das jeweilige Attribut von Entitäten exemplifiziert werden kann. Als Beispiel sei mit (28) der lexikalische Eintrag für *müde* angegeben.

(28) */müde/*; A; $\lambda x.\ x \triangleleft$ müde

Die kompositionale Ableitung von semantischen Repräsentationen für Kopulasätze wird nachfolgend anhand von (29) - (31) demonstriert.

(29) Sokrates ist ein Philosoph. (= 1)
(30) Der Philosoph ist müde.
(31) Der Stoiker ist ein Philosoph.

Wie bei früheren Beispielen gebe ich jeweils zunächst die syntaktische Struktur des Satzes an und leite dann parallel dazu seine semantische Repräsentation her.

(29') $[_S\ [_{NP}$ Sokrates$][_{VP}\ [_V$ ist$][_{NP}\ [_D$ ein$][_N$ Philosoph$]]]]$

(29") *Sokrates* $\rightsquigarrow$ sokrates
sein $\rightsquigarrow$ $\lambda P \lambda x.\ P(x)$
BE: $\lambda \mathcal{P} \lambda x.\ \mathcal{P}(\lambda y.\ x = y)$
ein $\rightsquigarrow$ $\lambda Q \lambda P.\ \exists z\ [Q(z) \,\&\, P(z)]$
INST: $\lambda y \lambda x.\ x \triangleright y$
Philosoph $\rightsquigarrow$ philosoph

$\Leftrightarrow$(sokrates) [λPλx. P(x) ($\lambda\mathcal{P}\lambda$x. $\mathcal{P}$(λy. x = y) (λQλP. $\exists$z [Q(z) & P(z)] (λx. x $\triangleright$ philosoph)))]
$\Leftrightarrow$(sokrates) [λPλx. P(x) ($\lambda\mathcal{P}\lambda$x. $\mathcal{P}$(λy. x = y) (λP. $\exists$z [z $\triangleright$ philosoph & P(z)]))]
$\Leftrightarrow$(sokrates) [λPλx. P(x) (λx. $\exists$z [z $\triangleright$ philosoph & x = z])]
$\Leftrightarrow$(sokrates) λx. $\exists$z [z $\triangleright$ philosoph & x = z]
$\Leftrightarrow$sokrates $\triangleright$ philosoph

(30') [$_S$ [$_{NP}$ [$_D$ Der][$_N$ Philosoph]][$_{VP}$ [$_V$ ist][$_{AP}$ [$_A$ müde]]]]

(30") *der* $\rightsquigarrow$ λP. ιx [P(x)]
INST: λyλx. x $\triangleright$ y
Philosoph $\rightsquigarrow$ philosoph
sein $\rightsquigarrow$ λPλx. P(x)
müde $\rightsquigarrow$ λx. x$\triangleleft$ müde
$\Leftrightarrow$[λP.ιx [P(x)] (λx. x $\triangleright$ philosoph)] λx. x $\triangleleft$ müde
$\Leftrightarrow$(ιx [x $\triangleright$ philosoph]) λx. x $\triangleleft$ müde
$\Leftrightarrow$(ιx [x $\triangleright$ philosoph]) $\triangleleft$ müde

(31') [$_S$ [$_{NP}$ [$_D$ Der][$_N$ Stoiker]][$_{VP}$ [$_V$ ist][$_{NP}$ [$_D$ ein] [$_N$ Philosoph]]]]

(31") *der* $\rightsquigarrow$ λP. ιx [P(x)]
ident: λyλx. x = y
Stoiker $\rightsquigarrow$ stoiker
sein $\rightsquigarrow$ λPλx. P(x)
BE: $\lambda\mathcal{P}\lambda$x. $\mathcal{P}$(λy. x = y)
ein $\rightsquigarrow$ λQλP. $\exists$z [Q(z) & P(z)]
SUB: λyλx. x $\leq$ y
Philosoph $\rightsquigarrow$ philosoph
$\Leftrightarrow$[λP.ιx [P(x)] (λx. x = stoiker)] [λPλx. P(x) ($\lambda\mathcal{P}\lambda$x. ($\lambda$y. x = y) ($\lambda$Q$\lambda$P. $\exists$z [Q(z) & P(z)] (λx. x $\leq$ philosoph)))
$\Leftrightarrow$[λP.ιx [P(x)] (λx. x = stoiker)] [λPλx. P(x) ($\lambda\mathcal{P}\lambda$x. $\mathcal{P}$(λy. x = y) (λP. $\exists$z [z $\leq$ philosoph & P(z)]))]
$\Leftrightarrow$[λP.ιx [P(x)] (λx. x = stoiker)] [λPλx. P(x) (λx. $\exists$z [z $\leq$ philosoph & x = z])]
$\Leftrightarrow$(ιx [x = stoiker]) λx. $\exists$z [z $\leq$ philosoph & x = z]
$\Leftrightarrow$(ιx [x = stoiker]) $\leq$ philosoph
$\Leftrightarrow$stoiker $\leq$ philosoph

Aus der Darstellung geht hervor, daß die primären semantischen Repräsentationen der vorkommenden Nomina jeweils passend transformiert werden. Dabei wird *Philosoph* in (29) und (30) zu einem Prädikat, das die Menge der konkreten Philosophen denotiert. In (31) dagegen wird das Nomen in ein Prädikat überführt, dessen Extension die Menge der Subarten der Art Philosoph ist, während das Nomen *Stoiker* entsprechend zu einem Prädikat wird, das letztlich die Art der Stoiker identifiziert.

Betrachten wir nun, wie die semantische Repräsentation eines Satzes wie (32) kompositional abgeleitet werden kann.

(32) Dieser Ring ist Gold. (= 24)

Für (32) ergeben sich folgende Strukturen:

(32') [$_S$ [$_{NP}$ [$_D$ Dieser][$_N$ Ring]][$_{VP}$ [$_V$ ist][$_{NP}$ [$_N$ Gold]]]]

(32") *dieser* $\rightsquigarrow$ λP.ιx [P(x)]
INST: λyλx. x $\triangleright$ y

Ring $\rightsquigarrow$ ring
sein $\rightsquigarrow$ λP x.λP(x)
KONST: λPλx. $\exists$y [P(y) & y $\gg_{\mathrm{d}}$ x]
INST: λyλx. x $\triangleright$ y
Gold $\rightsquigarrow$ gold
$\Leftrightarrow$[λP.ιx [P(x)] (λx. x $\triangleright$ ring)]
[λPλx. P(x) (λPλx. $\exists$y [P(y) & y $\gg_{\mathrm{d}}$ x] (λx. x $\triangleright$ gold))]
$\Leftrightarrow$(ιy [y $\triangleright$ ring]) [λPλx. P(x) (λy. $\exists$x [x $\triangleright$ gold & x $\gg_{\mathrm{d}}$ y])]
$\Leftrightarrow$(ιy [y $\triangleright$ ring]) λy. $\exists$x [x $\triangleright$ gold & x $\gg_{\mathrm{d}}$ y]
$\Leftrightarrow$ $\exists$x [x $\triangleright$ gold & x $\gg_{\mathrm{d}}$ (ιy [y $\triangleright$ ring])]

Im gegebenen Fall genügt es nicht, die Nomina *Ring* und *Gold* in Prädikate zu überführen, die entsprechend auf Instanzen der Art Ring bzw. Gold verweisen. Da diese Entitäten unterschiedlichen ontologischen Sorten angehören und eine Kombination der sie bezeichnenden Ausdrücke aus diesem Grund semantisch defekt wäre, muß eine weitere Verschiebung der semantischen Sorte erfolgen. Eine Möglichkeit besteht darin, den Operator **KONST** auf die vorher erzeugte semantische Repräsentation der Nominalphrase *Gold* anzuwenden. Als abgeleitete Repräsentation von *Gold* erhält man dann ein komplexes Prädikat, das sich auf Dinge bezieht, die jeweils durch eine Instanz von Gold konstituiert werden. Dieses Prädikat ist nun seinerseits auf das durch die Subjekt-Nominalphrase denotierte Objekt anwendbar.

Damit ist der Nachweis erbracht worden, daß die hier zugrundegelegte Version der kompositionalen Semantik selbst dann mit nur einem Lexikoneintrag für die Kopula auskommt, wenn eine weitaus differenziertere Analyse der Bedeutung von Kopulasätzen vorgenommen wird, als Partees Rekonstruktion voraussetzt. Rückblickend muß nun allerdings zugleich festgestellt werden, daß dieses Resultat in seinem Wert insofern gemindert ist, als die herangezogenen Mittel nicht unumstritten sind. Problematisch an den neuen Anpassungsoperationen ist unter anderem, daß sie im Unterschied zu den von Partee vorgeschlagenen Operationen nicht typentheoretisch begründet sind, sondern ihre Rechtfertigung in einer in Gestalt von Postulaten formulierten Ontologie finden. Das Prinzip der semantischen Kompositionalität scheint damit dadurch verletzt zu werden, daß die Ausführung dieser Operationen jeweils durch Bedingungen generellen Weltwissens zu lizensieren ist. Hinzu kommt, daß ich für semantische Repräsentationen einen Grad von Bestimmtheit angenommen habe, wie er mit Blick auf die allgemein zu konstatierende sprachliche Flexibilität kaum als typisch angesehen werden kann. So ist es insbesondere fraglich, ob Appellativa wie *Philosoph*, *Dackel* oder *Gold* tatsächlich in ihrer primären Bedeutung auf die betreffenden Arten referieren oder ob sie nicht eher eine lexikalisch unterspezifizierte Bedeutung haben und damit bestimmte kontextuelle Interpretationen zulassen. Diese und weitere Umstände bilden die Gründe dafür, einen alternativen Vorschlag zu präferieren.

8 Semantische Unterspezifikation

In Dölling (1997) schlage ich ein Herangehen vor, welches zwar hinsichtlich des Verständnisses von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen im Grundsatz den früheren Überzeugungen folgt, zugleich aber eine andere Auffassung von der Funktion der Semantik als Schnittstelle zwischen sprachlicher Struktur und Weltwissen beinhaltet. Das von mir entwickelte integrative Interpretationsmodell versteht sich als eine Explikation von Vorstellungen, die unter der Bezeichnung *Zwei-Ebenen-Semantik*

geläufig sind.[11]

Ausgangsidee des integrativen Interpretationsmodells ist, daß der konzeptuelle Gehalt einer sprachlichen Äußerung über mehrere Repräsentationsstufen bestimmt wird, wobei mit jeder Stufe eine fortschreitende Spezifizierung der übermittelten Information erfolgt. Die der phonologischen Form eines Ausdrucks unmittelbar zugeordnete Repräsentation der kontextunabhängigen Bedeutung - seine *semantische Form SF* - unterliegt dem Prinzip der semantischen Kompositionalität. Charakteristisch für diese Stufe der Bedeutungsrepräsentation ist deren radikale Unterspezifikation. Insbesondere besitzen semantische Formen von Ausdrücken gewöhnlich ein bestimmtes Potential der Bedeutungsvariation insofern, als sie verschiedene noch zu fixierende SF-Parameter enthalten. Zwischen drei Arten von semantischer Form SF kann unterschieden werden:
(i) Die *primäre semantische Form* SF_B beinhaltet das Variations- und Fügungspotential der Bedeutung, das ein syntaktisch einfacher oder komplexer Ausdruck ursprünglich hat. Im Falle eines Lexems bildet $\mathrm{SF_B}$ die Grundlage für eine kontextuelle Spezifizierung der Bedeutung der betreffenden lexikalischen Einheit.
(ii) Die *flektierte semantische Form* SF_I wird aus $\mathrm{SF_B}$ durch eine in der semantischen Komposition unter bestimmten Bedingungen obligatorisch auszuführende Operation - eine *SF-Flexion* - abgeleitet und beinhaltet ein gegenüber $\mathrm{SF_B}$ erweitertes Variationspotential der Bedeutung. Operatoren der SF-Flexion - sogenannte *SF-Flexive* - führen dabei in die semantische Repräsentation eines Ausdrucks spezielle SF-Parameter ein.
(iii) Die *typangepaßte semantische Form* SF_C wird aus $\mathrm{SF_B}$ oder $\mathrm{SF_I}$ durch eine in der semantischen Komposition fakultativ auszuführende Operation - eine *SF-Coercion* - abgeleitet und beinhaltet ein gegenüber $\mathrm{SF_B}$ bzw. $\mathrm{SF_I}$ erweitertes Fügungspotential. Operatoren der SF-Coercion sind Typverschiebungsoperatoren im Sinne Partees.

An die Komponente der kompositionalen Ableitung von SF schließt die Komponente ihrer abduktiven Interpretation an.[12] Das für sie formulierte Ziel besteht darin, die semantische Form der jeweiligen Äußerung aus einer Basis von generellem und speziellem Weltwissen deduktiv abzuleiten. Die in einem ersten Schritt erzeugte *parameter-fixierte Struktur PFS* eines Ausdrucks repräsentiert dabei dessen kontextuell-spezifizierte Bedeutung und geht aus seiner SF dadurch hervor, daß alle in SF vorkommenden Parameter durch einen abduktiv lizensierten Wert ersetzt werden.

Unter den gegebenen Bedingungen sind Appellativa Ausdrücke vom Typ $\langle \mathbf{e}, \mathbf{t} \rangle$, deren primäre semantische Form $\mathrm{SF_B}$ bestimmte kontextuelle Spezifizierungen erlaubt. Beispielsweise hat jetzt das Nomen *Philosoph* nicht den in (26), sondern den in (33) aufgeführten Lexikoneintrag.

(33) */Philosoph/*; N; $\mathrm{SF_B}$: λx. x$K_n$philosoph

Das in der $\mathrm{SF_B}$ vorkommende Symbol K_n ist ein SF-Parameter, dessen mögliche Werte das Instanz-von-Prädikat $\triangleright$ und das Subart-von-Prädikat $\leq$ sind. In seiner kontextunabhängigen Bedeutung läßt damit das Nomen offen, ob es sich auf Instanzen oder auf Subarten der Art Philosoph bezieht. Eine Entscheidung darüber fällt erst dann, wenn die SF der jeweiligen Äußerung, die ein Vorkommen von *Philosoph* enthält, abduktiv interpretiert wird. Im Verlaufe dieser Interpretation wird dem Vorkommen eine der in (34) angegebenen möglichen parameter- fixierten Strukturen zugeordnet.

[11] Siehe beispielsweise Lang (1994).
[12] Siehe hierzu die grundsätzlichen Ausführungen in Hobbs et al. (1993).

(34) (a) PFS: λx. x $\triangleright$ philosoph
(b) PFS: λx. x $\leq$ philosoph

Dabei kann die Struktur in (34b) im Zusammenhang mit der Numerusfixierung weiter eingeschränkt werden, so daß sich (35) als eine dritte Möglichkeit der Bedeutungsspezifizierung für *Philosoph* ergibt.

(35) PFS: λx. x = philosoph

Für die Erzeugung von flektierten semantischen Formen SF_I wird unter anderem der in (36) angegebene Operator verwendet.

(36) **sort1**: $\lambda P \lambda x.\ \exists y\ [S_n(x)\ \&\ x R_n y\ \&\ P(y)]$

Im Unterschied zu den in Abschnitt 7 angenommenen Anpassungsoperatoren (siehe (25a) - (25c)) sind SF-Flexive wie **sort1** nicht für spezielle Sorten definiert und enthalten auch keine konkreten inhaltlichen Bestimmungen. Sie sind lediglich gewisse Schemata, die zusätzliche SF-Parameter zur Verfügung stellen und damit weitere Spezifizierungsmöglichkeiten für jene Ausdrücke schaffen, auf deren semantische Repräsentation sie angewandt werden. Beispielsweise hat der in **sort1** vorkommende Parameter S_n ontologische Sorten (wie die Sorte der Stoffinstanzen λx. x $\triangleright$ stoff oder der Dingarten λx. x $\leq$ ding) und der Parameter R_n ontologische Relationen (wie die Relationen der Dingkonstitution $\gg_d$ oder der Instantiierung $\triangleright$) als mögliche Werte. Falls S_n und R_n nicht entsprechend durch ihre Defaultwerte ENTITÄT (als allgemeinstes Sortenprädikat) bzw. = (als allgemeinstes Relationsprädikat) ersetzt werden, führt jede Fixierung durch einen speziellen Wert zu einer Verschiebung in der Interpretation des Ausdrucks, zu dessen flektierter Form SF_I sie gehören.

Zur Illustration betrachten wir ein weiteres Mal Satz (1), hier als (37) wiederholt.

(37) Sokrates ist ein Philosoph. (= 1)

In (37") wird zunächst in einer vereinfachten Form die zu (37') parallel erfolgende kompositionale Ableitung der SF von (37) angegeben.

(37') [$_S$ [$_{NP}$ Sokrates][$_{VP}$ [$_V$ ist] [$_{NP}$ [$_D$ ein][$_N$Philosoph]]]]

(37") *Sokrates* $\rightsquigarrow$ sokrates
sein $\rightsquigarrow$ $\lambda P \lambda x.\ P(x)$
BE: $\lambda \mathcal{P} \lambda x.\ \mathcal{P}(\lambda y.\ x = y)$
ein $\rightsquigarrow$ $\lambda Q \lambda P.\ \exists z\ [Q(z)\ \&\ P(z)]$
sort1: $\lambda P \lambda x.\ \exists y\ [S_1(x)\ \&\ x R_1 y\ \&\ P(y)]$
Philosoph $\rightsquigarrow$ SF_B: λx. x K_1 philosoph
$\Leftrightarrow$(sokrates) $[\lambda P \lambda x.\ P(x)\ (\lambda \mathcal{P} \lambda x.\ \mathcal{P}(\lambda y.\ x = y)\ (\lambda Q \lambda P.\ \exists z\ [Q(z)\ \&\ P(z)]$
$(SF_I$: $\lambda x.\ \exists y\ [S_1(x)\ \&\ x R_1 y\ \&\ y K_1$ philosoph$]))))]$
$\Leftrightarrow$(sokrates) $[\lambda P \lambda x.\ P(x)$
$(SF_B$: $\lambda x.\ \exists y \exists z\ [S_1(y)\ \&\ y R_1 z\ \&\ z \triangleright$ philosoph $\&\ x = z])]$
$\Leftrightarrow \exists y\ [S_1$(sokrates) $\&$ sokrates $R_1 y\ \&\ y K_1$ philosoph$]$

Die für (37) abgeleitete SF liefert uns noch nicht den konzeptuellen Gehalt einer Äußerung des Satzes. Vielmehr handelt es sich bei ihr um eine abstrakte Struktur, die in Abhängigkeit vom Kontext der Äußerung verschiedene Spezifizierungen zuläßt. Insbesondere enthält die SF drei Parameter, für die jeweils ein konkreter Bereich möglicher Werte existiert.

Es gilt nunmehr, eine abduktive Interpretation der vorliegenden Struktur in bezug auf eine verfügbare Wissensbasis vorzunehmen. Dabei geht es im wesentlichen darum, die SF von (37) möglichst ökonomisch aus einer Menge von Aussagen deduktiv abzuleiten, wobei diese Menge zum einen aus bereits vorher akzeptierten

Aussagen und zum anderen aus zusätzlich erforderlichen Hypothesen besteht. Ohne hier auf Details dieser Ableitung eingehen zu können, will ich annehmen, daß folgendes offensichtlich ist: Soweit man weiß, daß Sokrates eine bestimmte Person ist, und außerdem elementare Kenntnisse vom Konzept „Philosoph“ hat, kann abduktiv erschlossen werden, daß S_1, R_1 und K_1 in der gegebenen SF entsprechend für ENTITÄT, = und ▷ stehen. Als PFS von (37) erhält man damit die in (37''') angeführten logischen Strukturen.

(37''') PFS: $\exists y\,[\mathrm{ENTITÄT}(\mathrm{sokrates}) \,\&\, \mathrm{sokrates} = y \,\&\, y \triangleright \mathrm{philosoph}]$
$\Leftrightarrow \mathrm{sokrates} \triangleright \mathrm{philosoph}$

Ein Vergleich mit (29") zeigt, daß wir auf diese Weise für (1) dasselbe Resultat wie dort erzielen, ohne dabei aber die fragwürdigen Annahmen meiner früheren Analyse (Voraussetzung einer semantischen Sorteneinteilung, Einschränkung der Kompositionalität etc.) treffen zu müssen. Analoges gilt für die übrigen Fälle von Kopulasätzen.

Obwohl das integrative Interpretationsmodell gute Chancen hat, als eine adäquate Grundlage für die semantische Theorie von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen zu gelten, zwingen bestimmte Umstände dazu, die den Kopulasätzen zugeordneten Bedeutungsstrukturen nicht als endgültig anzusehen. Es handelt sich dabei um in der Semantikforschung bisher nur unzureichend abgeklärte Fragen, die an das Verständnis der Kopula als Träger des Tempus bzw. an das von Kopulasätzen als Zustandsbeschreibungen geknüpft sind.

9 Offene Probleme

Im Anschluß an Davidson (1967) hat sich in den letzten Jahren die Überzeugung verbreitet, daß Sätze, die als Ereignisbeschreibungen im weitesten Sinne verstanden werden können, semantische Repräsentationen haben, in denen eine existentielle Quantifikation über Ereignisse (oder Situationen) erfolgt. Die involvierten Verben und ihre syntaktischen Projektionen weisen demnach normalerweise nicht die ihnen in der Standardsemantik zugeschriebene Bedeutungsstruktur auf. Vielmehr wird davon ausgegangen, daß sie eine spezielle semantische Argumentposition haben, die sich auf Ereignisse (resp. Situationen) bezieht, für die es aber kein Korrelat in der syntaktischen Argumentstruktur des Verbs gibt. Die Motivation für ein solches ereignis- oder situationsbasiertes Herangehen ergibt sich vor allem aus der damit gegebenen Möglichkeit, Probleme der Semantik der adverbialen Modifikation, der anaphorischen Bindung, der Nominalisierung von Verben sowie der adverbialen Quantifikation auf eine einfache und elegante Weise zu lösen. Inzwischen gibt es mehrere konkurrierende Ansätze dieser Art von Analyse; die bekanntesten unter ihnen sind die Davidsonsche und die neo-Davidsonsche Version der Ereignissemantik. Dabei ist allen Ansätzen gemeinsam, daß die zugrundegelegte Ontologie insofern erweitert ist, als jetzt auch Ereignisse, Situationen, Zustände u.ä. als weitere Sorten von Entitäten aufgefaßt werden.[13]

Diese Neuorientierung in der Semantik provoziert notwendigerweise auch eine Reihe von Fragen mit Blick auf die Behandlung von Kopulasätzen. Sollen jetzt als deren semantische Repräsentationen entsprechend logische Strukturen angenommen werden, die eine Existenzquantifikation über Zustände beinhalten? Soll dabei

[13] Ein konziser Überblick über Problemstellungen und Varianten der situationsbasierten Analyse wird in Wilensky (1991) gegeben. Siehe hierzu auch Moore (1989).

mit beliebigen Kopulasätzen gleich verfahren werden, oder gibt es wesentliche Bedeutungsdifferenzen zwischen ihnen, die dies ausschließen? Und endlich: Welche Konsequenzen ergeben sich hieraus für die Semantik der Kopula? Kann das oben erzielte Ergebnis eines einheitlichen Lexikoneintrags für die Kopula *sein* beibehalten werden? Oder, falls sich Modifikationen als erforderlich erweisen sollten, muß dann doch wieder auf die Standardauffassung zurückgegriffen werden, wonach die Kopula mehrdeutig ist? Auf diese und weitere Fragen werden gegenwärtig sehr unterschiedliche Antworten gegeben. Nur auf einige von ihnen kann ich hier eingehen.

Insbesondere in Parsons (1990) wie auch in Parsons (1995) wird im Rahmen einer neo-Davidsonschen Analyse dezidiert für ein zustandsbasiertes Herangehen an Kopulasätze argumentiert. Parsons schlägt vor, einen Satz, dessen Prädikativposition durch ein Adjektiv besetzt ist, im Sinne einer Aussage über einen Zustand derjenigen Entität zu verstehen, die mit der jeweiligen Subjekt-Nominalphrase denotiert wird. So besagt (38), daß Fido in einem Zustand des Krankseins ist.

(38) Fido ist krank.

Die für (38) angegebene semantische Repräsentation (38') enthält deshalb eine existentiell abgebundene Variable s derart, daß zwischen s und Fido die thematische IN-Relation besteht und s ein Zustand des Krankseins ist.

(38') $\exists$s [IN(s, fido) & s IST_EIN_ZUSTAND_DES_KRANKSEINS]

Selbst für Sätze, die wie (39) mit einer indefiniten Nominalphrase als Prädikativ ausgestattet sind, wird die Möglichkeit einer zustandsbasierten Analyse nicht ausgeschlossen.

(39) Fido ist ein Hund.

Als semantische Repräsentation von (39) kann nach Parsons die logische Struktur (39') angesehen werden.

(39') $\exists$s [IN(s, fido) & s IST_EIN_ZUSTAND_DES_HUNDSEINS]

Auch hier befindet sich demnach Fido in einem bestimmten Zustand, eben dem Zustand des Hundseins.

Parsons selbst räumt ein, daß es für eine solche Sicht auf Kopulasätze deutlich weniger Evidenz gibt als für das entsprechende Verständnis von Ereignissätzen. Mehr noch: Die Tatsache, daß Kopula-Prädikativ-Konstruktionen nur in einem beschränkten Maße adverbiell modifizierbar sind, läßt Zweifel an der Notwendigkeit dieser - die semantische Repräsentation komplexer gestaltenden - Betrachtungsweise entstehen. Bei Kopulasätzen wie (39) kommt hinzu, daß es intuitiv wenig überzeugend erscheint, in solchen Fällen von Zuständen der betreffenden Subjekte zu sprechen. Dennoch lassen sich einige stützende Argumente anführen. Für das zustandsbasierte Herangehen spricht offensichtlich nicht nur, daß dadurch eine prinzipiell einheitliche semantische Behandlung beliebiger Sätze erreicht wird, was insbesondere für die Analyse von Textzusammenhängen bedeutsam ist. Es ist jetzt auch möglich, die für Kopulasätze zugelassenen temporalen Modifikationen sowie die an die finite Verbform von *sein* gebundenen und von uns bisher vernachlässigten Tempusinformationen angemessen zu berücksichtigen. Dies läßt sich beispielsweise aus der für Satz (40) angegebenen semantischen Repräsentation (40') entnehmen (wobei $<$ eine Ordnungsrelation auf Zeitintervallen und τ eine Funktion ist, die einem Zustand jenes Zeitintervall zuordnet, zu dem er besteht).

(40) Fido war drei Stunden lang wütend.

(40') $\exists$s [IN(s, fido) & s IST_E._Z._D._WÜTENDSEINS & τ(s) $<$ jetzt & τ(s) = 3h]

Am wenigsten überzeugt an Parsons' Konzeption, daß die semantische Binnenstruktur von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen unanalysiert bleibt. So fehlt

jeglicher Hinweis darauf, welche Bedeutungsrepräsentation die Kopula hat und auf welche Weise ausgehend davon die Repräsentation ihrer syntaktischen Verknüpfung mit dem Prädikativ kompositional zustandekommt. Stattdessen werden die komplexen Zustandsprädikate, wie sie etwa in (38') - (40') vorkommen, einfach nur postuliert. Offensichtlich nimmt Parsons an, daß Kopula-Prädikativ-Konstruktionen ihr Zustandsargument vom jeweiligen Prädikativ übernehmen. Die dazu erforderliche Voraussetzung, wonach beliebige Adjektive und möglicherweise auch Appellativa in ihrer lexikalisch-semantischen Repräsentation eine Zustandsvariable enthalten, bedarf aber einer eigenen Rechtfertigung.

Während Parsons dafür plädiert, die an Ereignissätzen erprobte neo-Davidsonsche Analyse auf Kopulasätze auszudehnen, wird in Bierwisch (1988) ein anderer Weg beschritten. Auch nach Bierwischs Auffassung drücken Kopulasätze eine existentielle Quantifikation über Zustände (als Ereignisse im weiteren Sinne) aus. Diese werden nun aber anders als bei Parsons verstanden. Für Bierwisch sind Zustände nicht Entitäten, die den jeweiligen Subjekten ‚zukommen'. Vielmehr stellen sie ganzheitliche Instantiierungen jener Propositionen dar, auf die in der Standardsemantik der Inhalt der betreffenden Kopulasätze gerade reduziert wird.[14] Unter Verwendung von INST als Relationsprädikat der Instantiierung werden deshalb für Sätze wie (38) und (39) entsprechend folgende semantischen Repräsentationen vorgeschlagen:

(38") $\exists$s [s INST (KRANK(fido))]
(39") $\exists$s [s INST (HUND(fido))]

Demnach besagt (38), daß es einen (Welt-)Zustand gibt, der die Propositon KRANK(fido) instantiiert; gemäß (39) existiert entsprechend ein (Welt-)Zustand, der eine Instantiierung von HUND(fido) ist.

Ein Vorzug von Bierwischs Herangehen ist, daß es im Unterschied zu den vorangehend diskutierten Überlegungen eine kompositionale Behandlung der Semantik von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen einschließt. Für die Kopula sieht Bierwisch einheitlich den in (41) angeführten lexikalischen Eintrag vor.

(41) */sein/*; V; λPλxλs. s INST (P(x))

Wie aus der semantischen Repräsentation hervorgeht, wird damit die Zustandsvariable nicht schon als Teil der Repräsentation des jeweiligen Prädikativs vorausgesetzt, sondern erst durch die Kopula eingebracht. Fragwürdige Annahmen hinsichtlich der lexikalischen semantischen Struktur von Nomina und Adjektiven müssen deshalb nicht gemacht werden.

Aber auch bei der vorliegenden Konzeption bleiben zahlreiche Fragen unbeantwortet. Diese hängen dabei weniger mit dem Umstand zusammen, daß der Gehalt von Prädikativen nunmehr erneut im Sinne der Standardsemantik einfach durch Prädikatkonstanten repräsentiert wird. Die in Abschnitt 8 vorgeschlagenen Mittel einer differenzierteren Interpretation von Kopulasätzen lassen sich ohne größere Schwierigkeiten in den gegebenen Rahmen einpassen. Gravierendere Probleme ergeben sich in anderer Hinsicht. So bleibt der ontologische Status von Zuständen gegenüber Ereignissen im eigentlichen Sinne unbestimmt. Wie bei Parsons wird nicht explizit berücksichtigt, daß Kopula-Prädikativ-Konstruktionen zwar temporale, im Unterschied zu den meisten anderen Verbalphrasen aber keine lokalen oder modalen Modifikationen zulassen. Beispielsweise ist ein Satz wie (42a) völlig akzeptabel, während die Akzeptabilität eines Satzes wie (42b), falls *im Garten* nicht

[14] Es sei an dieser Stelle lediglich angemerkt, daß Bierwisch nicht nur Kopulasätze, sondern - anknüpfend an Ideen von Reichenbach - beliebige Sätze auf diese Weise analysiert. Ebensowenig wie im Falle der anderen Herangehen kann hier eine generelle Bewertung dieser Sichtweise vorgenommen werden.

als VP-externes Adjunkt verwendet wird, mehr als fraglich erscheint.

(42) (a) Fido wütete im Garten.
(b) ??Fido war im Garten wütend.

Problematisch ist weiterhin, daß sich sowohl Sätze wie (43a) oder (43b) als auch Sätze wie (44a) - (44c) unterschiedslos auf Zustände beziehen sollen.

(43) (a) Fido ist hungrig.
(b) Fido ist im Garten.

(44) (a) Sokrates ist berühmt.
(b) Athen ist eine Stadt.
(c) 3 ist eine Primzahl.

Offensichtlich beschreiben (43a) und (43b) jeweils nur einen temporären Zustand; beide beinhalten in diesem Sinne lediglich kontingente Bestimmungen von Fido. Anders verhält es sich aber im Falle von (44a) - (44c). Intuitiv drücken diese Sätze Bestimmungen aus, die für die betreffenden Entitäten - wenn auch vielleicht in einem unterschiedlichen Grade - essentiell oder charakteristisch sind.

Der vorangehend angesprochene Unterschied wird in der formalen Semantik zumeist an einer Differenzierung zwischen sogenannten Stadien- und Individuenprädikaten festgemacht. In neuerer Zeit werden dabei die Diskussionen vor allem durch die in Kratzer (1989) formulierten Vorschläge bestimmt. Bemerkenswerte Überlegungen in dieser Richtung sind jüngst durch Chierchia (1995) vorgetragen worden. Trotzdem ist bisher eine wirklich überzeugende Lösung für die hier nur angedeutete Problematik kaum abzusehen. Nicht zuletzt aus diesem Grund läßt auch eine vorläufig abschließende Klärung der Semantik von Kopula-Prädikativ-Konstruktionen noch auf sich warten. Ebensowenig wie bei den früher behandelten Problemen ist aber davon auszugehen, daß sich hinter den Bedeutungsunterschieden einfach verschiedene Funktionen der Kopula verbergen.

In meinem Beitrag habe ich gezeigt, daß Kopulasätze eine detailliertere Analyse erfordern, als gemeinhin angenommen wird. Dabei hat sich die semantische Standardauffassung der Kopula aus verschiedenen Gründen als revisonsbedürftig erwiesen. Es ist dafür argumentiert worden, daß die mit Kopulasätzen verbundene Vielfalt an ausgedrückten Sachverhalten erfaßt werden kann, ohne der Wortform *sein* eine Vielzahl von Bedeutungen aufzubürden. Insgesamt hoffe ich, damit demonstriert zu haben, daß die Annahme von der Ambiguität der Kopula wohl kaum durch sprachliche Daten gestützt sein dürfte.

Literatur

Bierwisch, M.: On the Grammar of Local Prepositions. In: M. Bierwisch; W. Motsch; I. Zimmermann (Hrsg.): *Syntax, Semantik und Lexikon.* Berlin 1988, 1-65.

Chierchia, G.: Individual-level Predicates as Inherent Generics. In: G. Carlson; J. Pelletier (eds.): *The Generic Book.* Chicago 1995, 176-223.

Davidson, D.: The Logical Form of Action Sentences. In: N. Rescher (ed.): *The Logic of Decision and Action.* Pittsburgh 1967.

Dowty, D.: *Word Meaning and Montague Grammar.* Dordrecht 1979.

Dölling, J.: Flexible Interpretation durch Sortenverschiebung. In: I. Zimmermann; A. Strigin (Hrsg.): *Fügungspotenzen.* Berlin 1992, 23-62.

Dölling, J.: Ontological Domains and Shifting of Semantic Sorts. In: N. Guarino; R. Poli (eds.): *Proceedings of the International Workshop on Formal Ontology in Conceptual Analysis and Knowledge Representation.* Ladseb-CNR-Institute

for Systems Theory and Biomedical Engineering of the Italian National Research Council, Report 01/93, Padova 1993, 195-204.

Dölling, J.: Ontological Domains, Semantic Sorts and Systematic Ambiguity. *International Journal of Human-Computer Studies* 43 (1995), 785-807.

Dölling, J.: Semantic Form and Abductive Fixation of Parameters. In: R. van der Sandt; R. Bluter; M. Bierwisch (eds.): *From Underspecification to Interpretation. Working Papers of the Institut for Logic and Linguistics.* IBM Deutschland. Heidelberg 1997, 113-138.

Hintikka, J.: „Is", Semantical Games and Semantical Relativity. *Journal of Philosophical Logic*, 8 (1979), 433-468.

Hobbs, J.; Stickel, M.; Appelt, D.; Martin, P.: Interpretation as Abduction. *Artificial Intelligence*, 63 (1993), 69-142.

Kratzer, A.: Stage-level and Individual-level Predicates. In: *Papers on Quantification.* NSF Grant Report, University of Massachusetts, Amherst 1989.

Krifka, M.: Common Nouns: A Contrastive Analysis of Chinese and English. In: G. Carlson; J. Pelletier (eds.): *The Generic Book.* Chicago 1995, 398- 411.

Lang, E.: Semantische vs. konzeptuelle Struktur: Unterscheidung und Überschneidung. In: M. Schwarz (Hrsg.): *Kognitive Semantik / Cognitive Semantics. Ergebnisse, Probleme, Perspektiven.* Tübingen 1994, 25-41.

Montague, R.: The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English. In: J. Hintikka et al. (eds.): *Approaches to Natural Language.* Dordrecht 1973, 221-242.

Moore, R.: Events, Situations and Adverbs. In: J. P. Martins; E. M. Morgado (eds.): *Proceedings of the 4th Portuguese Conference on Artificial Intelligence.* Berlin 1989.

Parsons, T.: *Events in the Semantics of English. A Study in Subatomic Semantics.* Cambridge 1990.

Parsons, T.: Thematic Relations and Arguments. *Linguistic Inquiry*, 26 (1995), 635-662.

Partee, B.: Syntactic Categories and Semantic Types. In: M. Rosner; R. Johnson (eds.): *Computational Linguistics and Formal Semantics.* Cambridge 1992, 97-126.

Runggaldier, E.: *Analytische Sprachphilosophie.* Stuttgart 1990.

Schubert, L. K.; Hwang, C. H.: An Episodic Knowledge Representation for Narrative Texts. In: R. J. Brachman; H. J. Levesque; R. Reiter (eds.): *Proceedings of the First International Conference on Principles of Knowledge Representiation and Reasoning.* San Mateo 1989, 444-458.

Sinowjew, A.; Wessel, H.: *Logische Sprachregeln.* Berlin 1975.

Wessel, H.: *Logik und Philosophie.* Berlin 1976.

Wilensky, R.: Sentences, Situations, and Propositions. In: J. Sowa (ed.): *Principles of Semantic Networks. Explorations in the Representation of Knowledge.* San Mateo 1991, 191-227.

ANDRÉ FUHRMANN

DAS SCHÖNE UND DAS UNSCHÖNE

Etwas über Horst Wessels Prädikationstheorie zu seinem 60. Geburtstag

Die philosophische Logik hatte im östlichen Teil Deutschlands eine bemerkenswerte Tradition. Sie war das einzige Teilgebiet der systematischen Philosophie, dem es gelang, sich von ideologischen Zumutungen freizuhalten. Ihre Vertreter orientierten sich an international gültigen Maßstäben, trotz des dreifachen Handicaps, in westlichen Zeitschriften kaum publizieren zu können, nur beschränkt Zugang zu westlicher Literatur und kaum Reisemöglichkeiten zu haben. So wurden dort in erzwungener Unabhängigkeit von der Mainstream-Forschung im angelsächsischen Sprachbereich oft wichtige Ideen und Theorien in kleinstem Kreise selbst entwickelt und enthusiastisch diskutiert. Nach der Wende gab es Hoffnung, daß mit Hilfe der ostdeutschen Logiker die philosophische Logik im vereinten Deutschland bald an Bedeutung gewinnen würde.

Sechs Jahre nach der Einigung steht die Logik in der deutschen Philosophie, zumal in den „neuen“ Ländern, schlechter da als zuvor: sie wurde oder wird aus den philosophischen Instituten verabschiedet. Daß sie das nicht verdient hat, zeigt sich exemplarisch im Werk von Horst Wessel.

So umfaßt z.B. seine *Logik* (1986) weit mehr, als man heute gemeinhin unter diesem Titel erwarten würde. Neben einer Darstellung der modernen Aussagen- und Quantorenlogik enthält sie ferner

– eine sprachphilosophische Fundierung der Logik;

– eine Bestimmung des Verhältnisses der Logik zu anderen philosophischen Disziplinen;

– eine kritische Prüfung aller Aspekte des Aufbaus der klassischen und intuitionitischen Logik;

– eine Vielzahl nichtklassischer Alternativen zu solchen Aspekten der klassischen oder intuitionistischen Logik, gegen die Bedenken vorgebracht werden;

– eine Darstellung logischer Methoden in der Wissenschaftstheorie.

Es wäre schon eine beachtliche und dankenswerte Leistung, wenn all dies in der Form eines Berichts geschähe: „X behauptet ... Dagegen gibt Y zu bedenken ...“. Aber so etwas ist Horst Wessels Sache nicht: Er ist ein Selbstdenker. In seiner *Logik* – wie in Wessels anderen Arbeiten – spricht auf unverwechselbare Weise der Autor selbst. Deshalb ist Wessels Logik nicht nur eine Darstellung des Kanons der modernen Logik, sondern auch ein eigenständiges – und oft recht eigenwilliges – philosophisches Werk. Darin gibt es nicht nur Stoff zum Lernen, sondern auch und vor allem Stoff zur Auseinandersetzung. Als Beispiel wähle ich hier ein kurzes, zwölf Seiten umfassendes Kapitel über Prädikationstheorie.

1 Wessels nichttraditionelle Prädikationstheorie

In der traditionellen Logik wird unterschieden zwischen dem Absprechen einer Eigenschaft F und dem Zusprechen einer korrespondierenden negativen Eigenschaft $\overline{F}$. So führt Kant in seiner Urteilstafel (unter dem Titel der „Qualität“ eines Urteils) neben „bejahenden“ auch „verneinende“ (eine Eigenschaft absprechende) und „unendliche“ (eine negative Eigenschaft zusprechende) Urteile auf. Es handelt sich dabei um keine Erfindung Kants, sondern um eine in der Logik des 18. Jahrhunderts (und wohl schon früher) bereits Allgemeingut gewordene Unterscheidung. (Kants Ausführungen zu diesem Teil der Urteilstafel haben unmittelbare Entsprechungen in den Logiken Wolffs (*Logica*, 1728, §212) und Reimarus' (*Vernunftlehre*, 1756, §151), welche Kants Logik-Vorlesungen als Vorlage dienten.) Zu Kants Zeiten war die Unterscheidung ein fester Bestandteil der traditionellen Urteils- oder Prädikationstheorie, welche einerseits auf der Begriffslehre beruhte, andererseits der traditionellen Logik im engeren Sinne, der Lehre vom Schluß, methodisch vorgeordnet war. Wohl kein Teil der traditionellen Logik wurde in der modernen Logik, vor allem aber in den Arbeiten Freges, einer so gründlichen und im Resultat vernichtenden Kritik unterzogen, wie die traditionelle Prädikationstheorie. Mit ihr verschwand auch – bis auf wenige Ausnahmen – die Unterscheidung zwischen absprechender und zusprechender Negation. Versuche einer Rehabilitation hat es erst in neuerer Zeit gegeben, z.B. im Werk Richard Routleys und zeitgleich, aber unabhängig – in einigen Arbeiten Horst Wessels.

Allgemein gesprochen wird man zwischen dem Absprechen von F und dem Zusprechen von $\overline{F}$ immer dann unterscheiden wollen, wenn man die Möglichkeit einräumen möchte, daß etwas weder die Eigenschaft F noch die Eigenschaft $\overline{F}$ hat. Beispiel (Wessel):

(1) Der Mond ist ehrlich.
Man möchte den Satz verneinen. Aber da gibt es zwei Möglichkeiten:
(2) Der Mond ist nicht ehrlich, d.h., er ist unehrlich.
(3) Es ist nicht der Fall, daß der Mond ehrlich ist.

In einem guten, vortheoretischen Sinne ist (2) genauso falsch wie (1). Aber (2) läßt sich nicht durch (3) wiedergeben, denn (3) ist wahr. Also muß man zwischen einer *internen*, zusprechenden (2) und einer *externen*, absprechenden Negation (3) unterscheiden. Die moderne, mittlerweile selbst „traditionelle“ Logik in der Nachfolge von Boole und Frege kennt aber nur die externe Negation. In dieser Hinsicht ist die traditionelle (= moderne) Logik also unzureichend und bedarf der Ergänzung durch eine „nichttraditionelle“ Komponente (tatsächlich im Rückgriff auf eine viel ältere Tradition der Logik, wie eingangs bemerkt): Die Boolesche Satznegation („externe“ Negation) muß durch eine *Prädikatnegation* („interne“ Negation) ergänzt werden. So der Gedankengang, der Wessel zur nichttraditionellen Prädikationstheorie (NT) führt.

Das Wesentliche der NT ist schnell erklärt. Man nehme eine prädikatenlogische Sprache und füge eine Operation $^-$ hinzu, welche Prädikatsymbole in Prädikatsymbole abbildet. Intuitiv soll $^-$ eine Operation bedeuten, die eine Eigenschaft in die dazugehörige negative Eigenschaft überträgt: ehrlich, unehrlich; farbig, farblos; rot, nichtrot; schön, unschön; fein, unfein; traditionell, nichttraditionell usw. Ein Ausdruck wie $\sim Fa \wedge \sim \overline{F}a$ drückt dann den Sachverhalt aus, daß weder die Eigenschaft F noch die Eigenschaft $\overline{F}$ auf den Gegenstand a zutrifft, daß also z.B. der Mond weder ehrlich (F) noch unehrlich ($\overline{F}$) ist. (Die externe Negation bezeichnen wie hier mit '$\sim$'.)

Wessel bietet auch eine Semantik für diese erweiterte prädikatenlogische Sprache an. Allerdings tut er dies, indem er direkt Regeln für die Verteilung von Wahrheitswerten über einfache Aussagen und deren interne Negationen angibt (S. 181 f.; alle Seitenangaben beziehen sich auf Wessel (1986)).

Das ist zwar direkt, legt aber ein Mißverständnis nahe, dem der Verfasser selbst einmal erlegen ist. Man könnte nämlich denken, daß es in der NT gar nicht um Prädikation geht, d.h., daß das Wesentliche der NT sich darstellen läßt, ohne daß man sich auf die Prädikat-Subjekt-Strukur von Aussagen beziehen müßte. Eigentlich, so könnte man denken, geht es doch nur um eine aussagenlogische Sprache, die um eine weitere Art von Negation erweitert ist – nur soll eben die Einschränkung gelten, daß die neue, interne Negation allein vor einfachen, nie vor komplexen Aussagen stehen darf. (Ohne diese Einschränkung wären wir in der Nachbarschaft eines System, wie es z.B. D. Nelson (1949) in seinen Untersuchungen über konstruktive Falschheit vorgeschlagen hat.) Mein Versuch, Horst Wessel davon zu überzeugen, daß diese syntaktische Einschränkung unmotiviert sei, war völlig erfolglos. Das lag zum einen an dem Ort des Versuchs (ein feuchter Klosterkeller), zum anderen aber auch daran, daß ich Wessels Semantik der NT falsch interpretierte und merkwürdig blind war gegen die sprachphilosophische Grundierung seiner logischen Arbeiten.

Eine Semantik, die das gerade erwähnte Mißverständnis weniger einläd, könnte so aussehen: Wir erweitern die übliche (Tarski-)Semantik für eine prädikatenlogische Sprache um eine prädikatbildende Operation * (die *Konträroperation*). Nehmen wir der Einfachheit halber an, daß die Konträroperation so definiert sei, daß für *jedes* Prädikat P (Menge von n-Tupel über der Grundmenge), P und P^* zwei *disjunkte* Mengen sind. (Wir kommen gleich auf die für Wessels NT nötige Verfeinerung zurück.) Die Idee, daß die semantische Operation * der syntaktischen Operation $\overline{\ }$ entsprechen soll, drücken wir so aus:

(*) Eine Variablenbelegung h in einem Modell $\mathcal{M}$ erfüllt eine Formel der Gestalt $\overline{F}(t_1, \ldots, t_n)$ genau dann, wenn $\langle t_1^{\mathcal{M}h}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}h}\rangle \in (F^{\mathcal{M}})^*$.

($t^{\mathcal{M}h}$ sei die Bedeutung des Terms t in $\mathcal{M}$ unter h; $F^{\mathcal{M}}$ die Bedeutung von F in $\mathcal{M}$.) Es ist leicht zu sehen, daß das Schema

(nt) $\overline{F}(t_1, \ldots, t_n) \rightarrow\sim F(t_1, \ldots, t_n)$

in dieser semantischen Theorie gültig ist.

Um zu zeigen, daß das Schema (nt) die NT vollständig charakterisiert, bedarf es einer kleinen Verfeinerung der Theorie. Denn man beachte, daß (*) nur die Interpretation von $\overline{\ }$, wenn angewandt auf (elementare) Prädikatsymbole, regelt. Die Konträroperation war aber gerade (vereinfacht) für *beliebige* Prädikate definiert worden. Diese Unstimmigkeit zwischen der eingeschränkten Regelung (*) und dem uneingeschränkten Definitionsbereich von $\overline{\ }$ verhindert die übliche Henkin-Konstruktion von Modellen. Die Unstimmigkeit verschwindet natürlich, wenn (*) erweitert wird für beliebige Sätze. Aber das wäre nicht in Wessels Sinn (und durch (nt) auch nicht mehr vollständig beschrieben).

Eher in Wessels Sinn ist die Definition (wenn auch nicht der Name) eines *Wessel-Modells* (für eine bestimmte prädikatenlogische Sprache), welches wie ein Tarski-Modell ist, aber neben seiner Trägermenge M noch mit einer primitiven Menge $W \subseteq 2^{\mathcal{M}}$ ausgestattet ist derart, daß die Interpretation der Prädikatsymbole der betreffenden Sprache nur Elemente aus W wählt. Die Konträroperation bildet nicht (wie oben) beliebige Teilmengen von M in jeweils disjunkte Teilmengen von M ab, sondern nimmt ihre Argumente nur aus dem Bereich W, d.h., intuitiv gesprochen, aus dem Bereich möglicher Bedeutungen einfacher Prädikatausdrücke.

Wessel-Modelle erlauben nicht nur, die Vollständigkeit von NT durch eine einfache Henkin-Konstruktion nachzuweisen, sie laden auch ein zu philosophischen

Interpretationen. In einem Tarski-Modell sind alle Teilmengen der Trägermenge gleich. In einem Wessel-Modell sind bestimmte Teilmengen ausgezeichnet. Die ausgezeichneten Teilmengen können interpretiert werden als Repräsentanten *natürlicher* Eigenschaften (etwa im Sinne von Lewis (1986)). Um ein Wessel-Modell zu beschreiben, bedarf es einer Sprache, die die Natur an ihren Gelenken zerschneidet („cutting nature at its joints"), einer Sprache, die Prädikatausdrücke zur Verfügung stellt, welche direkt auf natürliche Eigenschaften zugreift. Dies entspricht durchaus Wessels Philosophie der Logik, welche nach meinem Eindruck vor allem durch zwei Momente charakterisiert ist: einem tiefen, gleichwohl nicht unkritischen Respekt für die Leistungen der modernen Wissenschaft und der These, daß Wissenschaft zuallererst ein sprachliches Phänomen ist. Daraus leitet sich das Programm ab, Logik durch Abstraktion aus der Wissenschaftssprache zu gewinnen. Die Wissenschaftssprache, als Datum des Logikers, ist aber zunächst ein Objekt empirischer Beobachtung. Zu diesen Beobachtungen gehört, daß die Konträroperation in der Sprache offenbar immer nur auf Ausdrücke angewandt wird, die sich auf natürliche Eigenschaften (relativ zu einer Theorie) beziehen. Insbesondere in der Wissenschaftssprache scheint es keinen Bedarf für die interne Negation beliebiger Eigenschaften zu geben.

Die Erweiterung der Prädikatnegation zu einer besonderen Art von Satznegation (wie in den Arbeiten Nelsons) ist zwar in bestimmtem Sinne harmlos, aber durch keine Daten aus dem Sprachgebrauch gedeckt; sie mag zur Vereinfachung des Formalismus führen, dient aber keinem erkennbaren außerlogischen Zweck. Eine ursprünglich klar motivierte logische Theorie würde so zu einem leerlaufenden Formalismus erweitert – was zu vermeiden ist.

2 NT für Traditionalisten

Die gerade skizzierte Semantik der NT macht auf ihre Weise sehr deutlich, worin der Unterschied zwischen interner und externer Negation besteht. Während die externe Negation auf das Komplement eines Prädikats abbildet, ist die interne Negation „schwächer": sie bildet nur auf ein disjunktes („konträres") Prädikat ab und läßt so die Möglichkeit offen, daß ein Gegenstand weder eine bestimmte Eigenschaft noch die dazugehörige konträre Eigenschaft hat. Es gibt die Ehrlichen und die Unehrlichen, die Schönen und die Unschönen, die Feinen und die Unfeinen – und es gibt die, die weder das eine noch das andere sind.

Spätestens an dieser Stelle werden Traditionalisten ein Verständnisproblem haben: Der Zusammenhang zwischen (externer) Negation und der Komplementäroperation ist ihnen – wie jedem – offensichtlich. Aber, so fragen sie sich, was hat die Konträroperation * mit einer Negation zu tun? Es gibt viele disjunkte Eigenschaften, ohne daß man auf die Idee kommen würde, die eine als Negation der anderen aufzufassen. Tafeln und Stühle, Häuser und Bäume sind disjunkte Prädikate. Was ist Besonderes an den Schönen und den Unschönen, den Ehrlichen und den Unehrlichen, daß man sie als Paare auffassen soll, die durch das Band einer irgendwie verstandenen Negation zusammengehalten werden? Ist es die bloße Tatsache, daß die Vorsilben „un-" oder „nicht-" verwendet werden, um aus der Bezeichnung der einen Eigenschaft eine Bezeichnung der anderen Eigenschaft zu gewinnen? Tappt man da nicht ins Fliegenglas der Sprache? Scheffelt Scheffler Geld, nur weil er 'Scheffler' heißt? Zu jedem Prädikat gibt es eine Familie disjunkter Prädikate. Unter diesen soll eines durch die Konträroperation ausgezeichnet werden. Worin besteht diese Auszeichnung?

Die gerade skizzierte Semantik gibt auf diese Frage keine direkte Antwort.

Die kritische Frage gewinnt noch an Schärfe durch die Beobachtung, daß wichtige formale Eigenschaften der Negation für die Konträroperation in Wessel-Modellen nicht gültig sind. So kann von $\overline{\overline{F}}a$ nicht auf Fa und auch nicht umgekehrt geschlossen werden. In Wessel-Modellen gilt eben nicht $x^{**} = x$, da das Konträre einer natürlichen Eigenschaft selbst keine natürliche Eigenschaft sein muß und also außerhalb des Definitionsbereichs der Konträroperation liegen kann.

Eine Antwort auf die kritische Frage muß einerseits auf dem Unterschied zwischen Konträr- und Komplementäroperation bestehen, andererseits aber einen systematischen Zusammenhang zwischen konträren und komplementären Eigenschaften aufzeigen, einen Zusammenhang, der es erlaubt, in einem guten (der Traditionalist wird sagen wollen: abgeleiteten) Sinn von Negation zu sprechen. In den Schriften von Wessel findet sich ein solcher Zusammenhang nicht allgemein entwickelt, aber seine Beispiele (S. 178 f.) deuten ihn sehr wohl an.

(1) Der Mond. Weder ist der Mond ehrlich, noch ist er unehrlich. Der Mond ist einfach kein geeigneter Gegenstand für die Eigenschaft, ehrlich oder unehrlich zu sein. Wessel sagt, Prädikatausdrücke wie „ehrlich“ und „unehrlich“ seien auf den Mond *nicht anwendbar*.

Traditionalisten verstehen das so: Zu jedem Prädikat P gibt es einen für P geeigneten Bereich von Gegenständen. Wenn ein Gegenstand außerhalb dieses Bereichs liegt, dann trifft auf ihn weder P noch das Komplement von P *relativ zu diesem Bereich* zu. Die zu P konträre Eigenschaft (die nichttraditionelle Negation von P) ist das Komplement von P (die traditionelle Negation) relativ zu diesem Bereich Q für P geeigneter Gegenstände: $P^* = Q - P$.

(2) Der Parteiausschluß. Wer in keiner Partei ist, kann aus keiner Partei ausgeschlossen werden. N ist in keiner Partei. Daher ist der Satz „N wurde aus der Partei ausgeschlossen“ falsch; ebenso der Satz „N wurde aus der Partei nicht ausgeschlossen“ (unter zumindest einer naheliegenden Lesart).

Beide Sätze setzen voraus („präsupponieren“), daß N zu den Mitgliedern der Partei gehörte. N befand und befindet sich jedoch außerhalb dieser Referenzklasse Q. Die Referenzklasse selbst wird disjunkt erschöpft von den Mitgliedern, die ausgeschlossen wurden (P), und denen, die nicht ausgeschlossen wurden (P^*). Die zu P konträre Eigenschaft P^* ist daher – wie unter (2) – das Komplement von P relativ zu Q: $P^* = Q - P$.

Die folgenden Beispiele stammen nicht von Wessel, können aber sicher auch als Belege für die NT angeführt werden. Der Kahle weist dabei noch auf eine andere Möglichkeit hin, in welchem Sinne ein Traditionalist die Konträroperation als eine Art Negation verstehen kann. Der goldene Berg ist dagegen ein „unversöhnlicher“ Beleg: wer ihn anerkennt, so scheint es, verzichtet auf den Versuch, zwischen NT und TT eine Brücke zu schlagen.

(3) Der Kahle. Karl hat genau zwölf Haare auf dem Kopf. Damit, so wollen wir annehmen, gehört er weder zu den definitiv Kahlen (P), noch zu den definitiv Nicht-Kahlen (P^*). Gleichwohl gehört er zu denen, die nicht definitiv kahl sind ($-P$). Denn Kahlköpfigkeit ist eine vage Eigenschaft, und alle Theorien der Vagheit – bis auf eine, die epistemische – erkennen eine Grauzone an, in der die fragliche Eigenschaft weder (definitiv) zutrifft noch (definitiv) nicht zutrifft.

Für den Traditionalisten gibt es verschiedene Möglichkeiten, P^* auf Bekanntes zurückzuführen. Superbewertungen (Fine) und unscharfe („fuzzy“) Mengen (Zadeh) sind vielleicht die bekanntesten Ansätze. Eine Alternative, die von Pawlaks Theorie der groben Mengen (Pawlak) ausgeht, hat Ewa Orłowska (1984) vorgestellt (siehe auch Read (1997)). Dieser Ansatz ist der Superbewertungsmethode in mancher Hinsicht sehr ähnlich, möglicherweise sogar in einem bisher noch nicht

genau bestimmten Sinne äquivalent. In ihrer Anwendung auf das Problem der Vagheit besteht der Kern der Theorie grober Mengen darin, daß vage Prädikate streng oder großzügig approximiert werden können (aufgrund einer reflexiven und symmetrischen Relation der Ununterscheidbarkeit („Toleranz"), die auf der Grundmenge definiert ist). Seien P^- und P^+ die strenge bzw. großzügige Approximation an das Prädikat 'Kahlköpfigkeit'; P^- besteht aus den im strengen, P^+ aus den im weitesten Sinne Kahlköpfigen. Dann ist Karl einerseits nicht in P^- (also ist er in $-P^-$), andererseits ist er aber auch nicht in $-P^+ = P^*$, der strengen Approximation an die Menge der Nicht-Kahlen. Karl „sitzt" in der Grauzone zwischen P^- und $-P^+$: zwischen den definitiv Kahlen und den definitiv Nicht-Kahlen. Die Konträroperation erscheint hier als eine besondere Art der Komplementbildung – allgemein: Sei M eine grobe Menge mit unteren (strengen) und oberen (großzügigen) Approximationen M^- und M^+. Dann ist $(M^+)^* = -M^-$ und $(M^-)^* = -M^+$.

(4) Der goldene Berg. Einige Philosophen (z.B. Meinong, 1904) vertreten die These, daß es Aussagen über den goldenen Berg gibt, die unter der naheliegendsten Interpretation solcher Aussagen wahr sind. Die naheliegendste Interpretation der Aussage „Der goldene Berg ist aus Gold" behandelt den Ausdruck „der goldene Berg" als einen singulären Ausdruck, d.h. als einen, der sich auf einen Gegenstand bezieht. Mindestens zwei Eigenschaften dieses Gegenstands sind bemerkenswert: daß er nicht existiert, jedenfalls nicht im üblichen Sinne, und daß seine Eigenschaften nicht vollständig bestimmt sind. Z.B. ist die Höhe des goldenen Berges nicht bestimmt. Deshalb ist weder der Satz „Der goldene Berg ist 2000 Meter hoch" wahr, noch der Satz „Der goldene Berg ist nicht [intern!] 2000 Meter hoch". Da der erste Satz falsch ist, ist der Satz „Es ist nicht [extern!] der Fall, daß der goldene Berg 2000 Meter hoch ist" wahr. Wir haben also wieder die typische Drei-Sätze-Figur, die als Beleg für die NT gelten kann.

Schon Russell (1905) hatte erhebliche Schwierigkeiten („a difficult view") mit Meinongs Thesen, daß ein Name sich erfolgreich auf etwas beziehen könne, das nicht existiert, und daß es Gegenstände gebe, deren Eigenschaften ontologisch – nicht epistemisch! – unterbestimmt sind. Etwas grob gesagt, hielt Russell die Theorie von Meinong für eine, die ihre eigene *reductio ad absurdum* vor sich herträgt. Da der gerade angeführte Beleg für die NT auf dem Postulat Meinongscher Gegenstände beruht, werden Traditionalisten damit wenig anfangen können. Aus der Sicht eines radikalen Vertreters der NT (z.B. Routley (1979)) sind solche Belege deshalb vielleicht gerade die besten.

Literatur

Lewis, D.: *On the Plurality of Worlds.* Oxford 1986.

Meinong, A.: *Über Gegenstandstheorie* (1904). Hamburg 1988.

Nelson, D.: Constructible falsity. *Journal of Symbolic Logic* 14 (1949), 16–26.

Orłowska, E.: Semantics of vague concepts. In *Foundations of Logic and Linguistics*, hrsg. v. G. Donn; P. Weingartner, New York 1984.

Read, S.: *Einführung in die Philosophische Logik.* Reinbek 1997.

Routley, R.: *Exploring Meinong's Jungle.* Canberra 1979.

Russell, B.: On denoting (1905). In *Logic and Knowledge*, hrsg. v. R. C. Marsh, London 1956.

Wessel, H.: *Logik.* Berlin 1986.

SEBASTIAN KÖHLER

BRAUCHT MAN ZUM „GEBRAUCH VON ARGUMENTEN“ EINE BESONDERE LOGIK?

ZU STEPHEN TOULMINS ARGUMENTATIONSTHEORETISCHEN VORSCHLÄGEN

1 Überblick

Das Problem dieses Artikels – eine kurze Darstellung und Kritik der Toulminschen argumentationstheoretischen Vorschläge hinsichtlich einer besonderen „Argumentationslogik“ einschließlich deren Motivation – erfordert eine Diskussion der Verhältnisse von Logik und Argumentationen.

Logik ist die modern-ausdifferenzierte Wissenschaftsdisziplin, die bereichsunabhängig möglichst allgemeingültige Aspekte menschlicher Sprachen untersucht und vorschlägt. Als umstritten erweist sich, was unter „Argumentationstheorie“ zu verstehen wäre. Auf Schwierigkeiten stoßen immer wieder Versuche festzuhalten, was in menschlichem Verkehr allgemein als Argumentation aufzufassen und was insbesondere in den Wissenschaften möglicherweise universell als Argumentation akzeptabel sein soll, inwieweit man über vielfältige „tokens“ von Argumentationen hinausgehend zu Typisierungen gelangen könnte. Die vorliegenden Diskussionen zu „Argumentationslogik“ und „Argumentationstheorie“ verweisen vor allem darauf, wie problematisch es bleibt, in dieser Beziehung zu allgemeingültigen Ergebnissen zu gelangen. Fragwürdig ist, ob sich ein wissenschaftlich-rationaler Gegenstand für eine allgemeine Argumentationstheorie bestimmen ließe, der einerseits nicht nur für Argumentationen spezifischer Bereiche gelte, andererseits aber über den Gegenstandsbereich der Logik hinausginge (oder möglicherweise von ihm unabhängig wäre).

Schopenhauers klassische „Eristische Dialektik“ als bereichsunabhängige Anleitung, wie man jede Diskussion gewinnen könnte, liefert für das Problem der Verhältnisse von Logik und Argumentationen Anregungen in zweierlei Richtung: 1.) In Argumentationen kann man gewinnen, ohne sich an die Regeln der Logik zu halten, und gelegentlich sogar, wenn man bewußt gegen diese verstößt. Mit

logischen Mitteln allein läßt sich also der – wie auch immer sonst (später) bewertete – unmittelbare Erfolg von Diskutanten nicht beschreiben oder erklären. Das spricht nicht für die Forderung nach einer besonderen Argumentationslogik. 2.) Schopenhauer arbeitet bestimmte, über die logischen Regeln hinausgehende bzw. diese bewußt verletzende allgemeine Strukturmerkmale heraus, die als bereichsübergreifende Mittel zu jeweils situationsbezogenem Erfolg im Diskutieren führen können. Hier scheint eine Motivation für sehr unterschiedliche (deskriptive, normative) Ansätze in Richtung von „Argumentationtheorie“ zu liegen: Man ist bemüht, sich dem bereichsabhängigen Problem der Geltung von empirischen Aussagen mittels bereichsübergreifender Strukturierungen anzunähern, die über die Mittel der Logik hinausgehen sollen.

Zu kritisieren ist, daß aus dieser Motivation heraus die Existenz der bereichsunabhängigen Wissenschaft der Logik infragegestellt wird. Beispielsweise entweder, indem man wie Toulmin die vorliegende moderne Logik in einem Komplex von Logik, Erkenntnistheorie und Argumentationsforschung aufgehoben sehen möchte, oder indem kurzschlüssig alternative Logiken gefordert und versucht werden, u.a. anläßlich der in empirischen Wissenschaften bedeutsamen Frage vager Prädikate.

Untersucht man Argumentationen in den verschiedenen empirischen Gebieten, in denen sie eine Rolle spielen, erweist sich solche Forschung als für die Logik in doppelter Hinsicht anregend: 1.) bezüglich Fragen der Übertragung natürlicher Sprachen in Wissenschaftssprache und umgekehrt; sowie 2.) in bezug auf Probleme besser nachvollziehbarer Darstellung der Logik, beispielsweise in dialogischer (Lorenzen) oder überhaupt diskursiver Richtung (Barth).

Logik kann, in normativer Hinsicht, auf Argumentationen befruchtend wirken, wenn sie als rationale Mindestforderung bzw. -sicherung (hinsichtlich Widerspruchsfreiheit, Konsistenz, Unabhängigkeit der verwendeten Grundbausteine etc.) verstanden wird. Logik im Sinne ihrer modernen, arbeitsteiligen Ergebnisse bezüglich Operationalisierung und Stabilisierung würde aber überfordert, sollte sie faktische Argumentationen beschreiben oder begründen. Denn Sprache wird in Argumentationen zwar auch formal strukturiert, aber keineswegs nur formal gebraucht. Sowenig sich Logik historisch, typologisch oder normativ auf Argumentationen reduzieren läßt, sowenig kann man andererseits Argumentationen auf Logik zurückführen. Es erhebt sich die Frage, inwieweit logische Operationalisierungen real oder ideal (re-konstruiert) zur Klärung in argumentativen Auseinandersetzungen beitragen (können). Eine möglichst umfassende und entwicklungsoffene, perspektivisch universale und mithin „komplexe Logik“ (Sinowjew (1970)/vgl. Wessel (1992)) mag das ihre leisten, nicht-argumentative Äußerungen in Argumentationen dekontextualisierend herauszuarbeiten, zumindest Differenzen im Sprachgebrauch festzustellen und zu jeweils gemeinsamem Mindestwort- und Mindestregelschatz beizutragen.

So wären Logiker mit dem Komplex der innersprachlichen Strukturierungen befaßt, während man sich – Argumentationen unter beispielsweise soziologischem, historischem oder psychologischem Aspekt erforschend – bereichsbezogen mit spezifisch nachvollziehbar-rational orientiertem und orientierendem Sprachhandeln zu beschäftigen hätte. Logik kann als ein grundlegendes und vorauszusetzendes, kritisch-analytisches Mittel aufgefaßt werden, in normativer (präskriptiver statt deskriptiver) Hinsicht zu rationaleren, haltbareren Argumentationen zu gelangen. Auch damit wäre eine Trennung der Logik von pragmatischer Sprachuntersuchung und von empirischen Wissenschaften überhaupt von vornherein ausgeschlossen.

Stephen Toulmins argumentationstheoretischer Entwurf aus dem Jahre 1958 trägt den Titel: „The uses of argument“. Die deutsche Übersetzung von Ulrich Berk heißt hingegen „Der Gebrauch von Argumenten“. Dieser Unterschied weist

auf mehr als nur übertragungsästhetische Fragen hin: Toulmin geht es in seiner Kritik und Abgrenzung gegenüber logischer und analytischer Philosophie im Zusammenhang der Verwendung von Argumenten darum, daß ein Argument mehrere Gebrauchsweisen haben und in verschiedenen Kontexten funktionieren kann, daß es also in diesem Sinne von Erfolgreichsein nicht DEN Gebrauch EINES Argumentes gibt. Seine „argumentationslogischen“ Bemühungen haben vor diesem Hintergrund einen sehr verschiedenen Gegenstandsbereich von dem, was unter moderner Logik zumeist verstanden wird.

Besteht man auf einem modern-arbeitsteiligen Begriff von Wissenschaft und insbesondere Logik, benötigt man keine spezielle „Logik der Argumentation“. Denn mag auch versucht werden, argumentativen Sprachgebrauch als (ideal-)typische Kommunikationsweise in rationalen Unternehmungen, insbesondere in der Wissenschaft, von sonstigen menschlichen Tätigkeiten[1] zu unterscheiden, erweist es sich als problematisch, das Argumentieren von den jeweiligen kommunikativen, kognitiv-emotionalen und kooperativ-konkurrierenden Zusammenhängen sozialen Verkehrs derart zu trennen, daß eine besondere „Argumentationslogik“ gerechtfertigt wäre, die bereichsübergreifend erhellen könnte, wie Argumentationen empirisch-deskriptiv funktionieren oder theoretisch-normativ funktionieren sollten.

Zur Klärung der Verhältnisse von Logik und Argumentationen sei kurz auf die - nicht zu verabsolutierende - Unterscheidung von syntaktischem, semantischem und pragmatischem Aspekt von Sprachen eingegangen: Argumentationen wären in weit stärkerem Maße unter pragmatischem Aspekt – hinsichtlich der Vielfalt ihres empirischen Funktionierens – zu untersuchen, als die Logik mit ihren Gegenständen unter Konzentration auf allgemeine syntaktische und semantische Aspekte von Sprachen verfahren kann - ohne sich dabei freilich von Sprachpragmatik trennen zu lassen (vgl. Wessel (1984)). Vor diesem Hintergrund gehe ich in meiner Kritik besonderer argumentationslogischer Vorschläge – im Sinne von Unterscheidungen mehr „theoretischer“ bzw. eher „empirischer“ Wissenschaftsdisziplinen – von dekontextualisierenden und rekontextualisierenden Tendenzen in verschiedenen Wissenschaften aus (wobei jede Wissenschaft letztlich auf über sie hinausweisende Zusammenhänge menschlichen Verkehrs bezogen bleibt). Dazu wird ein allgemeiner Zeichenbegriff (vgl. Eco (1977)) auf zwei Ebenen von Kommunikation bestimmt: in bezug auf die Verwendung von bestimmten Zeichen im Unterschied zu anderen Zeichen auf der (innersprachlichen) Ko-Textebene, und bezüglich des Gebrauches der Zeichen im Unterschied zu dem, wofür sie stehen sollen, auf der (sprachlich anderen bzw. außersprachlichen) Kon-Textebene. Es kann kommunikativ sowohl um ko-textuales Sinnverstehen als auch um kon-textuale Koordination von Anschlußtätigkeiten gehen. Faßt man diese beiden Ebenen von Kommunikation als „Kontext“ zusammen, weist menschliche Kommunikation kontextualisierende, dekontextualisierende und rekontexualisierende Tendenzen auf. Beispielsweise in naiv-situationsbezogener, mündlich-unmittelbarer Rhetorik (kontextualisierend), in schriftlich stabilisierter Logik (dekontextualisierend) sowie in rekontextualisierender Argumentation, die auf Literalität und Nicht-Literalität aufbauen könnte.

In dekontextualisierenden Disziplinen wie im Extremfalle „reiner“ Mathematik, aber auch „theoretischer“ Informatik bzw. Physik oder eben Logik, überwiegt die Tendenz des Strebens nach textinvarianten, situationsunabhängigen Entkopplungen von Kommunikationsinstanzen (wie Autor, Text, Publikum, raum-zeitlicher

[1] Auf die praktischen Einflüsse auf „Disputierende“ im allgemeinen weist bereits Schopenhauer aphoristisch hin: „Meistens wiegt ein Loth Wille mehr als ein Centner Einsicht oder Überzeugung ... Denn was uns unvortheilhaft ist, erscheint meistens dem Intellekt absurd“. Schopenhauer (1983, 69ff.)

Gegenstand, praktische Konseqenzen u.ä.) im Sinne einer Konzentration auf syntaktische und allgemein-semantische Aspekte menschlicher Zeichenverwendung. In eher anwendungsorientierten Wissenschaftsbereichen soll es vor allem um textvariante, situationsabhängige Rückkopplungen der Kommunikationsinstanzen hinsichtlich dessen gehen, was jeweils unter praktischer Relevanz verstanden wird.

Meine Darstellung und Kritik besonderer argumentationslogischer Vorschläge (vergleiche dazu ausführlicher Köhler (1996)) vollzieht sich vor allem im Rahmen der auf Alexander Sinowjew zurückgehenden und von Horst Wessel entwickelten Konzeption von „Komplexer Logik“ sowie vor dem Hintergrund kommunikationsorientierter Vorschläge Hans-Peter Krügers.

2 Logik und Kommunikation

2.1 Komplexe Logik und kommunikative Zusammenhänge

Für logische Untersuchungen kann es hilfreich sein – bei aller erforderlichen Konzentration auf spezifische Momente von Sprachen -, Logik in den Rahmen kommunikationsorientierter Wissenschaft einzuordnen. Auch deshalb, weil Logik – die man als komplexe Wissenschaft (vgl. Sinowjew (1970) und Wessel (1984)) konzipiert, welche sprachliche Erscheinungen unter noch anzugebenden Aspekten untersucht – dazu beitragen kann, auf näher zu bestimmende Weise besser zu kommunizieren – und zumal zumindest einige ihrer Vertreter „den engen Zusammenhang zwischen Logik und menschlicher Kommunikation aufmerksam“ betrachten (vgl. Wessel (1976, 78 f.)). Kommunikation läßt sich kennzeichnen als Koordination der Produktion und Reproduktion von Kooperation. Kommunikation ist in diesem Sinne keine von anderen menschlichen Verhaltens- oder Handlungsarten zu trennende, sondern gerade die (auch sprachlich) zeichenvermittelte Koordinierungsweise dieser Arten (vgl. Krüger (1990, 10, 470); derselbe (1993))[2]. Sprachen können in diesem Kommunikationsverständnis als sich entwickelnde Zusammenhänge spezifischer Zeichenverwendungen gekennzeichnet werden, die im Gegensatz zu binär schematisierten Operationssymbolen (wie Geld oder auch Macht) ein je bestimmtes Maß der Kopplung zwischen Verhaltens- oder Handlungskoordinierung (Kommunikation) und Denken (Kognition) ermöglichen. Damit weisen sie Potentiale zur öffentlichen „Besprechung“ von perspektivisch gesellschaftlichen Prozessen auf. Deswegen ist es wenig erklärungskräftig, Kommunikation nur als Informationsaustausch oder aber sprachliche Interaktion aufzufassen. Denn sie kann und soll zu realen Wirkungen bezüglich Anschlußverhaltens oder -handelns führen.

2.2 Sprache und Denken

Hinsichtlich logischer Bemühungen ist es unangemessen, das vielschichtige biosoziale Phänomen menschlichen Denkens mittels Logik vereinfacht deuten zu wollen. Allerdings wird kaum noch bestritten, daß sich die Entwicklung menschlicher Denkfähigkeiten nur unter Berücksichtigung des Evolvierens menschlicher Sprachfähigkeiten erklären läßt. Denn generalisierbar verbunden werden Verhaltens- oder Handlungskoordinierungen (kommunikativ-sprachliche Funktion) und Erkenntnisse (kognitiv-sprachliche Funktion) wesentlich durch Sprachgebrauch. Dieser schließt stammesgeschichtliche Entstehung, individualgeschichtliches Erlernen und gesellschaftliche Entwicklung von Sprache(-n) in evolutionärer Sicht ein

[2] Ein Zeichen sei etwas, das für etwas anderes stehen kann bzw. soll, weshalb es sich in bezug auf dieses andere von wiederum anderen perspektivenabhängig verwenden läßt (vgl. Eco (1977)).

(Krüger (1990, 61)). So kann man Sprachen, ihre Entstehung und Reproduktion betreffend, spätestens seit Marx charakterisieren als aus der Notwendigkeit des gesellschaftlichen Verkehrs der Menschen, mithin aus der gesellschaftlichen Kommunikation heraus selbst entwickelt (vgl. ebenda 136; Wessel (1976, 69 ff.); derselbe (1984, 25 f.)).

2.3 Sprache und Operationalisierungen

Will man menschliche Sprachen als komplexe Erscheinungen untersuchen, läßt sich die Betrachtung angesichts der wenigstens doppelten Funktion von Sprachen als kommunikative und kognitive schwerlich auf den Bereich sprachlicher Operationen einschränken, die formallogisch faßbar sind. Aber für bestimmte Zwecke sind solche Reduktionen ergebnisorientiert offensichtlich angemessen. Logische Untersuchungen setzen relativ entwickelte, d.h. literal-differenzierte Sprachen als empirisch gegebene voraus. Metasprachliche Reflexionen ermöglichen Strukturierungen und Operationalisierungen vorangegangenen sprachlichen Materials vor allem mittels Schrift. Dadurch kann der individuelle, gemeinschaftliche oder gesellschaftliche Kommunikationsaufwand in objektivierend sinnvoller Weise verringert werden. Denn lassen sich solche Operationalisierungen technisch vergegenständlichen – was mit Schriftsprachen als Tendenz von Dekontextualisierung in Ergänzung zu Redekulturen praktisch relevant geworden ist (vgl. Goody (1991, 25 ff.)) -, wird eine bemerkenswerte Entlastung von Kommunikationsanstrengungen erreichbar. Beispielsweise lassen sich derart sprachliche Äußerungen unter bestimmten Aspekten vergleichsweise effektiv herstellen und wieder- bzw. neuherstellen, somit auch kontrollieren, also bestätigen, widerlegen, Unbestimmtheit feststellen. Damit wäre ein Anspruch auf Wissenschaftlichkeit (verstanden als zumindest „intersubjektive Überprüfbarkeit“) erfüllt (vgl. Wessel (1984, 20, 24)), ohne in Objektivismus oder Dekontextualismus verfallen zu müssen.

Freilich gilt es, die Möglichkeit eventuell (selbst-)blockierend werdender logischer Konservierungen von Verwendungen sprachlicher Ausdrücke immer wieder (selbst-)kritisch zu diskutieren. Verständlich wird damit aber zugleich (was beispielsweise Toulmin bemängelt; vgl. Toulmin (1975, 191 ff.)), daß logisch korrektes Aussagen allein noch keine neue Erkenntnis bezüglich „außersprachlicher Wirklichkeit“ zustande bringen kann. Positiv formuliert heißt dies, daß im jeweiligen Kontext eine den sonstigen Verkehrsbedürfnissen entsprechende technologische Basis an operationalisierten Sprachniveaus (symbolsprachlich, sprachlich, metasprachlich) gefunden, d.h. (re-)konstruiert werden kann. Dazu braucht der Objektivierungs- bzw. Universalitätsanspruch für eine sich von vornherein vernünftigerweise auf die Untersuchung bestimmter Aspekte von Sprachen konzentrierende Logikauffassung nicht aufgegeben zu werden.

2.4 In Richtung komplexer Logik

Versteht man unter Logik jene von Aristoteles begründete Wissenschaft der formalen Logik, die in ihrer modernen Gestalt auch mathematische Logik genannt wird und die als sich entwickelnde Theorie bestimmter allgemeiner Weisen kontrollierten Zeichengebrauches bestimmt werden kann (vgl. Peirce (1983, 63)), sollten sich Logiker – im Unterschied zu Psychologen, Erkenntistheoretikern oder Ontologen – mit spezifischen Aspekten von Sprachen objektivierend befassen und also in jedem Falle „in den überprüfbaren und faßbaren Bereich der Sprache (hinabsteigen)“ (Wessel (1989, 4)). Untersuchen lassen sich demgemäß Termini, logische Operatoren und Aussagen als von Menschen für bestimmte Zwecke geschaffene sprachliche

Gebilde, die wahrnehmbar, d.h. produzier- und reproduzierbar und in einer je spezifischen Weise in Raum und Zeit angeordnet sind (vgl. Wessel (1976, 19 ff., 66 ff., 84); derselbe (1984, 13 ff.)). Da solche sprachlichen Ausdrücke allgemeinen, besonderen oder einzelnen menschlichen Bedürfnissen und Interessen, Erfahrungen und Erwartungen sowie Realisierungsmöglichkeiten entsprechend entwickelt wurden und werden, kann es keine apriorischen Schranken für die Einführung neuer Operatoren oder Termini- bzw. Aussagestrukturen geben.

Verwechselt man Konventionen als sprachliche Festlegungen von Menschen nicht mit Willkür, sondern berücksichtigt die im Rahmen von historisch-sozialen Verkehrsformen gegebenen Bedingungen für sprachlich sinnvolle Kommunikation (vgl. Wessel (1976, 76)), vermag man die Rolle dieser Konventionen für Sprachentwicklungen und damit auch für die Logik adäquat einzuordnen. Wenn auch Logik in weit höherem Maße als beispielsweise Biologie, Jura, Medizin oder eben Argumentationsforschung eine wesentlich theoretische Disziplin ist, sollte nicht angenommen werden, daß ihre Konstruktionen vor allem durch Abstraktionen aus möglichst vollständig vorliegenden anders-sprachlichen (beispielsweise umgangssprachlichen) Materialien gewonnen würden. Eher spielen intuitive und kreative Momente eine wichtige Rolle für logisches Herangehen an sprachliche Probleme.

Es lassen sich vor diesem Hintergrund überzeugende Gründe dafür anführen, logische Allgemeingültigkeitsansprüche nicht vorschnell zugunsten beispielsweise einer speziellen Logik der Mikrophysik aufzugeben (vgl. Wessel (1994)). Problematisch würde bei solchen Alternativvorschlägen zur erprobten klassischen, zweiwertigen Logik spätestens die Bedeutung neuer Wahrheitswerte für zusammengesetzte Aussagen. Dabei läßt sich die immer wieder angestrebte, hinzukommende Unbestimmtheit hinsichtlich Prädikationen im Rahmen einer nichttraditionellen Prädikationstheorie syntaktisch ausdrücken, indem bestimmten Subjekten bestimmte Prädikate weder zu- noch abgesprochen werden. Dazu benötigt man nicht mehr als zwei Wahrheitswerte. Im Rahmen der beschriebenen Konzeption lassen sich zentrale Fragestellungen auch sogenannter intensionaler, induktiver, informeller bzw. alternativer Logiken besser als bisher lösen. Wenn man empirische Prädikate – um die es den erwähnten Richtungen wesentlich geht – als vage Prädikate auffaßt, öffnen sich vor allem mittels der „Nichttraditionellen Prädikationstheorie“ Wege zur kritischen philosophischen Analyse gegenüber Vorschlägen besonderer Logiken (Sinowjew (1970); Wessel (1984); vgl. Wessel (1994)). Es läßt sich bezüglich verschiedener Problemstellungen vager Prädikate von Wittgenstein bis Putnam zeigen, daß die nichttraditionelle Prädikationstheorie als Erweiterung der klassischen Logik angemessene Formalismen nicht zuletzt zur Darstellung vager, also empirischer Prädikate liefern kann (vgl. ebenda). Für die kritische Betrachtung spezifisch argumentationslogischer Vorschläge vermag die skizzierte Herangehensweise an die logisch wichtige Prädikationsproblematik einen ansprechenden Rahmen zu bilden.

3 Zum „Gebrauch von Argumenten“

3.1 Toulmins historische Perspektive auf Logik

Die Tendenz, Logik in schriftsprachlichen, vor allem mathematischen Formen zu entwickeln, ist in Stephen Toulmins Hinsicht der Logik nichts Äußeres oder Zufälliges. Erst auf der Basis dieses Loslösens aus rhetorischer Unmittelbarkeit konnte Logik in diesem Sinne als Disziplin zu selbständiger Existenz gelangen (vgl. Toulmin (1975, 157 ff.)). Schon beim Begründer dessen, was auch Toulmin noch immer „formale Logik“ nennt, erkennt er eine doppelte Zielstellung: Was Aristoteles un-

ter apodeiktischem und epistemischem Aspekt der Logik faßte, beschreibt Toulmin einerseits als das Systematisieren der Prinzipien begründenden Urteilens, als „Theoretisieren über die Regeln der Argumentation“, andererseits als Orientierung am Ideal dieses Gegenstandes als einer „festgeschriebenen“, also formalen, axiomatisierbaren, deduktiven Wissenschaft. Wie auch der andere „argumentationslogische“ Pionier Chaim Perelman setzt Toulmin bei Aristoteles somit ein geradezu „ganzheitliches“ Verständnis von Logik als gleichermaßen re- wie auch dekontextualisierender Meta-Disziplin voraus. Dieses integrative Paradigma wurde allerdings durch differenzierende Modernisierung auch in den Wissenschaften infragestellt: Toulmin erkennt diese dekontextualisierende, verselbständigende Tendenz der Logik schon bei Leibniz im 17. Jahrhundert, vor allem aber ab der Mitte des vorigen Jahrhunderts bei Boole, Frege und den „symbolischen Logikern des zwanzigsten Jahrhunderts“ (ebenda). Toulmin kritisiert „gegenmodern“ (vgl. Mehrtens (1990)), daß die Frage der praktischen Anwendbarkeit gegenüber jener der Orientierung am mathematischen Ideal für die Logiker (zu sehr) in den Hintergrund getreten ist.

Toulmin unterscheidet innerhalb „formaler Logik“ historisch und systematisch „Äußerungslogik“ von „Propositionslogik“. In ersterer, weniger radikaler Variante sollen Beziehungen zwischen raum-zeitlich wandelbaren Grundbausteinen als stabile fixiert werden. Die zweite, extreme Variante geht darüber hinaus von zeitlosen, ewig wahren oder aber falschen — bzw. das Wahre oder das Falsche bezeichnen sollenden — Propositionen aus (Toulmin (1975, 158 ff.)). Toulmins Interesse an diesem „bestimmten historischen Übergang“ von vor-moderner, kontextbezogener Äußerungslogik zu modernerer, kontextunabhängiger Propositionslogik läßt sich in der These zusammenfassen, daß sich Literalität und damit die wesentliche, dekontextualisierende Tendenz von Logik erst mit der Erfindung des Buchdruckes durchsetzen konnten: In einer noch weithin vorliteralen Welt dominierte offenkundig der „vergängliche, feuerwerksähnliche Charakter unserer Äußerungen“. Erst nachdem dauerhaft aufgezeichnete Schrift eine viel größere Rolle zumindest im Leben der Intelligenz zu spielen begann, wurde die Vorstellung plausibel, Aussagen könnten den Augenblick ihrer Äußerung nicht nur überdauern, sondern wären im Extremfalle unabhängig von menschlicher Kommunikation überhaupt. Toulmin sieht diesbezüglich im Wiederaufleben des Platonismus und in der Apotheose Euklids auch ein Ergebnis der Verbreitung gedruckter Schriften. Seine Assoziationen hinsichtlich der Rolle von gedruckter Schrift für die Entwicklung der Logik sind sicher zu relativieren. Zuzugeben ist ihm jedoch, daß die Dekontextualisierungstendenz der Logik dann sinnlos wird, wenn man in mathematisch-platonistischer Zuspitzung behauptet, die sprachlichen Einheiten (wie Aussagen oder Termini), zwischen denen im Sinne kommunikativer Ökonomie logische Regeln gelten (sollen), seien unveränderliche Entitäten. Er kritisiert jenen „Propositionalismus“ exemplarisch an Auffassungen Freges und Quines (ebenda; vgl. Toulmin (1983, 70 ff.)).

3.2 Toulmins universalistischer Ansatz

Stephen Edelston Toulmin kann als einer der gegenwärtig wichtigsten kritischen Fortsetzer des Werkes von Ludwig Wittgenstein gelten. 1922 geboren, studierte er in Cambrigde zunächst Physik. Später lehrte er an verschiedenen englischen und US-amerikanischen Universitäten. Mit seiner Monographie „The Uses of Argument“ (Toulmin (1958)) hat der damals 36jährige einen ersten umfassenden Entwurf einer allgemeinen Argumentationstheorie versucht (vgl. Krüger (1990, 233 ff.)). Toulmins durchgehender Bezugspunkt ist eine pragmatisch umfassen-

de Erklärung der Besonderheiten argumentativen Sprachgebrauches in rationalen Unternehmungen wie Jurisprudenz und Wissenschaft. Er stellt dabei traditionelle Bewußtseins- oder Seinsfragen argumentationstheoretisch um zur sich durch feldabhängige Argumentationsweisen möglicherweise hindurchziehenden „universal procedure of reason". Allerdings bleibt Toulmin bezüglich seines juristischen Bezugsrahmens weitgehend programmatisch und unterzieht sich kaum der Mühe, jenen näher zu analysieren.

Eine Argumentation gilt Toulmin als (Ab-)Folge von kognitiven Aktionen und zugleich sozialen Interaktionen zwischen wenigstens zwei Akteuren. Der Zusammenhang zwischen Kognition und Interaktion bzw. Kooperation wird dabei durch einen spezifischen Sprachgebrauch hergestellt – durch (überwiegend) metasprachliche Kommunikation. Argumentationen, als lebensweltlich gebundene Kunst, dienen als Lernprozesse in soziohistorischen Kontexten der Lösung letztlich nicht- oder anderssprachlicher Probleme des Handelns. Durchgehend spricht sich Toulmin aus gegen ausschließlich formales Absehen vom inhaltlich-tätigen Gebrauch theoriesprachlicher Aussagen als Argumente.

Toulmin verortet Argumentationstheorie im Spannungsfeld zwischen „informaler" Logik und empirischer Feldforschung: Auch wenn man zwar eine universalisierbare Struktur erhalten kann, ist doch die Gültigkeit von Argumentationen zugleich nicht bloß eine Folge ihrer formalen Eigenschaften. Vor allem sein argumentationstheoretischer Begriff der (Stützungen einer) Schlußregel („backing of a warrant") soll verdeutlichen, daß Sprache in Argumentationen zwar auch formal strukturiert, aber nicht nur formal verwendet wird: Sprachhandlungen haben ungleichartige Funktionen innerhalb der Argumentationssequenzen. Der gestützten Schlußregelhandhabung kommt eine feldabhängige Sonderrolle zu.

In seiner argumentationszentrierten Kommunikationsauffassung vernachlässigt Toulmin zwar die der Argumentation genetisch voraufgehenden und in ihr zu reproduzierenden Symbolebenen menschlichen Verkehrs (z.B. in Tätigkeitsbereichen wie Wirtschaft, Politik und außerwissenschaftlicher bzw. -juristischer Kultur)[3]. Weder onto- noch psychologisierend geht Toulmin aber durchweg nicht von metaphysischen Spekulationen oder besonderen Bewußtseinsinhalten aus, sondern von sprachpragmatisch faßbaren Problemen, d.h. von – im Horizont je bestimmter Lebensformen – fragwürdigem Sprachgebrauch. Solch fragwürdige Gebrauchsweisen von Sprache spezifiziert Toulmin für argumentative Kommunikationsniveaus näher, insofern durch Argumentationen problematische Rahmen- oder Anschlußhandlungsweisen einerseits sinnvoll orientiert oder geplant, andererseits gerechtfertigt, ausgewertet oder beurteilt werden (können).

Ein Argument hat für Toulmin den Zweck, Schlüsse zu etablieren, bezüglich derer Menschen sich nicht völlig sicher sind. Erreicht werden soll dies, indem man die Schlüsse rückbezieht („relating them back") auf andere Informationen, hinsichtlich welcher die Argumentierenden größere Gewißheit („assurance") haben (Toulmin (1958, 126 f.)). Historisch läßt sich ihm zufolge die Spezifik argumentativen Sprachgebrauches in der zeitlichen Abfolge der „Entwicklungsstufen einer Argumentation" erfassen, systematisch als letztlich universelles „layout" (Anlage) von Argumentationen (Toulmin (1975, 21 ff., 86 ff.)). Zusammenfassend nennt Toulmin die strukturell stabilisierten, in gewissem Maße dekontextualisierten, weil relativ (kon- und ko-)textinvarianten Ergebnisse der möglichen Abfolgen von Argumentationsschritten „pattern of argument" im Sinne von erlernbaren Mustern des Argumentierens (vgl. Toulmin (1958, 94 ff.)).

[3] Auch wenn er gelegentlich darauf verweist, „communication not to regard as focussing in argumentation". Tulmin (1958, 106)

3.3 Toulmins Kernunterscheidung

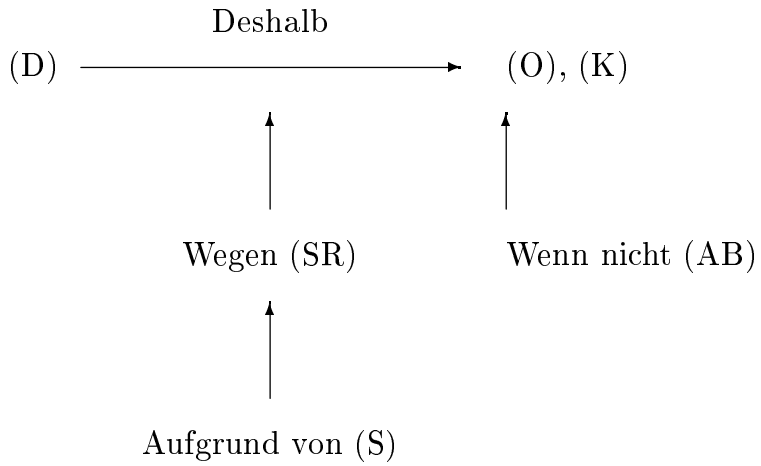
Toulmins grundlegende Unterscheidung ist die zwischen schlußregelverwendenden und -begründenden Argumentationen. Erstere könnten wegen ihrer relativen Bereichsunabhängigkeit dekontextualisierend als Gegenstand einer „Argumentationslogik“ aufgefaßt, zweite aufgrund ihrer vergleichsweisen Bereichsabhängigkeit rekontextualisierend zum Objekt einer übergreifenden, interdisziplinären Argumentationsforschung (einschließlich Soziologie, Geschichte, Anthropologie, Psychologie etc.) werden. Im Anschluß an Gilbert Ryle verweist Toulmin auf den diesbezüglich springenden Punkt: Innovationen und Kreativität, Erfindung bzw. Entdeckung können als wichtiges Moment jeder Schlußregel(neu-)begründung nicht von vornherein bereits geronnenen Regeln subsumiert werden. Die Unterscheidung zwischen schlußregelverwendenden und schlußregelbegründenden Argumentationen stellt das Kernstück des Toulminschen Konzeptes der Entwicklung von Argumentationsweisen dar.

3.4 Eine allgemeine Argumentationsform

Toulmin führt fünf systematische Differenzierungen bezüglich einer universellen Argumentationsform durch (Toulmin (1975, 89 ff.)). Zunächst arbeitet er die Behauptung oder Konklusion (K) heraus, deren Tauglichkeit jeweils zu begründen versucht wird, indem Tatsachen bzw. (Ausgangs-)Daten (D) hinzugezogen werden, die die Frage „Worauf beziehst du dich¿‘ beantworten sollen. Zweitens kann, falls diese Basisstruktur nicht ausreicht, übergegangen werden zur Frage „Wie kommst du dorthin?“, zum Problem also, ob der Schritt von den als Ausgangspunkt dienenden Daten auf die in Rede stehende Folgerung akzeptabel ist. Während auf Daten in Argumentationen häufig ausdrücklich Bezug genommen wird, sind Schlußregeln zunächst und meistens implizite. Jene Unterscheidung zwischen Daten und Regel offenbart Toulmin in seiner Anlehnung an die juristische Praxis Ähnlichkeiten dazu, wie bei Gericht Tatsachen und Rechtsfragen auseinandergehalten werden sollen: Schlußregeln mögen als allgemeine „die Korrektheit aller Argumentationen des betreffenden Typs feststellen“ (Toulmin (1975, 91)). Toulmin erklärt allerdings nicht näher, was unter einem solchen „Typ“ zu verstehen wäre. Die Beantwortung dieser Frage dürfte für eine jede spezielle „Argumentationslogik“ jedoch grundlegend sein. Drittens läßt sich argumentationssystematisch in einem nächsten Spezifizierungsschritt fragen nach dem „Grad der Stärke“, dem „Ausmaß“, in welchem die Schlußregel berechtigt, von (D) auf (K) zu schlußfolgern. Dieses mag Toulmin mit „Modaloperatoren“ (O) auszeichnen. Dann kann man, viertens, für den Fall einschränkender Modalitäten Ausnahmebedingungen (AB) zur Regel angeben. Schließlich erläutert Toulmin die für ihn wichtigste Differenzierung. Im Falle der Frage nach der Gültigkeit der Schlußregel wird die „Stützung“ („backing“) (S) derselben zum Problem (Toulmin (1975, 94 f.)). An diesem systematischen Punkt sieht Toulmin die Möglichkeiten formalisierender, dekontextualisierender Strukturierung an ihre Grenzen gelangt, denn im Unterschied zur bisher entwickelten allgemeinen Form der Argumentation hält er insbesondere die „Art der Stützung“ (S) für „beträchtlich“ veränderlich und bereichsabhängig (ebenda). Nicht unbedingt erschließt sich, warum Toulmin seine systematische Zäsur zwischen De- und Rekontextualisierung, zwischen Formalisierung und feldabhängiger Rückkopplung gerade an dieser Stelle des Übergangs von der Schlußregelverwendung zur Schlußregelbegründung einführt. Sind nicht „die Art“ von Datum, Folgerung, Schlußregel, Modalität und Ausnahmebedingung ähnlich „feldabhängig“ oder „typ“-variabel? Und muß nicht jede schlußregelbegründende Argumentation ihrerseits Schlußre-

geln verwenden?

Jedenfalls sollen sich, ausgehend von einer graphischen Darstellung eines Argumentationsschemas derart:



(siehe Toulmin (1975-95))

Texte – vor allem schriftlich fixierte Sprache – als schematische Netzwerke von Argumentationsprozessen darstellen lassen. Dies möge graphentheoretische Operationalisierungen (vgl. Toulmin (1979)) gestatten. Fraglich bleibt, warum und inwieweit solche als (argumentations-)logische aufgefaßt werden sollten.

3.5 Argumentationslogik, -theorie oder -forschung?

Wenn Logik eine sowohl konstruierende wie auch beschreibende Wissenschaft ist, wenn sie auch synthetische und nicht nur analytische Funktionen hat, dann liegt es logisch als zweckdienlich nahe, die Innovationen, auf die es Ryle und vor allem Toulmin ankommt, hauptsächlich rekontextualisierend als argumentationstheoretische bzw. -forschende zu diskutieren und nicht dekontextualisierend als (argumentations-)logische. Denn die Unterscheidungen und Entscheidungen, die zur Differenzierung von schlußregelverwendenden und schlußregelbegründenden Argumentationen getroffen werden müssen, erfordern offenkundig wesentlich außerlogische Voraussetzungen.

Toulmin nimmt den Anspruch einer besonderen Argumentationslogik im Sinne einer allgemeinen Argumentationstheorie später sukzessive insofern zurück, als er Wissenschaftsdisziplinen in einem Spektrum zwischen extremer theoretischer Konstruktion (einige Bereiche der Mathematik) und ausdrücklicher praktischer Einzelfallorientierung (Medizin, Jura) angeordnet sieht und vor diesem Hintergrund grundlegende Differenzen zwischen Logik und Argumentationsforschung zunehmend akzeptiert. So verschiebt sich in diesem Rahmen sein Interesse von theoretisch-logischen Fragen hin zu praktisch-ethischen Problemen (vgl. Toulmin (1978); derselbe (1986)).

3.6 Logik und Argumentation in Toulmins Entwurf

Die fortgeschrittene Entwicklung der Logik zu einer möglichst dekontextualisierenden, autonomen und professionellen Disziplin (vgl. Mehrtens (1990)) wollte Toul-

min aus der doppelten Motivation engeren Praxisbezuges und historischer Rückbindung an seine Auffassung eines logisch-dialektischen Programmes Aristoteles' positiv aufheben in jeweils rekontextualisierenden, feldabhängigen Komplexen von „working logic“, Erkenntnistheorie und Argumentionsforschung (Toulmin (1975, 185 ff.)). Als wichtiges Problem sah er dabei den „contrast between the standards and values of practical reasoning ... and the abstract and formal criteria relied on in mathematical logic and much of twentieth-century epistemology“ (ebenda-VIII). „Die Logiker“ haben sich laut Toulmin hauptsächlich mit der (Mikro-)Ebene einzelner Sätze beschäftigt. Ihm geht es jedoch um die (Makro-)Ebene des „Fortschrittes der Argumentation von der anfänglichen Formulierung eines ungelösten Problemes bis zur abschließenden Angabe einer Konklusion“ (Toulmin (1975-86)).

Toulmin wollte 1958 „in einem bestimmten Sinne logische Probleme“ untersuchen, behauptete aber nicht, „daß es Probleme innerhalb der Logik sind“, sondern wollte sie „besser als Probleme über Logik“ verstanden wissen: Es handelt sich demzufolge um Fragen, die sich nicht innerhalb der Wissenschaft der Logik stellen, sondern erst dann, wenn man untersucht, welche Beziehungen zu den „Regeln und Methoden bestehen, die wir im täglichen Leben bei der tatsächlichen Beurteilung von Gültigkeit, Stringenz und Schlüssigkeit von Argumentationen verwenden“ (ebenda 9).

Er moniert, daß sich die Logik, entgegen den komplementären Intentionen Aristoteles', „auf einen Zustand völliger Verselbständigung hin entwickelt hat, in dem Logik eine eigenständige theoretische Untersuchung wird“, die sich – in Orientierung an der modernen Mathematik - im Schaffen von formalen Symbolsystemen rechtfertigend weder auf (objektive) Repräsentationen nichtsprachlicher Außenwelt noch auf (intersubjektive) allgemeinverbindliche Verkehrsformen „als Geltungsgrund und Wertsicherung“ beruft (siehe Mehrtens (1990)).

Zu fragen bleibt, was unter (formaler) Logik sinnvoll aufzufassen ist und ob nicht erst kommunikationsorientierte, interdisziplinäre Argumentationsforschung das leisten könnte, was Toulmin bereits von (s-)einer „Argumentationslogik“ zu verlangen scheint. Denn immerhin betont er selbst durchgängig, daß – argumentationsforschend im Unterschied zur analytischen Philosophie betrachtet – Kriterien der Richtigkeit oder Gültigkeit von Argumenten bzw. Argumentationen im Zusammenhang von invarianten Rollen und varianten Kritik-Standards sprachlicher Ausdrücke keinesfalls rein formal, damit feldunabhängig oder auch nur „zwischenfeldlich“ zu bestimmen wären, sondern allein in Zusammenarbeit mit denjenigen, die feldabhängig substantielle, mithin inhaltlich neue Argumentationen leisten (Toulmin (1975, 131ff.)). Das allerdings dürfte ein zu weites Feld sein selbst für die von ihm angestrebte „working logic“ – im Unterschied zu lediglich „formal“ oder auch schon „applied“ (angewandte) „logic“. Denn als Problem erhärtet sich, was von den modern-logischen Operationalisierungen (und damit möglichen Verringerungen des jeweiligen Kommunikationsaufwandes), also erprobten Dekontextualisierungen in einer solchen von vornherein kontextbezogenen „working logic“ übrigbliebe – was beispielsweise unter logischem Aspekt gleichermaßen gültig und damit er- oder einsetzbar wäre.

Toulmin plädierte für argumentationstheoretische Rekontextualisierungen, da Argumentationen praktisch nur vor dem Hintergrund bestimmter raum-zeitlicher Situationen rational beurteilt werden sollten (Toulmin (1975, 161)). Die extrem dekontextualisierende, geradezu „olympische Stellung“ einiger Mathematiker mag Toulmin nicht übernehmen. Ihm geht es im Sinne seiner Auffassung des „ursprünglichen“ Aristotelischen Programmes[4] von erstens „apodeixis“ und (erst) zweitens

[4] Toulmin meint, „wenn Aristoteles selbst gesehen hätte, daß Begründungen kein geeigneter

„episteme“ (s.o.) um eine lebensnahe und anwendbare Logik, deren Elemente und Relationen nicht aus allen Zusammenhängen „herausgerissen“ werden sollten. Weder die Grundbausteine (Aussagen, Termini) einer Logik noch die Beziehungen zwischen ihnen will Toulmin im Unterschied sowohl zum „extremen“ (Frege, Quine) als auch zum „weniger extremen“ Formalismus modern-logischer Dekontextualisierungen für zeitlos und kontextunabhängig halten.

4 Fazit

Toulmin ordnet die – auch von ihm selbst beobachteten – historischen und systematischen „Divergenzen“ zwischen Logik und Argumentationen nicht adäquat ein, wenn er de- und rekontextualisierende Tendenzen kurzschlüssig aufheben will. Das freilich liefe auf ein Infragestellen der Logik als modern-selbständiger Wissenschaftsdisziplin und damit zugleich auf ein „gegenmodernes“ Einebnen relativ entwicklungsoffener kulturhistorischer Differenzierungen hinaus. Sein argumentationslogisches Programm soll eine Meta-Wissenschaft jenseits von Logik, Erkenntnistheorie und Argumentationsforschung begründen. Logik ließe sich aber nur um den Preis des Aufgebens bestimmter, mit ihrer Modernisierung und Autonomisierung erreichter Niveaus von Standardisierung, Operationalisierung sowie – unter Umständen verallgemeinerungsfähiger – Vereinfachung auf Argumentationen zurückführen bzw. dahingehend ausbauen.

Toulmin geht recht in der Annahme, Logik nicht von kommunikativer (Rück-) orientierung abtrennen zu wollen. Allerdings lassen sich modern-logische Niveaus von Operabilität sinnvoll nur halten und erweitern, werden die Unterscheidungen zwischen dekontextualisierenden und (re-)kontextualisierenden Tendenzen im Sprachgebrauch und in dessen Reflexionen jeweils beachtet. Toulmin wollte Logik als de- und im gleichen Maße rekontextualisierende, andererseits bloß normative Disziplin fassen, wenn Logik es „mit der Bewertung von Argumentationen und der Feststellung ihrer Tauglichkeit zu tun“ haben sollte (Toulmin (1975, 165f.)). Fruchtbar machen läßt sich in dieser Hinsicht jedenfalls Toulmins bilanzierender Vorschlag, rationale Argumentation als Tätigkeit, als Verfahren sollte im Interesse von kognitiver Objektivierung die Befolgung formaler Regeln voraussetzen und beinhalten. Zuzustimmen ist ihm, daß logische Dekontextualisierungen im Sinne „mathematischer Berechnungen“ als nicht mehr und nicht weniger denn „ein Werkzeug“ bei der Beurteilung rationalen Argumentierens gelten sollten. Schließlich möchte Toulmin mit seinen verschiedenen „argumentationslogischen“ Vorschlägen nicht Irrationalismus oder Relativismus verfallen, sondern das Rationalitätsproblem „argumentationslogisch“, argumentationstheoretisch und perspektivisch argumentationsforschend reformulieren (vgl. Krüger (1990)). (Zu) unklar muß aber – abgesehen vom durchgehenden kritischen Bezug auf W. Kneales Standpunkt und einige Verweise auf P. Strawson und A. Prior – Toulmins eigene Auffassung von und damit seine Anforderung an Logik bleiben. Da logische Regeln und Gesetze ihre Grundlage in der Verallgemeinerungstendenz finden sollten, die sprachliche Kommunikation im menschlichen Verkehr zu spielen vermag (vgl. Wessel (1984, 28ff.)), dürften sie allein uns schwerlich Informationen über eine uns umgebende „nichtsprachliche Außenwelt“ bzw. „substantielle Erkenntnis“ in diesem Sinne liefern. Sie können freilich zu nachhaltiger Verringerung jeweils verzichtbaren Kommunikationsaufwandes beitragen. Wirft man aus argumentationserforschen-

Gegenstand für eine formale Wissenschaft sind, hätte er sicherlich nicht die Untersuchung von Begründungen aufgegeben, sondern jeden Versuch, die Theorie in eine vollständig mathematische Form zu passen“. (ebenda, 164)

der Motivation heraus der theoretischen Wissenschaftsdisziplin Logik vor, mit ihren deduktiv-formalen Methoden sei kaum „Information“ zu erlangen, sollte man[5] zweierlei unterscheiden: Logisch lassen sich selbstverständlich keine zusätzlichen Informationen über außersprachliche Wirklichkeit gewinnen. Logische Transformation liefert aber insofern ausdrücklich Wissenswertes, als sich mittels ihr vieles (idealerweise alles) offensichtlich darstellen läßt, was im sprachlichen Ausgangsmaterial nur implizit enthalten ist. Diese Möglichkeiten werden oftmals in einseitigen Kritiken gegenüber der (formalen) Logik geringeschätzt. In diesem Zusammenhang fällt auch auf, daß die Erweiterungsfähigkeiten der Logik meist viel weniger in Betracht gezogen werden im Vergleich zu Versuchen, sie vorschnell zu ersetzen bzw. von vornherein für irrelevant zu erklären.

Logik kann, vor allem auf normativem Gebiet, einiges zur Klärung von mit Argumentationen verbundenen Problemen beitragen. Mittels Überlegungen logischen Schließens lassen sich beispielsweise Widersprüche bemerken, bestimmen und versuchen zu lösen. Nachvollziehbar können die Implikationen des sprachlichen Ausgangsmaterials transformiert werden, was offensichtliche Ergebnisse zu liefern vermag: Der sprachlich interessierende Bereich kann verdeutlicht, geordnet und unter Umständen operationalisiert werden. Nicht zuletzt ist man im Ergebnis solcher Tätigkeiten immer wieder in der übersichtlichen Lage, die sprachliche Basis zu erweitern, also neue Termini, Operatoren oder Aussagen in das angenommene Ausgangsmaterial zu integrieren. Stets lassen sich so neue und weiterführende sprachliche Aspekte erfassen.

Wenn auch Logiker selbstverständlich nicht mit dem Anspruch auftreten (sollten), Argumentationen logisch klären zu können, vermögen sie doch sowohl auf dem Gebiet allgemeiner Terminitheorie und Aussagenlogik als auch – in Erweiterung dieses Kernbestandes – auf Gebieten beispielsweise spezieller Terminitheorien und Schlußregeln, die Wissenschaftler anderer Disziplinen in deren argumentativen Bemühungen zu unterstützen. Trägt so zum Beispiel eine allgemeine Terminitheorie dazu bei, disziplinübergreifend Ausdrücke möglichst umfassend besser zu analysieren, erklären oder definieren, dann ließe sich mittels einer speziellen Terminitheorie – die allgemeine ausbauend – über besondere, fachwissenschaftliche Begriffe, Sätze und Satzabfolgen mit größerer Nachvollziehbarkeit argumentieren.

Die historischen und systematischen Verhältnisse von Logik und Argumentation sind also keine gegebenen bzw. ein für allemal feststehenden, schon gar nicht der Ableitbar- oder Reduzierbarkeit des einen Bereiches menschlichen Verkehrs bezüglich des anderen. Die Logik erscheint in ihrer modern-arbeitsteiligen Form als eine ausbaufähige theoretische Disziplin, deren sinnvolle Erweiterungsmöglichkeiten weit öfter unter- als überschätzt werden. Immer wieder erhebt sich als Problem die Rolle des dekontextualisiert Formalen in Logik und Argumentation. Diskussionen darüber, ob und inwieweit Logik als „formale“ oder (aber) als „informale“ Wissenschaft zu charakterisieren ist, entstehen aufgrund verschiedener Akzentsetzungen hinsichtlich der Verhältnisse von De- und Rekontextualisierungen, die menschliche Praxis – zumal sprachliche – im Sinne von Verallgemeinerungs- und Besonderungstendenzen in jeweils spezifischen Relationen stets bestimmen. Im Sinne eines Modernisierungs- und eines komplementären Gegenmodernisierungszuges neuzeitlicher Entwicklungen nicht zuletzt in den Wissenschaften (vgl. Mehrtens (1990)) verhält man sich gerade in Kreisen von Logikern und Argumentationstheoretikern unterschiedlich zur übereinstimmend festgestellten Bewegung vieler Logiker in Richtung Mathematisierung, Autonomie und somit Dekontextualisierung. Modernistisch wird dieser Emanzipationstrend akzeptiert und zu seiner Fortschrei-

[5] Neben der hier offen bleibenden grundsätzlichen Klärung von „Information“.

bung beigetragen. Argumentations- und insbesondere evolutionstheoretisch orientierte Sprachphilosophen wie namentlich Toulmin erkennen solche Entwicklungen, weigern sich freilich aus Gründen möglichst direkten Praxis(rück-)bezuges und letztlich ethisch-moralischer Verantwortlichkeit, auf Synthese- und Integrationsversuche von Logik, Erkenntnis- und Argumentationstheorie zu verzichten. Diese sollen nicht Romantizismus, Relativismus oder Irrationalismus verfallen, sondern auf begründbare, entwicklungsoffene und verallgemeinerungsfähige Verfahren hinauslaufen. Logische Bemühungen und Ergebnisse werden auch vor diesem Hintergrund als Bedingungen der Möglichkeit gerade der besonders menschenmöglichen Kommunikationsform rationalen Argumentierens betrachtet. In diesem Sinne liefe allerdings eine besondere Argumentationslogik nicht auf eine Umorientierung, sondern auf eine Ersetzung und damit fundamental neue Begründung von (dem Gegenstand der) Logik hinaus, die metawissenschaftlich in gleich hohem Maße de- und rekontextualisieren müßte. Deutlich sollte geworden sein, was moderne Logik in dieser Perspektive aufzugeben gezwungen wäre. Weniger klar bleibt, was sie - als Disziplin im Wissenschaftsgefüge - derart gewinnen könnte.

Literatur

Eco, U.: *Zeichen. Einführung in einen Begriff und seine Geschichte.* Frankfurt/Main 1977.

Føllesdal, D. et al.: *Rationale Argumentation.* Berlin / New York 1988.

Köhler, S.: *Logik und „Der Gebrauch von Argumenten".* Magisterarbeit am Institut für Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin 1996.

Krüger, H.-P.: *Kritik der kommunikativen Vernunft.* Berlin 1990.

Krüger, H.-P.: *Perspektivenwechsel.* Berlin 1993.

Mehrtens, H.: *Moderne Sprache Mathematik.* Frankfurt/Main 1990.

Peirce, C. S.: *Phänomen und Logik der Zeichen.* Frankfurt/Main 1983.

Schopenhauer, A.: *Eristische Dialektik oder Die Kunst, Recht zu behalten. Dargestellt in 38 Kunstgriffen.* Zürich 1983.

Sinowjew, A.: *Komplexe Logik.* Berlin 1970.

Sinowjew, A.; Wessel, H.: *Logische Sprachregeln.* Berlin 1975.

Toulmin, S.: *The Philosophy of Science. An Introduction.* London 1953.

Toulmin, S.: *The uses of argument.* Cambrigde 1958.

Toulmin, S.: *Einführung in die Philosophie der Wissenschaft.* Göttingen 1969.

Toulmin, S.: *Der Gebrauch von Argumenten.* Kronberg / Taunus 1975.

Toulmin, S./Rieke, R./Janik, A.: *An Introduction to Reasoning.* New York / London 1979.

Toulmin, S.: *Kritik der kollektiven Vernunft.* Frankfurt/Main 1983.

Toulmin, S.: Die Verleumdung der Rhetorik. *Neue Hefte für Philosophie.* Heft 26, Göttingen 1986.

Toulmin, S./Jonsen, A. R.: *The Abuse of Casuistry.* Berkeley / Los Angeles / London 1988.

Wessel, H.: Eine dialogische Begründung logischer Gesetze. In: derselbe. (Hrsg.): *Quantoren, Modalitäten, Paradoxien.* Berlin 1972.

Wessel, H.: *Logik und Philosophie.* Berlin 1976.

Wessel, H.: *Logik.* Berlin 1984.

Wessel, H.: Das logische Werk von Alexander Sinowjew. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin. Reihe Geistes- und Sozialwissenschaften.* Heft 9/1992. Berlin; 7-12.

Wessel, H.: Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik? In: L. Danneberg et al. (Hrsg.): *Hans Reichenbach und die Berliner Gruppe.* Braunschweig / Wiesbaden 1994; 373-379.

Wessel, H. (1994a): Alternative Logiken und empirische Wissenschaften. In: G. Meggle; U. Wessels (Hrsg.): *Analyomen 1.* Berlin, New York 1994; 168-176.

Wessel, H.: Grundlagen einer Theorie der Termini. *Zeitschrift für Semiotik.* 17(1995)3/4. 355-367.

Wessel, H. (1995a): Wider den Mythos intensionaler Kontexte. *Zeitschrift für Semiotik.* 17(1995)3/4. 369- 378.

Willard, C. A.: *A Theory of Argumentation.* Tuscaloosa / London 1989.

Wygotski, L. S.: *Denken und Sprechen.* Berlin 1964.

GEORG MEGGLE

KOMMUNIKATION, WAHRSAGEREI UND SCHLITZOHRIGKEIT[1]

1 Vorbemerkungen

Auch Lügen sind Kommunikationsversuche. Aufrichtigkeit ist für ein kommunikatives Handeln schön und gut — aber nicht nötig. Soviel ist klar. Aber wie steht es mit der Sprecher-Erwartung, daß ihm vom Hörer Aufrichtigkeit unterstellt wird? Sind kommunikative Akte denkbar, bei denen ich als Sprecher nicht davon ausgehe, daß mir von meinem Adressaten Aufrichtigkeit unterstellt wird, oder gar davon ausgehe, daß er mir Unaufrichtigkeit unterstellt? Das scheint schon nicht mehr so klar. Um solche Fragen geht es im folgenden. Oder besser gesagt: Im folgenden geht es um Probleme im Kontext solcher Fragen.

Es geht um die Denkbarkeit des *Skeptischen Wahrsagers* und des *Aufrichtigen Schlitzohrs*. Das sind die beiden Beispiele, die ich in den *Grundbegriffen der Kommunikation* (kurz: *GdK*) als Belege für die Möglichkeit von Informationshandlungen trotz fehlender Erwartung einer Aufrichtigkeitsunterstellung ins Spiel gebracht hatte. In der Literatur zu den *Grundbegriffen* wurde die Tragfähigkeit beider Beispiele in Zweifel gezogen. Einige dieser Zweifel knöpfe ich mir im folgenden vor. Zuvor rekapituliere ich aber kurz den Hintergrund der ganzen Geschichte. (Wer sich für diese wirklich interessiert, sollte sich um deren ausführliche Explikation in § 3.1 der *GdK* aber nicht drücken.)

[1] Obgleich ich in den *GdK* selber davor gewarnt hatte, die hier debattierten Fragen in Seminaren zu behandeln, ließ ich dasselbe im eigenen Oberseminar zu. Ebensowenig ließ sich mein Freund Klaus Wuttich von meiner Warnung abschrecken. Zwar glaube ich weiterhin, daß meine Warnung vernünftig war — und genau dafür liefert dieser Artikel denn auch weitere Belege. Aber sei's drum: Ich danke allen Teilnehmern beider Seminare mit Freude ob der dadurch gewonnenen Erkenntnisse. Vor allem natürlich den Veranlassern des folgenden Beitrags: Christian Plunze und Klaus Wuttich.

Widmen kann man diesen Artikel — Bei so viel raffinierten Täuschungsvarianten! — wirklich niemandem. Klar, wem er an dieser Stelle gewidmet würde, wenn man es könnte. Also: Ich gratuliere dem Hauptadressaten auch ohne Widmung herzlichst und wünsche weiterhin Spaß an mehr oder weniger komplexen Logeleien — vielleicht ja auch an den folgenden.

2 Der Hintergrund

2.1 Das Grundmodell

Was ein kommunikatives Handeln ausmacht, das war für den speziellen Fall von *Informationshandlungen* (in dem weiten Sinne von nicht notwendigerweise auch erfolgreichen Kommunikations*versuchen*) von H. P. Grice in einem ersten Schritt — nämlich in Form des sogenannten *G*riceschen *G*rund-*M*odells — so erklärt worden:

(GGM°) f-Tun von S ist ein an H gerichteter Kommunikationsversuch des Inhalts, daß p, gdw. (1) S mit seinem f-Tun zu erreichen beabsichtigt, daß H glaubt, daß p, und (2) S glaubt, daß H dann und nur dann glauben wird, daß p, wenn H glaubt/erkennt, daß (1).

Mit anderen (in *GdK* näher erläuterten) Worten[2]:
(GGM) KV(S,H,f,p) := (1) I(S,f,G'(H,p)) &
(2) G(S,G'(H,p) ≡ G'(H,(1)))

Der Kern von (GGM) ist dessen Bedingung (2). Dieser Kern hat zwei Seiten:

(2.1) G(S,G'(H,p)⊃G'(H,I(S,f,G'(H,p)))) [S glaubt, daß H (zum späteren Zeitpunkt t') nur dann glauben wird, daß p, wenn H erkennt, daß S mit seinem f-Tun zu erreichen beabsichtigt, daß H das glaubt.]

Aus (1) und (2.1) folgt direkt die — damit für ein kommunikatives Handeln ebenfalls als notwendig ausgezeichnete — Bedingung

(3) I(S,f,G'(H,I(S,f,G'(H,p)))) [S beabsichtigt mit f-Tun zu erreichen, daß H erkennt, daß S mit f-Tun zu erreichen beabsichtigt, daß H glaubt, daß p.]

Kommunikative Absichten sind (in diesem durch (3) bestimmten Sinne) offene Absichten. Und (2.1) gibt den Grund für diese Offenheit an.

Die zweite Seite des (GGM)-Kerns ist, was den Inhalt des S-Glaubens angeht, das Spiegelbild der ersten, nämlich diese:

(2.2) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p)))⊃G'(H,p)) [S glaubt, daß H tatsächlich glauben wird, daß p, wenn H erkennt, daß S mit seinem f-Tun eben diesen Glauben herbeizuführen beabsichtigt.]

In der uns hier interessierenden Debatte geht es fast nur um diese zweite Seite des Kerns des Grundmodells.

2.2 Beurteilung des Grundmodells

Bei der Eröffnung dieser Debatte wurde von mir — zum Glück lediglich implizite — vorausgesetzt, daß (2.2) in der Tat (und nicht nur (GGM) zufolge) eine notwendige

[2] Hier nur die Legende:
T(X,f) für: X tut (zu t) f;
G(X,p) für: X glaubt, daß p;
P(X,p) für: X will (hat eine starke Präferenz dafür), daß p;
W(X,p) für: X weiß, daß p — wobei W(X,p) := G(X,p)&p;
I(X,f,p') für: X beabsichtigt (intendiert) mit f-Tun zu erreichen, daß (zum Zeitpunkt t') p - wobei I(X,f,p') := T(X,f)&P(X,p')&G(X,p'≡T(X,f)) und KV(S,H,f,p) für einen (S, H und f involvierenden) Kommunikationsversuch des Inhalts, daß p.

Auf die nötigen und in den *GdK* verwendeten Konditionaloperatoren verzichte ich im folgenden der Simplizität wegen ganz; siehe aber die korrekteren Explikationen in *GdK*.

Bedingung für kommunikatives Handeln darstellt. Die Frage war nur, auf welche Gründe sich diese Bedingung ihrerseits stützt.

Diese Voraussetzung ist, wie in dem Nachtrag *Grice's Doppelfehler* herausgestrichen wurde, falsch. (GGM) war sowohl zu schwach, als auch zu stark: Statt der Bedingung (2) ist, wie natürlich schon in den *Grundbegriffen* dicke betont, die Bedingung

(2*) G(S,G'(H,p) ≡ G'(H,KV(S,H,f,p)))

zu fordern. Und somit tritt an die Stelle von (2.1) dessen *Verstärkung*

(2.1*) G(S,G'(H,p)⊃G'(H,KV(S,H,f,p)))

aber auch, und das war in den *Grundbegriffen* nicht so dick herausgestrichen worden, anstelle von (2.2) dessen *Abschwächung*

(2.2*) G(S,G'(H,KV(S,H,f,p))⊃G'(H,p)) [S glaubt, daß dann, wenn H seinen Kommunikationsversuch als solchen verstehen wird, H auch glauben wird, was er (dem Kommunikationsversuch zufolge) glauben soll.]

Wieder ist hier nur der letztere Unterschied relevant: Nach *Grice* ist es so, daß wir in der Hörerrolle dem Sprecher zufolge schon dann p glauben werden, sobald wir erkennen, daß S *will*, daß wir p glauben; aber in *Wirklichkeit* verlangt der kommunikative Glaubensmechanismus lediglich, daß wir aus der Sicht von S als H p glauben, sobald wir erkennen, daß S das *auf kommunikativem (also absolut offenem*[3]) Wege von uns erreichen will. Naheliegenderweise habe ich (2.2*) auch als die (kommunikative) *Erfolgs-Erwartung* bezeichnet.

Dieser 'unendlich' große (d.h., der Differenz zwischen einfacher und absolut offener Intention entsprechende), feine Unterschied zwischen Grice und der Wirklichkeit spielte in meinen bisherigen einschlägigen Beispielsdiskussionen, wie gesagt, keine Rolle. Das wird sich zwar hier ändern. Aber der Einfachheit wegen und um den Lesern den direkten Anschluß an die vorgebrachten Einwände zu erleichtern, stelle ich den für ein Problemverständnis nötigen Hintergrund weiterhin anhand des Griceschen Grundmodells dar. Ein auf die Differenz zur Wirklichkeit achtender Monitor läuft ab jetzt bei mir aber immer mit.[4] Und ich bitte auch die Leser, einen solchen Monitor bei sich einzuschalten.

2.3 Die Ausgangsfrage und die Standardantwort

Nicht immer, wenn wir merken, daß uns jemand zu einem bestimmten Glauben bringen will, glauben wir daraufhin das, was wir glauben sollen, tatsächlich. Das ist nur manchmal so. Nämlich gewöhnlich nur dann, wenn wir es mit NF zu tun haben — das heißt, mit einem *Normalfall*. Muß also S, damit er, wie er selbst wissen wird, mit seiner entsprechenden Erfolgs-Erwartung nicht gänzlich schief liegt, nicht auch seinerseits unterstellen, daß wir NF unterstellen?

Die einschlägige Spezifizierung von NF: *Täuschungs-Absenz*. Und zwar im zweifachen Sinne: Wir unterstellen als H, daß S weder *uns täuschen* will, noch, daß er *sich selbst täuscht*. Genauer: Wir unterstellen als Hörer sowohl

[3] Absolute Offenheit entspricht dabei der nach oben hin offenen Kette der Intentionen (i) I(S,f,G'(H,p))&(ii) I(S,f,G'(H,(i)))&(iii) I(S,f,G'(H,(ii)))&...&(n+1) I(S,f,G'(H,(n)))& etc.

[4] Worauf es letztlich ankommt, ist natürlich nicht, was nach Grice gilt, sondern, was in Wirklichkeit gilt. Und das könnte, jedenfalls im allgemeinen, divergieren: Was für Grice notwendig ist, ist es deshalb nicht auch schon für die Wirklichkeit; und was für die Wirklichkeit hinreichend ist, ist es deshalb nicht auch schon für Grice. Zu diesen Differenzen mehr in 9 unten.

(N-1) [5]I(S,f,G'(H,p))⊃G(S,p) [S glaubt auch selbst, was er uns glauben machen will]

als auch

(N-3) G(S,p)⊃p [S liegt mit seinem p-Glauben richtig]

Beide Normal-Bedingungen zusammengenommen ergeben unmittelbar

(N-0) I(S,f,G'(H,p))⊃p

— und genau das ist der Weg, wie wir im Normalfall von der Erkenntnis der Sprecherabsicht zu dem mit dieser Absicht intendierten Glauben selbst kommen.

Muß also S, damit er, wie er selbst wissen wird, mit seiner entsprechenden Erfolgs-Erwartung nicht gänzlich schief liegt, nicht auch seinerseits unterstellen, daß wir diesen Weg über (N-1) und (N-3) gehen werden? Mit anderen Worten: Gilt (SAW)?

(SAW) (2.2)→(N)

wobei

(N) G(S,G'(H,(N-1)&(N-3)))

Das war die *Ausgangsfrage*. Die übliche *Standardantwort* (=SAW) auf diese Frage ist ein klares *Ja*. Meine (in § 3.1 der *GdK* gegebene) Antwort war und ist hingegen ganz klar *Nein*.

Es gibt viele Möglichkeiten, aus denen die Negation von (N) folgt, und entsprechend viele Möglichkeiten, (SAW) zu widerlegen. Ich hatte in *GdK* zwei der stärksten gewählt. Zum einen den Fall, in dem außer (2.2) sogar gilt, daß S glaubt, daß ihm von H beiderlei Täuschungsarten (Täuschung des Adressaten plus — und zwar sogar verstärkte[6] — Täuschung von sich selbst) unterstellt werden. Das war die (von mir zumindest intendierte) Struktur des *Aufrichtigen Schlitzohrs*:

(AS) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p))) ⊃ G'(H,p))&
G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p))&G(S,¬p)))&G(S,G'(H,G(S,¬p)&p))

wobei die zweite Zeile äquivalent ist mit der einfacheren und somit durchsichtigeren Doppel-Täuscher-Bedingung:

(DT) G(S,G'(H,p&G(S,¬p)&I(S,f,G'(H,p))))

Und zum anderen den Fall, in dem trotz (2.2) gilt, daß S glaubt, daß H weiß, daß S selber nicht glaubt, daß p. Das ist die Struktur des *Skeptischen Wahrsagers*:

(SK) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p)))⊃G'(H,p))&(i) G(S,G'(H,¬G(S,p)))

3 Der Skeptische Wahrsager

Der *Skeptische Wahrsager* (kurz: der SK) ist recht simpel. Jedenfalls einfacher als alles Nachfolgende. Und daher zuerst zu diesem. In den *GdK*[7], S. 60, schilderte ich ihn so:

[5] bzw., schwächer: (N-2) P(S,G'(H,p))⊃ ¬G(S,¬p)

[6] Verstärkt insofern, als die nicht-verstärkte Täuschungsvariante einfach diese wäre: I(S,f,G'(H,p))&¬G(S,p). Die in (AS) benutzte Variante I(S,f,G'(H,p))&G(S,¬p) ist stärker. Aus G(S,¬p) folgt ¬G(S,p), aber nicht umgekehrt. Aus (AS) folgt also (2.2)&G(S,G'(H,¬(N-1)& ¬(N-3))).

[7] Es gibt bezüglich des Skeptischen Wahrsagers und des Aufrichtigen Schlitzohrs (leider) keine Unterschiede zwischen der 1. und der 2. Auflage der *GdK*. (Das liegt aber zum Glück nicht nur an mir. Siehe Vorwort der 2. Auflage.)

> **(B-19)** S, ein seinem eigenen Handwerk gegenüber etwas skeptisch eingestellter Wahrsager, soll seinem Stammkunden H sagen, ob p der Fall sein wird oder nicht. S weiß, daß H weiß, daß er selbst an der Verläßlichkeit seiner Kunst gelinde Zweifel hat, weiß aber auch, daß H wegen der glänzenden (mitunter wohl auch: wegen der sich für ihn glänzend bezahlt machenden) Erfahrungen, die dieser mit seinen (S) bisherigen Prognosen gemacht hat, trotzdem so von seinen hellseherischen Fähigkeiten überzeugt ist, daß er (H), ganz gleich, ob nun S selbst von seinen Prognosen überzeugt ist oder nicht, von der Richtigkeit der gegebenen Antwort auf jeden Fall selber voll überzeugt sein wird. Und daß S weiß, daß H den Künsten von S derart blind vertraut, genau das weiß der Überzeugung von S zufolge auch H selbst. Nun, S weiß, daß er sich, will er diesen und eventuell auch noch weitere Stammkunden nicht verlieren, jetzt nicht aus der Affäre ziehen kann, die Frage also beantworten muß, sieht daher kurz hell (tut so als ob) und sagt dann zu H - nun ja, eben daß ... [nämlich, wie wir ab jetzt annehmen wollen: daß p.]

Plunze (i.V.) bescheinigt diesem Beispiel zwar eine „prima facie Plausibilität“ (OS-Ms., S. 8), hält dieses Beispiel aber für „kein Gegenbeispiel gegen die Standardantwort“. Warum nicht?

Plunzes *erste Antwort* ist, wie er selber meint, „simpel“: Es gebe „keinen plausiblen Grund ... anzunehmen, daß (i) [von (SK)] gilt“ (S. 6). Im SK „wird S ... glauben, daß sein Kunde glaubt, daß S selbst von der Zuverlässigkeit seiner Prognose überzeugt ist“, d.h., es wird dort G(S,G'(H,G(S,p))) gelten, woraus dann ¬G(S,G'(H,¬G(S,p))) folgt — im Widerspruch zu (i) G(S,G'(H,¬G(S,p))). Plunzes *zweite* Antwort: Wenn (i) gelten würde, so folgte daraus ¬(2.2). Beide Antworten laufen auf dasselbe hinaus: SK involviert einen Widerspruch — ist also unmöglich. Wie kommt Plunze zu diesem Schluß?

Was seine *erste Antwort* angeht, sinngemäß so: (1) S unterstellt, daß H ihm blind vertraut — und zwar deshalb, weil H mit diesem Vertrauen bisher bestens gefahren ist: Die bisherigen „Prognosen“ waren durch die Bank richtig[8]. (2) Diesen Grund für dieses Vertrauen kennt (nun aber, wie eben gesagt) auch S selbst. Und daher gilt: (3) Auch für S selbst gibt es keinerlei Grund, gegenüber seinen eigenen Fähigkeiten skeptisch zu sein. (4) All das weiß S zufolge auch H. Und daher gilt: (5) H weiß, wie S weiß, daß S *selber* keinen Grund hat, skeptisch zu sein. (Das aber beißt sich mit (i).)

Dieser Argumentationsweg hat freilich einen großen Nachteil: Er sieht die Dinge ausschließlich durch die Brille von H. Der Witz von SK ist aber gerade der, daß die Sicht von S eine ganz andere ist. Die Richtigkeit der bisherigen Prognosen ist *nur für H* ein Extrapolations-Grund für weitere Richtigkeit — *für S nicht*. (Man kann daher nicht von (1) und (2) auf (3) schließen!) Daß seine bisherigen „Prognosen“ richtig waren, weiß zwar auch S; und er weiß auch, daß dieses Faktum *für H* ein relevanter Vertrauens-Grund ist — aber das gilt *nicht auch für S selbst*. Zum Beispiel deshalb nicht, weil dieser einfach der Meinung ist: „Zufall, was soll's!“

Diese Meinung braucht sich mit dem ganzen SK-Rest in keiner Weise zu beißen. Wenn ich als S zum Beispiel weiß, daß mich H für ein Prognose-Medium hält, dessen Prognosen richtig sind, egal, was ich selber von ihnen halte, kann in SK alles so bleiben, wie es ist. Ja vielleicht ist's in der dortigen Welt sogar so, daß, wie ich weiß, H ab jetzt *nur* noch solche Prognosen von mir für richtig halten wird,

[8] Bei Plunze wird zwischen verschiedenen, über 50 % liegenden Trefferhäufigkeiten unterschieden. Diese Unterschiede spielen für das Argument aber keine entscheidende Rolle.

bei denen ich selbst skeptisch bin und ich meine Skepsis auch zu erkennen gebe, etc. Vielleicht hat H, wie ich „weiß“, zudem „entdeckt“, daß die „zuverlässigsten“ Medien gerade die sind, die ab einer bestimmten Stufe des Erfolgs eine gewisse Erfolgs-Skepsis entwickeln, etc. All das ist möglich; und daher — entgegen der These von Plunze — auch SK.

Auf die Frage „Wenn die ... Zuverlässigkeit der bisherigen Prognosen bei H einen blinden Glauben an die Richtigkeit zukünftiger Prognosen erzeugen, wieso sollte dasselbe nicht auch bei S der Fall sein?“ (S. 7) gibt es also eine ganz simple Antwort: Weil S (zumindest diesem selbst zufolge) nicht so doof bzw. abergläubisch ist wie H — und im Unterschied zu diesem zum Beispiel zwischen „bisher (fast) immer richtig“ und „aus den und den Gründen (fast) immer richtig“ zu unterscheiden weiß. Und jetzt könnte natürlich eine neue Serie von Geschichten ins Rollen kommen, je nachdem, ob S unterstellt, daß H weiß, daß S iHn für doof hält, das aber dem H nichts ausmacht, vielmehr gerade recht ist, weil er auch das für ein weiteres Erkennungszeichen optimaler SK-Medialität hält, usw.

Selbst wenn S also unterstellt bzw. gar selber sicherstellt, daß H weiß, daß S selber gegenüber seiner Prognose skeptisch ist, verhindert das nicht, daß S erwartet, daß H seiner Prognose Glauben schenken wird; es kann sogar sein, daß (S weiß, daß) H dieser Prognose *nur* dann Glauben schenken wird, wenn er von Ss Skepsis weiß. Und damit ist auch schon Plunzes *zweite Antwort* ganz *en passant* erledigt.

Um erwarten zu können, daß H auf seine p-„Prognose“ hin (wobei wir, um den Anschluß an (2.2) nicht zu verlieren, annehmen wollen, daß auch aus der Sicht von S für die Bewirkung des intendierten p-Glaubens bei H die bloße Äußerung von „p“ durch S nicht genügt, vielmehr für die Identifizierung des Inhalts der Prognose von S durch H auch dessen Annahme nötig ist, daß S das Gesagte/Geäußerte auch sagen wollte) *tatsächlich p glauben wird, braucht S also weder (a) selbst an die Wahrheit seiner Prognose zu glauben, noch (b) zu glauben, daß H glaubt, daß S selber an die Wahrheit der Prognose glaubt.*[9]

Daß (a) für (2.2) nötig ist, stand hier ohnehin nicht zur Debatte. (Natürlich *nicht*!) Daß sich mit dem Beispiel des Skeptischen Wahrsagers zeigen läßt, daß auch (b) nicht nötig ist, das wurde von Plunze bestritten. Aber seine Einwände ziehen nicht.

4 Das Aufrichtige Schlitzohr

Das *Aufrichtige Schlitzohr* ist ein ziemlich kniffliger Fall. So knifflig, daß es kaum möglich ist, diesen Fall aus dem Stand zu schildern. Deshalb schaltete ich in den *GdK* ein Vorspiel vor. Dito auch hier.

[9] Was in SK wirklich besser hätte herausgearbeitet werden sollen: weshalb S, wenn er schon selber keine feste Meinung über p vs. ¬p hat, trotzdem *will* (und zudem auch noch mit seinem Tun zu erreichen beabsichtigt), daß H glaubt, daß p. Irgendeine entsprechende Ergänzung anzufügen, wird den pfiffigen LeserInnen aber sicher nicht schwerfallen. Man denke einfach an solche Fortsetzungen wie diese: S glaubt, daß H für den Fall, daß er p glaubt, zukünftig besser fahren wird, als wenn er das nicht oder gar ¬p glaubt — was übrigens nicht ausschließt, daß S selber p für falsch hält, und auch nicht, daß H auch dies dem S zufolge wissen darf, etc. Wie auch an allen anderen Stellen der (in den *GdK* verhandelten allgemeinen) Kommunikationstheorie kommt es bei den Annahmen, von denen S unterstellt, daß sie ihm von H unterstellt werden, weder darauf an, ob S diese Annahmen tatsächlich macht, noch darauf, ob (wir oder irgendwelche anderen Leute glauben, daß) diese Annahmen objektiv begründet sind.

4.1 Das Vorspiel

> **(B-17)** H erwartet Besuch von den Kaisers. Er ist sich nicht sicher, wann sie kommen werden, nimmt aber doch fest an, daß das wohl kaum vor 17.00 Uhr sein wird. Um den Nachmittag nicht nur mit Warten zu verbringen, macht sich H draußen im Garten zu schaffen. Seinem Sohn S, von dem er glaubt, daß er die Kaisers mit den Königs verwechselt, hat H, um von ihm auch ja dann und nur dann informiert zu werden, wenn die Kaisers gekommen sind, gesagt, er solle ihm pfeifen, sobald die Königs da sind. So, und jetzt, es ist etwa 16.00 Uhr, hört H den ausgemachten Pfiff. Ganz unmöglich, denkt H nach einem kurzen Blick auf die Uhr, daß das schon die Kaisers sind - das können nur schon wieder, wie gestern, diese aufdringlichen Königs sein. Und (so immer noch H) dieser S, dieser Bengel, der will mich jetzt nur wieder reinlegen — ich (H) höre schon jetzt, wie er, wenn ich reinkomme, frech sagt: „Ätsch, es sind doch nur die Kaisers!"— und auf meinen Wutausbruch wartet, weiß er doch, daß ich gerade diese Königs (für S: diese Kaisers) partout nicht ausstehen kann. Und, wie infam, wohl eben deshalb sein Pfiff ausgerechnet jetzt. (GdK, S. 55)

Den relevanten Glauben von H hatte ich, auf die (in *GdK*, 8.1, kurz erklärte) übliche Symbolisierung der hier unverzichtbaren *de re* vs. *de dicto* Unterscheidung zurückgreifend, wie folgt präzisiert - wobei „A(x)" für „x ist eben gerade aufgekreuzt", „$\mathbf{K_1}$(x)" für „x ist die Familie **König**" und „$\mathbf{K_2}$(x) für „x ist die Familie **Kaiser**" stehen:

(VS) G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&G(S,$\mathbf{K_2}$(x))&I(S,f,G'(H,$\mathbf{K_1}$(x)))))
[H glaubt, daß Leute aufgekreuzt sind und das **die Königs** sind, daß S von diesen glaubt, daß sie **die Kaisers** sind, und daß S ihn, den H, von diesen (von S fälschlich für die Kaisers gehaltenen Königs) glauben machen will, daß sie **die Königs** sind.][10]

Nochmal: H glaubt hier, erstens, daß S die aufgekreuzten Königs fälschlicherweise für die Kaisers hält — S *sich* also bezüglich dessen, wer die Aufgekreuzten sind, *selbst täuscht*; und er glaubt, zweitens, daß S *ihn* von den Aufgekreuzten glauben machen will, daß es die Königs sind, obgleich S selber von diesen glaubt, daß es die Kaisers sind — kurz: H glaubt, daß S ihn darüber, wer aufgekreuzt ist, *täuschen will*. H glaubt, nochmal kürzer: daß S ein *Doppeltäuscher* ist: daß er sich selbst täuscht und zugleich iHn.

Soviel zum Vorspiel. Wie kann eine Situation aussehen, in der (uns einleuchtet, daß) *S glaubt bzw. erwartet, daß (VS))*? Meine *GdK*-Antwort: zum Beispiel wie die Situation, in der S das *Aufrichtige Schlitzohr* ist.

---

[10] Vielleicht sollte ich bei dieser Gelegenheit auch mal klarlegen, was es genau heißt, daß S die Königs und die Kaisers verwechselt. Dies:
(VW) $\vee$x$\vee$y($\mathbf{K_1}$(x)&$\mathbf{K_2}$(y)&G(S,$\mathbf{K_2}$(x)&$\mathbf{K_1}$(y)))&$\wedge$x(G(S,$\mathbf{K_1}$(x))$\supset\mathbf{K_2}$(x))&
$\wedge$x(G(S,$\mathbf{K_2}$(x))$\supset\mathbf{K_1}$(x))
[S hält die Königs für die Kaisers und die Kaisers für die Königs — und auch jeweils nur diese.]
Soweit ich sehe, werden die beiden letzten Konjunktionsglieder meist unterschlagen. Dann könnten die Leute, die S für die Kaisers hält, aber auch die Pimpelmosers sein, und die, die er für die Königs hält, die Husedoms oder weiß Gott wer. Das wäre aber selbst für meinen Geschmack im Schlitzohr-Kontext etwas zu viel an noch zu betrachtenden weiteren Komplikationen.

4.2 Der Pfiff des Schlitzohrs

Die Struktur des (relevanten Glaubens des) Aufrichtigen Schlitzohrs habe ich schon eben verraten: G(S,(VS)) — expressis verbis also:

(DT^{AS}*) G(S,G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&G(S,$\mathbf{K_2}$(x))&I(S,f,G'(H,$\mathbf{K_1}$(x))))))[11]

Und nun zu dieser Struktur eine Geschichte, die paßt:

> **(B-18)** Noch bevor die ganze obige Nachmittags- und Gartengeschichte (B-17) ins Rollen gekommen ist — also noch ehe der H seinem Sohn S gesagt hat, er solle ihm, falls die 'Königs' kommen, etc. etc. — hat H sich mit seiner Frau über den S unterhalten und sich dabei darüber lustig gemacht, daß der Kleine (S) immer noch die doch so netten Kaisers mit den aufdringlichen Königs verwechsle, weshalb er (H) dem Kleinen jetzt auch gleich sagen werde, daß er ihm (H), er selber wolle sich noch im Garten zu schaffen machen, hinauspfeifen solle, falls die 'Königs' kämen, um es auch ja gleich zu erfahren, wenn die Kaisers, die er allerdings nicht vor 17.00 Uhr erwarte, gekommen sind. Aufklären wolle er den Kleinen über seine Kaisers/Königs-Verwechslung noch nicht. Er wolle unbedingt vorher sehen, was der Kleine für ein Gesicht mache, wenn er (H) beim Abendbrot die (wie S glauben wird) vermeintlichen Königs stets mit „Herr-" bzw. „Frau Kaiser" anrede — und eben dieses Gespräch hat der kleine S, von seinen Eltern unbemerkt, Wort für Wort mitgekriegt. „So so", so arbeitet es in seinem Köpfchen, „die Leute, die ich immer für die netten Königs gehalten hab, das sind gar nicht die Königs, sondern die Kaisers. Muß ich mir merken! — läßt sich aber, schlitzohrig wie der Kleine (bei einem solchen Vater!) eben auch selber schon ist, auch etwas später, als ihm H sagt, er solle ihm pfeifen, wenn die 'Königs' kämen[12], nicht anmerken, daß er sichs wirklich gemerkt hat und also genau weiß, daß sein Vater damit die netten Kaisers meint. So. Und jetzt (zunächst mal) wie gehabt. Es ist 16.00 Uhr. — ??? — S geht hinters Haus und pfeift dem H.

Diese Situation ist in der Tat so, daß S in ihr mit Recht erwarten kann, daß H auf seinen Pfiff hin genau das denken wird, was dieser unserer Beschreibung zufolge schon in der Situation (B-17) [Vorspiel] gedacht hat. Und mehr braucht's

---

[11] Damit diese Struktur zu der in 2.3 oben erwähnten gröberen (weil noch nicht zwischen *de re* vs. *de dicto* Lesarten differenzierenden) Struktur

(DT) G(S,G'(H,p&G(S,¬p)&I(S,f,G'(H,p))))

paßt, wäre $\mathbf{K_2}$(x) durch ¬$\mathbf{K_1}$(x) zu ersetzen, womit sich ergäbe:

(DT^{AS}) G(S,G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&G(S,¬$\mathbf{K_1}$(x))&I(S,f,G'(H,$\mathbf{K_1}$(x))))))

Und natürlich soll (DT^{AS}) zu (DT) passen! Um diese Passung zu garantieren, sei i.f. der Einfachheit wegen (obgleich Schwächeres auch schon genügen würde) stets vorausgesetzt, daß es zwischen S und H in der betreffenden Situation Gemeinsames Wissen ist, daß, falls überhaupt jemand aufkreuzt, das nur entweder die Kaisers oder die Königs sein können. D.h., beide wissen (daß beide wissen, etc.), daß gilt:

(GW-1) $\wedge$x(A(x)$\supset$($\mathbf{K_1}$(x)$\vee$$\mathbf{K_2}$(x))&¬($\mathbf{K_1}$(x)&$\mathbf{K_2}$(x)))

Unter dieser Voraussetzung sind jetzt (DT^{AS}*) und (DT^{AS}) äquivalent. In den *GdK* hatte ich diese Voraussetzung noch nicht explizit gemacht; daß derartiges nötig ist, auch darauf bin ich erst durch Plunzes Kritik gestoßen worden. Des weiteren hätte ich, wie die folgenden Überlegungen zeigen, nichts dagegen, wenn zudem unterstellt würde, daß es auf den Pfiff hin zwischen S und H Gemeinsames Wissen ist, daß überhaupt jemand gekommen ist, i.e.:

(GW-2) $\vee$x(A(x)).

[12] Darüber, daß er die Königs auf keinen Fall vor 17.00 Uhr erwarte, darüber hat H *jetzt* (d.h. direkt zu S) nichts gesagt. Warum ist dieser Zusatz nötig?

nun wirklich nicht mehr, um die Standardantwort zu widerlegen: (B-18) ist eine Situation, in der S zwar die Bedingung

(2.2) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p)))⊃G'(H,p))

erfüllt, S aber zudem glaubt, daß ihm von H bezüglich der Frage, ob p besteht oder nicht, sowohl ein Täuschungsversuch als auch ein Irrtum unterstellt wird — weshalb die *Standardantwort*, wonach (2.2) *nur* unter Voraussetzung der Normalbedingung

(N) G(S,G'(H,(N-1)&(N-2))
mit (N-1): I(S,f,G'(H,p))) ⊃ G(S,p) Kein Täuschungsversuch
und (N-2): G(S,p) ⊃ p Kein Irrtum

möglich sein soll, *falsch* ist. Soviel zum Kern meiner Geschichte vom Aufrichtigen Schlitzohr.

4.3 Meine Lieblingsvariante

Klar, daß sich diese Geschichte auf vielerlei Arten ausschmücken ließe. In *GdK* hatte ich schon meine Lieblingsvariante verraten. Hier ist sie.[13]

> **(B-18*)** Es sind tatsächlich die Königs. ... Und wenn H reinkommt, sagt das Schlitzohr S zu ihm — und zwar, weil S in diesem Fall mit seinem Pfiff H gegenüber letztlich sogar aufrichtig war, völlig zurecht — ganz frech: „Ätsch, es sind wirklich die Königs!"

Diese Variante geht über (B-18) weit hinaus. Dort steckte hinter den „???" vielleicht gar nichts: Vielleicht war dort gar niemand gekommen. Und vielleicht hat dort S auch nicht einmal geglaubt, daß jemand gekommen ist. (Beides durchschaut man am besten mittels eines nochmaligen kurzen Blickes auf (DT^{AS}*).)

Noch expliziter hatte ich meine Lieblingsvariante so ausbuchstabiert, daß außer der relevanten Griceschen Bedingung

(2.2) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p)))⊃G'(H,p))

d.h., mit ∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)) anstelle von p,

($\mathbf{2.2^{AS}}$) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))⊃G'(H,∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x))))
[S glaubt: Wenn H erkennt, daß S mit seinem Tun erreichen will, daß H glaubt, daß die Königs gekommen sind, dann wird H daraufhin tatsächlich glauben, daß die Königs gekommen sind.]

auch folgendes gelten sollte:

(ii) ∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&G(S,$\mathbf{K_1}$(x))) [Die eben aufgekreuzten Königs werden von S auch als die Königs erkannt.]

(iii) ∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&I(S,f,G'(H,$\mathbf{K_1}$(x)))) [S will, daß auch H von den eben aufgekreuzten Leuten (zurecht) annimmt, daß es sich um die Königs handelt.]

Kompliziert war die Sache nur deshalb, weil auch noch galt:

(iv) ∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&G(S,G'(H,G(S,$\mathbf{K_2}$(x))))) [S glaubt von den aufgekreuzten Königs, daß H glauben werde, S glaube, es handle sich um die Kaisers.]

[13] ACHTUNG! Wer jetzt schon Kopfweh hat, der möge den vorliegenden Paragraphen einfach überspringen. Er versäumt nichts Wesentliches. Warum ich's trotzdem wiederhole? Nun, weil es gegen zukünftiges noch stärkeres Kopfweh helfen könnte.

und

(v) $\vee x(A(x)\&\mathbf{K_1}(x)\&G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,\mathbf{K_1}(x))))))$ [S glaubt von den aufgekreuzten Königs, daß H glauben wird, daß S will, daß H glaubt, es seien die Königs.]

(ii) und (iii) besagen, daß sich S bezüglich der Königs weder selbst getäuscht hat, noch den H bezüglich der Königs täuschen wollte. (iv) drückt aus, daß S aber glaubt, daß H glauben wird, S hätte sich geirrt und die Königs für die Kaisers gehalten, womit dann in Verbindung mit (v) auch ausgedrückt ist, daß S glaubt, daß H glauben wird, S wolle ihn bezüglich der aufgekreuzten Leute aufs Kreuz legen.

5 Einwände gegen das Vorspiel

Plunzes Einwände (in (i.V.)) gegen das Aufrichtige Schlitzohr sind hauptsächlich Einwände gegen dessen Vorspiel. (Wobei geschenkt ist: Wenn gezeigt werden könnte, daß dann, wenn schon das Vorspiel undenkbar ist, eo ipso dessen Einbettung in das Aufrichtige Schlitzohr undenkbar wäre.) Plunzes „Hauptziel" ist zu zeigen, daß bereits im Vorspiel für H nicht gelten kann, was für diesen (H) dann im Aufrichtigen Schlitzohr laut (2.2) zumindest aus der Sicht von S zu gelten hätte:

[2.2] $G'(H,I(S,f,G'(H,p)))\supset G'(H,p)$

wobei Plunzes p-Konkretisierung — in exakter Entsprechung zu meiner obigen Lieblings- Bedingung (2.2^{AS}) — diese ist:

[2.2^{VS}] $G'(H,I(S,f,G'(H,\vee x(A(x)\&\mathbf{K_1}(x)))))\supset G'(H,\vee x(A(x)\&\mathbf{K_1}(x)))$

Nun ist das Vorspiel aber gerade so konstruiert, daß H dem S dort die Erfüllung der Normalbedingungen *nicht* unterstellen soll. Wie kann dann, so Plunzes erste Frage, [2.2^{VS}] trotzdem gelten?

- eine Frage, die er sich selbst durch Rekurs auf die beiden folgenden von ihm so genannten „Bizarren Erfolgsbedingungen" beantwortet:

(BE-1) $G'(H,I(S,f,G'(H,\vee x(A(x)\&\mathbf{K_1}(x)))))\supset G'(H,G(S,\vee x(A(x)\&\mathbf{K_2}(x))))$
[H glaubt dann, daß S glaubt, daß die Kaisers aufgekreuzt sind, wenn H glaubt, daß S erreichen will, daß H glaubt, daß die Königs aufgekreuzt sind.]

(BE-2) $G'(H,G(S,\vee x(A(x)\&\mathbf{K_2}(x))))\supset G'(H,\vee x(A(x)\&\mathbf{K_1}(x)))$
[H glaubt dann, daß die Königs aufgekreuzt sind, wenn H glaubt, daß S glaubt, daß die Kaisers aufgekreuzt sind.]

Nun ist aber, so Plunze weiter, (BE-2) im Vorspiel nicht erfüllt. Wie soll dann, so verstehe ich seinen „Haupt-Einwand", dort trotzdem [2.2^{VS}] erfüllt sein können? Sein — von mir wieder nur sinngemäß gerafftes — Argument für non-(BE-2) ist (siehe S. 20 ff.) dieses: Der K_1-Glaube von H kommt im Vorspiel nicht vermittels des durch den im Wenn-Satz von (BE-2) spezifizierten K_2-Glaubens von S zustande. H hat den betreffenden K_1-Glauben schon vorher; es ist sogar so, daß H erst aufgrund seines eigenen K_1-Glaubens auf den K_2-Glauben von S schließt. Letzterer kann also nicht sein Grund für ersteren sein — im Widerspruch zu (BE-2).

Was ist dazu zu sagen? Einiges:

(a) Die beiden BE-Bedingungen sind in der Tat zwar prima Begründungen für [2.2^{VS}], letzteres *braucht* aber diese Begründungen nicht. [2.2^{VS}] kann der Fall sein, auch wenn nicht beide BE-Bedingungen erfüllt sind (oder gar beide nicht).

Man kann somit nicht von der Nicht-Erfüllung einer BE-Bedingung auf die Nicht-Erfüllung von [2.2^{VS}] selbst schließen. Braucht es hierfür noch einen Beleg? Nun, wer meint, dem sei so, der sei auf den Skeptischen Wahrsager zurückverwiesen. Dort galt zwar — aus der Sicht von S — [2.2], aber obgleich dort von H dem S ebenfalls die Normalbedingungen *nicht* unterstellt wurden, unterstellte H nicht deshalb auch schon, daß S ein Doppeltäuscher ist.

(b) Plunzes Behauptung, daß (BE-2) im Vorspiel nicht erfüllt sei, ist falsch. Warum? Ganz einfach: Daß überhaupt jemand gekommen ist, das weiß H dort nicht ohne den Pfiff. H hört den Pfiff — aber weiß H aufgrund des Pfiffs allein, daß jemand gekommen ist? Nein. Denn S könnte, vergeßlich ist der ja manchmal, schließlich nur so vor sich hingepfiffen haben (und so auch in diesem Sinne gegen den Auftrag verstoßen haben). Würde H das glauben, würde die ganze Kaisers/Königs-Überlegungs-Maschine bei ihm erst gar nichts in Rollen kommen. Daß H nicht einfach so vor sich hingepfiffen hat, das zu glauben, reicht aber auch nicht, damit H auf Ss Pfiff hin glaubt, daß jemand gekommen ist. H wird das nur dann glauben, wenn er auch glaubt, daß, *daß jemand gekommen ist*, zum Inhalt dessen gehört, was S ihm mit seinem Pfiff zu verstehen geben möchte. (Kurz: H schließt aus, daß S zwar nicht nur so vor sich hin, aber mit ganz anderer Mitteilungsabsicht gepfiffen hat: zum Beispiel mit der, ihn wissen zu lassen, daß Mama ihn zum Cafe erwartet oder dergleichen.) Und schließlich hat H dem S zumindest in dieser Hinsicht im Vorspiel Aufrichtigkeit blanko unterstellt: daß S ihn nicht glauben machen wollen würde, daß jemand gekommen ist, wenn er nicht selber glauben würde, *daß jemand gekommen ist* — und dito blanko Irrumsfreiheit: daß, wenn S glaubt, daß jemand gekommen ist, er sich zumindest darin nicht irrt. Bezüglich *dieses* Inhalts unterstellt H dem S also die Erfüllung der kommunikativen Normalbedingungen. Im Vorspiel sind[14], mit anderen Worten, die beiden folgenden Bedingungen erfüllt:

(B.VS-1) G'(H,I(S,f,G'(H,$\vee$xA(x))))$\supset$G'(H,G(S,$\vee$xA(x)))

(B.VS-2) G'(H,G(S,$\vee$xA(x)))$\supset$G'(H,$\vee$xA(x))

Und da ohnehin schon galt, daß H glaubte, daß vor 17 Uhr allenfalls die Königs gekommen sein können, galt im Vorspiel also auch

(BE-2.2) G'(H,G(S,$\vee$x(A(x))))$\supset$G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))

und allein somit[15] bereits auch (BE-2) selbst.

(c) Nun stört sich aber Plunze, wie aus seiner oben gerafften Begründung für non-(BE-2) hervorgeht, eben daran, daß *Hs Glaube, daß S glaubt, daß die Kaisers gekommen seien*, für das Zustandekommen von Hs Glaube, daß die Königs gekommen sind, — wie eben ja von mir selber verdeutlicht — keine Rolle gespielt hat. Genauer: Ihn stört, daß der betreffende (eben kursivierte) Glaube für Hs Glauben, daß die Königs gekommen sind, im Vorspiel offenkundig *nicht notwendig* ist. Aber, so meine Replik: Darum geht es auch gar nicht. Wir diskutieren (BE.2) - und nicht dessen Umkehrung:

(BE-2.U) G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))$\supset$G'(H,G(S,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_2}$(x))))

Das bringt mich auf den Verdacht, daß Plunzes Einwand nicht der sein sollte, daß im Vorspiel (BE-2) nicht erfüllt ist, sondern der, daß dort (BE-1) nicht gilt. Entsprechend wäre dann sein „Hauptziel“ wohl auch nicht das bisher unterstellte,

[14]- oder meinetwegen: seien -

[15]Und zwar per Abschwächungsregel, die im übrigen hier auch dann einschlägig wäre, wenn wir (natürlich korrekter) diese Bedingungen mithilfe der (bei Plunze zurecht verwendeten) Konditionalbegriffe formuliert hätten. Um ein von Plunze in unseren Oberseminardiskussionen verwendetes Beispiel zu nutzen: Wenn fünf Richtige im Lotto schon hinreichend für einen Hauptgewinn sind, dann erst recht mehr als fünf.

nämlich zu zeigen, daß im Vorspiel die Bedingung [2.2] nicht erfüllt ist (was ja, wie eben schon implizite gezeigt, falsch ist), sondern das zu zeigen, daß im Vorspiel die Umkehrung von [2.2], nämlich

[**2.1**] G'(H,p)⊃G'(H,I(S,f,G'(H,p)))

nicht erfüllt ist — wobei die einschlägige p-Konkretisierung wiederum diese (nämlich die Umkehrung von [2.2^{VS}]) wäre:

[$\mathbf{2.1}^{VS}$] G'(H,∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))⊃G'(H,I(S,f,G'(H,∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))

Und zu diesem Einwand bzw. zu dem so revidierten Plunzeschen „Hauptziel" würde ja seine oben skizzierte Begründung (wonach Hs Glaube, daß S glaubt, die Kaisers seien gekommen, für das Zustandekommen von Hs Glauben, daß die Königs gekommen seien, im Vorspiel gar nicht relevant sei) auch viel besser passen. Nun, egal, wie der Einwand gedacht war: Prüfen wir, ob an ihm etwas dran wäre.

(d) Leider: es wäre. Denn so, wie ich das Vorspiel (und entsprechend dann natürlich das dieses nutzende Aufrichtige Schlitzohr) — zumindest in (B-17) selbst — formuliert habe, ist dort in der Tat Hs Glaube, daß die Königs gekommen sind, davon, ob das auch S glaubt (sowie auch davon, ob S das nicht glaubt), unabhängig. Statt [2.1^{VS}] ist im Vorspiel nur die schwächere Bedingung

[$\mathbf{2.1.1}^{VS}$] G'(H,∨x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))⊃G'(H,I(S,f,G'(H,∨x(A(x)))))

erfüllt. Das liegt an genau zwei Dingen. Erstens an den beiden Wörtchen „ganz unmöglich", die ich dem H dort in den Mund (genauer: in dessen inwendige Überlegungen) gelegt hatte, um dessen Schluß auf einen Täuschungsversuch von S-Seite her zu motivieren. Und zweitens an dem unmittelbaren (im Sinne von: keinerlei weitere Reflexionen auf S verwendenden) Schluß von H von „nicht die Kaisers" auf „also die Königs". Dumm von mir — weil so gar nicht nötig für meine Zwecke. Schwächeres hätte es auch getan. Zum Beispiel anstelle des zu starken „ganz unmöglich"-Gedankens der schwächere: „naja, recht unwahrscheinlich (wenngleich nicht ganz ausgeschlossen)". Und/oder anstelle des „also die Königs" das schwächere „also jemand anders als die Kaisers — aber wer wohl?". Beidemal wäre Hs Rekurs darauf, was er denn dem S zufolge wohl glauben soll, nicht länger irrelevant.[16]

6 Ein schwächeres Vorspiel

Das sei, da *eine* solche Schwäche, wie gesagt, schon genügt und ich der Einfachheit wegen an der zweiten Stärke (siehe (GW-1) von Fußnote 11 oben) festzuhalten vorziehe, somit an ersterer Schwäche exemplifiziert:

„Hmmhh", so grummelt jetzt (in diesem schwächeren Vorspiel = *Vorspiel*^{0} = (VS^0)) H innerlich *einerseits* vor sich hin, „eigentlich können das ja wohl nicht die

[16] Was ist die Moral dieser (Gedanken über diese) Einwände? Nur die, daß ich beim Vorspiel etwas vorsichtiger hätte sein sollen. Für diese Erkenntnis: Danke, Christian! Auch wenn Deine Argumente nur der *Anlaß* und nicht der *Grund* zu dieser Vorspiel-zu-Vorspiel^0-Revision gewesen sein dürften. Was allein zählt, ist dies: Die in den *Grundbegriffen* vertretene These der Möglichkeit, daß die Griceschen Bedingungen erfüllt sind, ohne daß S erwartet, daß auch die Normalbedingungen unterstellt werden, ist durch obige Einwände nicht widerlegt. Und mit einer minimalen Revision des Vorspiels (bzw. der Einbettung dieser Revision in das Aufrichtige Schlitzohr) ist diese Möglichkeit auch (weiterhin) belegbar. Siehe das kommende Vorspiel^0. Auf die weiteren Probleme, die sich Plunze dadurch verschafft, daß H schon im Vorspiel dem S nicht den Auftrag zum Pfeifen, sondern zum „Die Königs sind da!"-Rufen erteilt, werde und brauche ich hier nicht weiter eingehen. Diese Änderung bringt nur weitere Komplikationen, keine weiteren Einwände.

Kaisers sein. Die wollten ja erst gegen 17 Uhr kommen. Aber wer weiß, vielleicht sind sie doch früher gekommen. Naja, müssen sie wohl — sonst würde mich der Kleine (S) ja reinlegen wollen.“ *Andererseits*, so läuft das H-Gegrummele jetzt natürlich weiter, „Andererseits — warum sollte er nicht? Der Kleine ist in letzter Zeit eh ganz schön frech! Trau ich dem schon zu, daß er es wirklich drauf anlegt, mich reinzulegen. Na warte! Kurz und gut: Es sind, wenn dem denn so ist, also die Königs.“

Mhmm, so grummelt es nun *in uns* weiter: Ja wie denn nun? Wovon hängt's denn jetzt ab, wie das einerseits-andererseits ausgeht? Nun, egal, wovon sonst noch, von einem jedenfalls dem Zwecke des ganzen Vorspiels zufolge auch: davon, was S iHn, den Herrn H, nach dessen eigen-H-er Auffassung glauben machen will.

Einerseits: Glaubt H, daß S *iHn wirklich wissen lassen will*, daß (aus S'ens eigener) Sicht die Königs (also in Wirklichkeit: die Kaisers) gekommen sind — nun, dann ist ja die Welt (auch aus Hs Sicht) weiterhin gänzlich in Ordnung: Das war schließlich genau der Fall, an den H gedacht hat, als er dem S den Pfiff-Auftrag gegeben hatte. Klein S hält sich dran, Kaisers sind da — wenn auch früher als erwartet, aber was soll's. „Ich“, so H zu sich selber, „habe ja schließlich dem Kleinen nicht gesagt, er solle erst nach 17 Uhr pfeifen, falls (und natürlich auch nur falls), wie ich ihm sagte, die 'Königs' kämen.“

Andererseits: Wenn der S den H, wie dieser im nunmehr zu betrachtenden zweiten Fall glauben soll, *lediglich glauben machen will*, daß die Königs gekommen sind, obwohl er (S) selber glaubt, daß die Kaisers gekommen sind — nun ja, dann (und nur dann) kommt eben bei H die Doppeltäuscher-Unterstellung ins Rollen. Aber diese Geschichte kennen wir schon zur Genüge. (Ja?)

6.1 Einerseits

Die *einerseits-Variante des Vorspiels*^{0} (kurz: (VS^0.1)) ist für unsere Zwecke absolut witzlos. Denn dort gilt zwar

[**2.0**] G'(H,$\vee$x(A(x)))$\equiv$G'(H,I(S,f,G'(H,$\vee$x(A(x)))))

aber weder

[**2^0.2**] G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))$\equiv$G'(H,I(S,f,G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))

noch

[**2^0.3**] G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_2}$(x)))$\equiv$G'(H,I(S,f,G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_2}$(x)))))

vielmehr nur

[**2^0.1**] G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_2}$(x)))$\equiv$G'(H,I(S,f,G'(H,$\vee$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))

Mit anderen Worten: Hat S im Aufrichtigen Schlitzohr die (VS^0.1)-Erwartung, so erfüllt er gar nicht die kritische Bedingung des Grundmodells. Und zwar weder bezüglich des (etwaig intendierten) H-Glaubens, daß die Königs kommen, noch bezüglich des H-Glaubens, daß die Kaisers kommen. Und damit fällt dieser Fall als mögliches Gegenbeispiel gegen die Standardantwort von vornherein flach. (VS^0.1), die *einerseits-Variante des Vorspiels*^{0}, können wir also schlicht vergessen.

6.2 Andererseits

Wichtig ist also nur das *andererseits*, kurz (VS^0.2).[17] Warum? Nun, weil allein dessen Möglichkeit für alles, was das Vorspiel zeigen sollte, ausreicht. Dann komme

[17] Was bis jetzt natürlich noch fehlt: irgendeine Vorspiel^0-Motivation dafür, daß S das Andererseits und nicht das Einerseits *wählt*. Hier ist sie: „Mmmhhmmm“, so der H, „jetzt fällt mir's wieder ein: Schon als ich dem S den Pfeif-Auftrag gegeben hatte, kam's mir so komisch vor, daß

ich nämlich in der Rolle des Vorspiels^0-H unter Voraussetzung dessen, daß S die Königs und die Kaisers verwechselt (was ja, um für Plunze und andere keinerlei Löcher offen zu lassen, das *vice versa* bereits impliziert bzw. eben, mit Verlaub, implizieren möge), gerade dadurch zu der Annahme, daß die Königs gekommen sind, daß ich glaube, daß genau das es ist, was mich der S glauben möchte — obwohl, nein, gerade *weil* ich ihn in diesem Fall für einen Doppeltäuscher halte. Mit anderen Worten: In (VS^0.2) — und nur in dieser Vorspiel^0- Variante — gilt:

[**2^0.2**] G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))$\equiv$G'(H,I(S,f,G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))

Und somit ist im Aufrichtigen Schlitzohr (zumindest in meiner Lieblingsvariante) auch nur unter dieser Erwartung von S erfüllt, was dort ja erfüllt sein soll: die kritische Bedingung des Grundmodells. Diese Erwartung ist dort aber an die Erwartung gebunden, von H für einen Doppeltäuscher gehalten zu werden. Also erfüllt S zwar die kritische Grundmodell-Bedingung (und, da er ja auch will, daß H glaubt, daß die Königs da sind, somit auch das Grundmodell insgesamt) — ohne daß aber, wie die Standardantwort verlangt, die Erwartung der Unterstellung der Normalbedingungen gegeben ist. Also ist die Standardantwort falsch. *Q.e.d.* — sapperlott!

7 Weitere Einwände gegen das Schlitzohr

Einwände gegen das Vorspiel sind auch solche gegen das Aufrichtige Schlitzohr. Also: Mit der Erledigung der Einwände gegen das Vorspiel sind auch diejenigen Einwände gegen das Schlitzohr erledigt, die sich allein daraus ergeben, daß sie angeblich Einwände gegen das Vorspiel sind. Damit sind die obigen Einwände vom Tisch. Gibt es weitere?

7.1 Wer da?

Spielen wir jetzt das Spiel des Aufrichtigen Schlitzohrs. Dann gilt nach Plunze — und natürlich[18] nicht nur nach diesem: Entweder will S, daß H glaubt, daß die Königs gekommen sind (Fall 1); oder er will, daß H glaubt, daß die Kaisers gekommen sind (Fall 2).

Fall 1: In diesem Fall weiß S, weil er um das Vorspiel weiß, daß H zu dem Glauben, daß die Königs gekommen sind, ganz unabhängig davon kommen wird, was S den H glauben machten möchte. Dann sind also nicht alle Bedingungen des Grundmodells (insbesondere nicht (2.1)) erfüllt — und damit ist alles weitere für die Betrachtung der notwendigen Bedingungen für dieses Modell irrelevant.

Fall 2: Dieser Fall ist, da S um das Vorspiel weiß, unmöglich. Im Vorspiel kann H einfach nicht zu dem Glauben kommen, daß die Kaisers gekommen sind. Also kann das S als Aufrichtiges Schlitzohr auch gar nicht erwarten.

Kommentar: mittlerweile eigentlich überflüssig. Trotzdem noch einmal: Fall 1 ist in der Tat ein echter Einwand gegen das Vorspiel (als Mittel zum Zweck der Widerlegung der Standardantwort) und erzwingt somit unsere obige Revision des Vorspiels zum Vorspiel^0. Fall 2 ist *im Vorspiel* (aufgrund von dessen H-Gedanken „Die Kaisers? — ganz unmöglich") in der Tat unmöglich. Aber weder im Vorspiel

der Schlingel daraufhin so hintergründig gegrinst hatte. Jetzt ist mir klar, warum. Er hatte wohl schon damals vor, mich pfeiflings aufs Kreuz zu legen. Was für ein Schlingel!!!" (Frage an die Leser: Ob das wohl auch zu einem Teil des im Aufrichtigen Schlitzohr vom H zu dessen Frau Gesagtem — und so dort von S Mitgehörtem — werden darf?)

[18] Natürlich: unter Voraussetzung von (GW-1).

noch im darauf aufbauenden Schlitzohr ging es darum (jedenfalls nicht notwendigerweise), daß H zum Glauben kommen sollte, daß die Kaisers gekommen sind, sondern um dessen (von S intendierten) Glauben, daß die Königs gekommen sind — nur eben nicht mittels Unterstellung der Normalbedingungen, vielmehr ohne diese. Der ganze Gegenbeispielcharakter des Aufrichtigen Schlitzohrs hängt aber nur an *diesem* möglichen Fall, nicht an Plunzes zu Recht gegen das Vorspiel eingewandtem unmöglichem Fall.

Neue (über unsere Vorspielereien hinausgehenden) Einwände? Nicht, daß ich wüßte. Jedenfalls keine, die sich durch unsere schwächeren Vorspiele^0 inzwischen nicht schon erledigt hätten.

7.2 Von wegen Doppeltäuscher

Wuttich (1992) scheint das Vorspiel zunächst so zu lesen, wie ich es gerne gelesen wissen wollte bzw. zumindest ab jetzt gelesen wissen will: als Vorspiel^0 bzw., noch genauer: als die *andererseits*-Variante (VS^0.2) — und entsprechend das Aufrichtige Schlitzohr — und wirft dann die folgende Frage auf: Gegeben, die Bedingungen des Grundmodells seien im Schlitzohr erfüllt, insbesondere also auch

(2.2) G(S,G'(H,I(S,f,G(H,p)))⊃G'(H,p)).

Wie kann dann im Aufrichtigen Schlitzohr bei diesem selbst auch noch die Erwartung gegeben sein, daß H ihm unterstellt, ein Doppeltäuscher zu sein? Wie paßt das zusammen?

Wuttichs Einwand ist natürlich, daß das *nicht* paßt, ja mehr noch: daß (jedenfalls beim Aufrichtigen Schlitzohr) *Grundmodell* — also insbesondere (2.2) — und *Doppeltäuschertum* unverträglich sind. Und zwar aus zweifachen Gründen: (a) Entweder wird Selbsttäuschung unterstellt — dann kann aber keine Täuschungsabsicht unterstellt werden. (b) Oder eine Täuschungsabsicht wird unterstellt - dann ist aber keine Selbsttäuschung mehr drin. Beides ist nicht zu haben - jedenfalls nicht, solange weiterhin (2.2) erfüllt sein soll. Oder anders ausgedrückt: Doppeltäuschertum ist beim Aufrichtigen Schlitzohr nur um den Preis einer Verletzung von (2.2) zu haben. Dann taugt aber das Schlitzohr nicht zur Widerlegung der Standardantwort.

Täuschung nur ohne Irrtum?

Wuttichs Begründung für seinen (a)-Einwand ist diese:

(i) Im Aufrichtigen Schlitzohr soll S glauben, daß sein Vater aufgrund seiner Erkenntnis dessen, daß sein Sohn beabsichtigt, mit seinem Pfeifen zu erreichen, daß sein Vater glaubt, daß die Königs kommen, zu eben dieser Überzeugung kommt.

Bei dieser Sachlage [d.h., bei [2^0.2]] gilt aber folgendes:

(ii) Wenn der Vater, was ja sein Sohn annimmt, zu dieser Erkenntnis kommt, so kann er ihm doch keine Täuschungsabsicht unterstellen.

(iii) Tut er das dennoch, so muß der Glauben ... , den der Sohn durch sein Pfeifen bei seinem Vater hervorrufen will, nicht [der sein] „die Königs kommen", sondern „die Kaisers kommen".

(iv) Aber dann handelt es sich bei diesem Beispiel in der ... Bedingung [(2.2)] um ganz unterschiedliche Sachverhalte — nämlich zum einen glaubt der Vater im Ergebnis des 16.00 Uhr-Pfiffes nach Meinung seines Sohnes, daß die Königs gekommen sind, soll aber darauf gekommen sein, weil er erkannt hat, daß sein Sohn die Absicht hatte, ihn zu dem Glauben zu bringen, daß die Kaisers kommen.

(v) Nur in diesem Fall kann der Sohn annehmen, daß ihm sein Vater eine Täuschungsabsicht unterstellt.

(vi) Aber dann ist, da es sich um unterschiedliche Sachverhalte handelt (der Vater glaubt, daß p — die Königs sind gekommen, ist aber darauf gekommen, weil er erkannt hat, daß sein Sohn ihm anzeigen wollte, daß q — die Kaisers sind gekommen) die ... Bedingung [(2.2)] gar nicht erfüllt" (S.71).

Kommentar: (i) ist die zutreffende Konkretisierung von (2.2) für das Aufrichtige Schlitzohr (Variante (VS^0.2)):

(2.2^{AS}) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))$\supset$G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x))))
[S glaubt, daß H auf die Erkenntnis hin, daß S ihn mit seinem Pfiff (f) glauben machen möchte, daß die Königs angekommen sind, tatsächlich glauben wird, daß die Königs gekommen sind.]

(ii) behauptet, daß dann, wenn H, wie von S ja erwartet, zu der Erkenntnis, daß I(S,f,G'(H,$\forall$x(A(x))&$\mathbf{K_1}$(x))) kommt, H dem S *keine Täuschungsabsicht* mehr unterstellen kann. (Und somit, so müßte es dann eigentlich noch weitergehen, (ii.1) S selber auch nicht erwarten kann, daß ihm vom Vater eine Täuschungsabsicht unterstellt wird. Und zwar frei nach dem Motto: Selbst ein Sohn kann von seinem Vater nichts Unmögliches (genauer: nichts, was er, der Sohn, selber für unmöglich ansieht) erwarten.)

Die Behauptung (ii) ist nun aber schlicht falsch. Im Aufrichtigen Schlitzohr gilt aus der Sicht von S (wie in (VS^0.2)), daß H wie folgt zu seinem Glauben, daß die Königs gekommen sind, kommt: Der S hat den Königs/Kaisers-Verwechslungs-Defekt; dieser Defekt ist auch jetzt nicht behoben. Zugleich trau ich dem Kleinen zu, daß er mich reinlegen will - ja, so wird es wohl sein (und das paßt ja auch noch dazu, daß Kaisers ja eigentlich erst später kommen wollten — obgleich das heute durchaus auch mal falsch sein könnte). Ja, Klein-S ist ein Doppeltäuscher: $\forall$x(A(x)&I(S,f,G'(H, $\mathbf{K_1}$(x)))&G(S,$\mathbf{K_2}$(x))) — also[19]: $\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x))!!! Kurz: Im Aufrichtigen Schlitzohr leitet sich die betreffende H-Erkenntnis sogar aus der Unterstellung der Doppeltäuscherschaft ab! (So läßt sich diese Story jedenfalls auffassen.)

Da (ii) falsch ist, auch (iii). Es *muß* (von H dem S) keine andere Täuschungsabsicht unterstellt werden als die eben erwähnte: S will, daß icH glaube, daß Königs gekommen seien, obwohl er selber glaubt, daß Kaisers gekommen seien. Und es *wird* im Vorspiel (VS^0.2) und so auch im Aufrichtigen Schlitzohr keine andere Täuschungsabsicht unterstellt. (Nur zur Erinnerung für alle Fälle:[20] Daß (ich glaube, daß) mich jemand täuschen will, heißt nicht, daß er mich (wie ich glaube) etwas glauben machen möchte, was *in Wirklichkeit nicht der Fall* ist, sondern nur, daß er mich (wie ich glaube) etwas glauben machen möchte, was er selbst nicht glaubt bzw. von dem *er selber sogar das Gegenteil glaubt.*)

Wenn — kontrafaktisch, versteht sich jetzt — (iii) richtig wäre, dann würde (iv) in der Tat zutreffen: Denn dann würde statt

[$\mathbf{2^0.2}$] G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))$\equiv$G'(H,I(S,f,G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))

ja wieder nur (wie in der verworfenden Vorspiel-Variante (VS^0.1)) gelten:

[$\mathbf{2^0.1}$] G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_2}$(x)))$\equiv$G'(H,I(S,f,G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)))))

[19] Für diesen Schluß ist die Annahme nötig, daß $\wedge$x(G(S,$\mathbf{K_2}$(x))$\supset\mathbf{K_1}$(x)). Aber diese Annahme ist schon in der $\mathbf{K_1}$/ $\mathbf{K_2}$-Verwechslungsannahme enthalten. Siehe oben Fußnote 10.

[20] Ich bin mir zwar nicht sicher, ob die Ignorierung des Folgenden hinter Wuttichs non sequitur steckt — aber die folgende Erinnerung kann ja nichts schaden.

Und die Einbettung von $[2^0.1]$ in den Glauben des Aufrichtigen Schlitzohrs erfüllt natürlich nicht, das ist richtig gesehen, die Bedingung, die dieses Beispiel *ex hypothesi* erfüllen sollte: (2.2^{AS}).

(v) ist genauso falsch wie (iii) — ja, nur eine Variante genau dieser Falschheit.

Und die Konklusion (vi)? Nun, die würde zutreffen, wenn die Prämisse (iii) zuträfe. Das ist aber, wie gezeigt, nicht der Fall. Wuttichs (a)-Argument ist ein *non sequitur*. Igitur: kein ziehender Einwand.

Irrtum nur ohne Täuschung?

Bevor Wuttich zu seinem Einwand (b) kommt, möchte er „die Situation etwas übersichtlicher darstellen" und schlägt dazu vor, in das Vorspiel auch noch Katzen und Hunde einzuführen, was seines Erachtens unproblematisch sei[21]:

> **(VS+KH)** Der Vater nimmt an, daß sein Sohn zwar die Kaisers und Königs als Individuen (unterschiedliche Ehepaare) unterscheiden kann, ihnen aber regelmäßig den falschen Namen zuordnet. Nehmen wir weiter an, daß die netten Kaisers immer eine freundliche Katze dabei haben und kennzeichnen sie deshalb als Familie KK, während die unangenehmen Königs immer einen grimmigen Hund bei sich führen, weshalb wir sie mit KH bezeichnen. Der Junge hält, so meint jedenfalls sein Vater, die Katzenfamilie für die Königs (für ihn [S] also Familie KK = Königs) und die Hundefamilie für die Kaisers (d.h. Familie KH = Kaisers für ihn [S]).

Nun, meinetwegen. (Obwohl, wie ich meine, schon die bisherigen Charakterisierungen von den Kaisers als den Netten und den Königs als den Unangenehmen für das, was Wuttich sagen möchte, gereicht hätten.) Machen wirs „übersichtlicher":

Kaisers	*Königs*
nett	unangenehm
freundliche Katze	grimmiger Hund
immer mit Katze	immer mit Hund

Wir können auch ruhig (über Wuttich hinaus) annehmen, daß es unter S und H Gemeinsames Wissen ist (also: jeder von beiden weiß, daß jeder von ihnen weiß, daß jeder von ihnen weiß, etc.), daß die nette Familie die mit der freundlichen Katze ist, die sie immer dabeihaben, und die unangenehme Familie die ist, die immer den blöd um sich beißenden Dackel dabeihaben. All das hebelt ja eines nicht aus: Daß im Vorspiel H glaubt, daß nur er weiß, daß die ersteren die Kaisers und die letzteren die Königs sind. (Schon mal zwischendurch bemerkt: Ich sehe gar nicht, was diese „Übersichtlichkeit" eigentlich bringen soll.) Kurz und nochmal: Beide wissen (daß beide wissen etc.), wer von den beiden Familien die mit den in obiger Tabelle aufgeführten Eigenschaften sind. Aber nach Voraussetzung soll H glauben, daß nur er weiß, wer von ihnen die Königs und wer die Kaisers sind. Alles klar? (Ich glaube nicht, daß es hier irgendein Problem gibt.)

Und jetzt zu Wuttichs Argument (b):

> (i) Wenn es nun in dem Beispiel um 16.00 Uhr pfeift, und der Vater ... annimmt, daß die Familie KH gekommen ist, so kann er seinem Sohn wohl eine Täuschungsabsicht unterstellen, indem er annimmt,

[21] Klaus, Dir fehlt's offensichtlich an den nötigen Dackel-Erfahrungen!

> sein Sohn habe ihm gepfiffen, obwohl nur die Familie KH gekommen ist und nicht wie vereinbart die Familie KK.[22]
>
> (ii) Aber er kann ihm dann nicht mehr unterstellen, daß dieser sich in bezug auf die Gäste (worauf sonst?) geirrt hat, weil er ja gerade auch unterstellt hat, daß sein Sohn die Ehepaare auseinanderhalten kann, die eingetroffene Familie als Familie KH identifiziert hat und absichtlich falschen Alarm gegeben hat.

Kommentar: Behauptung (i) ist ganz o.k. Der H nimmt an, was er im Aufrichtigen Schlitzohr (meiner Lesart nach) annehmen sollte: nämlich, daß nicht die netten Katzen-Kaisers, sondern die doofen Dackel-Königs gekommen sind. Und da S, wie H zu wissen glaubt, diese doofen Dackel-Königs für die — klar, und jetzt darf es natürlich *nicht* weitergehen: für *die netten Katzen-Kaisers* hält. Denn für so dumm hält der H sein kleines Schlitzohr auch selber nicht, daß er diesem unterstellt, daß der die doofen Dackel-Leute für die netten Katzen-Freunde hält oder umgekehrt. Nein nein, es kann nur so weitergehen: Und da S, wie H zu wissen glaubt, diese doofen Dackel-Königs für *die doofen Dackel-Kaisers* hält, aber gesagt bekommen hat, daß er genau dann pfeifen soll, wenn die 'Königs' (die von ihm für die Königs gehaltenen Leute) kämen, nun, so kann sich der H den Pfiff also nur als einen absichtlichen Reinlegeversuch erklären. Oder er ist eben, wie von mir oben schon mal erklärt, so von der heutigen Boshaftigkeit seines Sprößlings überzeugt, daß er jetzt, wo er den Pfiff hört, von vornherein auf einen Täuschungsversuch tippt. Oder so ähnlich. Egal: Es ist nach (i) ganz wie im Aufrichtigen Schlitzohr: H kommt zum Glauben, daß die Königs gekommen sind, und H unterstellt dem S eine Doppeltäuschung.

Das soll jetzt aber nach (ii) gar nicht möglich sein. Warum nicht? Weil H zurecht glaubt, daß S weiterhin die Netten für die Netten, die Katzen-Freunde für die Katzen-Freunde und die doofen Dackel-Fritzen für die doofen Dackel-Fritzen hält? Nun, bezüglich dieser Dinge war auch vor Wuttichs Erweiterung des Beispiels dem S von H nie eine Selbst-Täuschung unterstellt worden. Alles bleibt, wie es war in dem alleine entscheidenden Punkt: S ordnet (wie H weiterhin unterstellt) den netten Katzen-Kaisers immer noch den Namen „Königs" und den doofen Hunde-Königs immer noch den Namen „Kaisers" zu. Gerade diese Verwechslung suchte ja H selbst mit seinem Auftrag „Pfeif mir, wenn die 'Königs' kommen" auszubeuten — wobei er freilich nur mit dem Aufrichtigkeits-Fall gerechnet hatte, nicht jedoch mit der jetzt eingetretenen, von ihm aber (wie er jedenfalls zu wissen glaubt) durchschauten Doppeltäuscherei. Kurz: Die Behauptung (ii) ist falsch. (Sie möchte uns glauben machen, daß (H glaubt, daß) S viel viel dümmer ist, als es die ganze Konstruktion des Aufrichtigen Schlitzohrs bzw. dessen Vorspiel zuläßt. Und wohlgemerkt: Der Auftrag von H an S lautete nicht: „Pfeif mir, wenn die Katzen-Leute kommen!" Wie sollte er auch, wäre dann doch der ganze Pfiff des Beispiels dahin: H unterstellt seinem Söhnchen S nicht (im Unterschied zu Wuttich, mag sein), daß der nicht weiß, wer die Katzenleute vs. die Hundeliebhaber sind. Er unterstellt ihm Namensverwechslung, sonst nichts.)

Also: Auch Einwand (b) war ein Fehlschlag.

[22] Ich unterstelle hier, daß sich das „wie vereinbart" nur auf eine Verabredung von H mit den Kaisers bezieht, nicht darauf, daß etwa H mit S 'verabredet' (lies: diesem aufgetragen) hat, genau dann zu pfeifen, wenn die KK-Familie kommt. Sollte trotzdem letzteres gemeint gewesen sein — nun denn: Dann wären wir hiermit wirklich auf einem ganz anderen Dampfer. Das Aufrichige Schlitzohr jedenfalls wäre nicht mehr an Bord.

Der Katzen-Hund

Wuttich versucht es dann nochmal (S. 72):

> (iii) „Wenn nun umgekehrt, nach einem Blick auf die Uhr — es ist 16.00 Uhr — der Vater denkt, daß sein Sohn sich geirrt hat, weil dieser die Ankommenden fälschlicherweise für Familie KK hält (weil er den Hund vielleicht von weitem für eine Katze hält), obwohl es offensichtlich Familie KH ist, kann der Vater seinem Schlitzohr keinen Täuschungsversuch mehr unterstellen."

Das ist richtig. Aber *warum* kann der Vater das hier nicht mehr? Weil sein Sohn, wie er weiß, in diesem Fall ein *Doppel-Selbst-Täuscher* ist: S glaubt *speziell* in der Situation, die dieses neue Beispiel schildert, von den sich mit ihrem bissigen Dackel anschleichenden doofen Königs fälschlicherweise, erstens, daß das die netten Katzenfreunde sind; d.h., es gilt:

(iii.1) G'(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&**KH**(x)&G(S,**KK**(x))))

Und er glaubt (nicht nur speziell in dieser Situation, sondern generell), zweitens und ebenso fälschlicherweise, daß die Katzenfreunde „die Königs" heißen; d.h., es gilt auch noch:

(iii.2) G'(H,G(S,$\forall$x(**KK**(x)$\supset\mathbf{K_1}$(x))))

Diese beiden falschen Annahmen zusammen ergeben aber, und das ist das einzig Interessante an diesem Beispiel, daß sich S, wie H auch weiß, in einem Punkt bezüglich der ankommenden Gäste gerade *nicht geirrt* hat:

(iii.3) G(H,$\forall$x(A(x)&$\mathbf{K_1}$(x)&G(S,$\mathbf{K_1}$(x)))) [H glaubt, daß S von den ankommenden Königs *zurecht glaubt*, daß das die Königs sind.]

Und da der Vater dem Sohn gesagt hat, daß er ihm pfeifen solle, falls die Königs kommen, diese jetzt aber tatsächlich kommen, und der Sohn schließlich auch selber glaubt, daß das die Königs sind, kann von einem Täuschungsversuch hier in der Tat nicht die Rede sein.

Und? Was hat das mit dem Gegenbeispielcharaker des Aufrichtigen Schlitzohrs (des Doppeltäuschers aus (VS^0.2)) zu tun? Nichts. (Zudem: Es wäre sicher nicht leicht, die obige Geschichte so zu erzählen, daß H, wie in der kritischen Grundmodell-Bedingung verlangt, erst über die Intentionserkenntnis zu seinen entsprechenden Annahmen kommt. Erst dann wäre aber das Grundmodell erfüllbar. Aber auch das spielt hier wegen Ss Aufrichtigkeit keine Rolle mehr.)

Ist dieses neue Beispiel ein Einwand gegen unser Schlitzohr als Gegenbeispiel? Ich sehe nicht, woraus sich das ergeben könnte. Mein Schlitzohr ist ein Doppeltäuscher; Wuttichs Söhnchen befindet sich zwar in einem doppelten Irrtum — aber in dem entscheidenden Punkt täuscht er sich gerade nicht: Er hält ja tatsächlich die Königs für die Königs. Dies — und nur dies — schließt aus, daß hinter seinem Pfiff eine Täuschungsabsicht steckt; nicht, wie Wuttich uns glauben machen möchte, seine Verwechslung von Königs bissigem Dackel mit Kaisers nettem Schmusekätzchen.

Alle drei Wuttich-Einwände gingen somit daneben. Seine Hauptthese, daß sich (Erwartung der Unterstellung von) *Doppeltäuscherschaft* und *Erfüllung des Grundmodells* (zumindest im Fall des Aufrichigen Schlitzohrs) beißen, ist falsch. Das Aufrichtige Schlitzohr zeigt, wie man's macht!

Wuttichs Resümee: Damit ein Beispiel „ein gelungenes Gegenbeispiel gegen die Standardantwort darstellen könnte, müßten sich ... Täuschungsversuch und Irrtum

auf ein und denselben Sachverhalt beziehen, denn im Griceschen Grundmodell im allgemeinen und in dessen [kritischer][23] Bedingung [(2.2) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,**p**))) ⊃G(H,**p**))] im besonderen, [und, wie ich hier wiederholen möchte, auch in der zugehörigen Doppeltäuscher-Unterstellungs-Erwartung
(DT) G(S,G'(H,**p**&G(S,¬**p**)& I(S,f,G'(H,**p**))))]
geht es immer nur um einen einzigen Sachverhalt, der dort mit dem Buchstaben **p** ausgedrückt wird." Ganz richtig. So muß es sein. Genau diese Forderung ist aber im Aufrichtigen Schlitzohr in Form von (der von mir bereits in der Präzisierung meiner Lieblingsvariante in den *Grundbegriffen* so formulierten)

(2.2^{AS}) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,∨x(A(x)&**K$_1$**(x)))))⊃G'(H,∨x(A(x)&**K$_1$**(x))))

plus der zugehörigen Erwartung der Doppeltäuscherschaft in Form von

(DT^{AS}) G(S,∨x(A(x)&G'(H,**K$_1$**(x)&G(S,¬**K$_1$**(x))&I(S,f,G'(H,**K$_1$**(x))))))

erfüllt. Nur zu diesem Zweck habe ich das Aufrichtige Schlitzohr schließlich in die Welt gesetzt. Und dort läuft dieses Kerlchen auch weiterhin von allen gegen ihn vorgebrachten Einwänden unberührt munter herum.

8 Verortung

Wo sind wir? Oder: Was ist der Upshot des Ganzen? Nun, fragen wir uns nochmals, was der Zweck dieser ganzen Übung war. Dieser:

8.1 Wo sind wir?

Die *Ausgangsfrage* war: Wenn wir einen anderen (H) wissen lassen (bzw. auch nur glauben machen), daß wir mit dem, was wir gerade tun, zu erreichen beabsichtigen, daß er glaubt, daß p — wann können wir dann damit rechnen, daß er genau so (d.h. über die Erkenntnis bzw. Zuschreibung eben dieser Absicht) tatsächlich zu dem Glauben, daß p, kommen wird? Die *Standardantwort* war: Dann und **nur dann**, wenn die Bedingungen gelten, unter denen wir in der Rolle des H normalerweise so reagieren, wie wir (der erkannten bzw. dem S unterstellten Absicht zufolge) sollen, nämlich dann und **nur dann**, wenn (wir glauben, daß) die *kommunikativen Normalbedingungen* für Informationshandlungen erfüllt sind.

Dieses *nur dann* hatte ich in den *GdK* mit Hilfe von zwei Gegenbeispielen, dem Skeptischen Wahrsager und dem Aufrichtigen Schlitzohr, widerlegt. In der Diskussion zu den *GdK* wurde bestritten, daß diese Beispiele ihren Widerlegungszweck erreicht haben. (Plunze bestritt es bei beiden Beispielen, Wuttich allein beim zweiten.) Und soeben habe ich gezeigt, daß die vorgebrachten Einwände nicht ziehen.

8.2 Wohin wollen wir?

Was ist damit kommunikationstheoretisch gewonnen? Ist damit die in dem ersten Absatz der Vorbemerkungen gestellte Frage, ob *Kommunikationsversuche* ohne Erwartung der Unterstellung von Aufrichtigkeit (und Irrtumsfreiheit) auch nur denkbar sind, bereits — und zwar posistiv - entschieden?

Nein, diese Entscheidung ist mit allem Obigen noch nicht gefallen. Alle bisherigen Überlegungen waren recht beschränkt. Sie konzentrierten sich ausschließlich auf die Frage, ob die folgende Folgerung (der Standardantwort) wirklich zwingend ist:

[23] Die folgenden [ ]-Einfügungen sind von mir.

(SAW) G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p)))⊃G'(H,p))→G(S,G'(H,KNB(S,H,f,p))) [S kann *nur dann* erwarten, daß H auf die Erkenntnis/Unterstellung hin, daß S mit seinem f-Tun zu erreichen beabsichtigt, daß H glaubt, daß p, tatsächlich glauben wird, daß p, *wenn* S glaubt, daß ihm H unterstellt, daß er mit seiner an iHn gerichteten f-Handlung die *Kommunikativen Normal-Bedingungen* (KNB) erfüllt.]

Wobei

KNB(S,H,f,p) :=		(N-1) I(S,f,G(H,p)) ⊃ G(S,p)		Aufrichtigkeit
	&	(N-3) G(S,p) ⊃ p		Irrtumsfreiheit

Nun, wir wissen jetzt (so hoffe ich doch), daß die Folgerung (SAW), wie uns der Skeptische Wahrsager und auch das Aufrichtige Schlitzohr zeigten, in der Tat nicht *zwingend* ist.

Aber damit ist noch lange nicht gezeigt, daß auch schwächere Folgerungsbehauptungen (insbesondere die, die aus Verstärkungen des Antezedens resultieren) nicht gültig sind. Und so ist eben weiterhin offen, ob die uns eigentlich interessierende *Standardantwort* (SAW***) wirklich zwingend ist oder nicht:

(SAW*)** KV(S,H,f,p)→G(S,G'(H,KNB(S,H,f,p))) [f-Tun von S ist nur dann ein an H gerichteter Kommunikationsversuch des Inhalts, daß p, wenn S erwartet, daß iHm von H die Erfüllung der Normal- Bedingungen unterstellt wird.]

Und genau das ist es doch, was wir in diesem Kontext letztlich wirklich wissen möchten. (Oder so scheint es zumindest.) Was müssen wir des weiteren tun, um über Gültigkeit oder Ungültigkeit von (SAW***) definitiv entscheiden zu können?

8.3 Wie kommen wir ans Ziel?

Erste Orientierung

Gewiß waren unsere obigen Überlegungen ein Schritt in diese Richtung — und so immerhin ein Schritt in die richtige Richtung. Aber sie waren eben doch nur ein allererster Schritt.

Das Antezedens von (SAW) war nur *eine* Komponente der kritischen Bedingung (2) des Griceschen Grundmodells (GGM), siehe oben. Daher folgt aus der Ungültigkeit der allerersten Standardantwort (SAW) nicht einmal, daß auch die (im Antezedens um die andere Komponente (2.1) zu dem neuen stärkeren Antezedens (2) des Grundmodells revidierte — und somit insgesamt) schwächere Antwort

(SAW.1) G(S,G'(H,p)≡G'(H,I(S,f,G'(H,p))))→G(S,G'(H,KNB(S,H,f,p)))

ebenfalls ungültig ist. Dito erst recht natürlich bei einer Verstärkung des Antezedens zu den eine sogenannte M-Intention MI(S,H,f,p) definierenden Gesamtbedingungen des Griceschen Grundmodells:

(SAW.2) MI(S,H,f,p)→G(S,G'(H,KNB(S,H,f,p)))

Und so erst recht natürlich, so möchte man meinen, bei allen weiteren Verstärkungen (über absolut offene Intentionen und ebenso offene M-Intentionen) bis hin zu KV(S,H,f,p)!

Die nächsten Schritte

Wie gesagt: (SAW) ist durch den Skeptischen Wahrsager und das Skeptische Schlitzohr widerlegt. Schon (SAW.1) aber *nur* damit noch nicht.

Oder doch? Ja doch — zwar nicht allein schon infolge einer Widerlegung von (SAW), aber doch aufgrund der Art dieser Widerlegung: nämlich mit dem Wahrsager und dem Schlitzohr. Denn beide Beispiele waren schon so konstruiert, daß die *ganze* kritische Gricesche Bedingung (2) erfüllt sein sollte. (Wobei Plunze freilich zurecht im Schlitzohr einige diesbezügliche Konstruktionsmängel monierte, die aber in Form eines geänderten Vorspiels^0 oben fix repariert wurden.) Somit ist auch (SAW.1) widerlegt. Klar, wie es weitergeht:

Zunächst ein *kleiner Schritt*: Sind im Wahrsager und im Schlitzohr alle Bedingungen des Grundmodells erfüllt? Wenn ja, dann wäre auch (SAW.2) widerlegt. Und schließlich ein ganz *großer* Schritt: Ist die Äußerung/Handlung von Wahrsager bzw. Schlitzohr auch ein (auf das einschlägige p als seinen Inhalt bezogener) *Kommunikationsversuch*? Wenn ja, nun, dann sind wir am Ziel: Dann wäre auch sogar (SAW***) widerlegt!

Bleibt nur noch zu klären: Sind beim Wahrsager/Schlitzohr alle jeweils (für alle Bedingungen des Grundmodells bzw. für Kommunikationsversuche) nötigen Bedingungen erfüllt?

Zum Grundmodell beim Wahrsager: Hier hatte ich schon zugegeben, daß die Motivation der ersten Bedingung des Grundmodells (wonach S mit seinem f-Tun erreichen will, daß H glaubt, daß p) ursprünglich (in der *GdK*-Fassung) etwas dünn war.[24] Auch in diesem Punkt habe ich (wieder dank Plunze, wenngleich auch wohl gegen dessen Intention) oben nachgebessert. Klar also: Im verbesserten Wahrsager sind die Grundmodell-Bedingungen erfüllt. Und da *ein* Gegenbeispiel schon reicht: Auch (SAW.2) ist widerlegt.

Das Grundmodell im Schlitzohr — natürlich mit dem (VS^0.2)-Vorspiel: Die Königs sind da, und der S weiß, daß das die Königs sind. Und er will auch, daß sein Vater (zurecht glaubt, also auch) weiß, daß die Königs gekommen sind. Das kann S, wie er aufgrund seines Wissens um die Details von (VS^0.2) weiß, ganz simpel mit seinem Pfeifen erreichen. Und so pfeift er denn — mit der (ich fasse zusammen) Absicht, damit zu erreichen, daß sein Vater weiß, daß die Königs da sind. Denn das S bekannte (VS^0.2)-Vorspiel sieht so aus: *Liebe Leser, schaut doch einfach selber nach!* Dieses Schlitzohr^0.2 erfüllt auch alle Griceschen Grundmodell-Bedingungen. Und daher widerlegt er auch (SAW.2).

Kommen wir zum Ziel: Wie steht es mit den kommunikativen Trächtigkeiten des Wahrsagers? Wie mit denen des Schlitzohrs? Ist die Äußerung „p“ des Wahrsager-S ein an den H gerichteter Kommunikationsversuch des Inhalts, daß p? Dito der Pfiff des Aufrichtigen Schlitzohrs^0.2???

Nun, diese beiden Fragen überlasse ich gerne den Leserinnen und Lesern. (Nicht, daß ich es nicht wüßte!)

9 Ein neues Ziel

9.1 Kommunikation

Das Grundmodell ist inadäquat. Das hatte ich schon in 2.2 oben verraten. Und dort stand auch schon, wie dessen kritische Bedingung

(2) G(S,G'(H,p)≡G'(H,I(S,f,G'(H,p))))

zu ändern ist; nämlich zu

[24] Was ja damals, wie sich jetzt herausstellt, gar kein soo großer Fehler war. Es ging mir in *GdK* bei diesem Beispiel nur um die Überprüfung von (SAW.1), nicht schon um (SAW.2). Siehe a.a.O., S. 61, letzte Zeile.

(2*) G(S,G'(H,p)≡G'(H,KV(S,H,f,p)))

Und entsprechend ändert sich damit die für uns bisher (im Kontext der bisherigen Standardantworten-Debatte) zentrale Bedingung

(2.1) G(S,**G'(H,I(S,f,G(H,p)))**⊃G(H,p)) [S glaubt, daß H dann, wenn er erkennt, daß S ihn mit seiner Handlung f (irgendwie) zum Glauben bringen will, daß p, daraufhin tatsächlich glaubt, daß p.]

zu

(2.1*) G(S,**G'(H,KV(S,H,f,p))**⊃G'(H,p)) [S glaubt, daß H dann, wenn er erkennt, daß der S mit ihm zu kommunizieren versucht, daß p, daraufhin tatsächlich glaubt, daß p.]

KV(S,H,f,p) ist zweifelsfrei etwas sehr sehr viel Stärkeres als eine einfache Intention I(S,f,G'(H,p)). Und daher ist (2.1*) gegenüber (2.1) etwas entsprechend sehr sehr viel Schwächeres. (Das macht, nebenbei, (2.1*) natürlich gegenüber (2.1) auch sehr sehr viel plausibler!)

9.2 Standardantwort vs. Kommunikation

Was folgt aus dieser Revision für unsere Bewertung der Standardantwort bzw. der diversen Standardantworten?

Beschränken wir uns auf einen Vergleich der allerersten Standardantwort

(SAW) G(S,**G'(H,I(S,f,G'(H,p)))**⊃G'(H,p))→G(S,G'(H,KNB(S,H,f,p)))

mit der unserer Ziel-Frage gewiß weitaus näher kommenden Antwort:

(SAW*) G(S,**G'(H,KV(S,H,f,p))**⊃G'(H,p))→G(S,G'(H,KNB(S,H,f,p)))

Das Antezendens von (SAW) ist die Gricesche Teil-Bedingung (2.2), (SAW*) deren für ein kommunikatives Handeln geltende Abschwächung (2*). Kurz nochmals: (2.2*) folgt aus (2.2), aber nicht umgekehrt. Daher folgt (SAW) aus (SAW*), aber nicht umgekehrt.[25] (SAW) ist, mit anderen Worten, gegenüber (SAW*) die (und zwar erheblich) schwächere These.

Das aber hat die Konsequenz: Wenn, wie der Wahrsager und das Schlitzohr jeder für sich gezeigt haben, schon die schwächere These (SAW) ungültig ist — dann a fortiori auch die stärkere These (SAW*).

Fein! Wie klug also von uns, daß wir uns auf die Überprüfung der zwischen dem Ausgangspunkt (SAW) und dem fast finalen Punkt (SAW*) — und vor allem auf die zwischen (SAW.2) und (SAW*) — gelegenen weiteren Antworten erst gar nicht in extenso eingelassen haben!

Wahrsager und Schlitzohr hatten, wie sich jetzt zeigt, beide sehr viel mehr Power, als wir ihnen bislang zugetraut hatten. Was wir wirklich letztlich wissen möchten (Gilt (SAW***) oder gilt es nicht?) — beide haben jeder für sich diese Frage schon mit einem (inzwischen hoffentlich klareren) Nein beantwortet!!! Es sind also, um unsere eigene Ausgangsfrage zu beantworten, dank Wahrsager und Schlitzohr in der Tat Kommunikationsversuche denkbar, in denen ich als Sprecher *nicht* damit rechne, daß mir Aufrichtigkeit (und Irrtumsfreiheit) unterstellt wird. Und das war's dann ja wohl!

[25] Das dahinter steckende Prinzip ist dieses: Folgt C sowohl aus A als auch aus B, und ist B schwächer als A, so ist die Behauptung, daß C schon aus dem (gegenüber A) schwächeren B folgt, stärker als die Behauptung, daß C auch aus aus dem (gegenüber B) ohnehin stärkeren A folgt.

9.3 Eine Sackgasse

Leider nicht. Denn wer so denkt, macht zwei Fehler. Zum einen den, daß sich der Übergang von (SAW*) zu (SAW***) genauso trivial meistern läßt wie der zwischen (SAW) und (SAW.2). Dem ist aber nicht so. (Wieder mach' ich's mir leicht und schieb' den Job einer Begründung den RezipientInnen zu.) Zweitens aber — und wichtiger: Selbst wenn wir, sei es korrekt oder mit irgendwelchen faulen Tricks, bei (SAW***) — d.h. natürlich: bei der Inkorrektheit von (SAW***) — gelandet wären. Na und? Ists wirklich das, was wir wissen wollen?

Nein! Hier gibt es nichts zu wissen, was sich zu wissen lohnt! Denn: Aus dem Konsequens von (SAW***) folgt seinerseits (2.2). Symbolisch:

(W-SAW) G(S,G'(H,KNB(S,H,f,p)))⊃G(S,G'(H,I(S,f,G'(H,p)))⊃G'(H,p))

Das gehörte ja zum Witz der allerersten Standardantwort, daß sich (2.2) auf die Erwartung der Unterstellung der Normalbedingungen stützen kann. Aber das heißt dann: Aus (SAW***) plus diesem Witz zusammen folgt:

(???) G(S,**G'(H,KV(S,H,f,p))** ⊃ G'(H,p)) →
G(S,**G'(H,I(S,f,G'(H,p)))** ⊃ G'(H,p))

[S glaubt nur dann, daß Hs Glaube, daß S mit ihm mit f-Tun zu kommunizieren beabsichtigt, daß p, für Hs Glaube, daß p, hinreicht, wenn er (S) auch glaubt, daß für dieses Ergebnis (daß H glaubt, daß p) auch schon die Erkenntnis der einfachen Absicht von S (bei H den p-Glauben herbeizuführen) hinreicht.]

Um ein weiteres Mal Plunzes Beispiel zu verwenden: Das wäre das gleiche, als wenn S *nur dann* glauben könnte, daß *sechs* Richtige im Lotto für den Hauptgewinn hinreichend sind, wenn er auch noch glaubt, daß schon *fünf* Richtige hinreichen. Mit anderen Worten: Wenn er nicht glaubt, daß schon fünf Treffer hinreichen, dann kann er auch nicht glauben, daß sechs Treffer hinreichen. Einen solchen logischen Stuß muten wir aber hier dem (in logischer Hinsicht rationalen) Sprecher nicht zu. Wobei gleich darauf hingewiesen sei, daß dieser Stuß auch eine Einbettung in einen Kontext verhindern würde, in dem S glauben soll, daß Hs Erkenntnis seines Kommunikationsversuches als eines solchen dafür, daß H zum p-Glauben kommt, notwendig ist. Denn es kann nicht sein, daß S einerseits die Erkenntnis der einfachen Intention für G'(H,p) schon als hinreichend ansieht, andererseits aber die Erkenntnis seines Kommunikationsversuchs als eines solchen (was ja was viel Stärkeres ist) trotzdem als notwendig ansieht.

9.4 Die echten Normalbedingungen

So geht's also nicht. Aber wie dann? Um diese Frage zu beantworten, ist eine grundsätzliche Neuorientierung angezeigt. Diese ist freilich so einfach wie naheliegend. Blicken wir nicht länger auf den Griceschen Ausgangspunkt der Debatte, d.h. auf (2.2), sondern auf dessen post-Griceschen Ersatz, d.h. auf (2.2*).

Kurz: Die *kommunikationstheoretisch relevante Ausgangsfrage* ist gar nicht die, wann wir, wenn wir merken, daß uns jemand *einfach so* etwas glauben machen will, wir das, was wir glauben sollen, tatsächlich glauben, sondern die *sehr viel speziellere Frage*: Wenn uns jemand *auf kommunikativem Wege* (also: mittels eines Kommunikationsversuches) glauben machen will, daß p, wann glauben wir daraufhin tatsächlich, daß p? Und auf die letztere Frage kann zwar mitunter die Antwort die sein, daß wir das schon deshalb glauben, weil mir merken, daß er (simpliziter) *will*, daß wir das glauben - muß es aber nicht sein. Oft, wenn nicht gar normalerweise ist für uns erst die Tatsache, daß er uns gesagt, konventionell angezeigt oder eben

in einzelnen Fällen irgendwie sonst ganz *offen zu verstehen gegeben* hat, daß p der Fall sei, der hinreichende Grund, daraufhin tatsächlich zu glauben, daß p.

Die in Kommunikationssituationen wirklich von uns (in der Hörerrolle dem Sprecher S) unterstellte einschlägige erste, nämlich auf Aufrichtigkeit abhebende Normalbedinging ist eben nicht die starke Bedingung

(N-1) I(S,f,G'(H,p))⊃G(S,p)

sondern die sehr viel schwächere echte Kommunikative Normal-Bedingung

(N-1*) KV(S,H,f,p)⊃G(S,p).

9.5 Die erste und die echt interessante Antwort

Und entsprechend ist die uns wirklich zu interessierende Standardantwort nicht, wie bisher angenommen,

(SAW*)** KV(S,H,f,p)⊃G(S,G'(H,**KNB**(S,H,f,p)))

sondern die schwächere

(SAW***)** KV(S,H,f,p)⊃G(S,G'(H,**KNB***(S,H,f,p)))

mit KNB*(S,H,f,p) := **(N-1)***&(N-3) bzw. eben zunächst wieder, parallel zu unserem eigenen obigen Griceschen Einstieg

(SAW) G(S,G'(H,**I(S,f,G'(H,p))**)⊃G'(H,p))→G(S,G'(H,**KNB**(S,H,f,p))),

deren Megglesche Einstiegsvariante

(SAW**)** G(S,G'(H,**KV(S,H,f,p)**) ⊃ G'(H,p)) →
G(S,G'(H,**KNB***(S,H,f,p))).

9.6 Wahrsager, Schlitzohr und unser Interesse

Was geben nun unsere obigen Beispiel-Reflexionen für die Bewertung dieser echt interessanten Standardantworten her? Wieder überlasse ich das Urteil über den interessantesten Fall, die fünf-Sterne Antwort (SAW*****), den Lesern — und beschränke mich auf den vier-Sterne Einstieg (SAW****).

Zwar ergibt sich selbst für diesen aus allem Obigen nichts direkt Ableitbares; aber folgende Beobachtung stellt doch eine recht nützliche Verbindung her: Aus (SAW****) folgt per Verstärkung des Antezedens direkt:

(SAW)** G(S,G'(H,**I(S,f,G'(H,p))**) ⊃ G'(H,p)) →
G(S,G'(H,**KNB***(S,H,f,p)))

Daher gilt: Wenn (SAW**) nicht gültig ist, dann auch nicht das stärkere (SAW****). Also bleibt zu fragen: Können wir zeigen, daß (SAW**) nicht gültig ist? Nun, meine These ist: Der (verbesserte) Wahrsager zeigt auch das. Das Antezedens *ist* in ihm erfüllt. Auch das Konsequens? Gewiß nicht: Denn S weiß, daß H selbst dann, wenn er seine Äußerung von „p“ als einen Kommunikationsversuch des Inhalts, daß „p“, auffassen würde — wobei wir jetzt völlig offen lassen können, ob H das soll oder nicht (und somit auch die Frage, ob das Tun von S ein solcher Versuch war oder nicht) — trotzdem nicht glauben wird, daß S selbst glaubt, daß p. Warum nicht? *Schauen Sie doch oben nach!*

Wiederum: Ein Beispiel reicht. (SAW**) ist nicht gültig; und so auch nicht (SAW****). Ob trotzdem (SAW*****) gültig ist? Wie gesagt: Urteilen Sie selbst. (Klar, daß Ihnen dazu KV(S,H,f,p) wohl erst mal genauer expliziert werden sollte. Das habe ich bisher hier nicht getan. Aber anderswo.)

10 Lust auf die nächste Runde?

Angenommen, die Antwort fiele (hier ja nur: naheliegendsterweise) negativ aus. Dann wäre also endlich klar, was uns eingangs noch unklar war: Es kann Kommunikationsversuche geben, bei denen ich als Sprecher *nicht erwarte*, daß mir die Erfüllung der (echten) Kommunikativen Normalbedingungen unterstellt wird. Aber wie steht es damit: Muß ich als Sprecher nicht zumindest *erwarten, daß der Hörer glaubt, daß ich erwarte*, daß mir die Erfüllung unterstellt wird? Diese neue Frage ist, so scheint es jedenfalls, durch Obiges noch nicht mit-entschieden.

Und jetzt begänne eine weitere Runde, ein neues Spiel. Zum Beispiel dieses Meta-Vorspiel

> **(MVS)** Im Aufrichtigen Schlitzohr hat Vater inzwischen mitgekriegt, daß sein Sohn sein Gespräch mit seiner Frau (in dem er seine ganzen auf der von ihm dem Sohn unterstellten Kaisers/Königs-Verwechslung aufbauenden Informiertwerdens-Strategien dargelegt hatte) mitgehört hat —

was — und schon sind wir mitten im Meta-Aufrichtigen-Schlitzohr-Spiel —

> **(MAS)** was Metaschlitzohr wiederum selbst in Erfahrung gebracht hat, weshalb er natürlich, metaschlitzohrig wie er mal ist, daraufhin gleich ...

Hätten Sie Lust? Dann spielen Sie das Spiel doch einfach selber weiter — und beantworten sich selbst zum Beispiel die folgenden Fragen: Kann der Vater in (MAS) dem Sohn, nachdem er von dessen Kenntnis über sein voriges Gespräch mit Muttern weiß, diesem weiterhin eine Königs/Kaisers-Verwechslung unterstellen? Und wenn nicht, warum nicht? Und kann ihm nicht in (MVS) der Sohn eine solche Unterstellung trotzdem weiterhin unterstellen? Und wenn nicht, warum nicht? Und was heißt das für die Verwendbarkeit dieses Beispiels zum Zwecke der Widerlegung zum Beispiel der folgenden Meta-Standardantwort?

(M-SAW) KV(S,H,f,p)→G(S,G'(H,G(S,G'(H,KNB*(S,H,f,p)))))

O.K., Sie sind dran!

Literatur

Grice, H. P.: Meaning, *The Philosophical Review*, 66, 1957, 377–388; deutsch: Intendieren, Meinen, Bedeuten, in: G. Meggle (Hrsg.), *Handlung, Kommunikation, Bedeutung*. Frankfurt/M. 1993, 2–15.

Kutschera, F. von: *Einführung in die intensionale Semantik*. Berlin / New York 1976.

Meggle, G.: *Grundbegriffe der Kommunikation*. Berlin / New York 1981; ^{2}1997.

Meggle, G.; Ulkan, M.: Grices Doppelfehler — Ein Nachtrag zum Griceschen Grundmodell, *Protosoziologie*, 2 / 1992, 16–23.

Plunze, C.: *Sagen, Meinen, Implizieren*, Leipziger Dissertation, unveröffentl. Ms., 1997.

Wessel, H. (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften*. Berlin 1977.

Wuttich, K.: Sind Normalitätsanforderungen moralische Maximen? *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Reihe Geistes- und Sozialwiss.* 41, 1992, 67–73.

ULRICH PARDEY

ZWEI ARTEN VON SINGULÄREN KAUSALURTEILEN

1 Kausalität als Relation zwischen Ereignissen oder zwischen Gegenständen

1.1. In der von Jürgen Mittelstraß herausgegebenen „Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie“ liest man: „Die neuzeitliche Philosophie und Wissenschaft [...] versteht unter >K.< [Kausalität] durchweg den wirkursächlichen Zusammenhang (causa efficiens) von Ereignissen.“[1] Danach ist Kausalität eine *Relation* zwischen *Ereignissen.*

In seinem Kommentar zur Physikvorlesung des Aristoteles weist Hans Wagner darauf hin, daß die causa efficiens, die Wirkursache, bei Aristoteles „etwas gänzlich anderes ist, als was wir in der modernen Wissenschaft und seit Kant in der Naturphilosophie als Ursache und Wirkursache (≪Kausalität≫) bezeichnen.“ Insbesondere schreibt Wagner, daß die causa efficiens „notwendig stets *Gegenstandscharakter* haben muß - in der Regel also ein bestimmter Einzelgegenstand ist.“[2]

So ist nach Aristoteles „der Vater Verursacher des Kindes, und allgemein das Bewirkende (Ursache) dessen, was bewirkt wird, und das Verändernde dessen, was sich ändert.“[3] Wenn aber der Vater der Verursacher des Kindes ist, dann ist nicht nur die Ursache, nämlich der Vater, ein Gegenstand, sondern auch das Verursachte, das Kind, ist ein Gegenstand. Demnach kann Kausalität auch als Relation zwischen *Gegenständen* verstanden werden[4].

---

[1] Vgl. Mittelstraß (1984, S. 372 f.).

[2] Vgl. Wagner in Aristoteles (1995b, S. 461).

[3] Vgl. Aristoteles (1995c, 31), anders Barnes (1992, S. 83 ff.).

[4] Vgl. das folgende Zitat aus der Logik von Port-Royal (1685): „Die *effiziente Ursache* ist die, welche ein anderes Ding hervorbringt. [...] Es gibt verschiedene Arten der effizienten Ursache [...]. Als Gott Adam schuf, war er seine *totale Ursache*, denn nichts wirkte mit ihm zusammen. Der Vater aber und die Mutter sind jeder nur *Teilursachen* ihres Kindes, weil sie einander nötig haben.“ (Arnauld/Nicole (1994, S. 230)) Vgl. dazu Scheffler (1988, S. 42): „Wenn es Dinge [...] sind, die Ursache bzw. Wirkung sein können, dann ist die Frage nach der Ursache (oder den Ursachen) einer Vase [...] sinnvoll. Aristoteles läßt die [...] Frage zu und würde auf das Kupfer, die Amphorenform, den Kunstschmied und auf den künftigen Gebrauch der Vase verweisen. Dieser Gebrauch von Ursache ist aber aus den natürlichen und Wissenschaftssprachen verschwunden, und auch in der Philosophie gibt es ihn wohl nur noch in Wörterbüchern und manchen Definitionen. Ereignisse (Tatsachen, Sachverhalte) können Ursache bzw. Wirkung anderer Ereignisse

1.2. Wie verhalten sich diese zwei Arten von Kausalität zueinander? *Eine* Möglichkeit besteht darin, sie *zwei verschiedenen Bereichen* der Wirklichkeit zuzuordnen. Das war die Situation, die David Hume antraf: „Hume fand zwei Auffassungen der Kausalität vor [...]: eine Auffassung, derzufolge «Verursachen» soviel bedeutet wie «Produzieren», und eine andere, derzufolge dieser Ausdruck auf eine objektiv notwendige Verknüpfung sukzessiver Vorgänge hinweist." Nach Auffassung der Okkasionalisten „kommt endlichen Dingen keinerlei Wirksamkeit zu, so daß die Beziehung zwischen Ursache und Wirkung nicht im Sinne des Produzierens, sondern nur im Sinne der notwendigen gesetzmäßigen Sukzession interpretiert werden darf. Die endlichen Dinge selbst aber und ihre gesetzmäßige Ordnung hängen nach okkasionalistischer Ansicht von Gott ab, der ihre Ursache im Sinne des Produzierens ist."[5]

Eine ähnliche Zuordnung der zwei Kausalitätsbegriffe zu zwei verschiedenen Bereichen der Wirklichkeit findet man in der analytischen Handlungstheorie, etwa wenn Chisholm zwischen der *transeunten* Verursachung durch *Ereignisse* und der *immanenten* Verursachung durch handelnde *Personen* unterscheidet[6] und dann dem Menschen eines „der klassischen Attribute Gottes" zuspricht: „Wenn wir handeln, ist jeder von uns ein unbewegter erster Beweger."[7]

1.3. Eine andere Möglichkeit, die zwei Ursachenbegriffe einander zuzuordnen, besteht darin, den einen Begriff für den *richtigen* und den andern für den *falschen* zu halten. Nach Wilhelm Wundt ist der Gedanke, *Gegenstände* seien Ursachen, eine *mythologische* Vorstellung: „Die Wörter *Ursache* und *Wirkung*, causa und effectus, weisen schon darauf hin, daß ursprünglich in der Kausalität zwei Begriffe verschiedener Kategorie sich begegnen: ein *Gegenstand* und eine *Handlung*, die von dem Gegenstand ausgeht. Die Dinge der sinnlichen Wahrnehmung gelten als Ursachen des Geschehens, dieses aber besteht in der Tätigkeit der Dinge. Indem nun die wissenschaftliche Bearbeitung des Kausalbegriffs diese mythologische Vorstellung zu beseitigen sucht, wird sie teils zu Zweifeln an der Berechtigung desselben, teils aber zu Versuchen geführt, ihm eine andere Deutung zu geben, die von dem naiven Anthropomorphismus, der in den Dingen handelnde Wesen sieht, frei ist."[8]

Führt der Gedanke, Dinge (Gegenstände) seien Ursachen, wirklich dazu, den Dingen „Tätigkeit" im Sinne von „Handlungen" zuzusprechen, und damit zum „naiven Anthropomorphismus"?

---

sein. Es besteht offensichtlich bei diesem Zugang ein Unterschied zwischen der Frage nach der Ursache einer Vase (die ist sinnlos), und der Frage nach der Ursache dafür, daß es die Vase gibt. Auf die zweite Frage gibt es vernünftige Antworten [...]". Vgl dazu Abschnitt 5 und Fußnote 23.

[5] Röd (1984, S. 320 f.)

[6] Vgl. Chisholm (1985, S. 360). Die *Wirkungen* sind bei Chisholm in beiden Fällen Ereignisse oder Sachverhalte.

[7] Steinvorth (1994, S. 240) (Das 2. Zitat stammt von Chisholm, ist aber nach der Übersetzung von Steinvorth zitiert, vgl. Chisholm (1985, S. 366).) Die Strategie von Chisholm, der dem Menschen einen freien Willen und damit Kausalität zusprechen will, halte ich für zu defensiv. Wenn man vom Menschen als Ursache sprechen will, so kann das m. E. nur mit einem allgemeineren (nicht auf Menschen beschränkten) Begriff von Gegenstandskausalität geschehen.

[8] Wundt (1906, S. 574). Hume vor allem wird von Wundt als Verdienst zugeschrieben, den Übergang von der Gegenstandskausalität zur Ereigniskausalität vollzogen zu haben: „Man pflegt bei der Kausaltheorie Humes auf seine Ableitung aus Erfahrung und Gewohnheit so vorwiegenden Wert zu legen, daß derjenige Punkt, in welchem die historische Bedeutung seiner Kritik liegt, allzu sehr in den Hintergrund tritt. Das Verdienst, das sich Hume um die philosophische Untersuchung der Kausalität erworben, besteht aber vor allem darin, daß er die Auffassung der Ursache als einer *Sache* beseitigte und dadurch eigentlich zum ersten Male mit Bewußtsein und folgerichtig den Begriff der Ursache im Sinn derjenigen Entwicklung vollendete, die in den Erfahrungswissenschaften begonnen hatte." (S. 579) Von dieser Entwicklung heißt es: „[...] so entzieht diese Umgestaltung des Kausalbegriffs allmählich der Ursache ihren sachlichen Charakter und löst sie in ein Geschehen auf, welches der Wirkung vorangeht" (S. 578).

1.4. Im folgenden werde ich nicht direkt fragen, was *Ursachen* sind und welche Arten von Ursachen es gibt, sondern ich werde mich dem Thema Kausalität von der *Sprache* her nähern und im Sinne des *linguistic turn* einige umgangssprachliche Sätze untersuchen, die kausale Zusammenhänge beschreiben. Im wesentlichen beschränke ich mich auf *zwei Typen* von singulären Kausalsätzen, von denen der eine Satztyp den Begriff der *Ereignis*kausalität nahelegt, der andere aber dem Begriff der *Gegenstands*kausalität nähersteht.[9]

2 Die humesche und die aristotelische Normalform von Kausalurteilen

2.1. Man vergleiche die folgenden Satzpaare miteinander, deren zwei Sätze jeweils dasselbe Geschehen beschreiben, aber sich in ihrer Struktur erheblich unterscheiden:

(1) „Das Kind entstand, weil der Vater mit der Mutter schlief" [„q, weil p"],

(101) „Der Vater zeugte das Kind" (Aristoteles) [$K(a, b)$],

(2) „Das Haus wurde zerstört, weil an dieser Stelle eine Lawine herunterging" (Stegmüller),

(102) „Das Haus wurde durch eine Lawine zerstört",

(3) „Kugel b hat sich bewegt, weil Kugel a sich zuvor (so und so) bewegt hat" (Hume),

(103) „Die Kugel a hat die Kugel b angestoßen (bewegt)",

(4) „Meier ist gestorben, weil Müller (mit einem Messer) in seinen [Meiers] Körper stach",

(104) „Müller hat Meier (mit einem Messer) erstochen".[10]

Im *alltäglichen* Gespräch gebrauchen wir Kausalsätze beider Formen problemlos nebeneinander. Dagegen hat man in der *Philosophie* in den letzten Jahrhunderten immer stärker die Struktur der Sätze (1) - (4) bevorzugt.[11] Mir scheint hier

[9] Nicht eingehen werde ich auf wahrscheinlichkeitstheoretische, modallogische oder kontrafaktische Kausalitätstheorien (vgl. hierzu Kutschera (1993, S. 41 ff.)). Ebenfalls nicht berücksichtigen werde ich hier die Frage, ob der Kausalitätsbegriff für die Wissenschaften überhaupt aktuell ist, und falls er noch oder wieder aktuell ist, in welcher Form das der Fall ist (vgl. Scheibe (1971)).

[10] Als fast synonyme Paraphrasen der Sätze (1) - (4) betrachte ich zunächst Sätze der folgenden Struktur: (2+) „Das Herunterkommen der Lawine bewirkte die Zerstörung des Hauses" („Das Ereignis, daß die Lawine herunterkam, bewirkte das Ereignis, daß das Haus zerstört wurde"). Auf Unterschiede zwischen (2) und (2+) usw. werde ich erst am Schluß kurz eingehen.

[11] Man vergleiche die folgenden Zitate aus den letzten Jahrzehnten mit den von mir angegebenen alternativen Formulierungen („statt: ..."): „Die Ernte wurde vernichtet, weil es vier Wochen unaufhörlich regnete", statt: „Die Ernte wurde durch einen vierwöchigen Dauerregen vernichtet". „Der Tod des Herrn X wurde durch einen Stich in die Herzgegend mit einem 15 cm langen Messer verursacht" statt: „Herr X wurde mit einem 15 cm langen Messer erstochen". (Stegmüller (1969, S. 430). „Die Flut bewirkte die Hungersnot", statt: „Die Flut vernichtete alle Nahrungsmittel, und deshalb mußten die Leute hungern". „Der Dolchstoß verursachte Cäsars Tod", statt: „Cäsar wurde erdolcht". „Das Niederbrennen des Hauses bewirkte das Grillen des Schweins", statt: „Das Schwein wurde vom Feuer der niederbrennenden Hauses gegrillt" (Davidson (1990a, S. 214)). - „Die Butter ist geschmolzen, weil die Pfanne heiß war", statt: „Die Hitze der Pfanne hat die But-

Wittgensteins Warnung angebracht: „Eine Hauptursache philosophischer Krankheiten - einseitige Diät: man nährt sein Denken mit nur einer Art von Beispielen.“[12] Um dieser Einseitigkeit zu entgehen, möchte ich mich im folgenden vor allem mit den Sätzen (101) - (104) beschäftigen.

2.2. In einer Tabelle kann man die beiden Satztypen so miteinander vergleichen:

Vergleichs-gesichtspunkt:	Sätze (1) - (4): „q, weil p“ [„$Ur(Ep, Eq)$“] (humesche Normalform)	Sätze (101) - (104): „$Ki(a, b)_{i=101,\ldots}$“ [=„e“] (aristotel. Normalform)
1) Ursache:	Nachsatz	singulärer Term
2) Wirkung:	Vordersatz	„das Kind“, ??
Kausale Relation:	„v, weil u“ [„$Ur(Eu, Ev)$“]	„$Ki(x, y)$“
Anzahl der kausalen Relationen:	eine („weil“, „verursacht“)	viele [„$Ki(x, y)$“]
3) Prädikate im Hauptsatz:	1-stellig („y entstand, ...“) „$Ki^*(y)$, weil $F(x)$“	2-stellig („x zeugte y“) „$Ki(x, y)$“
4) Interpunktation:	2 Ereignisse Ep und Eq	1 Ereignis Ee
Generalisierung:	Immer ein q-artiges Ereignis, wenn ein p-artiges Ereignis.	Immer ein e-artiges Ereignis.

Erläuterungen zur Tabelle:

Zu 1) Die *Ursache* wird in (1) - (4) im Nachsatz „p“, einem kausalen Nebensatz, angegeben, die Ursache ist hier, so kann man sagen, das *Ereignis* Ep, das genau dann besteht, wenn der Satz „p“ wahr ist. (Die Rede von Ereignissen ist hier zunächst nur als *abkürzende* Redeweise zu verstehen, ich nehme sie also nicht so ernst, wie Davidson das vorschlägt.) Die Struktur dieser Sätze bezeichne ich als die *humesche Normalform* „q, weil p“.

Dagegen wird in den Sätzen (101) - (104) die Ursache mit einem *singulären Term* (z.B. „a“) benannt, daher ist die Ursache hier ein *Gegenstand*. Die Struktur dieser Sätze bezeichne ich als die *aristotelische* Normalform „$Ki(a, b)$“.

Der Bezug auf Hume und Aristoteles in diesen Bezeichnungen soll nur eine gewisse *Nähe* zu bestimmten Auffassungen der beiden Philosophen signalisieren, es ist damit nicht beansprucht, deren Auffassungen zur Kausalität genau wiederzugeben.

Zu 2) Die *Wirkung* wird in (1) - (4) im Vordersatz angegeben, in (101) läßt sich der singuläre Term „das Kind“ als Bezeichnung der Wirkung auffassen, in (102) - (104) läßt sich dagegen *kein* Ausdruck der Wirkung zuordnen.

ter geschmolzen“ („schmelzen“ als transitives Verb). „Das Streichholz hat sich entzündet, weil es angestrichen worden ist“, statt: „Jemand hat das Streichholz entzündet“. „Der Kühler des Autos ist zu Bruch gegangen, weil er eingefroren war“, statt: „Das Eis im Kühler hat diesen gesprengt“. (Nach Goodman (1975, S. 18, 20, 25), nicht wörtlich zitiert). - „Die Sonnenstrahlung verursachte die Erwärmung des Steins“, statt: „Die Sonne erwärmte den Stein“ (Pap (1955, S. 111), nicht wörtlich zitiert). - Die Russellsche Analyse dessen, „was geschah, als Brutus Caesar tötete“: „Ein Dolch bewegte sich ruckartig von Brutus ausgehend in Caesar hinein“, statt: „Brutus erdolchte Caesar“ (Russell, Bertrand: An Inquiry into Meaning and Truth, zitiert nach Kenny (1985, S. 270 f.)). - „Das Ereignis, daß sich der Handgriff des Fensters dreht, wird verursacht durch das Ereignis (oder die Handlung), daß die Hand sich dreht“, statt: „Ich drehe (mit meiner Hand) den Handgriff des Fensters“. Hier findet sich der Gedanke, daß es ein Ergebnis *meines* Fenster-Öffnens sein soll, daß das Fenster *sich* öffnet (Wright (1991, S. 85 f.), nicht wörtlich zitiert).

[12] Wittgenstein (1989, § 593)

Die *kausale Relation* in (1) - (4) ist immer dieselbe Relation 'v, weil u' [oder 'das Ereignis Eu verursacht das Ereignis Ev', kurz: '$Ur(Eu, Ev)$'[13]]. Wenn man in (101) - (104) ebenfalls bestimmte Ausdrücke als Prädikate für kausale Relationen betrachten will, so kommen nur die zweistelligen Prädikate in Frage, und dann gibt es hier 4 verschiedene Kausalrelationen. Hier stellt sich die 1. Frage (??$^{\mathrm{I}}$): Inwiefern sind die '$Ki(x, y)$' *kausale* Relationen, wenn sich der Ursache doch keine *Wirkung* zuordnen läßt?

Zu 3) In (101) - (104) kommen die *zwei*stelligen Prädikate „$Ki(x, y)$" vor. Daraus wird in (1) - (4) „$Ki^*(y)$, weil $F(x)$" mit einem geeigneten Prädikat „$F(x)$". Für die Sätze (101) und (1) heißt das: Aus dem Prädikat „x zeugte y" wird „y entstand, weil x mit der Mutter schlief". Für (102) und (2) heißt das: Aus „y wurde durch x zerstört" wird „y wurde zerstört, weil an dieser Stelle x herunterging".

Derartige Umformungen sind die übliche Praxis, als Beispiel nenne ich nur den Satz des Aristoteles „Ein Stock bewegt einen Stein", aus dem bei Chisholm wird: „Der Stein bewegt sich, weil sich der Stock bewegt"[14]. Aus dem transitiven „*Etwas* Bewegen" wird das reflexive „*Sich* bewegen" bzw. die intransitive „*Bewegung*".

Damit stellt sich die 2. Frage (??$^{\mathrm{II}}$): Läßt sich diese übliche Praxis rechtfertigen, indem man die humesche Normalform als die *logische* Form (oder Tiefenstruktur) der aristotelischen Normalform erweist? Ist „q, weil p"[= „$Ki^*(b)$, weil $F(a)$"] die *logische* Form von „$Ki(a, b)$"?

Zu 4) Die *Interpunktion* des beschriebenen Geschehens ist unterschiedlich: in (1) - (4) geht es jeweils um *zwei* Ereignisse, die in einer kausalen Beziehung zueinander stehen, in (101) - (104) aber wird jeweils nur *ein* Ereignis beschrieben.

Der Gedanke, daß Kausalität es mit Regularität und Generalisierbarkeit zu tun habe, ist sinnvoll nur für die humesche Normalform: Der Satz „Immer ein q-artiges Ereignis, wenn ein p-artiges Ereignis" mag wahr sein, der Satz „Immer ein e-artiges Ereignis" dürfte i.a. falsch oder sogar sinnlos sein[15].

Auf die Regularität möchte ich hier nicht näher eingehen, sondern stattdessen eine andere Frage (??$^{\mathrm{III}}$) erörtern: Welche Art von Kausalurteilen ermöglicht eine *Begründung* von Prognosen?

2.3. Bevor ich auf die drei genannten Fragen näher eingehe, möchte ich noch einen vierten Punkt kurz erwähnen. Bei den obigen Satzpaaren steht jeweils ein Satz in der *humeschen* Normalform und der andere Satz in der *aristotelischen* Normalform, und doch beziehen sich beide Sätze jeweils auf *dasselbe Geschehen*. Nun dürfte es schwierig sein, *sprachlich* genau zu fassen, was denn hier *dasselbe Geschehen* ist, das so unterschiedlich beschrieben[16] wird.

---

[13] Relationen können nur zwischen Gegenständen bestehen, seien diese Gegenstände nun Dinge (Gegenstände im engeren Sinne), Ereignisse, Propositionen oder Wahrheitswerte. Es ist deshalb problematisch, von der Relation 'v, weil u' zu sprechen: denn diese Redeweise ist nur sinnvoll, wenn man die Sätze „q", „p" usw., die für die Satzvariablen „v", „u" eingesetzt werden, als Eigennamen von Wahrheitswerten auffaßt, andererseits ist aber klar, daß „weil" keine extensionale Satzverbindung ist wie „und" oder „genau dann, wenn" in der klassischen Logik (wenn „q, weil p" wahr ist, dann sind beide Teilsätze wahr, doch wenn man die Reihenfolge vertauscht zu „p, weil q", so dürfte dieser Satz i. a. falsch sein) - und daher kann 'v, weil u' keine Relation von Wahrheitswerten sein. Sollte man also die Rede von Ereignissen doch wörtlich, d.h. ernst im Sinne Davidsons nehmen? Doch auch das führt zu Problemen (vgl. 6.6.).

[14] Wörtlich heißt es bei Chisholm: „Die Bewegung des Stocks verursacht die Bewegung des Steins" (Chisholm (1985, S. 360)), aber das ist eine fast synonyme Paraphrase von „Der Stein bewegt sich, weil sich der Stock bewegt".

[15] Spaemann schreibt, „daß dasselbe ≪Ich≫ die Ursache von ganz verschiedenen Wirkungen sein kann. Von Regelmäßigkeit ist zunächst keine Rede: jemand, der regellos alles mögliche tut, ist gleichwohl Ursache von allem, was er verursacht" (Spaemann/Löw (1985, S. 86)).

[16] Zwar sind die beiden Sätze wohl logisch äquivalent (oder könnten so paraphrasiert werden,

Der Gebrauch von „*dasselbe*“ in „*dasselbe Geschehen*“ ist nicht der übliche *relative* Identitätsbegriff („a und b sind dasselbe P“[17]), sondern liegt *jenseits* dieses normalen Gebrauchs. Wenn Scott und der Autor von Waverley identisch sind, so sind sie derselbe *Mensch*. Wenn man aber, wie Frege, angesichts derselben äußeren Erscheinung sagt: „dies ist eine Baumgruppe“ und „dies sind fünf Bäume“[18], so läßt sich kein Begriff P angeben, derart daß die *eine* Baumgruppe und die *fünf* Bäume *dasselbe* P wären. Ebenso wenig kann man einen Begriff G angeben derart, daß „p, weil q“ und „$Ki(a, b)$“ *dasselbe Geschehen* G beschrieben.

Deshalb möchte ich vorsichtiger mit Frege formulieren: beide Sätze kann man „in Ansehung derselben äussern Erscheinung mit derselben Wahrheit sagen“.[19] Gelöst ist das Problem damit nicht, aber ich gehe jetzt davon aus, daß wenigstens *anschaulich* hinreichend klar ist, inwiefern beide Sätze *dieselbe äußere Erscheinung* beschreiben.

3 Relation (in der klassischen Logik) und Relativum (bei Aristoteles)

3.1. Einige der oben genannten Probleme lassen sich klären, wenn zuvor der Begriff der Relation genauer bestimmt ist. In der klassischen Logik und bei Aristoteles gibt es verschiedene Auffassungen über Relationen bzw. Relativa.

Bei Aristoteles geht es um die *Dinge* als Fundamente der Relation, die Relativa. Im 7. Kapitel der „Kategorien“ heißt es: „Relativa werden solche Dinge genannt, von denen gesagt wird, daß sie das, was sie genau sind, bezüglich anderer Dinge oder in irgendeinem sonstigen Verhältnis zu anderem sind. Zum Beispiel wird das Größere als das, was es genau ist, bezüglich eines anderen bezeichnet: Es heißt größer als ein anderes [...].“[20] Von diesem Ansatz her ist klar, daß auch *das Große* ein Relativum ist, denn auch groß ist es nur in bezug auf anderes: es ist nur groß, sofern es größer ist als viele oder die meisten seiner Bezugsgegenstände.

3.2. Nach der modernen, von Frege begründeten Logik bestimmt man Relationen, indem man von *Sätzen* ausgeht und in diesen Sätzen singuläre Terme durch Variable ersetzt. Dabei ist es der Willkür überlassen, wie viele der singulären Terme man ersetzt. Der Satz

(11) „Peter ist größer als Paul“

enthält die zwei singulären Terme „Peter“ und „Paul“, und daher gibt es drei Möglichkeiten der Analyse:

(11a) „x ist größer als Paul (Peter)“,

(11b) „Peter ist größer als y (Paul)“ und

(11c) „x ist größer als y (Peter, Paul)“.

Mit der Zahl der Leerstellen oder Variablen in einem Prädikat ist dann bestimmt, wie viele Stellen die betreffende Relation hat. Ein *ein*stelliges Prädikat wie „x ist größer als Paul“ bezeichnet eine Eigenschaft, ein *zwei*stelliges Prädikat wie „x ist größer als y“ bezeichnet eine zweistellige Relation.

---

daß die Paraphrasen es sind), aber sie haben die unterschiedlichen Strukturen „p, weil q“ und „$Ki(a, b)$“; daher sind sie nicht intensional isomorph und können somit auch nicht synonym sein. Andererseits beschreiben sie doch irgendwie dasselbe Geschehen.

[17] Vgl. Geach (1982).

[18] Frege (1961, § 46)

[19] Frege (1961, § 46)

[20] Aristoteles (1984, Kapitel 7, 17). Dies ist die 1. Definition, die 2. Definition (S. 21) ist enger.

3.3. Von diesem Ansatz her haben Patzig und Oehler kritisiert, daß Aristoteles „das Große“ als ein Relativum versteht. „Tatsächlich hat Aristoteles den logischen Unterschied zwischen Prädikatoren wie «... ist größer als ...» und «... ist groß» nicht bemerkt, das heißt, er hat, in der Sprache der modernen Logik, den Unterschied übersehen zwischen Ausdrücken, die eine Ergänzung fordern, und Ausdrücken, die keine Ergänzung fordern“.[21]

In

(12) „Peter ist groß“

kommt nur *ein* singulärer Term vor, daher kann man diesen Satz nur analysieren als

(12a) „x ist groß (Peter)“,

und diese Analyse führt zu dem *ein*stelligen Prädikat „x ist groß“.

Einstellige Prädikate aber bezeichnen Eigenschaften und keine Relationen, also bezeichnet das Wort „groß“ keine Relation, sondern nur eine Eigenschaft - und damit ist Aristoteles im Unrecht.

3.4. Diese Kritik trifft Aristoteles aber überhaupt nicht, da er nämlich nicht wie die moderne Logik von *Sätzen* und Prädikaten, sondern von Relativa als *Dingen* ausgeht. Die *singulären Terme* „das Große“ und „das Größere“ aber fordern beide gleichermaßen *keine* Ergänzung (oder sie fordern *beide* eine Ergänzung), sie verhalten sich in diesem Punkt jedenfalls ganz gleich im Unterschied zu dem *zwei*fach ergänzungsbedürftigen *Prädikat* „x ist größer als y“ und dem *ein*mal ergänzungsbedürftigen *Prädikat* „x ist groß“. Da wir nun das Große als ein Großes nur in bezug auf anderes bezeichnen, hat Aristoteles nach seinem Ansatz recht.[22]

4 Die humesche Normalform als die logische Form der aristotelischen Normalform (??$^{\text{II}}$)

4.1. Läßt sich *jeder* Satz der aristotelischen Normalform *adäquat* durch einen Satz in der humeschen Normalform explizieren? Dann wäre die humesche Normalform die *logische Form* der aristotelischen Normalform.

Man könnte die aristotelische Normalform nach dem folgenden, *allgemein* anwendbaren Verfahren in die humesche Normalform übersetzen: Zu

[21] K. Oehler in Aristoteles (1984, S. 235). Vgl. auch S. 239, 253. Vgl. Patzig (1973, S. 1221).

[22] Wenn man (12) „Peter ist groß“ so versteht, daß (12) synonym ist mit (12b) „Für die meisten y gilt: x ist größer als y (Peter)“, so scheint nach dem Ansatz der modernen Logik die Frage, ob (12) ein zweistelliges Prädikat enthält, wieder offen zu sein. (i) Sofern man in (12b) den singulären Term „Peter“ und den Quantor „für die meisten y gilt“ entfernt, bleibt das zweistellige Prädikat „x ist größer als y“ übrig. (ii) Wenn man aber in (12b) nur den singulären Term „Peter“ entfernt, so bleibt das einstellige Prädikat „für die meisten y gilt: x ist größer als y“ übrig. - Damit ist aber nur gezeigt, daß es für den *Satz (12b)* diese zwei Möglichkeiten der Analyse gibt, für den *Satz (12)* gibt es dagegen nicht diese zwei Möglichkeiten. - Wenn die logische Analyse aber nicht am Satz, sondern an der Satz*bedeutung* ansetzen soll, so stellt sich sofort die Frage nach der expliziten Formulierung dieser Satzbedeutung: Ist (12b) die *endgültige* Explizitfassung von (12), oder gibt es noch explizitere Fassungen, so daß man schließlich auch noch dreistellige Relationen in der Satzbedeutung von (12) ermitteln kann? - Logische Analyse nach dem Ansatz der modernen (fregeschen) Logik ist eine Analyse von *Sätzen*. Welchen Satz man dabei als hinreichend explizite Formulierung der Analyse zugrunde legt, ist eine Frage, die *vor* Beginn der Analyse zu entscheiden ist. Daß die logische Analyse der fregeschen Tradition ihre Ergebnisse nur *relativ* zu bestimmten *Sätzen* gewinnen kann, mag zwar bedauerlich sein, aber die Alternative wäre ein logischer Atomismus, der nicht durchführbar ist. - Der Unterschied zwischen der aristotelischen und der fregeschen Logik scheint mir daher an dieser Stelle nicht behebbar zu sein. „Das Große“ (ein *Ding*) ist nach Aristoteles ein Relativum, aber das *Prädikat* „... ist groß“ bezeichnet nach der modernen (fregeschen) Logik keine Relation.

(13) „a zerstörte b“
bildet man die Paraphrase im Passiv
(13a) „b wurde durch a zerstört“.
Anschließend geht man über zu
(13b) „b wurde zerstört, weil a F ist“ [mit einem geeigneten Prädikat $F(x)$].[23]

4.2. Problematisch an dem Übergang von (13a) nach (13b) ist, daß das *zwei*stellige Passivprädikat „y wurde durch x zerstört“ durch das *ein*stellige Passivprädikat „y wurde zerstört“ ersetzt wird. Hier ist die Frage, ob „y wurde zerstört“ ein *echtes* einstelliges oder nur ein *scheinbar* (weil elliptisches) einstelliges Prädikat ist.

Analog zur Argumentation von Patzig und Oehler (s.o.) könnte man sagen, daß nach dem Ansatz der modernen Logik das Prädikat „y wurde zerstört“ genauso einstellig ist wie das Prädikat „x ist groß“. Dann könnte man aus jedem *zwei*stelligen Passivprädikat ein entsprechendes *ein*stelliges Passivprädikat erhalten, das genauso einstellig wäre wie das intransitive Prädikat „entstehen“ oder das reflexive Prädikat „sich bewegen“.[24]

4.3. Vom aristotelischen Ansatz her aber ist das Haus nur ein zerstörtes, sofern es auch einen Zerstört-Habenden oder etwas Zerstört-Habendes gibt: „Alle Relativa werden ausgesprochen in Beziehung zu reziproken Korrelativa“.[25] Zerstörtwerden ist demnach kein *echtes* einstelliges Prädikat.

---

[23] Das einfachste „$F(x)$“ wäre „x existiert“. Dann wird der singuläre Term „a“, der in (13a) die gegenständliche Ursache bezeichnet, in (13b) durch den Kausalsatz „weil a existierte“ ersetzt, der dort als Ursache ein Ereignis bzw. einen Zustand bezeichnet. Die Besonderheit von solchen Existenzsätzen wie „a existiert“ mit dem Existenzprädikat der 1. Stufe läßt sich hier nun so charakterisieren: Ein solcher Satz ist ein *Zwitter* zwischen einem echten singulären *Term* und einem echten *Satz*: denn sofern er den echten singulären Term „a“ enthält, enthält er das äußerst problematische Existenzprädikat der 1. Stufe; wenn er aber ein echtes Prädikat enthalten soll, nämlich das Existenzprädikat der 2. Stufe, so muß der singuläre Term „a“ nach dem Russellschen Verfahren als ein Prädikat der 1. Stufe interpretiert werden, und diese Interpretation ist ebenfalls äußerst problematisch. - Der Paradigmenwechsel in der Philosophie vom ontologischen zum linguistischen Paradigma, d.h. vom Gegenstand zum Satz, von der Gegenstandskausalität zur Ereigniskausalität, zeigt sich sehr deutlich in Existenzsätzen der 1. Stufe wie „a existiert“, die als Zwitter weder eine richtige Gegenstandsbezeichnung noch ein richtiger Satz sind. Dies erklärt auch, weshalb der Existenzbegriff der 1. Stufe genau in der Zeit problematisiert wurde, in der der Übergang von der Gegenstandskausalität zur Ereigniskausalität stattfand (nämlich bei Hume und Kant). - Vgl. das Zitat von Scheffler in Fußnote 4.

[24] Bei Kenny findet sich die folgende Überlegung: „Wenn man den Satz ≪Brutus tötete Caesar≫ als eine zweistellige Relation zwischen Brutus und Caesar auffaßt, dann bereitet es unverkennbare Schwierigkeiten, daraus ≪Caesar wurde getötet≫ abzuleiten. ≪Caesar wurde getötet≫ ist ein vollständiger Satz, der keinerlei ≪Ungesättigtheit≫ erkennen läßt; und er ist kein relationaler Satz. Die Logikbücher enthalten keine Regeln, mittels derer wir von einer zweistelligen relationalen Proposition zu einer Proposition übergehen können, die aus einem einstelligen Prädikat und einem Namen besteht.“ (Kenny (1985, S. 268 f.)) Wenn „Cäsar wurde getötet“ eine *elliptische* Fassung von „Cäsar wurde von jemandem getötet“ ist, so folgt aus „Cäsar wurde von Brutus getötet“ durch Existenzgeneralisierung sofort „Cäsar wurde (von jemandem) getötet“ - d.h. Kennys Problem stellt sich so nicht. Kenny versucht, diesem Einwand zu entgehen, indem er ihn ad absurdum führen will: Wenn der Satz „p“ eine Ellipse ist, *wofür* ist er es dann - am Ende für eine Beschreibung der *gesamten* Weltgeschichte? „Wenn wir unser Netz nur weit genug auswerfen, dann könnten wir ≪Brutus tötete Caesar≫ in einen Satz transformieren, der, bei einem gewissen Mangel an Spezifizierung, die ganze Weltgeschichte beschreibt.“ (a.a.O., S. 272). Dies Argument ist vom Typ der Sorites-Paradoxie: Wenn ein Satz aus 3 Worten eine Ellipse für einen Satz mit n Worten ist, ohne daß eine *genaue* obere Grenze für den Wert von n angegeben werden kann, dann kann der Satz aus 3 Worten auch eine Ellipse für einen Satz mit 100.000 Worten sein. Aber das ist sicher falsch, denn man wird einen Satz aus 3 Worten i.a. nicht einmal als eine Ellipse für einen Satz aus 50 Worten akzeptieren. - Davidson hält einerseits die Argumentation von Kenny nicht für zwingend (vgl. Davidson (1985b, S. 311 f.)), andererseits sieht er darin einen Vorteil seiner eigenen Strategie (nämlich seiner Ereignis-Ontologie), daß sie Kennys Problem der variablen Stellenzahl von Handlungsverben löse (a.a.O., S. 323 f.).

[25] Aristoteles (1984, Kapitel 7, 18)

Dem entsprechen auch meine umgangssprachlichen Intuitionen. Im alltäglichen Gespräch wird man nur formulieren

(2a) „Das Haus wurde zerstört“,

wenn man nicht sagen will, kann oder darf, durch wen oder was das Haus zerstört wurde. Dabei ist (2a) eine abgekürzte Fassung (eine „Ellipse“) für

(2b) „Das Haus wurde durch jemanden (bzw. etwas) zerstört“.

Dieser Satz enthält ganz offensichtlich das zweistellige Prädikat „y wurde durch x zerstört“. Auch in (2a) wird das Prädikat daher als echtes zweistelliges Prädikat verstanden, jedoch läßt man den Ausdruck „durch jemanden (bzw. etwas)“ weg, da er keine Informationen über die Ursache enthält. Dementsprechend ist auch der Vordersatz in

(2) „Das Haus wurde zerstört, weil an dieser Stelle eine Lawine herunterging“

elliptisch zu verstehen, und daher ist (2) synonym mit

(2c) „Das Haus wurde durch jemanden (bzw. etwas) zerstört, weil an dieser Stelle eine Lawine herunterging“.

Hier könnte man dann fragen, wer der „jemand“ oder das „etwas“ ist, durch den oder das das Haus zerstört wurde, weil an dieser Stelle eine Lawine herunterging. Eine mögliche Antwort wäre:

(2d) „In dem Moment, in dem die Lawine sein Haus erreichte, wurde das Haus und damit zugleich die Lawine vom Hausbesitzer in die Luft gesprengt, um das tiefer gelegene Dorf vor der Lawine zu schützen“.

Klar ist natürlich, daß das mit (2) von Stegmüller gerade *nicht* gemeint ist, da in (2) die Ursache im kausalen Nebensatz angegeben werden soll. Also wäre (2) nur eine korrekte Formulierung, wenn das Prädikat „zerstört werden“ in (2) als *echtes* einstelliges Prädikat verstanden werden könnte.

Dies ist m. E. aber nicht möglich. Sondern mit (2) verhält es sich so: Wer ernsthaft äußert

(2) „Das Haus wurde zerstört, weil an dieser Stelle eine Lawine herunterging“,

der wechselt mitten im Strom die Pferde, weil er den Vordersatz so formuliert, als wolle, könne oder dürfe er die Ursache *nicht* nennen, aber im Nachsatz dann *doch* noch die Ursache angibt. Wer (2) äußert, hat sich zu spät überlegt, was er eigentlich sagen will, und deshalb ist seine Äußerung *verunglückt*.

Als eine verunglückte Formulierung wird man den Satz (2) wohl kaum zur logischen Form von Satz (102) erklären wollen.[26]

[26] Aus analogen Gründen für verunglückt halte ich die folgende Formulierung nach Kenny: „Hans führte es herbei, daß das Brot im Badezimmer, mit einem Messer, um Mitternacht mit Butter bestrichen wurde.“ (Davidson (a.a.O., S. 312)) Im Daß-Satz wird alles mögliche angegeben, nur nicht, von *wem* das Brot mit Butter bestrichen wurde. Führte Hans es herbei, daß *seine Frau* das Brot ... mit Butter bestrich? Gemeint ist der zitierte Satz als Paraphrase von „*Hans* bestrich das Brot ... mit Butter.“ - Davidsons Aufsatz „Die logische Form von Handlungssätzen“ beginnt mit einem Mißverständnis: „Hans tat es langsam, mit Bedacht, im Badezimmer, mit einem Messer, um Mitternacht. Was hat er getan? Er schmierte sich Butter aufs Brot [...]. Das ≪es≫ in ≪Hans tat es langsam, mit Bedacht ...≫ scheint sich auf eine Entität, vermutlich auf eine Handlung zu beziehen, die dann in mehrfacher Hinsicht charakterisiert wird“. (a.a.O., S. 308) Das Schmieren des Brotes tat Hans also langsam, aber vielleicht tat er das Tun des (langsamen) Brotschmierens schnell? Das ominöse „es“ im 1. Satz des Zitates ist überhaupt kein autosemantischer Ausdruck derart, daß „es“ sich auf das Schmieren des Brotes beziehen könnte. Sondern der Ausdruck „tat es“ steht nur als *ganzer* für etwas anderes, nämlich für das Prädikat „schmier-

4.4. Wenn man an der humeschen Normalform für (2) festhalten will, so muß man das scheinbar einstellige Passivprädikat „x wurde zerstört“ durch ein *echtes* einstelliges Prädikat ersetzen, z. B. durch das intransitive Prädikat „x brach zusammen“ oder durch das reflexive Prädikat „x löste sich in seine Bestandteile auf“[27]. Man erhält dann aus (2):

(2e) „Das Haus brach zusammen (löste sich in seine Bestandteile auf), weil an dieser Stelle eine Lawine herunterging“.

Nun kann man aber kein Verfahren angeben, wie man zu jedem *scheinbaren* einstelligen Passivprädikat (wie „x wurde zerstört“) ein entsprechendes[28] *echtes*[29] einstelliges Prädikat finden oder bilden kann, das intransitiv oder reflexiv wäre. Damit gibt es auch keine Möglichkeit mehr, die humesche Normalform *grundsätzlich* als die logische Form der aristotelischen Normalform auszuzeichnen.[30]

5 Eine oder viele Kausalrelationen (??$^{\text{I}}$)

5.1. Bei der *humeschen* Normalform läßt sich der Wirkung sofort ein Satzteil zuordnen, nämlich der Vordersatz, und daher sind in der humeschen Normalform der Ausdruck für die Wirkung (der Vordersatz) und der Ausdruck für die Ursache (der kausale Nachsatz) deutlich voneinander getrennt.

---

te Butter aufs Brot“.(„*Was* baute er?“, „Ein Haus [baute er]“. Hier wird nach dem *Objekt* des Bauens gefragt, das „was“ der Frage wird durch die *Bezeichnung des Objektes* ersetzt. - „*Was tat* er?“, „Er ging nach Hause“. Hier wird nicht nach dem Objekt des Tuns gefragt, sondern nach dem *Tun selbst* [der Tätigkeit], das „was tat“ der Frage wird durch das *Prädikat* der Antwort ersetzt. Dem entspricht auch Davidsons eigene Sprachpraxis: „Was hat er getan? Er schmierte sich Butter aufs Brot.“ [s.o.])

[27] Es gibt auch einen verunglückten Gebrauch der reflexiven Prädikate (nicht nur der einstelligen Passivprädikate): „Das Fenster öffnete *sich*, weil *Peter* das Fenster öffnete“. Es geht hier nicht um Redundanz, sondern darum: wer sagt „das Fenster öffnete sich“, will, kann oder darf nicht sagen, wer oder was das Fenster öffnete - und dann gibt er *doch* den Öffnenden an.

[28] Die Entsprechung kann wohl nur in der logischen Äquivalenz (der betreffenden Sätze) bestehen, da Synonymität nicht erreichbar ist (vgl. Fußnote 16).

[29] Bei dem Satz „Das Haus wurde zerstört“ muß man die folgenden 2 Fragen unterscheiden: (i) „Durch *wen* oder *was* wurde das Haus zerstört?“und (ii) „*Warum* wurde das Haus zerstört?“; Satz (2) ist verunglückt, weil der Sprecher von (2) diese Fragen nicht auseinandergehalten hat. Bei dem Satz „Das Haus brach zusammen“ kann man nicht mehr fragen (i) „Durch wen oder was brach das Haus zusammen?“, sondern nur (ii) „Warum brach das Haus zusammen?“; aber man könnte immer noch fragen: (i') „Unter was brach das Haus zusammen?“, Antwort: „Unter der Lawine.“ Aber wenn das Haus nicht unter der Lawine zusammenbrach, sondern weil es baufällig war, ist die Frage (i') verfehlt, d.h. das einstellige Prädikat „x brach zusammen“ läßt sich *nicht grundsätzlich* als das zweistellige Prädikat „x brach unter y zusammen“ verstehen (während sich „x wurde zerstört“ *immer* als „x wurde durch y zerstört“ verstehen läßt). Wenn man aber fragt: (i*) „Unter dem Einfluß oder aufgrund von was (oder wem) brach das Haus zusammen?“(Antworten: „Unter dem Einfluß der Lawine“ oder „aufgrund der Baufälligkeit“), so stellt man damit schon die Frage (ii). Bei dem Satz „Das Haus löste sich in seine Bestandteile auf“ („Das Haus fiel auseinander“) kann man nur noch die Frage (ii) stellen. - Die Unterscheidung zwischen *echten* und *unechten* einstelligen Prädikaten ist zwar nicht immer ganz scharf, aber doch brauchbar.

[30] Man könnte umgekehrt versuchen, mit Hilfe von (102) die logische Struktur von (2) zu klären. Verwirrend an (2) „Das Haus wurde zerstört, weil an dieser Stelle eine Lawine herunterging“ ist nämlich, daß (2) zwar für die singulären Terme „das Haus“ und „eine Lawine“ einen extensionalen Kontext, aber für die beiden Teilsätze von (2) einen nicht-extensionalen Kontext darstellt (vgl. Davidson (1990a, S. 218-220)). Die extensionale Analyse von (2) führt also nur zu (2′) „x wurde zerstört, weil an dieser Stelle y herunterging (das Haus, eine Lawine)“, und diese Analyse führt nicht weiter als die übliche Analyse von (102) „Das Haus wurde durch eine Lawine zerstört“ als (102') „x wurde durch y zerstört (das Haus, eine Lawine)“. Die extensionale Analyse von (2) reicht also nicht weiter als die von (102)!

Bei der *aristotelischen* Normalform scheint es dagegen nicht möglich zu sein, der Wirkung einen bestimmten Ausdruck zuzuordnen. Was war die Wirkung der Lawine als einer Ursache? Eine mögliche Antwort ist: Die Wirkung der Lawine war, daß sie das Haus zerstörte. Weil mit dem Wort „sie" die Lawine selbst gemeint ist, heißt das:

(102a) „Die Lawine bewirkte, daß die Lawine das Haus zerstörte".[31]

Doch das ist falsch. Zwar *zerstörte* die Lawine das Haus, aber sie *bewirkte* nicht, daß sie es zerstörte.

Was ist die Wirkung der Lawine? Eine zweite mögliche Antwort ist:

(102b) „Die Lawine bewirkte die Zerstörung des Hauses".

(102b) besagt dasselbe wie Satz (2) und ist aus denselben Gründen verunglückt.[32] Was also ist die Wirkung der Lawine?

5.2. Während es in der humeschen Normalform nur eine *einzige* kausale Relation gibt, nämlich 'v, weil u' [bzw. '$Ur(Eu, Ev)$'], gibt es bei singulären Kausalsätzen in der aristotelischen Normalform *viele* verschiedene kausale Prädikate - jedenfalls gehe ich einmal versuchsweise von dieser Annahme aus. Dieser Unterschied in der Anzahl von Kausalrelationen wirkt sich sofort auf die Frage aus, inwiefern man der Wirkung in der aristotelischen Normalform einen bestimmten Ausdruck zuordnen kann. Da es nämlich *viele* Kausalrelationen in der aristotelischen Normalform gibt, kann man gar nicht sinnvoll nach *der* Wirkung der Lawine schlechthin fragen, die Frage ist falsch gestellt.

Nach Satz (102) gilt: Die Lawine als das eine Relativum, nämlich das Zerstörende, steht in der Relation des Zerstörens [genauer: des Zerstört*habens* (s.u.)] zu dem Haus als seinem Korrelativum, dem Zerstörten. Dagegen steht die Lawine nicht als die Verbrennende in der Relation des Verbrennens zu dem Haus als dem Verbrannten, und sie steht auch nicht als die Löschende in der Relation des Löschens zu dem Haus als dem Gelöschten.

Es ist deshalb ein *Kategorienfehler* im Sinne Ryles, nach der *unspezifizierten* Wirkung der Lawine zu fragen, denn hier werden der Gattungsbegriff und der Artbegriff genauso miteinander verwechselt wie im folgenden Beispiel: „Wie sieht die Farbe gelb aus?", ist eine sinnvolle Frage, auf die man antworten kann: „So!"(und dabei zeigt man auf einen gelben Gegenstand), aber man kann nicht fragen: „Wie sieht die Farbe als solche aus?". Einen solchen Kategorienfehler begeht z. B. Hume, wenn er nach der Wirkung des Wassers oder des Feuers fragt.[33]

Nach der Wirkung der Lawine zu fragen kann also nur heißen, nach ihrer Wirksamkeit entweder als der Verbrennenden oder der Löschenden oder der Zerstörenden usw. zu fragen. Wenn ich aber nach der Wirkung der Lawine als der Zerstörenden frage, so heißt das: „Wen oder was hat die Lawine zerstört?"[34], und das ist

[31] In (102a) findet sich das kausale Prädikat „x bewirkte, daß v", das in (102) gar nicht vorkommt. Der gesamte Satz (102) wird in den Nebensatz von (102a) abgedrängt und bezeichnet dort nur noch die Wirkung. Die Kausalrelation in (102a) entspricht dem Begriff des Produzierens („x bewirkte, daß v") und zeigt so die Dominanz (vgl. das Zitat von Röd in 1.2. und das „führte es herbei" von Kenny in Fußnote 26) dieser Vorstellung von Kausalität.

[32] (102b) besagt dasselbe wie (102c) „Das Haus wurde zerstört, weil ..."; dieser Satz ist offensichtlich aus denselben Gründen wie (2) verunglückt.

[33] Vgl. Hume (1993, S. 37).

[34] Ein anderes Beispiel: Bei dem Satz „Brutus tötete Cäsar" kann man nicht sinnvoll fragen: „Was ist die Wirkung von Brutus?". Die Absurdität dieser Frage geht aber nicht zu Lasten der aristotelischen Normalform, sie geht vielmehr zu Lasten des Fragestellers (z. B. Humes, wenn er nach der Wirkung des Feuers oder des Wassers fragt, s.o.). Nach der Wir*kung* des Brutus zu fragen heißt hier, nach dem Wir*ken* des Brutus als des Tötenden (Getötet-habenden) zu fragen: in bezug auf welches Korrelativum (den Getöteten) hat Brutus als der Tötende gewirkt? Oder (weniger geschraubt formuliert): „Wen tötete Brutus?". [Der Unterschied zwischen Wirkung und

eine sinnvolle und beantwortbare Frage.[35]

6 Erfolgswörter, Interpunktionen und die Begründung von Prognosen (??^{III})

6.1. Eine Besonderheit der kausalen Relationen läßt sich an dem folgenden relationenlogischen Schluß aufzeigen, mit dem Quine und Tugendhat die Überlegenheit der modernen Relationenlogik über die aristotelische Syllogistik demonstrieren wollen. Tugendhat schreibt:[36]

(15) „Aus den Prämissen «alle Kreise sind Figuren» und «Peter malt einen Kreis» folgt die Conclusio: «Peter malt eine Figur»".

In seiner Begründung für die Gültigkeit dieses Schlusses heißt es: „Offenbar muß man das komplexe Prädikat «malt einen Kreis» weiter untergliedern in «malt / einen Kreis». Der Ausdruck «malt ...» ist ein Relationsausdruck" (S. 81). „Bei unserem Beispiel «Peter malt einen Kreis» besteht die Relation des Malens zwischen Peter und einem Kreis" (S. 82). Demnach analysiert Tugendhat den Satz

(15a) „Peter malt einen Kreis" als

(15b) „x malt y (Peter, einen Kreis)".

Doch solange der Kreis noch nicht *fertig* gemalt ist, gibt es ihn noch nicht, und daher kann er *während* des Malprozesses noch nicht in einer Relation zu Peter stehen[37] (auf das Problem der *intentionalen* Objekte möchte ich jetzt nicht eingehen; hier genügt es, daß der Kreis während des Malens noch kein *reales* Objekt ist). Das Prädikat „x *malt* einen Kreis" ist unzerlegbar, es kann nicht in die Bestandteile „x malt y" und „einen Kreis" zerlegt werden. Der Schluß ist also, wenn man ihn so versteht wie Tugendhat, falsch und gilt nur in der Zeitform des *Perfekt*:

(15c) „Alle Kreise sind Figuren, Peter *hat* einen Kreis gemalt; also: Peter *hat* eine Figur gemalt".

6.2. Ein anderes Beispiel, bei dem es weder allgemein um eine Handlung noch speziell um einen Schöpfungsakt (ein Produzieren, vgl. 1.2.) geht, ist

(103) „Die Kugel a hat die Kugel b angestoßen (bewegt)".

Wirken erinnert an den oben erwähnten Unterschied zwischen Bewe*gung* und Bewe*gen*, vgl. 2.2., zu 3).]

[35] Mit der unterschiedlichen inhaltlichen Spezifizierung hängt zusammen, daß nur die humesche Kausalrelation *transitiv* ist: Wenn „p, weil q" und „q, weil r" gelten, dann gilt auch „p, weil r" (Die Transitivität gilt z. B., wenn man das „weil" im Sinne der hinreichenden oder wenn man es im Sinne der notwendigen Bedingung versteht, sie gilt aber wohl nicht bei allen Interpretationen der humeschen Normalform). - Die Frage: „Warum p?", ist deshalb, streng genommen, *nicht abschließend* zu beantworten. Denn als Antwort auf die Frage: „Warum p?"kommt nicht nur „q" in Betracht, sondern auch „r", und das ist zugleich eine Antwort auf die Frage „Warum q?"; ebenso ist auch die Antwort auf die neue Frage: „Warum r?"zugleich eine Antwort auf die frühere Frage: „Warum p?"usw. in infinitum. - Bei den inhaltlich bestimmten kausalen Prädikaten ist die Frage nach der Ursache dagegen *abschließend* zu beantworten: „Wer hat Meier erstochen?". Die Antwort ist klar und endgültig (sofern sie wahr ist): „Müller hat Meier erstochen." Nun existiert Müller zwar nur, weil sein Vater ihn gezeugt hat, aber daraus folgt keineswegs, daß der Vater von Müller den Meier erstochen hat. Hier gibt es keine Entsprechung zur Transitivität: Aus „a hat b gezeugt" und „b hat c erstochen" folgt keineswegs „a hat c erstochen" (oder: „a hat c gezeugt").

[36] Tugendhat/Wolf (1983, S. 81). Vgl. Quine (1969, S. 164, § 22).

[37] Vgl. Kenny (1985, S. 280).

Zwar existiert die Kugel *b* schon, bevor sie angestoßen wird, doch auch hier besteht die fragliche *Relation* zwischen beiden Kugeln erst *nach* dem Anstoßen. Wenn die Kugel *a* noch *dabei* ist, die Kugel *b* anzustoßen, so kann dieser Prozeß immer noch abgebrochen werden, und dann handelt es sich nicht mehr um den kompletten Prozeß des Anstoßens. (Bei anderen Relationsprädikaten ist das anders: Wenn Peter größer als Paul *war*, dann konnte man zu einem früheren Zeitpunkt sagen: „Peter *ist* jetzt größer als Paul". Man kann aber nicht sagen, Peter sei jetzt *dabei*, größer als Paul zu sein.)

Ähnlich verhält es sich bei den folgenden Handlungsprädikaten: Wenn ich ein Fenster öffne, so kann ich diese Tätigkeit (vorzeitig) abbrechen: ich drehe nur den Fenstergriff, aber ziehe das Fenster nicht auf - und dann habe ich das Fenster *nicht* geöffnet. Wenn ich eine Scheibe Brot mit Butter bestreiche, so kann mir die Butter ausgehen - und dann habe ich nur die *halbe* Scheibe Brot mit Butter bestrichen.[38]

Festzuhalten ist hier: Kausale Prädikate [nicht beschränkt auf Handlungsprädikate, vgl. Beispiel (103)] wie die eben genannten können als *Relationsprädikate* nur im *Rückblick,* d.h. im *Perfekt* prädiziert werden.

6.3. Diese Eigenschaft, nämlich nur im *Perfekt* Relationsprädikate zu sein, haben *alle* kausalen Prädikate in (101) - (104). Sie haben damit eine gewisse Ähnlichkeit mit den *perlokutionären* Verben Austins (z. B. „überzeugen") und den *Erfolgs*wörtern von Ryle (z. B. „siegen"): man kann nur nachträglich feststellen, daß jemand einen andern überzeugt, besiegt oder erstochen hat.

Die perlokutionären Verben Austins und die Erfolgswörter Ryles beziehen sich allerdings nur auf menschliche Tätigkeiten, während es m. E. auch Erfolgswörter gibt, die sich nicht auf menschliche Handlungen beziehen. So ist z. B. in dem Satz „die Lawine hat das Haus zerstört" das Prädikat „zerstören" ein Erfolgswort [ebenso „anstoßen" in (103)].

Ryle schreibt: „Wenn man von jemandem sagt, er habe gekämpft und gesiegt [...], dann heißt das nicht, er habe zwei Dinge getan, sondern ein Ding [eine Handlung] mit einem gewissen Ergebnis"[39]. Man könnte nun sagen, so wie das Wort „siegen" das Erfolgswort zu dem Wort „kämpfen" sei, so sei auch das Wort „*er*stechen" das Erfolgswort zu dem Wort „stechen" und so sei „*an*stoßen" das Erfolgswort zu „stoßen".

Aber das halte ich für falsch. Denn man kann zwar sagen „er siegte im Kampf", aber nicht „er erstach mit einem *Stich*" (Betonung!) oder „er hat mit einem *Stoß* angestoßen", die beiden letzten Sätze sind tautologisch.

Außerdem ist zu beachten: Das Ergebnis des Stechens ist der *Tod* von Meier, aber nicht das *Er*stechen von Meier. Genauso ist der *Sieg* ein Ergebnis des Kämpfens, aber nicht das *Siegen*. Ryles Charakterisierung der Erfolgswörter scheint mir daher nicht ganz zu stimmen.

Der Unterschied zwischen dem Tätigkeitswort „stechen" und dem Erfolgswort „*er*stechen" muß daher anders beschrieben werden.

6.4. Man betrachte das Satzpaar

[38] Davidsons Analyse von „Jones buttert einen Toast" [als (Ex) (buttert (Jones, ein Toast, x)), wobei die Variable x sich auf den Bereich der Ereignisse bezieht, vgl. Glüer (1993, S. 95)] trennt in dem *präsentischen* Prädikat „y buttert einen Toast" das Objekt „einen Toast" ab. Wenn „einen Toast buttern" als „einen Toast (vollständig) mit Butter *be*streichen" zu verstehen ist, so ist Davidsons Analyse falsch und kann höchstens mit dem modifizierten Prädikat „*y hat* einen Toast gebuttert" beibehalten werden. Wenn „einen Toast buttern" aber als „Butter *auf* einen Toast streichen" zu verstehen ist, so ist gegen seine Analyse nichts zu sagen (nach dem Oxford-Duden ist „*bestreichen*" gemeint, aber ob hier der Unterschied zu „*streichen auf*" gesehen wird, ist fraglich; vgl. auch die unterschiedlichen Übersetzungen von Meggle [„Butter aufs Brot schmieren"] und Schulte [„ein Brötchen schmieren" - das kann man vorzeitig abbrechen]).

[39] Ryle (1969, S. 202)

(4) „Meier ist gestorben, weil Müller (mit einem Messer) in seinen [Meiers] Körper stach“,

(104) „Müller hat Meier (mit einem Messer) erstochen“.

Beide Sätze beschreiben dieselbe äußere Erscheinung auf unterschiedliche Art, insbesondere führen sie zu unterschiedlichen *Interpunktionen*. Der humesche Satz (4) unterteilt den fraglichen Zeitraum in *zwei* Abschnitte und beschreibt die Beziehung zwischen *zwei* Ereignissen: im 1. Zeitabschnitt hat der Messerstich stattgefunden, im 2. Abschnitt ist Meier dann gestorben, und zwischen beiden Ereignissen besteht eine kausale Beziehung. Demgegenüber beschreibt der Satz (104) nur *ein* Ereignis, das den gesamten fraglichen Zeitraum umfaßt.

Die Prädikate „erstechen“ und „stechen“ führen also, innerhalb der aristotelischen bzw. der humeschen Normalform, zu unterschiedlichen Interpunktionen desselben Geschehens. Dieselbe äußere Erscheinung (Frege) wird einmal als *ein* Ereignis beschrieben, im andern Fall aber als *zwei* Ereignisse, die in einer kausalen Beziehung zueinander stehen.[40]

6.5. Hume geht es bei seinen Analysen der Kausalität primär um die Möglichkeit der *Begründung* von Prognosen: „Der einzige unmittelbare Nutzen aller Wissenschaften besteht darin, uns die Beherrschung und Regelung künftiger Ereignisse durch ihre Ursachen zu lehren.“[41] Diesem Zweck entspricht die Interpunktion in der humeschen Normalform. Man sieht das z. B. an

(3) „Kugel *b hat* sich bewegt, weil Kugel *a* sich zuvor (so und so) bewegt hat“.

Es sei t_1 der Zeitpunkt, in dem Kugel *a* Kugel *b* berührt hat. Wenn man nun den Zeitpunkt t_1 in die Gegenwart verlegt, so daß jetzt t_1 ist, erhält man aus (3):

[40] Auch wenn das Prädikat „hat *ge*stochen“ sich auf den Zeitpunkt 12 Uhr mittags bezieht, so bezieht sich das Prädikat „hat *er*stochen“ doch nicht nur auf diesen Moment, sondern umfaßt auch noch den Zeitraum bis 18 Uhr, als Meier starb. - Ein naheliegender Einwand besteht in der Unterscheidung zwischen dem *Ereignis* selbst und der *Beschreibung* des Ereignisses. Dasselbe *Ereignis* läßt sich als Stechen und als Erstechen beschreiben, beide Handlungen sind identisch. Ebenso läßt sich der *Täter* als Stechender und als Erstechender beschreiben, auch hier gilt: der Stechende und der Erstechende sind identisch. Aber die *Beschreibungen* sind nicht schon zu demselben Zeitpunkt möglich: den Beschreibungen „der Stechende“ und „das Stechen“ entspricht schon ab 12.01 Uhr ihr jeweiliger Gegenstand, aber den Beschreibungen „der Erstechende“ und „das Erstechen“ entspricht erst ab 18.01 Uhr ihr jeweiliger Gegenstand. - Gegen dies Argument ist zu sagen: es geht nicht um den Vergleich von *singulären Termen* wie „der Stechende“ und „der Erstechende“, sondern um den Vergleich von *Prädikaten* im Satzkontext. Der *Satz* - genauer: eine Äußerung des Satzes - (104) „Müller hat Meier (mit einem Messer) erstochen“ bezieht sich auf den Zeitabschnitt 12.00 Uhr - 18.01 Uhr, während sich der *Satz* (4a) „Müller hat Meier mit einem Messer in den Körper gestochen“ nur auf den Zeitabschnitt 12.00 Uhr - 12.01 Uhr bezieht. Der Unterschied zwischen „hat gestochen“ und „hat erstochen“ als *Prädikaten* eines Satzes liegt also darin, daß sie, innerhalb der aristotelischen bzw. der humeschen Normalform, zu unterschiedlichen *Interpunktionen* desselben Geschehens führen. Dieselbe äußere Erscheinung (Frege) wird einmal als *ein* Ereignis beschrieben, im andern Fall aber als *zwei* Ereignisse, die in einer kausalen Beziehung zueinander stehen. - Und das heißt weder, daß das Erstechen (genauer: das, was mit dem *Prädikat* „hat erstochen“ beschrieben wird) eine Wirkung oder das Ergebnis (gegen Ryle) des Stechens (genauer: dessen, was mit dem *Prädikat* „hat gestochen“ beschrieben wird) ist, noch heißt es, daß das Stechen und das Erstechen identische Handlungen (gegen Davidson) sind [es sei daran erinnert, daß die Redeweise von den in (4) bzw. (104) beschriebenen *Ereignissen* hier nur als *abkürzende* Redeweise zu verstehen ist]. Auch die Verbindung beider Ausdrücke durch „indem“ oder „dadurch, daß“ gibt ihr Verhältnis nicht angemessen wieder (gegen Goldman): (104a) „Müller hat Meier mit einem Messer erstochen, indem (dadurch, daß) er ihn mit einem Messer in den Körper stach“. Hier sagt der Nebensatz nichts, was man nicht schon dem Hauptsatz entnehmen kann.

[41] Hume (1993, S. 92). Vgl. S. 27, 58, 101; bei Aristoteles hat die Frage nach den Ursachen nichts mit dem Nutzen zu tun, sondern erfordert im Gegenteil Muße usw., vgl. Aristoteles (1995a, Buch I, Kap. 1, 981b).

(3a) „Kugel *b wird* sich gleich bewegen, weil Kugel *a* sich jetzt gerade (so und so) bewegt hat".

Die *humesche* Interpunktion des Geschehens unterscheidet zwischen dem Wirkungs-Ereignis, das im Vordersatz beschrieben wird, und dem Ursachen-Ereignis, das im kausalen Nachsatz beschrieben wird. Sofern das Ursachen-Ereignis schon eingetreten ist, kann man damit die Prognose begründen, daß das Wirkungs-Ereignis gleich eintreten wird.

Bei der *aristotelischen* Interpunktion läßt sich aufgrund der Satzstruktur keine Begründung für eine Prognose abgeben. Hier scheint mir ein wesentlicher Grund für die Bevorzugung der humeschen Normalform in der Moderne zu liegen, wenn man etwa mit Carnap der Meinung ist: „Kausalbeziehung heißt Voraussagbarkeit".[42]

6.6. Für diesen Vorzug ist aber ein gewisser Preis zu zahlen, denn mit dieser Begründung von Prognosen wird der Begriff von der Ereigniskausalität als einer zweistelligen *Relation* aufgegeben. Wenn man äußert

(3) „Kugel *b hat* sich bewegt, weil Kugel *a* sich zuvor (so und so) bewegt hat",

so wird damit oft *vorausgesetzt* (präsupponiert im Sinne Strawsons), daß Kugel *a* sich bewegt hat und daß auch Kugel *b* sich bewegt hat. *Behauptet* wird nur die kausale „weil"-Beziehung zwischen beiden Ereignissen. Da die Existenz der beiden Ereignisse vorausgesetzt wird, kann man (3) auch so paraphrasieren:

(3′) „*u hat v* verursacht (das Ereignis, daß Kugel *a* sich zuvor [so und so] bewegt hat; das Ereignis, daß Kugel *b* sich bewegt *hat*)".

Ganz anders verhält es sich aber mit einer Äußerung von

(3a) „Kugel *b wird* sich gleich bewegen, weil Kugel *a* sich jetzt gerade (so und so) bewegt hat".

In (3a) wird der Vordersatz *behauptet* und *nicht* präsupponiert, und anschließend wird eine Begründung für diese Behauptung angegeben. In der Redeweise von Ereignissen läßt sich (3a) nicht mehr angemessen paraphrasieren, weil sich der Ausdruck „das Ereignis, daß Kugel *b* sich gleich bewegen *wird*" nur dann als singulärer Term abtrennen ließe, wenn die Wahrheit des Satzes „Kugel *b wird* sich gleich bewegen" *vorausgesetzt* würde. In der Redeweise von Ereignissen kann man daher nur die folgende völlig *inadäquate* Paraphrase von (3a) erhalten:

(3a′) „*u* verursacht das Ereignis, daß Kugel *b* sich gleich bewegen *wird* (das Ereignis, daß Kugel *a* sich zuvor [so und so] bewegt hat)".

So wenig der Satz „Peter malt einen Kreis" ein zweistelliges Prädikat „*x* malt *y*" enthält, so wenig enthält (3a′) ein zweistelliges Prädikat „*u* verursacht *v*". Der Ausdruck „verursachen" in (3′) und in (3a′) ist genau wie „malen", „anstoßen" und „erstechen" ein *Erfolgswort*, kann als *Relations*prädikat nur im *Rückblick*, d.h. im *Perfekt* prädiziert werden und ist daher zur Begründung von Prognosen nicht geeignet.

Will man singuläre Kausalurteile wie (3a) zur Begründung von Prognosen verwenden, so muß man im Blick auf derartige Kausalurteile die Rede von der Kausalität als einer *Relation* zwischen Ereignissen aufgeben und derartige Kausalurteile

[42] Carnap (1969, S. 192) (Im Original ist alles kursiv.)

nichtrelational interpretieren (entsprechend kann man auch (3) nichtrelational interpretieren, wie Hume[43] das z. B. gemacht hat).

6.7. Als ein Ergebnis möchte ich festhalten: Man sollte nicht nur zwischen der *aristotelischen* und der *humeschen* Normalform von singulären Kausalsätzen unterscheiden, sondern auch zwischen einer *relationalen* und einer *nichtrelationalen* Interpretation der humeschen Normalform. Der wesentliche Schritt in der Veränderung des Kausalitätsbegriffs besteht im Übergang zur nichtrelationalen Interpretation der humeschen Normalform. Die relationale Interpretation der humeschen Normalform wird man aber um so besser verstehen, je mehr man die Unterschiede und die Gemeinsamkeiten mit der aristotelischen Normalform erkennt.

6.8. Abschließend möchte ich einige Thesen zum Thema der singulären Kausalurteile formulieren, die zum Teil durch die vorangehenden Überlegungen begründet sind:

(i) In der Umgangssprache verwenden wir Kausalurteile der humeschen und der aristotelischen Normalform problemlos nebeneinander.

(ii) In der Philosophie aber ist die aristotelische Normalform zunehmend durch die humesche Normalform verdrängt worden (soweit es darum ging, *Beispiele* für singuläre Kausalurteile zu betrachten).

(iii) Zwei Begründungen für diesen Verdrängungsprozeß können nicht überzeugen: Weder führt die aristotelische Normalform zwangsläufig zu Anthropomorphismen, noch läßt sich die humesche Normalform als die logische Form der aristotelischen Normalform erweisen.

(iv) Wenig Erfolg dürfte der Versuch haben, für den *Menschen* (als Person) eine besondere Art von Kausalität zu reservieren, die sich sonst, so meint man, nirgendwo finde, weil es sonst nämlich nur *Ereignis*kausalität (im Sinne der humeschen Normalform) gebe.

(v) Wenn vom Menschen als einer Ursache im Sinne von *Gegenstands*kausalität die Rede sein soll, so ist das nur in der aristotelischen Normalform möglich.[44] Denn vom Menschen als einer *besonderen* Ursache kann man nur sinnvoll reden, wenn zuvor klar ist, inwiefern man denn *überhaupt* von Gegenständen als Ursachen reden kann.[45]

Literatur

Aristoteles: Kategorien, übersetzt und erläutert von K. Oehler. In: Aristoteles: *Werke in deutscher Übersetzung.* Begründet von E. Grumach, hrsg. von H. Flashar. Berlin 1984.

Aristoteles (1995a): Metaphysik. Nach der Übersetzung von H. Bonitz bearbeitet von H. Seidl. In: Aristoteles: *Philosophische Schriften in sechs Bänden*, Bd. 5. Hamburg 1995.

[43] Hume (1993, S. 36-39). - Will man auch bei der Begründung von Prognosen am *relationalen* Charakter des Kausalurteils festhalten, so muß man in (3a) die Wahrheit des Vordersatzes präsupponieren und landet damit bei einem trivialen Determinismus.

[44] Davidson hat hier eine andere Auffassung, er äußert sich folgendermaßen zu Chisholms Vermutung, „daß ich womöglich nicht seiner Meinung bin, daß Handelnde Ursachen sein können. In Wirklichkeit sehe ich keinen Einwand gegen die Behauptung, daß Handelnde Ursachen sind, doch meiner Ansicht nach verstehen wir diese Aussage nur, wenn wir sie auf den Fall zurückführen können, in dem ein Ereignis eine Ursache ist; und hier bin ich anderer Meinung als Chisholm." (Davidson (1990b, S. 187)

[45] Wundt und Chisholm sehen trotz ihrer unterschiedlichen Blickwinkel die Situation wohl ähnlich: Die Rede von Gegenständen als Ursachen mache die Gegenstände zu menschlichen Wesen (der Anthropomorphismus-Vorwurf von Wundt), bzw. man müsse die Gegenstandskausalität für den Menschen reservieren (die m. E. zu defensive Strategie von Chisholm, vgl. 1.2.).

Aristoteles (1995b): Physikvorlesung. Übersetzt von H. Wagner. In: Aristoteles: *Werke in deutscher Übersetzung.* Begründet von E. Grumach, hrsg. von H. Flashar. Berlin [5]1995.

Aristoteles (1995c): Physik, Vorlesung über die Natur. Übersetzt von H. G. Zekl. In: Aristoteles: *Philosophische Schriften in sechs Bänden*, Bd. 6. Hamburg 1995.

Arnauld, A.; Nicole, P.: *Die Logik oder die Kunst des Denkens.* Aus dem Französischen übersetzt und eingeleitet von Christos Axelos. Darmstadt [2]1994.

Barnes, J.: *Aristoteles. Eine Einführung.* Stuttgart 1992.

Carnap, R.: *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft.* München 1969.

Chisholm, R. M.: Freiheit und Handeln. In: G. Meggle (Hrsg.): *Analytische Handlungstheorie* Bd. I. Frankfurt a. M. 1985.

Davidson, D. (1985a): Handeln. In: G. Meggle (Hrsg.): *Analytische Handlungstheorie* Bd. I. Frankfurt a. M. 1985.

Davidson, D. (1985b): Die logische Form von Handlungssätzen. In: G. Meggle (Hrsg.): *Analytische Handlungstheorie* Bd. I. Frankfurt a. M. 1985.

Davidson, D. (1990a): Kausale Beziehungen. In: ders: *Handlung und Ereignis.* Frankfurt a. M. 1990.

Davidson, D. (1990b): Kritik - Anmerkungen - Zur Verteidigung (Anhang zu „Die logische Form der Handlungssätze"). In: ders.: *Handlung und Ereignis.* Frankfurt a. M. 1990.

Frege, G.: *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884). Nachdruck der Ausgabe Breslau 1934. Darmstadt 1961.

Geach, P. T.: Identität. In: Lorenz, K. (Hrsg.): *Identität und Individuation*, Bd. 2: Systematische Probleme in ontologischer Hinsicht. Stuttgart / Bad Cannstatt 1982.

Geach, P. T.: Der Askriptivismus. In: G. Meggle (Hrsg.): *Analytische Handlungstheorie* Bd. I. Frankfurt a. M. 1985.

Glüer, K.: *Donald Davidson zur Einführung.* Hamburg 1993.

Goodman, N.: *Tatsache, Fiktion, Voraussage.* Frankfurt a. M. 1975.

Goldman, A. I.: Die Identität von Handlungen. In: G. Meggle (Hrsg.): *Analytische Handlungstheorie* Bd. I. Frankfurt a. M. 1985.

Hoche, H.-U.: Anthropologische Komplementarität und die Einheit der Sache, Versuch einer skeptischen Lösung eines skeptischen Zweifels. In: L. Kreimendahl (Hrsg. in Verb. mit H.-U. Hoche und W. Strube): *Aufklärung und Skepsis, Studien zur Philosophie und Geistesgeschichte des 17. und 18. Jahrhunderts, Günter Gawlick zum 65. Geburtstag.* Stuttgart-Bad Canstatt 1995.

Hume, D.: *Eine Untersuchung über den menschlichen Verstand.* Hamburg [12]1993.

Kenny, A.: Handlungen und Relationen. In: G. Meggle (Hrsg.): *Analytische Handlungstheorie* Bd. I. Frankfurt a. M. 1985.

Kutschera, F. von: *Die falsche Objektivität.* Berlin / New York 1993.

Mittelstraß, J. (Hrsg.): *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie* Bd. 2. Mannheim u. a. 1984.

Pap, A.: *Analytische Erkenntnistheorie.* Wien 1955.

Patzig, G.: Artikel „Relation". In: Krings, H.; Baumgartner, H. M.; Wild, C. (Hrsg.): *Handbuch philosophischer Grundbegriffe.* München 1973.

Quine, W. V. O.: *Grundzüge der Logik.* Frankfurt a. M. 1969.

Röd, W.: Die Philosophie der Neuzeit 2. Von Newton bis Rousseau. In: ders. (Hrsg.): *Geschichte der Philosophie* Bd. VIII. München 1984.

Ryle, G.: *Der Begriff des Geistes.* Stuttgart 1969.

Scheffler, U.: Kausalbeziehungen - Überlegungen zur Philosophie und Terminologie. In: Wessel, H. (Hrsg.): *Logische Philosophie.* Berlin 1988.

Scheffler, U.: Eine Rekonstruktion der Humeschen Kausalitätsauffassung. In: Wessel, H. (Hrsg.): *„Philosophische Logik".* Berlin 1989.

Scheibe, E.: Ursache und Erklärung. In: Krüger, L. (Hrsg.): *Erkenntnisprobleme der Naturwissenschaften.* Köln / Berlin 1970.

Scheibe, E.: Artikel „Kausalgesetz" und „Kausalität". In: Ritter, J.; Gründer, K. (Hrsg.): *Historisches Wörterbuch der Philosophie.* Darmstadt ab 1971.

Sextus Empiricus: *Grundriß der pyrrhonischen Skepsis.* Frankfurt a. M. 1968.

Spaemann, R.; Löw, R.: *Die Frage Wozu?* München ^{2}1985.

Steinvorth, U.: *Freiheitstheorien in der Philosophie der Neuzeit.* Darmstadt ^{2}1994.

Stegmüller, W.: *Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie* Bd.1, Wissenschaftliche Erklärung und Begründung. Berlin / Heidelberg / New York 1969.

Streminger, G.: *David Hume: Eine Untersuchung über den menschlichen Verstand, Ein einführender Kommentar.* Paderborn u.a. 1995.

Tugendhat, E.; Wolf, U.: *Logisch-semantische Propädeutik.* Stuttgart 1983.

Wessel, H. (Hrsg.): *Logische Philosophie.* Berlin 1988.

Wessel, H. (Hrsg.): *„Philosophische Logik".* Berlin 1989.

Wittgenstein, L.: *Philosophische Untersuchungen.* Frankfurt a. M. 1989.

Wright, G. H. von: *Erklären und Verstehen.* Meisenheim ^{3}1991.

Wundt, W.: *Logik, I. Band, Allgemeine Logik und Erkenntnistheorie.* Stuttgart ^{3}1906.

ERWIN TEGTMEIER

ZÄHLEN UND MESSEN

1 Die These, daß Messen Zählen ist

In der älteren meßtheoretischen Literatur findet man häufig die Auffassung, daß Messen eine Art Zählen sei. So heißt es z.B. in dem Buch *Physikalische Begriffsbildung* von Rudolf Carnap:

> „Alle Messung geht auf Zählung zurück. Die Zählung ist der einzige ursprüngliche Weg zur Gewinnung quantitativer Angaben. Die Messung irgendeiner Größe ist eine Abzählung, die aufgrund bestimmter Festsetzungen vorgenommen wird.“[1]

Carnap versucht nicht im einzelnen, Messen auf Zählen zurückzuführen. Auch andere Philosophen, die seine Auffassung teilen (E. Mach, N. Campbell), unterlassen dies. Heute wird man die These, daß Messen immer auf Zählen beruht, nicht mehr uneingeschränkt aufrechterhalten können. Die Verfasser des 1. Bandes *Foundations of Measurement*[2] unterscheiden neben dem Zählen von Einheiten zwei andere Skalierungsverfahren. Das hängt aber auch damit zusammen, daß der Begriff des Messens ausgeweitet worden ist. Außerdem sind die Meßmethoden vielfältiger geworden. Nichtsdestoweniger bleibt es dabei, daß ein großer Teil des Messens, und zwar der Teil mit dem höchsten Meßniveau, Zählen ist. Ich will im folgenden genau untersuchen, inwiefern jenes Messen Zählen ist, da dies meines Wissens noch niemand getan hat. Meine Rekonstruktion des Messens als Zählen wird ihre Fruchtbarkeit und Angemessenheit darin zeigen, daß man die üblichen Meßaxiome in gewisser Weise einsehen kann.

2 Der Zählvorgang

Zunächst beschreibe ich das Zählen. Wie zählen wir? Dafür ein einfaches Beispiel: eine Urne, gefüllt mit Wahlzetteln, steht auf dem Tisch. Eine Person A soll alle Zettel zunächst einmal zählen. Sie nimmt einen Zettel heraus und spricht vor sich hin ‚eins‘, dann nimmt sie wieder einen heraus und sagt ‚zwei‘, und so fort, bis sie den letzten Zettel aus der Urne genommen hat und ‚sechsundachtzig‘ gesagt hat. Damit hat A die Wahlzettel in der Urne gezählt und kann feststellen: ‚Es waren sechsundachtzig Wahlzettel in der Urne‘. A brauchte zum Zählen

[1] Vgl. Carnap (1926, S. 15).
[2] Vgl. Krantz (1971, Vol. 1, Abschnitt 1.1).

1. Zählobjekte (die einzelnen Wahlzettel in der Urne)
2. Zählzeichen (die Zahlwörter der deutschen Sprache).

Wie wir zählen, will ich geleitet von drei Fragen genauer untersuchen:

a) Was für Zeichen eignen sich zum Zählen?
b) Wie wendet man Zählzeichen an?
c) Unter welchen Bedingungen kann man zählen?

3 Die Zählzeichen

Zur Frage a), was für Zahlen sich zum Zählen eignen. Es gibt viele verschiedene Zählnotationen. Bei uns verwendet man z.B. Zahlwörter, Ziffern, Striche und anderes mehr. Welche Eigenschaften dieser Zeichensysteme machen sie zum Zählen geeignet? Neben den für alle Zeichen erforderlichen Eigenschaften, wie z.B. leichte Identifizierbarkeit und einfache Herstellbarkeit, brauchen Zählzeichen speziell zwei weitere. Zum einen muß das Zählzeichensystem unerschöpflich sein, damit man mit Zählen immer fortfahren kann, wenn noch Zählobjekte übrig sind. Zum anderen müssen die Zählzeichen im System linear geordnet sein und ein minimales Element haben. Das minimale Element erlaubt es, mechanisch mit Zählen zu beginnen, und auf der Ordnung beruht, wie wir sehen werden, die Anwendung der übrigen Zählzeichen.

Man könnte eventuell auf die erstere Bedingung verzichten, um primitive Zählsysteme, die eine Zählgrenze haben, nicht auszuschließen. Zählzeichensysteme mit einem maximalen Element verursachen eine Zählgrenze. Wenn das maximale Element erreicht ist, kann nicht mehr weiter gezählt werden. Sind dann noch Zählobjekte übrig, so wird pauschal ein Zeichen zugeordnet, das so viel bedeutet wie ‚unzählig viele'. Die Unerschöpflichkeit der meisten Zählsysteme wird durch Kalküle gesichert, die es erlauben, aus einem oder mehreren Grundzeichen mittels einer iterativen Regel immer neue Zeichen zu erzeugen.

4 Die Anwendung der Zählzeichen

Zur Frage b), wie Zählzeichen angewandt werden. Man erinnere sich an das Beispiel des Wahlzettelzählens. A verwendet das Zahlwort ‚sechsundachtzig' als Prädikator, um den Wahlzetteln in der Urne eine Anzahl zuzusprechen. A bestimmt die Anzahl *schrittweise*, d.h., sie wendet den Anzahlprädikator nicht direkt an, wie wir es nur für sehr kleine Anzahlen tun.[3] A durchläuft die Zählobjekte und gleichzeitig die Reihe der Zählzeichen. Sie hält in der Zählzeichenreihe an, sobald sie feststellt, daß keine Zählobjekte mehr übrig sind. Das Zählzeichen, das sie dann erreicht hat, ist der Anzahlprädikator, der der Gesamtheit der Zählobjekte, der Zählmenge, zukommt. Man kann sagen, daß sich A die Zählmenge, zu der alle Wahlzettel in der Urne gehören, sukzessive aufbaut, indem sie immer wieder ein weiteres Zählobjekt zu den schon gezählten hinzufügt. Jeder Zählschritt besteht aus zwei aufeinanderfolgenden oder sich zeitlich überlappenden Phasen, zunächst dem Hinzufügen eines weiteren Zählobjekts und dem Vorrücken in der Zählzeichenreihe um ein Zeichen. In einer Formel läßt sich das Zählen so ausdrücken:

$Z(\{x\}) = 1$
$Z(X \cup \{x\}) = Z'(X)$
Symbolerklärung:

[3] Manche Völker jedoch auch für relativ große. Vgl. Menninger (1979, S. 21).

x, y, z Variable für einzelne Zählobjekte
X, Y Variable für Zählmengen
1 soll allgemein für das erste Zeichen einer Zählzeichenreihe stehen
n Variable für Zählzeichen
n' die Nachfolgerfunktion für Zählzeichen
$\cup$ die Vereinigungsoperation für Mengen
Z der Zähloperator, der Zählzeichen zuordnet.

Man erkennt an der Formel, daß die Anwendung von Zählzeichen ein ebenso iterativer Prozeß ist wie die Zählzeichenerzeugung. Außerdem wird daran deutlich, daß die Zählzeichen, die der Zähler durchgeht, nicht den einzelnen Objekten der zu zählenden Mengen, sondern deren Teilmengen zugeordnet werden. Der Argumentbereich des Zähloperators besteht aus den Teilmengen, die beim Zählen gebildet werden. Diese Auffassung des Zählens steht in Widerspruch zu einer anderen Auffassung, die z.B. von P. Lorenzen[4] und C. Scriba[5] vertreten wird. Nach jener Auffassung ordnet man beim Zählen die verwendeten Zählzeichen den einzelnen Zählobjekten zu. Dagegen ist zweierlei einzuwenden. Zum einen, daß dann das jeweils letzte Zählzeichen doppelt zugeordnet würde, dem letzten Zählobjekt und zugleich der gesamten Zählmenge als Anzahlprädikator. Zum anderen wird mit jener Auffassung der irreführende Eindruck erweckt, die Zählzeichen fungierten als Namen bzw. als Repräsentanten der Zählobjekte, und nicht als Prädikatoren, die die Zählmengen hinsichtlich ihrer Anzahl charakterisieren.

5 Bedingungen des Zählens

Zur Frage c), unter welchen Bedingungen man zählen kann. Das ist auch die Frage danach, was für Objekte gezählt werden können, wie Objekte beschaffen sein müssen, um sich als Zählobjekte zu eignen. Für die Erfüllung einer Zählaufgabe kann es mehr oder weniger günstige Bedingungen geben. A findet für ihre Aufgabe, die Wahlzettel in der Urne zu zählen, offenbar günstige Bedingungen vor. Aber angenommen, die Urne enthielte einige Zettel, die den Wahlzetteln zwar ähnelten, aber unleserlich wären, oder Wasser sei in die Urne gelangt und habe Zettel aufgelöst und verklebt, oder die Öffnung der Urne sei zu klein, um die Zettel herauszunehmen oder allesamt herauszuschütten. Im ersteren Fall wäre es für A schwer gewesen zu entscheiden, was sie alles als Wahlzettel anzusehen gehabt hätte, im zweiten Fall, was sie als *einen* Zettel hätte zählen müssen und was als mehrere, und im letzteren Fall, ob ein bestimmter Wahlzettel schon gezählt worden wäre oder nicht. Schwierigkeiten der beiden ersten Arten könnte man durch Festlegung von Entscheidungskriterien beheben und Schwierigkeiten der letzteren Art dadurch, daß man die schon gezählten Wahlzettel markiert.

Anhand der beschriebenen ungünstigen Fälle lassen sich die folgenden Bedingungen der Zählbarkeit angeben:

1. Die zu zählenden Objekte müssen von den übrigen Objekten klar zu unterscheiden sein. Die Abgrenzung der Zählmenge muß klar und scharf sein.

2. Die einzelnen Zählobjekte müssen nicht nur von den übrigen Objekten, sondern auch untereinander deutlich zu unterscheiden sein. Die Begriffe, mit denen jeweils die Zählmenge abgegrenzt wird, liefern meist auch Identitäts- und Individuationskriterien. Manchmal ist aber deren Anwendung erschwert oder gar unmöglich, z.B. wenn Ereignisse gezählt werden sollen, die sehr schnell aufeinanderfolgen.

[4] Vgl. Lorenzen (1969, S. 133).
[5] Vgl. Scriba (1968, S. 1).

3. Eine Mehrfachzählung desselben Objekts muß verhindert werden. Es muß möglich sein, bei einem vorliegenden Objekt festzustellen, ob es schon gezählt worden ist oder nicht.

Die drei Bedingungen fallen im wesentlichen zusammen mit den Bedingungen der Individuation. Man kann alles zählen, was einzeln auftritt. Und das gilt für alles Existierende: Dinge, Eigenschaften, Beziehungen, Phasen, Arten usf. Also auch Entitäten, die man als Allgemeines oder Abstraktes traditionell den Einzeldingen gegenüberstellt. Deshalb kann man sich keine Welt vorstellen, in der es keine Zählobjekte gibt, wohl aber eine, in der das Zählen äußerst erschwert würde durch schnelle Veränderung mit kontinuierlichen bzw. kontinuierlich erscheinenden Übergängen.

6 Extensives Messen und Repräsentanzmengen

Soviel über das Zählen. Ich will nun versuchen, das Messen auf Zählen zurückzuführen, genauer gesagt, nicht das Messen generell, sondern einen speziellen Typus von Messen, das sog. extensive Messen. Ob es richtig ist, wie Carnap zu sagen, daß alle Messung auf Zählung zurückgeht, hängt vermutlich davon ab, wie weit man den Begriff des Messens faßt. Carnap hat offenbar nur das extensive Messen im Auge. Auch ich will mich hier auf dieses Messen beschränken und nicht weiter untersuchen, ob sich auch andere Meßtypen als Anwendungen des Zählens verstehen lassen. Bevor ich beschreibe, wie die extensive Messung verfährt, will ich erst erörtern, welche Probleme sich im allgemeinen stellen, wenn man versucht, Messen als Anwendung des Zählens zu betrachten. Welchen Zweck soll das Zählen in der Messung erfüllen? Durch Zählen soll zweifellos die Maßzahl, die einem Meßobjekt hinsichtlich einer Größenart zukommt, in algorithmischer Weise bestimmt werden. Das Zählen dient mithin als Skalierungsverfahren. Wenn man z.B. die Länge eines Bleistifts messen will, so würde man vom Zählen die genaue, zahlenmäßige Angabe eines Längenwertes erwarten. Angenommen, der Bleistift sei 21 cm lang, so benötigt man eine Zählmenge mit 21 Objekten. Eine solche Menge ist mit dem Bleistift nicht unmittelbar gegeben. Das Meßobjekt ist nur eines und bietet nicht von selbst eine Menge, die als Zählmenge für die Längenbestimmung in Frage käme. Vielmehr muß eine einschlägige Zählmenge eigens gebildet werden. Zählmengen dieser Art will ich Repräsentanzmengen (RM) nennen, weil sie gebildet werden, um eine bestimmte Meßeigenschaft eines bestimmten Objektes zu repräsentieren.

7 Probleme der Repräsentanzmengenbildung

Ein Verfahren zur Bildung von RMs ist mit zwei Problemen konfrontiert:

1. Es muß deutlich werden, zu welchem Meßobjekt eine bestimmte Zählmenge gehört (Problem der Zuordnung zum Meßobjekt).

2. Es muß deutlich werden, zu welcher Meßgrößenart[6] eine bestimmte Zählmenge gehört (Problem der Zuordnung zur Größenart).

Im Fall der Längenmessung des Bleistifts z.B. muß das Verfahren die Zuordnung so definieren, daß man entscheiden kann, ob eine gegebene Zählmenge, die als RM fungiert, die Länge *dieses* Bleistifts vertritt und ob sie seine *Länge* vertritt.

[6]Die Länge z.B., die man gern als Größe oder auch Eigenschaft charakterisiert, ist ja eine Größenart. Eine Größe und Eigenschaft ist dagegen z.B. die Länge von 5 cm. Vgl. Tegtmeier (1981, Kap.II).

Nun will ich eine *Adäquatheitsbedingung* für Verfahren der RM-Bildung aufstellen. Da die RM das gemessene Objekt in einer bestimmten Hinsicht (der betreffenden Größenart) vertreten soll, scheint die Forderung gerechtfertigt, daß ein Verfahren zur RM-Bildung dann und nur dann gleichgroße RMs liefert, wenn die repräsentierten Meßobjekte in Bezug auf die betreffende Größenart gleich sind. Um die Bedingung prägnanter zu machen, zerlege ich sie in zwei Teilbedingungen: ein Verfahren zur RM-Bildung darf nicht 1. zwei Meßobjekten, die in Hinblick auf die Meßgrößenart gleich sind, ungleichgroße RMs zuordnen (Ausschluß der Mehrdeutigkeit) und 2. zwei Meßobjekten, die im Hinblick auf die Meßgrößenart verschieden sind, gleichgroße RMs zuordnen (Ausschluß der Unschärfe). Wohlgemerkt, es ist die Rede von gleichgroßen RMs, nicht von denselben RMs. Ein Verfahren zu RM-Bildung liefert keine Funktion mit RMs als Werten, sondern, wenn überhaupt eine Funktion, dann eine solche, deren Wertebereich aus Mengen gleichgroßer RMs besteht. Die Relation zwischen Meßobjekten und Mengen, die durch ein Verfahren zur Repräsentanzmengenbildung gestiftet wird, braucht weder links- noch rechtseindeutig zu sein. Rechtseindeutigkeit ist nicht erforderlich, weil Meßobjekte nur hinsichtlich der betreffenden Meßgrößenart unterschieden werden sollen (dieselbe RM könnte verschiedenen Meßobjekten zugeordnet werden, wenn diese in der gemessenen Hinsicht gleich sind), und Linkseindeutigkeit ist nicht erforderlich, weil es letztlich nur auf das Zählzeichen ankommt, das dem Meßobjekt zugeordnet wird (demselben Meßobjekt können also verschiedene, wenn auch gleichgroße RMs zugeordnet werden).

8 Repräsentanzmengenbildung in der extensiven Messung

Wie bildet man nun in der extensiven Messung die RMs? Gegeben sind zwei binäre Relationen Q und R und eine binäre Funktion $*$ über der Menge K der Meßobjekte. Q ist eine Äquivalenzrelation, die Gleichheit hinsichtlich der Meßgrößenart bedeutet. R ist eine asymmetrische, transitive Relation, die ‚größer hinsichtlich der gemessenen Größenart' bedeutet. Für den Zusammenhang von Q und R soll gelten: wenn xRy, dann nicht xQy. Mit $*$ werden zwei Meßobjekte derart zu einem dritten zusammengefügt, daß sie als Kombination in den Relationen Q und R zu anderen Meßobjekten stehen können. Durch immer erneute Anwendung von $*$ lassen sich beliebig viele Objekte kombinieren. Zur Illustration von K, Q, R und $*$ soll wiederum das Beispiel der Längenmessung dienen. Dort ist

K die Menge der Kanten starrer Körper

xQy die Kongruenz der Kanten x und y

xRy die Teilkongruenz der Kanten x mit der Kante y

$*$ das Hintereinanderlegen zweier Kanten, derart, daß sie eine gerade Linie bilden und eine neue Kante entsteht.

Die Relation ‚_ ist RM für...' (kurz: RE) muß für die extensive Messung folgendermaßen definiert werden:

$$\{x_1\} \cup ... \cup \{x_n\} RE y \equiv \begin{cases} (x_1 * x_2) * ... * x_n) Q y, \text{ falls } n > 1 \\ x_1 Q y, \text{ falls } n = 1 \end{cases}$$

Eine RM für ein Meßobjekt wird also aus Meßobjekten gebildet, die durch $*$ kombiniert in der Q-Relation zu ersterem stehen. Dieses Verfahren löst das Problem der Zuordnung zum Meßobjekt dadurch, daß es das Objekt im Definiens der RE-Definition erwähnt, und das Problem der Zuordnung zur Meßgrößenart dadurch, daß die Mitglieder der RM die zu meßende Größenart selbst aufweisen

und mit dem Meßobjekt hinsichtlich dieser verglichen werden. Die Zuordnung zur Meßgrößenart zeigt sich, sozusagen.

9 Die Adäquatheit des extensiven Verfahrens

Daß dieses Verfahren zur RM-Bildung die Adäquatheitsbedingung nur dann erfüllt, wenn $*$ den üblichen Axiomen des extensiven Messens genügt, versuche ich im folgenden zu beweisen. Dazu muß ich den in der Adäquatheitsbedingung vorkommenden Relationsausdruck ‚gleich hinsichtlich der Meßgrößenart' operationalisieren. Dazu dient mir einfach Q. Die Adäquatheitsbedingung lautet jetzt:

$\{x_1\} \cup ... \cup \{x_n\} RE z \& \{y_1\} \cup ... \cup \{y_n\} RE w \rightarrow (m = n \equiv zQw)$

Es gibt mehrere akzeptierte Axiomatisierungen des extensiven Messens. Ich verwende hier die von B. Ellis, weil sich dafür der Beweis am leichtesten führen läßt. Ellis führt folgende Axiome auf, die ich in meine Symbolik übertrage:

I) $xQy \& zQw \rightarrow x * z \, Q \, y * w$
II) $x * y \, Q \, y * x$
III) $(x * y) * z \, Q \, x * (y * z)$
IV) $x * y \, Rx$
V) $x_1 Q x_2 \& x_1 Q x_3 \& x_2 Q x_3 \& ... \& x_n \& y R x_1 \rightarrow (\exists n \in N)(x_1 * x_2) * ... * x_n) Ry$

Ich zeige für jedes der fünf Axiome, daß seine Erfüllung notwendige Bedingung für die Adäquatheit der RE-Definition ist. Dazu nehme ich an, das Axiom sei verletzt, um herauszuarbeiten, daß dann auch die Adäquatheitsbedingung nicht eingehalten ist.

Für a, b, c, d, e, f aus K

I) Es sei $a * bQc$ und $d * eQf$ und $\neg cQf$, wobei aQd und bQf, dann $\{a\} \cup \{b\} REc$ und $\{d\} \cup \{e\} REf$ obwohl $\neg cQf$.

II) Es sei $a * bQc$ und $b * aQd$ und $\neg cQd$, dann $\{a\} \cup \{b\} REc$ und $\{b\} \cup \{a\} REd$, obwohl $\neg cQd$.

III) Es sei $(a * b) * cQd$ und $a * (b * c)Qe$ und $\neg dQe$, dann $\{a\} \cup (\{b\} \cup \{c\}) REd$ und $\{a\} \cup (\{b\} \cup \{c\}) REe$, obwohl $\neg dQe$.

IV) Es sei $a * bQa$. Da aufgrund der Reflexivität von Q auch aQa besteht, hat man $\{b\} \cup \{a\} REa$ und $aREa$, was sich nicht mit aQa verträgt.

V) Dieses Axiom nimmt eine Sonderstellung ein. Von empiristisch orientierten Meßtheoretikern wird es als problematisch empfunden. Für endliche K gilt es trivialerweise. Ich werde auf dieses Axiom zurückkommen.

Ohne die Einhaltung der Axiome I – IV wäre die extensive Messung inadäquat, aber diese allein sichern noch nicht positiv deren Adäquatheit. Es lassen sich noch nach jenen Axiomen zulässige Fälle angeben, in denen die Zuordnung der Zählzeichen mehrdeutig und unscharf wäre:

1. Wenn $a * bQd$ und cQe, wobei dQe, aber nicht aQc oder bQc, dann $\{a\} \cup \{b\} REd$ und $cREe$, obwohl dQe (Mehrdeutigkeit).

2. Wenn $a * bQe$ und $c * dQf$, wobei $\neg eQf$, dann $\{a\} \cup \{b\} REe$ und $\{c\} \cup \{d\} REf$, obwohl $\neg eQf$ (Unschärfe).

10 Standardisierung der Repräsentanzmengenbildung

Um Mehrdeutigkeit und Unschärfe dieser Art auszuschließen, standardisiert man die RM-Bildung. Das geht so vor sich: man wählt als Ausgangsstandard ein Objekt

s_1 und läßt als Mitglieder von RMs nur Duplikate von s_1 zu, d.h. nur Objekte x, für die s_1Qx. Die Axiome I bis IV sind zusammen mit der Standardisierung nicht nur notwendige, sondern auch hinreichende Bedingungen für die Adäquatheit der extensiven Messung, wie ich nun zeigen will. Dafür setze ich wieder die obigen Fälle.

1. $a * bQd$ und cQe, wobei dQe

$aQb\&bQc\&aQc$	Standardisierung
$c * bQa * b$	Axiom I
$a * bQe$	Transitivität von Q
eQc	Symmetrie von Q
$a * bQb$	Standardisierung und Transitivität von Q
$\neg a * bRb$	Transposition von $xRy \rightarrow \neg xQy$
widerspricht Axiom IV	

2. $a * bQe$ und $c * dQf$, wobei $\neg eQf$

$aQb\&aQc\&aQd\&bQc\&bQd\&cQd$	Standardisierung
$a * bQc * d$	Axiom I
$eQa * b$	Symmetrie von Q
$eQc * d$	Transitivität von Q
eQf	Transitivität von Q
widerspricht Annahme	

Alle anderen Fälle liegen analog und lassen sich nach demselben Beweisschema ausschließen.

Die Standardisierung führt in der extensiven Messung zur Bildung der sog. Standardreihe aus dem Ausgangsstandard s_1 und seinen Duplikaten $s_1, s_2, s_3, ...$ Die Standardreihe sieht so aus: $s_1, s_1 * s_2, s_1 * s_2 * s_3, ...$ Jedem Glied $s_1 * ... * s_n$ der Standardreihe entspricht eine RM $\{s_1\} \cup ... \cup \{s_n\}$. Einem Meßobjekt a ordnet man sein Maßzeichen $Z_M(a)$ auf folgende Weise zu: man durchläuft die Standardreihe bis zu dem Glied $s_1 * ... * s_n$, das in der Q-Relation zu a steht, dann bildet man die entsprechende RM und zählt sie. An der Methode der Standardisierung läßt sich auch das Axiom V plausibel machen. Es besagt, daß jedes Meßobjekt von der Standardreihe überholt werden kann. Angenommen, für ein Objekt b träfe dies nicht zu, b würde von $s_1 * ... * s_n$ erreicht, aber nicht von $s_1 * ... * s_{n+1}$ übertroffen, also $s_1 * ... * s_nQb$, aber nicht $s_1 * ... * s_{1+n}Rb$, dann entweder $s_1 * ... * s_{n+1}Qb$ oder $bRs_1 * ... * s_{n+1}$. Im zweiten Fall $s_1 * ... * s_{n+1}Qs_1 * ... * s_{n-1}$, weil s_iQs_j für alle $i, j = 1, ..., n+1$ wegen der Standardisierung und der Transitivität von Q. Man hat es in beiden Fällen mit Mehrdeutigkeit zu tun. Das Axiom ist also notwendig für die Adäquatheit.

11 Messen, Zählen und Rechnen

Die Methode der Standardreihe hat eine auffallende Ähnlichkeit mit dem sukzessiven Aufbau der Zählmenge beim Zählen. Betrachten wir dazu folgende Formel, die die Zählzeichenzuordnung (Skalierung) für die Standardreihe rekursiv definiert:

$Z_M(s_1) = 1$

$Z_M(S * s) = Z_M{}'(S)$,

wobei s ein Duplikat von s_1 und S ein Glied der Standardreihe sein sollen. Die extensive Messung läßt sich dann durch diese Formel ausdrücken:

$Z_M(x) = n \equiv (\exists S)SQx\&Z_M(S) = n$.

Aus der Formel kann man entnehmen, daß die Meßbarkeit eines Objektes von der Existenz gewißer anderer Objekte abhängt. Praktisch ergibt sich daraus kein

großes Problem, weil der Ausgangsstandard und seine Duplikate hergestellt werden und die Standardreihe durch die Wahl eines immer kleineren Ausgangsstandards bis an die Grenze der Empfindlichkeit der Vergleichsoperation Q verfeinert werden kann. Prinzipiell wäre es deshalb möglich, jede extensive Messung auf eine Zählung zurückzuführen. Nun kommen aber als Meßwerte gebrochene Zahlen vor, also rationale Zahlen, die keine natürlichen sind und also nicht Ergebnis einer Zählung sein können. Die gebrochenen Maßzahlen lassen sich allerdings meist in natürliche übersetzen. Was einen halben Meter lang ist, ist auch 50 Zentimeter lang. Die Länge von einem halben Zentimeter ist auch die Länge von 5 Millimetern. Wenn man trotzdem gebrochene Maßzahlen benutzt, so liegt das vermutlich daran, daß man Ausgangsstandards braucht, die leicht kopier- und kontrollierbar sind. Wenn man noch kleinere Längeneinheiten als Millimeter zugrundelegt, benötigt man für den Längenvergleich Apparate. Aber auch technische Hilfsmittel erlauben nicht beliebig kleine Einheiten. Das ist nicht problematisch, weil man präzises Messen ohnehin als Schätzen des wahren Meßwertes praktiziert, das sich paradoxerweise gerade die Meßfehler, die Abweichungen vom wahren Wert, zunutze macht. Dabei fingiert man in gewißer Weise beliebig kleine Einheiten und damit Größen, die an keinem Objekt vorkommen, was philosophisch problematisch ist. Zudem tauchen beim Rechnen mit Meßgrößen und in theoretischen Formeln auch Zahlen auf, die nicht nur nicht natürlich, sondern auch nicht rational sind. Hier werden die Grenzen deutlich, in denen man Messen als Zählen verstehen kann. Und es zeigt sich, daß das Rechnen über das Messen hinausgeht, wie allgemein die Theoriebildung über die Beobachtung.

Literatur

Carnap, R.: *Physikalische Begriffsbildung.* Karlsruhe 1926.

Ellis, B.: *Basic Concepts of Measurement.* London 1966.

Krantz, D. H. et al (eds.): *Foundations of Measurement.* New York 1971.

Lorenzen, P.: *Operative Logik und Mathematik.* 2.Aufl. Berlin 1969.

Menninger, K.: *Zahlwort und Ziffer: Eine Kulturgeschichte der Zahl.* Göttigen ^{3}1979.

Scriba, C. J.: *The Concept of Number: A Chapter in the History of Mathematics.* Mannheim 1968.

Tegtmeier, E.: *Komparative Begriffe.* Berlin 1981.

KLAUS WUTTICH*

DIE STRUKTUR VON INTENSIONALEN AUSSAGEN

1 Intensionale Aussagen und das Problem ihrer Struktur

Bevor wir uns dem eigentlichen Thema der vorliegenden Arbeit zuwenden, möchte ich darauf aufmerksam machen, daß die Verwendung von Termini wie ‚intensionaler Kontext' und ‚intensionale Aussage' keinesfalls unproblematisch ist.[1] Es ist nämlich durchaus nicht klar, welche Aussagen hierzu gehören. Sind sie durch bestimmte sprachliche Mittel, durch syntaktische Merkmale oder durch andere besondere Eigenschaften gekennzeichnet? Es gibt keine einheitliche Verwendungsweise des Wortes ‚intensional'. Während etwa R. Carnap[2] Glaubensaussagen im Unterschied zu Modalaussagen nicht als intensional ansieht, verwenden andere Logiker wie F. von Kutschera ‚intensional' in einem weiteren Sinne, der auch Aussagen dieser Art einschließt.[3] Von dem einen Autor wird angenommen, daß bei Normen die Extensionalität gewahrt bleibt[4], während bei dem anderen behauptet wird, daß den deontischen Junktoren intensionaler Charakter zuzuerkennen ist.[5] Die Beispiele ließen sich fortführen.

Offensichtlich fällt es schwer, Intensionalität befriedigend zu definieren. So schreibt etwa J. Searle, daß es bei diesem Phänomen um den Status von Wörtern geht,

*Diese Arbeit entstand im Rahmen des DFG-Projektes ‚Komplexe Logik'. Ich danke der *Deutschen Forschungsgemeinschaft* für die erwiesene Unterstützung und den Teilnehmern des Forschungsseminars ‚Komplexe Logik', ganz speziell Uwe Scheffler, für wertvolle Hinweise. Mein besonderer Dank gebührt jedoch Horst Wessel. Er hat für das Gebiet der intensionalen Kontexte einen Lösungsvorschlag skizziert und in seinen Arbeiten *Wider den Mythos intensionaler Kontexte* und *Kripkes Puzzle ist kein Puzzle* publiziert (vgl. Wessel (1995b, 1995c)). Dieser Gedanke wurde im Ergebnis einer Reihe von Diskussionen geringfügig modifiziert, liegt aber in seiner Substanz der vorliegenden Arbeit zugrunde. Sie hätte also ohne Wessels Idee so nicht geschrieben werden können. Die Thesen meines Artikels sind im Rahmen einer größeren gemeinsamen Arbeit ausführlich mit H. Wessel diskutiert worden.

[1] Da ich der Auffassung bin, daß es keine intensionalen Aussagen, Kontexte etc. gibt, müßte ich eigentlich immer von ‚sogenannten intensionalen Aussagen, Kontexten' etc. sprechen. Um dem Leser diese stilistische Zumutung zu ersparen, verwende ich im weiteren die übliche Ausdrucksweise.

[2] Vgl. Carnap (1972).

[3] Vgl. Kutschera (1976).

[4] Vgl. Kreiser/Gottwald/Stelzner (1988, S. 5).

[5] Vgl. ibid., S. 259.

> „die auf das Wort ‚daß' in Kontexten wie ‚hat gesagt, daß', ‚glaubt, daß', ‚befürchtet, daß' usw. folgen; es geht um die Wörter, die auf ‚ob' in ‚überlegt, ob', ‚fragt, ob' usw. folgen; den Status von Wörtern, die auf ‚wünscht zu', ‚beabsichtigt zu', ‚verspricht zu' folgen."[6]

Diese Unbeholfenheit bei der Charakterisierung von intensionalen Aussagen, das Angeben von Beispielen an Stelle von Kriterien läßt es fraglich erscheinen, ob sich überhaupt hinreichende Kriterien finden lassen.

Unabhängig von der jeweiligen Bestimmung der Termini ‚intensional' und ‚intensionale Aussage' scheint jedoch Übereinstimmung darüber zu herrschen, daß die intensionalen Kontexte von einem entscheidenden Mangel behaftet sind, der sie von den extensionalen Kontexten unterscheidet: In diesen Kontexten treten die sogenannten Störungen der Extensionalität auf,[7] in ihnen ist die in gewöhnlichen, extensionalen Kontexten problemlos funktionierende Substitutionsregel für bedeutungsgleiche Ausdrücke nicht gültig. Das einzige ernstzunehmende Kriterium für Intensionalität besteht also darin, daß dieser Regel in Kontexten, die dieses Merkmal haben sollen, keine Gültigkeit zukommt.

Manchmal wird der Versuch unternommen, so etwas wie Intensionalitätsauslöser ausfindig zu machen. Als solche werden beispielsweise die Modalverben, die epistemischen Verben sowie die Wahrnehmungsverben angesehen, oder für die Intensionalität eines Kontextes werden *daß*-Konstruktionen bzw. die indirekte Rede verantwortlich gemacht.[8] Welche Blüten die Suche nach intensionalitätserzeugenden Entitäten treiben kann, habe ich ausführlich in einer anderen Arbeit dargestellt.[9]

An der Suche nach der logischen Struktur von Aussagen, die beginnend mit B. Russell als *intensional* angesehen werden, haben sich neben dem Mitautor der *Principia Mathematica* u.a. auch R. Carnap, W. v. O. Quine, D. Davidson, R. Montague, K. Ajdukiewicz und C. Lejewski beteiligt.[10] Die Aufdeckung der logischen Form dieser Ausdrücke ist von entscheidender Bedeutung für die Herausarbeitung der Logik der in ihnen vorkommenden Begriffe. Dieser Umstand findet jedoch in der intensionalen Logik nicht genügend Beachtung. Die meisten Logiker, die sich beispielsweise mit der Logik der epistemischen Begriffe befaßten, haben sich kaum Gedanken über die logische Struktur von Aussagen dieser Art gemacht.

H. Wessel kritisierte[11] die in der Literatur anzutreffende Darstellung von einfachen epistemischen Aussagen wie ‚a glaubt, daß X' als $P(a, X)$, wo P ein zweistelliges epistemisches - also im üblichen Verständnis auch intensionales - Prädikat (‚... glaubt ...'), a ein Personenname und X eine Aussage ist. Diese Darstellung ist seines Erachtens logisch nicht haltbar, weil man mit Hilfe des zweistelligen Prädikates P nur dann eine Aussage erhält, wenn an beiden Argumentstellen Subjekttermini eingesetzt werden. Wenn X eine Aussage sein soll, so ist die Zeichenreihe

---

[6] Searle (1987, S. 228)

[7] Vgl. Quine (1980).

[8] So werden beispielsweise folgende sprachliche Mittel als intensionalitäts- bzw. opazitätserzeugend angesehen: „In addition to past and future tenses, they are certain sentential adverbs (*possibly, necessarily*), certain verbs with prepositional objects (*dream about, look for*), certain direct object verbs (*seek, imagine*), and verbs of mental attitude (*believe, want*)." Ejerhed (1980, S. 232)

[9] Vgl. Wuttich (1995b). Hier wird gezeigt, daß gewisse Beispiele, die den Nachweis dafür liefern sollen, daß Zukunfts- und Vergangenheitsform für das Entstehen von Intensionalität verantwortlich sind, entweder darauf beruhen, daß explizit getroffene Annahmen bei der Formalisierung der Prämissen weggelassen werden, oder darauf, daß nicht beachtet wird, daß sich die Zeitintervalle, in denen die Prämissen wahr sind, überschneiden müssen. Das Auftreten von Intensionalität erweist sich auch hier als Ergebnis einer schlechten logischen Analyse.

[10] Vgl. Wuttich (1995a,), Wessel/Wuttich (Manuskript).

[11] Vgl. Wessel (1995b, 1995c).

$P(a, X)$ ein syntaktisch sinnloses Gebilde. Diese Kritik findet sich implizit schon in Arbeiten von A. Sinowjew[12]. Dessen Vorschlag, Aussagen dieser Art immer als $P(a, tX)$ aufzufassen, wo P wie oben für ein zweistelliges epistemisches Prädikat steht, a für einen Personennamen und wo t ein terminibildender Operator ist, der aus einer Aussage X den Namen dieser Aussage tX bildet, wurde von Wessel aber ebenfalls verworfen. Der Fehler bei dieser Vorgehensweise besteht darin, daß für die zweite Argumentstelle in allen epistemischen Aussagen nach einer einzigen logischen Form gesucht wird. Es ist ein Vorurteil, daß alle epistemischen Aussagen Argumente gleicher logischer Form haben.

Mit der von Wessel im Rahmen des oben erwähnten Forschungsprojektes ‚Komplexe Logik' vorgeschlagenen Analyse kann man zeigen, daß sich die Gültigkeit einer Reihe von Formeln, die als Gesetze der epistemischen Logik angesehen werden, schon allein aus der logischen Form der hier verwendeten Sätze ergibt. Es läßt sich nachweisen, daß die Behandlung intensionaler Aussagen keiner speziellen Logik bedarf, die die Gesetze der klassischen Logik außer Kraft setzt, und daß somit die Universalität der logischen Regeln gewahrt bleibt. Die Analyse der logischen Struktur intensionaler Aussagen in der *Komplexen Logik* beweist, daß die Dichotomie *extensional - intensional* nicht haltbar ist und daß bei richtiger Analyse die scheinbaren Probleme mit der Ersetzbarkeit verschwinden. Die Gesetze der klassischen Logik verlieren hier keinesfalls ihre Gültigkeit, die sprachlichen Phänomene sind aber derart komplex und kompliziert, daß die Leistungsfähigkeit der klassischen Logik an ihre Grenzen stößt. Zusätzliche logische Ausdrucksmittel sind nicht im Bereich der Satzlogik und ihrer Semantik, sondern in der Prädikations- und Terminitheorie zu schaffen.

2 Zum verwendeten logischen Apparat

Bei der von ihm vorgeschlagenen Lösung stützt sich Wessel auf die nichttraditionelle Prädikationstheorie, auf die Theorie der logischen Folgebeziehung, auf die logische Terminitheorie sowie auf die logische Theorie der Existenz und der existentiellen Belastung. Es ist mir im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich, diese darzustellen[13]; einige Bemerkungen zu der erstgenannten Theorie sind jedoch für das weitere Verständnis wichtig.

Bei der Suche nach der logischen Struktur von intensionalen Ausssagen gehe ich im Falle von nichtquantifizierten Aussagen davon aus, daß es sich bei diesen um einfache Aussagen im Sinne der *nichttraditionellen Prädikationstheorie* handelt. In ihr werden positive einfache Aussagen in der Form $(s \leftarrow P)$ bzw. $(s^1, ..., s^n \leftarrow P)$ (für den Fall mehrstelliger Prädikate) dargestellt, wobei $n \geq 2$, $s, s^1, ..., s^n$ für Subjekte, P für beliebige Prädikate und $\leftarrow$ für den *Prädikationsoperator des Zusprechens* stehen. Das Schema $(s \leftarrow P)$ drückt aus, daß einem mit dem Subjektterminus s bezeichneten Gegenstand das durch den Prädikatterminus P ausgedrückte Merkmal zugesprochen wird, und $(s^1, ..., s^n \leftarrow P)$ besagt, daß zwischen den mit den Subjekttermini $s^1, ..., s^n$ bezeichneten Gegenständen die durch den Prädikatterminus P bezeichnete Relation besteht.

Neben dem Prädikationsoperator des Zusprechens wird der *Prädikationsoperator des Absprechens* $\not\leftarrow$ verwendet. Das Schema $s \not\leftarrow P$ besagt, daß einem mit dem Subjekterminus s bezeichneten Gegenstand das Merkmal P nicht zukommt, d.h. abgesprochen wird. In $s \not\leftarrow P$ kommt kein logischer Negationsoperator vor; die Negation ist hier Teil des Operators des Absprechens. Werden die Aussagen mit

[12] Vgl. Sinowjew (1975), Zinov'ev (1983), auch Wuttich (1991, S. 113 ff.).

[13] Vgl. dazu Wessel (1984, 1995a).

dem Operator des Zusprechens durch die Ausdrücke $P(s)$ und $P(s^1, ..., s^n)$ und die Aussagen mit dem Operator des Absprechens durch $\neg P(s)$ und $\neg P(s^1, ..., s^n)$ ersetzt, wie das bei der Kalküldarstellung zur Vereinfachung der Schreibweise und Anpassung an die traditionelle Symbolik getan wird (auch ich werde nachfolgend so verfahren), so kann der Anschein entstehen, daß es sich bei dem Zeichen $\neg$, das gewöhnlich *innere Negation* genannt wird, um einen selbständigen logischen Operator handelt.

Die *äußere* (klassische) *Negation* von $(s \leftarrow P)$ bzw. $(s^1, ..., s^n \leftarrow P)$ ist die Aussage $\sim (s \leftarrow P)$ bzw. $\sim (s^1, ..., s^n \leftarrow P)$, in anderer Schreibweise $\sim P(s)$ bzw. $\sim P(s^1, ..., s^n)$. Die nichttraditionelle Prädikationstheorie gestattet die Darstellung von Situationen, in denen ein bestimmtes Merkmal weder zu- noch abgesprochen werden kann: $\sim (s \leftarrow P) \wedge \sim (s \not\leftarrow P)$.

In Aussagen der Art $P(s^1, ..., s^n)$ und $\neg P(s^1, ..., s^n)$ können die Subjekttermini $s^1, ..., s^n$ unterschiedlichen Zwecken dienen: Sie können zur *Bezeichnung* von Personen, aber auch von Aussagen und anderen Entitäten wie Sachverhalten oder Tatsachen dienen. Die nichttraditionelle Prädikationstheorie schränkt unsere Handlungsfreiheit nicht ein. Aber $s^1, ..., s^n$ können nur singuläre Subjekttermini sein und keine Aussagen, Propositionen, Eigenschaften, Mengen, möglichen Welten oder sonst etwas.

Eine Reihe von terminibildenden Operatoren, die in der logischen Terminitheorie Verwendung finden, ist für die logische Analyse der Struktur von intensionalen Aussagen von besonderer Bedeutung. Es sind die Operatoren t, l, s, e, $\downarrow$ und $\uparrow$, mit deren Hilfe sich aus Aussagen Subjekttermini bilden lassen und die mit Hilfe der nachfolgend angeführten Terminibildungsregeln $TR1 - TR7$ eingeführt werden.[14] In ihnen steht $\rightleftharpoons$ für das Prädikat des gegenseitigen Bedeutungseinschlusses (Bedeutungsgleichheit), $\vdash$ für das Prädikat der logischen Folgebeziehung. Eine Formel der Art $t\alpha \rightleftharpoons t\beta$ kann gelesen werden als ‚Die Termini α und β sind bedeutungsgleich', und Formeln der Art $X \dashv\vdash Y$ werden als Abkürzungen für ($X \vdash Y$ und $Y \vdash X$) verwendet.

Der Buchstabe t wird verwendet, um aus einem Terminus a einen Namen dieses Terminus (den Metaterminus) ta zu bilden, und es wird festgesetzt:

$TR1$. (a) ta ist ein Subjektterminus genau dann, wenn das sprachliche Gebilde a ein Terminus ist;

(b) $\sim (tta \rightleftharpoons ta)$;

(c) $tta \rightleftharpoons t\beta$ genau dann, wenn β ein individueller Subjektterminus ist, der den Terminus a bezeichnet.[15]

Der gleiche Buchstabe t wird auch als ein terminibildender Operator verwendet, der aus einer Aussage X einen Namen dieser Aussage tX bildet. tX wird als ‚die Aussage X' gelesen.

[14] Sie wurden in den oben erwähnten Aufsätzen von H. Wessel zum Zwecke der Analyse von *daß*-Konstruktionen mit Hilfe von Definitionen eingeführt. Da es sich hierbei der Sache nach nicht um Abkürzungen, sondern um Festlegungen zum Gebrauch von neuen sprachlichen Zeichen handelt, zieht der Autor es heute vor, von *Terminibildungsregeln* zu sprechen. Der Metaterminusoperator t war schon in A. Sinowjews und H. Wessels Terminitheorie vorhanden. Der Operator $\downarrow$ konnte dort zum einen als ‚derart, daß' und zum anderen als ‚die Tatsache, daß' gelesen werden und unterschied sich somit vom dem gleichaussehenden Operator $\downarrow$, der unten eingeführt wird (vgl. Sinowjew/Wessel (1975)).

[15] In der logischen Terminitheorie wird ein singulärer Subjektterminus als *individueller Subjektterminus* bezeichnet, wenn es genau einen Gegenstand gibt, der mit ihm bezeichnet wird. Vgl. Wessel (1995a).

$TR2$. (a) tX ist ein Subjektterminus genau dann, wenn das sprachliche Gebilde X eine Aussage ist;

(b) $\sim (ttX \rightleftharpoons tX)$;

(c) $ttX \rightleftharpoons t\beta$ genau dann, wenn β ein individueller Subjektterminus ist, der die Aussage X bezeichnet.

Eine Verwechslung der beiden in $TR1$ und $TR2$ definierten Operatoren wird dadurch ausgeschlossen, daß festgesetzt wird, daß im weiteren immer das richtige Argument (Terminus oder Aussage) gewählt wird.

$TR3$. (a) lX ist ein Subjektterminus genau dann, wenn das sprachliche Gebilde X eine Aussage ist;

(b) $tlX \rightleftharpoons tlY$ genau dann, wenn $X \dashv\vdash Y$.

$TR4$. (a) sX ist ein Subjektterminus genau dann, wenn das sprachliche Gebilde X eine Aussage ist;

(b) $tsX \rightleftharpoons tsY$ genau dann, wenn $tlX \rightleftharpoons tlY$ oder $X \wedge Z \dashv\vdash Y \wedge Z$, wobei Z wahr ist und die Form $ta \rightleftharpoons tb$ hat oder eine Konjunktion von wahren Aussagen der Form $ta \rightleftharpoons tb$ ist.

$TR5$. (a) eX ist ein Subjektterminus genau dann, wenn das sprachliche Gebilde X eine Aussage ist;

(b) $teX \rightleftharpoons teY$ genau dann, wenn $X \equiv Y$ wahr ist.

$TR6$. (a) $\downarrow X$ ist ein Subjektterminus genau dann, wenn X (X gilt, tX wahr ist);

(b) $t \downarrow X \rightleftharpoons t \downarrow Y$ genau dann, wenn $tsX \rightleftharpoons tsY$.

$TR7$. (a) $\uparrow X$ ist ein Subjektterminus genau dann, wenn $\sim X$ ($\sim X$ gilt, $t \sim X$ wahr ist);

(b) $t \uparrow X \rightleftharpoons t \uparrow Y$ genau dann, wenn $tsX \rightleftharpoons tsY$.

Definitionsgemäß sind ta, tX, lX, sX, eX, $\downarrow X$ und $\uparrow X$ singuläre Termini. Es ist offensichtlich, daß a in ta nicht als Terminus vorkommt, sondern nur als graphischer Teil. Genauso offensichtlich kommt X in tX, lX, sX, eX, $\downarrow X$ und $\uparrow X$ nicht als Aussage, sondern als graphischer Teil vor. Die jeweiligen ersten Punkte aus den Terminibildungsregeln können als Behauptungen über die Bedingungen für die Existenz der jeweiligen Subjekttermini angesehen werden. Somit kann beispielsweise der Punkt (a) aus $TR6$ als $E(\downarrow X) \equiv X$ gedeutet werden, wo E für das Existenzprädikat steht.

Wessel hat in seinen Arbeiten folgende Vorschläge zum Lesen der neu eingeführten Termini gemacht, dabei jedoch betont, daß maßgebend für die Verwendung dieser Termini allein die in den entsprechenden Terminiregeln getroffenen Festlegungen sind und nicht irgendwelche psychischen Assoziationen des Lesers, die unter Umständen bei der vorgeschlagenen Lesart entstehen.

1) lX - das, was tX bedeutet,
2) sX - der Sachverhalt X,
3) eX - der Wahrheitswert von X,
4) $\downarrow X$ - die Tatsache, daß X, die Tatsache X,
5) $\uparrow X$ - die Untatsache X.

3 Epistemische Aussagen

Wegen der oben dargestellten Schwierigkeiten bei der Bestimmung der Termini ‚intensionaler Kontext' und ‚intensionale Aussage' werde ich mich bei meiner Analyse der logischen Struktur von intensionalen Aussagen denen zuwenden, die bei der weiteren Auffassung von Ausdrücken dieser Art zu ihnen gerechnet werden. Die bekannteste Gruppe bilden zweifelsohne die *epistemischen* Aussagen. Glaubensaussagen werden von vielen Logikern geradezu als paradigmatisch für Ausdrücke dieser Art angesehen. Aus ihnen rekrutieren sich neben den Modalaussagen die Standardbeispiele für intensionale Kontexte.

3.1 Aussagen mit dem Verb ‚kennen'

Das Verb ‚kennen' wird in der Sprache auf ganz unterschiedliche Weise verwendet.[16] So kann man eine Person, einen anderen Gegenstand wie eine Stadt oder ein Buch kennen, und man kann eine Aussage kennen. Aber man kann auch davon sprechen, daß jemand einen Sachverhalt oder eine Tatsache kennt.

Das Kennen einer Person, einer Stadt oder eines anderen Objektes läßt sich ohne Probleme mit Hilfe von einfachen prädikativen Aussagen der Art ‚a kennt b', symbolisch $K(a, b)$, beschreiben, die das zweistellige Prädikat ‚... kennt ...' beinhalten. Hier sind a und b Termini, die ich zur Bezeichnung von Personen oder anderen Gegenständen verwende; es sind Namen. Trotz dieser klaren Sachlage werden Aussagen dieser Art manchmal dazu verwendet, den Mythos von der Existenz einer ganz besonderen Art von Aussagen, den intensionalen Aussagen, zu begründen.

Dabei wird dann nach folgendem Muster verfahren: Es möge wahr sein, daß John Dr. Jekyll kennt und daß Dr. Jekyll niemand anderes ist als Mr. Hyde (Dr. Jekyll = Mr. Hyde). Wenn nun unser John nichts von der Identität des Dr. Jekyll mit dem Mr. Hyde weiß, so könne man doch nicht sagen, daß er auch letzteren kenne. Wenn man John fragen würde, ob er ihn kennt, also ob die Aussage ‚John kennt Mr. Hyde' wahr ist, so würde er diese Frage sicherlich verneinen.

Die letztere Bemerkung kann aber nicht als ernsthaftes Argument gegen die Wahrheit von ‚John kennt Mr. Hyde' angesehen werden. Nehmen wir an, daß John einen Spitznamen hat, sagen wir ‚Napoleon', von dessen Existenz er keine Ahnung hat. Wenn wir ihn fragen, ob die Aussage ‚Napoleon kennt Dr. Jekyll' wahr ist, wird er schwerlich eine positive Antwort darauf geben, obwohl die Extensionalität des für epistemische Subjekte stehenden Subjektterminus a in der Literatur üblicherweise nicht in Frage gestellt wird.[17]

Bei Argumentationen dieser Art werden zwei Dinge miteinander verwechselt: Das Kennen einer Person und das Kennen einer Person unter einem ganz bestimmten Namen. Letzteres setzt natürlich auch die Bekanntschaft mit *diesem* Namen voraus, ersteres nicht. Die Symbolisierung von ‚a kennt b' als $K(a, b)$ besagt aber nur, daß die mit dem Terminus a bezeichnete Person den mit dem Terminus b bezeichneten Gegenstand kennt. Wenn b mit c identisch ist, also $b = c$ gilt, so folgt nach der Ersetzbarkeitsregel für Identitäten

$$\frac{\begin{array}{c} i_1 = i_2 \\ X \end{array}}{X\,[i_1/i_2]}$$

hieraus und aus $K(a, b)$ die Wahrheit von $K(a, c)$. Aber natürlich folgt nicht die Wahrheit von $K(a, tc)$, denn a muß keinen Namen von c kennen.

[16] Zur Verwendung dieses und anderer epistemischer Verben vgl. Wuttich (1991, S. 127 ff.).
[17] Vgl. Lejewski (1981).

Die Aussage ‚a kennt b unter dem Namen c' (ein Spezialfall dieser Aussage ist: ‚a kennt b unter dem Namen b') ist aber eine ganz andere Aussage als ‚a kennt b'. Letztere hat - wie oben schon gesagt - die logische Form $K(a, b)$, während erstere die Struktur $K'(a, b, tc)$ hat. K' ist ein ganz anderes Prädikat als K - nämlich das *drei*stellige Prädikat ‚... kennt ... unter dem Namen ...', wo die zweite und die dritte Leerstelle selbst für den Spezialfall ‚a kennt b unter dem Namen b' mit verschiedenen Termini besetzt werden muß. An der zweiten Leerstelle steht der Terminus b, während an der dritten Leerstelle ein Name von b, d.h. tb, steht. In den Sätzen $K'(a, b, tb)$ bzw. $K'(a, b, tc)$ werden aber nur die Termini a und b in der üblichen Weise als Terminus *gebraucht* (und können deshalb durch bedeutungsgleiche Termini ersetzt werden). Der Terminus c wird hier nicht als Terminus verwendet, sondern als besonderer physischer Gegenstand *angeführt* (darauf weisen die vorangehenden Worte ‚unter dem Namen' hin) und darf deshalb auch nicht durch einen bedeutungsgleichen Terminus ersetzt werden. In $K'(a, b, tb)$ und $K'(a, b, tc)$ werden aber die Namen von b und c, d.h. tb und tc als Termini verwendet und können nach Punkt (c) von $TR1$ durch andere Namen von b und c, die mit ihnen bedeutungsgleich sind, ersetzt werden.

Aus diesem Grunde ist der Schluß von ‚John kennt Mr. Hyde unter dem Namen *Dr. Jekyll*' und ‚Dr. Jekyll = Mr. Hyde' auf ‚John kennt Dr. Jekyll unter dem Namen *Dr. Jekyll*' völlig korrekt, genauso wie der Schluß von ‚John kennt Dr. Jekyll unter dem Namen *Dr. Jekyll*' und ‚Dr. Jekyll = Mr. Hyde' auf ‚John kennt Mr. Hyde unter dem Namen *Dr. Jekyll*'. Aber keine der beiden Aussagen ‚John kennt Dr. Jekyll unter dem Namen *Mr. Hyde*' und ‚John kennt Mr. Hyde unter dem Namen *Mr. Hyde*' folgt aus den angegebenen Prämissen.

Sätze der Art ‚a kennt die Aussage X' müssen im Unterschied zu den bisher betrachteten Sätzen mit Hilfe des terminusbildenden Operators t symbolisiert werden, der aus der Aussage X den Subjektterminus tX bildet. Sie besitzen also folgende logische Form: $K(a, tX)$. Aber auch andere terminibildende Operatoren wie s, $\downarrow$ und $\uparrow$ können bei der Symbolisierung von Sätzen mit dem Verb ‚kennen' Verwendung finden. Sie eignen sich zur Symbolisierung von Aussagen, die sich nicht als $K(a, b)$ oder $K(a, tX)$ fassen lassen. Ausdrücke der Art $K(a, sX)$, $K(a, \downarrow X)$ und $K(a, \uparrow X)$ könnten Wessels Vorschlägen folgend als ‚a kennt den Sachverhalt, daß X', ‚a kennt die Tatsache, daß X' und ‚a kennt die Untatsache, daß X' gelesen werden.

3.2 Verstehensaussagen

Ich gehe hier nur auf die logische Struktur von Sätzen ein, die das Verstehen von sprachlichen Ausdrücken zum Gegenstand haben. Behandelt wird also nicht das Verstehen von Handlungen, Motiven für Handlungen oder Geisteshaltungen usw. Es geht darum, wie Aussagen der Art ‚a versteht die Aussage X' oder ‚a versteht den Terminus b' zu symbolisieren sind.

Analog zu Sätzen der Art ‚a kennt die Aussage X' müssen auch Sätze der Form ‚a versteht die Aussage X' als Sätze verstanden werden, in denen zwei Subjekttermini vorkommen, von denen der zweite mit Hilfe des terminibildenden Operators t aus einer Aussage gebildet worden ist. Wenn V als Symbol für den Prädikator ‚verstehen' verwendet wird, so ist ihre logische Form: $V(a, tX)$. Aussagen über das Verstehen eines Terminus werden durch den Ausdruck $V(a, tb)$ symbolisiert.

3.3 Akzeptieren und Verwerfen

Ähnlich wie beim Verstehen beschränke ich mich auch bei der Analyse der logischen

Form von Akzeptations- und Verwerfensaussagen auf das Akzeptieren und Verwerfen von Aussagen. Es geht mir also nicht um das Akzeptieren von Meinungen oder Handlungen anderer Personen, wie es in Aussagen der Art ‚Uwe akzeptiert, daß Max diese Entscheidung getroffen hat', ‚Peter akzeptiert seine Entschuldigung' oder ‚Peter akzeptiert seine Meinung' beschrieben wird.

Bei oberflächlicher Betrachtungsweise könnte der Eindruck entstehen, daß man auch Sachverhalte oder Tatsachen akzeptieren kann. So könnte man versucht sein, ‚Karl akzeptiert, daß er schlechter bezahlt wird als Uwe' durch $A(a, sX)$ wiederzugeben. Daß es sich hier um einen anderen Akzeptationsbegriff handelt, merkt man spätestens, wenn man zu sagen versucht, daß Karl diesen Sachverhalt verwirft. ‚Karl verwirft, daß er schlechter bezahlt wird als Uwe' klingt seltsam. Offensichtlich wird ‚akzeptiert, daß' in dem Beispielsatz im Sinne von ‚findet sich damit ab, daß' verwendet, worauf natürlich der Terminus sX folgen kann. Als Negation von ‚findet sich damit ab, daß' kommt ‚findet sich nicht damit ab, daß' in Frage, aber keineswegs ‚verwirft, daß'.

Daraus ergibt sich, daß wahre Akzeptations- und Verwerfensaussagen nur die Form $A(a, tX)$ bzw. $U(a, tX)$ haben können, wo A und U entsprechend für die Prädikatoren des Akzeptierens und des Verwerfens stehen. An der zweiten Subjektstelle steht also der Name einer Aussage. In der Umgangssprache befindet sich hier manchmal auch der Name einer Theorie, wenn beispielsweise gesagt wird ‚Kopernikus verwarf das Ptolomäische Weltbild'. Offensichtlich wird eine Theorie verworfen, wenn einer oder mehrere Sätze aus dieser verworfen werden. Somit läßt sich das Verwerfen (oder Akzeptieren) einer Theorie auf das Verwerfen (Akzeptieren) von Sätzen zurückführen.

3.4 Die logische Form von Glaubensaussagen

Glaubensaussagen haftet ein Nimbus der Rätselhaftigkeit an. Wenn man Logikern wie S. Kripke[18] glauben will, so scheinen sich diese Aussagen einer widerspruchsfreien, oder doch wenigstens paradoxienfreien, logischen Analyse zu entziehen. Der Frage, ob Menschen an widersprüchliche Dinge glauben können, sind ganze Zeitschriftenbände gewidmet. Mit der hier vorgelegten Analyse lassen sich viele dieser Fragen lösen, und es kann nachgewiesen werden, daß die in der Literatur behandelten Puzzles das Prädikat der Rätselhaftigkeit gar nicht verdienen. Sie sind schlichtweg Resultat einer ungenügenden logischen Sprachanalyse.[19]

Aussagen der Form ‚a glaubt, daß X' können zu den *daß*-Kontexten, d.h. Kontexten, in denen Nebensätze vorkommen, die mit dem Wort ‚daß' eingeleitet werden, gerechnet werden. Diese haben mit den Verstehensaussagen, Akzeptationsaussagen usw. gemein, daß wir sie als einfache prädikative Aussagen ansehen, die aus einem Prädikat und (in den meisten Fällen zwei) Subjekttermini bestehen. Der Unterschied besteht in der Analyse des zweiten Subjekterminus, d.h. in der Symbolisierung der entsprechenden *daß*-Konstruktion. Diese können eine ganz unterschiedliche logische Struktur besitzen, zu deren Darstellung wir die terminibildenden Operatoren t, l, s, e, $\downarrow$ und $\uparrow$ verwenden können, die von Wessel gerade zu diesem Zweck in die Terminitheorie aufgenommen worden sind.

Bei der Symbolisierung von Glaubenssätzen kann jeder dieser Operatoren verwendet werden. Wenn uns nicht bekannt ist, ob es sich bei X um eine wahre oder um eine falsche Aussage handelt, sollten wir uns jedoch auf die Verwendung der Operatoren t, l, s und e beschränken, und wir besitzen in diesem Falle vier verschiedene Möglichkeiten, Glaubenssätze der oben angeführten Art in die Sprache

[18] Vgl. Kripke (1988).

[19] Diesen Nachweis hat H. Wessel geführt; vgl. Wessel (1995c).

der Logik zu übersetzen. Handelt es sich bei X um eine wahre Aussage, so spricht nichts gegen die Verwendung des Operators $\downarrow$, während der Operator $\uparrow$ nicht verwendet werden darf. Genau umgekehrt verhält es sich, wenn wir wissen, daß es sich bei X um eine falsche Aussage handelt.

Wenn wir ‚a glaubt, daß X' mit Hilfe des Operators s symbolisieren, Sätzen dieser Art also die Form $G(a, sX)$ geben, so lassen diese sich so interpretieren, daß eine Person a glaubt, daß der in dem Satz X beschriebene Sachverhalt besteht, daß es sich so verhält, wie in X gesagt wird. Wenn wir diese logische Form wählen, so müssen wir uns nicht darauf festlegen, ob es sich bei X um eine empirische oder um eine theoretische Aussage handelt. Mit dem Symbol $G(a, sX)$ erfassen wir also so unterschiedliche Sätze wie ‚Uwe glaubt, daß es (zu einem bestimmten Ort und zu einer bestimmten Zeit) schneit', ‚Karl glaubt, daß Uwe kleiner als Max ist' oder ‚Max glaubt, daß zwei mal zwei gleich vier ist'. Im Fall von Uwes oder Karls Glauben, wo X für eine lokale und singuläre Aussage steht, in der alle Termini empirische Termini sind und die weder logisch oder analytisch wahr noch logisch oder analytisch falsch ist, bildet der terminibildende Operator s aus einer Aussage einen Ereignisterminus.

Eine weitere Möglichkeit für die Symbolisierung von Aussagen der Art ‚a glaubt, daß X' bietet der terminusbildende Operator t. Wenn wir die *daß*-Konstruktion mit Hilfe des Subjektterminus tX darstellen, also die Form $G(a, tX)$ wählen, so bedeutet dies, daß der Glaubenssatz so aufgefaßt wird, daß die Person a nicht nur glaubt, daß es sich so verhält, wie im Satz X beschrieben wird, sondern den Satz X selbst glaubt, so, wie er sprachlich abgefaßt ist. Hier ist jedes einzelne Wort von Bedeutung, man könnte von kanonischem Glauben sprechen.

Der Unterschied, der zwischen den Symbolisierungen von ‚a glaubt, daß X' als $G(a, sX)$ und $G(a, tX)$ besteht, läßt sich vielleicht so verdeutlichen, daß wir bei der Verwendung von $G(a, sX)$ dem Sprecher a einen bestimmten Glauben zuschreiben und das eventuell mit anderen Worten tun, die nicht mit denen übereinstimmen müssen, die a verwenden würde, wenn er seinen Glauben zu beschreiben hätte. Wird ‚a glaubt, daß X' dagegen durch $G(a, tX)$ beschrieben, so spielt, wie bereits erwhnt, der genaue Wortlaut eine Rolle.

3.5 Sätze mit dem Verb ‚sagen'

Die Verwendung des Verbs ‚sagen' scheint etwas mehr über die logische Form von Aussagen zu verraten, in denen es vorkommt. Der Satz ‚Max sagte 'Das Fenster ist offen'' suggeriert, daß hier nur die Übersetzung als $S(a, tX)$ zulässig ist, denn mit diesem Satz wurde darüber berichtet, was Max tatsächlich gesagt hat, seine Äußerung ist in direkter Rede wiedergegeben. Normalerweise trifft das sicherlich zu. Denkbar wäre jedoch, daß jemand mit diesem Satz einem Hörer über eine Äußerung von Max berichten will, die lautete ‚The window is open', aber den deutschen Satz verwendet, weil er annimmt oder weiß, daß der Hörer der englischen Sprache nicht mächtig ist. Der Satz ‚Max sagte 'The window is open'', in dem die Äußerung von Max zitiert wird, dürfte natürlich nicht mehr als $S(a, tX)$ wiedergegeben werden, sondern könnte etwa als $S(a, tY)$ symbolisiert werden, wo Y für den Satz ‚The window is open' steht.

Solange aber nicht geklärt ist, was Max nun tatsächlich gesagt hat, bietet sich als logische Form dieses Satzes $S(a, sX)$ an. Hier wird offengelassen, welcher Satz genau geäußert und in welcher Sprache er abgefaßt wurde. Bei einer solchen Übersetzung legen wir uns nicht darauf fest, daß Max die Termini ‚das Fenster' und ‚offen' verwendet hat. Wird von vornherein die indirekte Rede verwendet, z.B. in dem Satz ‚Max sagte, daß der Kanzler dick ist', so ist Vorsicht geboten, denn der

Äußerer dieses Satzes legt sich zumeist nicht darauf fest, daß Max genau diese Termini verwendet hat. Dieser könnte sich drastischer ausgedrückt haben, was die Leibesfülle betrifft, oder den Kanzler bei seinem Namen genannt haben. Max kann aber auch schlicht den Satz ‚Der Kanzler ist dick' geäußert haben. Eben weil diese verschiedenen Deutungen möglich sind, können wir oftmals nicht ohne genaue Kenntnis des Kontextes, in dem Aussagen dieser Art vorkommen, sagen, welche Symbolisierung adquat ist. Möglich wäre wie bei den Glaubensaussagen aber auch die Wiedergabe der Struktur von Aussagen dieser Art mit Hilfe der terminibildenden Operatoren l, e, $\downarrow$ und $\uparrow$. Die Verwendung der beiden letztgenannten Operatoren ist allerdings auch hier nur dann zweckmäßig, wenn uns bekannt ist, ob die Aussage X wahr oder falsch ist.

Wenn jemand etwas behauptet, so wird man in der Regel von ihm sagen können, daß er etwas gesagt hat.[20] Es ist üblich, Behaupten als mit einem Wahrheitsanspruch verbundenes Äußern eines Satzes anzusehen. Dennoch wird Behauptungssätzen meistens eine andere logische Form als Sätzen mit dem Prädikat ‚sagen' zugesprochen. Der Grund dafür ist die Meinung, daß erstere im Unterschied zu letzteren als Ausdrücke angesehen werden müssen, die aus einem Prädikat und drei Subjekttermini bestehen, von denen die ersten beiden für die Namen des Behauptenden und des Adressaten stehen, also die Form ‚a behauptet gegenüber b, daß X' besitzen.

Es ist leicht zu sehen, daß hier kein prinzipieller Unterschied zwischen Behaupten und Sagen besteht, denn wenn man unter ‚sagen' nicht nur ein Vor-sich-hin-Plappern verstehen will, könnte man auch hier eine weitere Subjektstelle für Personennamen einführen. Was die Symbolisierung der *daß*-Konstruktion in der Aussage ‚a behauptet gegenüber b, daß X' anbetrifft, so bestehen analog zu ‚a sagte, daß X' die Möglichkeiten tX, lX, sX, eX, $\downarrow X$ und $\uparrow X$.

3.6 Die Symbolisierung von Wissensaussagen

Genau wie die Aussagen mit den Prädikaten ‚glaubt' und ‚sagt' lassen sich Sätze mit dem Prädikat ‚weiß' zum einen mit Hilfe des terminusbildenden Operators t als $W(a, tX)$ und zum anderen unter Verwendung des terminibildenden Operators s als $W(a, sX)$ analysieren. Das Wissen von Aussagen im Sinne von $W(a, tX)$ könnte man analog zum kanonischen Glauben $G(a, tX)$ kanonisches Wissen nennen. Das ist dann ein Wissen, bei dem eine ganz bestimmte Aussage gewußt wird und wo es genau auf jeden in dieser Aussage vorkommenden Terminus ankommt. Der Terminus tX darf auch hier nur durch einen anderen individuellen Subjektterminus, der die Aussage X bezeichnet, ersetzt werden.

Wissen im Sinne von $W(a, sX)$ ist als Wissen, daß etwas, nämlich das, was durch X beschrieben wird, der Fall ist, unterschieden von dem Wissen einer Aussage im Sinne von $W(a, tX)$. Man kann wissen, daß etwas der Fall ist, also es kann $W(a, sX)$ gelten, ohne daß auch $W(a, tX)$ gelten muß. Es ist möglich, daß der Sprecher a den Satz X nicht kennt. Er muß aber irgendeinen Satz kennen, dessen Name mit dem Namen von X bedeutungsgleich ist, damit man von ihm sagen kann, daß er weiß, daß X der Fall ist. Das trifft natürlich auf das Glauben und erst recht auf das Sagen ebenfalls zu. Der Terminus sX kann auch hier wieder für einen Ereignisterminus stehen. Das ist ja genau dann der Fall, wenn das, was gewußt wird, durch eine lokale und singuläre Aussage, in der alle Termini empi-

[20] Wenn man davon absieht, daß man sicherlich auch mit einer schriftlichen Äußerung eine Behauptung treffen kann. Dieses Problem ließe sich ja dadurch vermeiden, daß man ‚schreiben' als Spezialfall von ‚sprechen' ansieht.

rische Termini sind und die weder logisch oder analytisch wahr noch logisch oder analytisch falsch ist, beschrieben werden kann.[21]

Bei der logischen Struktur von Wissensaussagen muß aber noch der Umstand berücksichtigt werden, daß es sich bei dem Verb ‚wissen' um ein, wie es von den Sprachwissenschaftlern genannt wird, *faktives* Verb handelt. Das, was gewußt wird - tatsächlich und nicht nur vermeintlich gewußt wird -, muß wahr sein bzw. muß der Fall sein. Deshalb kann bei der Symbolisierung des Ausdrucks ‚a weiß, daß X', für dessen Wahrheit also im Unterschied zu Aussagen mit den Prädikaten des Glaubens oder Sagens vorausgesetzt wird, daß die Aussage X wahr ist, auch der terminusbildende Operator $\downarrow$ verwendet werden, der so eingeführt wurde, daß ein mit seiner Hilfe gebildeter Terminus genau dann existiert, wenn die Aussage, aus welcher der Terminus gebildet wurde, wahr ist. Dieser Operator $\downarrow$ wurde in $TR6$ eingeführt, und die Wissensaussage nimmt bei seiner Verwendung folgende Form an: $W(a, \downarrow X)$.[22]

Aussagen der Art ‚a weiß, daß X' können sinnvoll auch mit Hilfe von l und e, nicht jedoch mit dem Operator $\uparrow$ symbolisiert werden, denn mit einer Formel der Art $W(a, \uparrow X)$ würden wir zu erkennen geben, daß uns die Falschheit von X bekannt ist, was aber im Widerspruch zu der Annahme steht, daß das Gewußte wahr ist.

3.7 Das antifaktive Prädikat ‚wähnt'

In *Über Sinn und Bedeutung* führt G. Frege folgenden Satz an: ‚Bebel wähnt, daß durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens Frankreichs Rachegelüste beschwichtigt werden können'.[23] Seine weiteren Ausführungen machen deutlich, daß er das heute kaum noch gebräuchliche Verb ‚wähnen' im Sinne von ‚fälschlicherweise glauben' verwendet, denn er meint, daß in dem angeführten Satz zwei Gedanken ausgedrückt sind: 1. Bebel glaubt, daß durch die Rückgabe von Elsaß-Lothringen Frankreichs Rachegelüste beschwichtigt werden können; 2. durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens können Frankreichs Rachegelüste nicht beschwichtigt werden.

Prädikate wie ‚wähnt' will ich in Anlehnung an den Terminus ‚faktiv' kurz ‚antifaktiv' nennen. Zur Symbolisierung von Aussagen mit einem antifaktiven Prädikat wie Freges Beispielsatz über den angeblichen Irrglauben von Bebel eignet sich ganz besonders der in $TR7$ eingeführte terminusbildende Operator $\uparrow$. Diesem Satz kann man also folgende logische Form geben: $W\ddot{A}(a, \uparrow X)$,wo $W\ddot{A}$ für das Prädikat ‚wähnt' steht, a für ‚Bebel' und X für den Satz ‚Durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens können Frankreichs Rachegelüste beschwichtigt werden'.

Daneben läßt sich die von Frege angeführte Aussage auch mit Hilfe der Operatoren t, l, s und e als $W\ddot{A}(a, tX), W\ddot{A}(a, lX)$, $W\ddot{A}(a, sX)$ oder $W\ddot{A}(a, eX)$ wiedergeben. Keinen Sinn macht hier die Symbolisierung $W\ddot{A}(a, \downarrow X)$, denn sie setzt voraus, daß uns die Wahrheit von X bekannt ist. Wenn wir aber wissen, daß X wahr ist, dürfen wir nicht sagen, daß a *fälschlich* glaubt, daß X.

---

[21] Zu dieser Verwendung von *Ereignisterminus* vgl. Scheffler (1993).

[22] An dieser Stelle muß darauf hingewiesen werden, daß sich der Operator $\downarrow$ in seinen Eigenschaften von dem mit dem gleichen Symbol bezeichneten Operator aus der von Sinowjew und Wessel entwickelten Terminitheorie, wie sie beispielsweise in Wessel (1984) dargestellt wurde, unterscheidet. Seine Bedeutung ist in Wessel (1995b) präzisiert worden, wo u.a. die Existenzbedingungen für Termini der Art $\downarrow X$ festgelegt wurden.

[23] Vgl. Frege (1892, S. 47).

4 Propositionale Einstellungen

Im allgemeinen versteht man im Anschluß an Russell unter den Verben der *propositionalen Einstellungen* alle Verben, die eine Einstellung (attitude) beschreiben, die sich nicht nur, wie Liebe und Haß, auf ein bestimmtes Objekt beziehen, sondern deren Gegenstand eine „Proposition" bildet und die in Verbindung mit einer *daß*-Konstruktion gebraucht werden. Dazu gehören dann üblicherweise die im vorangehenden Abschnitt analysierten sogenannten epistemischen Einstellungen wie ‚glauben' und ‚wissen'. Viele Ausdrücke mit epistemischen Verben, z.B. ‚sagt, daß' oder ‚kennt die Aussage X', können nicht zu den epistemischen *Einstellungen* gerechnet werden. Im weiteren soll die logische Form von propositionalen Einstellungen analysiert werden, die nicht zu den *epistemischen* Einstellungen gerechnet werden können, aber häufig bei der Erörterung von intensionalen Aussagen angeführt werden.

4.1 Hoffen und Fürchten

Die Aussagen ‚a hofft, daß X' und ‚a (be)fürchtet, daß X' gehören in den einschlägigen Arbeiten zu den Standardbeispielen für Sätze mit propositionalen Einstellungen und werden als intensional angesehen. Der Anschein von Intensionalität, der durch die Wahl entsprechender Beispiele entsteht, schwindet jedoch, wie auch im Falle der epistemischen Aussagen, bei richtiger logischer Analyse des sprachlichen Materials.

Die angeführten Sätze bestehen, als einfache Aussagen mit einer *daß*-Konstruktion betrachtet, aus einem Prädikatterminus, aus ‚hofft' und ‚(be)fürchtet' (symbolisch HO und F) sowie aus zwei Subjekttermini. Der erste von diesen, der Terminus a, steht auch hier für den Namen einer Person, während der zweite von ihnen die Form tX, lX, $sX, eX, \downarrow X$ oder $\uparrow X$ haben kann.[24] Die Aussagen mit diesen Prädikaten besitzen also die Form $HO(a,tX), HO(a,lX), HO(a,sX)$, $HO(a,eX)$, $HO(a,\downarrow X)$ oder $HO(a,\uparrow X)$ bzw. $F(a,tX)$, $F(a,lX)$, $F(a,sX)$, $F(a,eX), F(a,\downarrow X)$ oder $F(a,\uparrow X)$. Wir können nur auf etwas hoffen bzw. befürchten, daß etwas passiert, was in der Zukunft liegt, bzw. auf etwas hoffen oder etwas befürchten, von dem wir noch nicht wissen, ob es eingetreten ist. Deshalb ist bei der Verwendung der Operatoren $\downarrow$ und $\uparrow$ zu beachten, daß es sich bei der Aussage X nicht um eine Aussage über ein zukünftiges *zufälliges* Ereignis handeln darf, wenn Aussagen der Art $HO(a,\downarrow X)$, $HO(a,\uparrow X), F(a,\downarrow X)$ oder $F(a,\uparrow X)$ wahr sein sollen. Da alle Menschen einmal sterben müssen, dürfen wir die Sätze ‚Uwe befürchtet, daß er sterben wird' und ‚Uwe hofft, daß er nicht sterben wird' also als $F(a,\downarrow X)$ bzw. $HO(a,\uparrow X)$ symbolisieren.

4.2 Wünschen und Wollen

Auch das Verb ‚wünschen' wird oftmals als intensional angesehen, weil man meint, daß John durchaus wünschen kann, daß Dr. Jekyll ihn besucht, ohne jedoch auch den Wunsch zu haben, daß Mr. Hyde ihm seine Aufwartung macht. Die logische Analyse des Wortes ‚wünschen' unterscheidet sich nicht von der Analyse des Terminus ‚hoffen'. Die vier Symbolisierungsmöglichkeiten $W\ddot{U}(a,tX), W\ddot{U}(a,lX)$,

[24] Wenn wir den Ausdruck ‚*propositionale* Einstellung' im Russellschen Sinne ganz wörtlich nehmen würden, dürfte an der zweiten Argumentstelle allerdings nur ein Terminus verwendet werden, der eine Proposition bezeichnet. Unter einer bestimmten Interpretation könnte der s-Operator zur Bildung solcher Termini verwendet werden.

$W\ddot{U}(a, sX)$ und $W\ddot{U}(a, eX)$ stehen zur Auswahl, und wenn man das beachtet, kommt keinerlei Paradox zustande.

Etwas anders verhält es sich mit ‚wollen'. Manche Autoren meinen, daß dieses Verb in Verbindung mit Verben, die eine akkusative Ergänzung zulassen, Intensionalität hervorruft. So wird darauf verwiesen, daß der arme Ödipus zwar Jocaste heiraten *wollte*, aber nicht die Absicht hatte, seine eigene Mutter zu ehelichen. Der Satz ‚Ödipus wollte Jocaste heiraten' hat folgende logische Struktur: $WH(a, b)$, wo $WH(..., ...)$ das Prädikat ‚... wollte ... heiraten' ist und die Termini a und b für Namen von Personen stehen. Sätze dieser Art besitzen also die gleiche logische Form wie der Satz ‚Ödipus kennt Jocaste', aus dem sich der Satz ‚Ödipus kennt seine Mutter' ergibt, wenn gilt ‚Jocaste = die Mutter von Ödipus'. Wenn man meint, daß aus der Aussage ‚Ödipus wollte Jocaste heiraten' nicht folgen dürfe ‚Ödipus wollte seine Mutter heiraten', so liegt ähnlich wie bei ‚kennen' eine Verwechslung von verschiedenen Prädikaten vor. Gemeint ist, daß aus ‚Ödipus wollte Jocaste heiraten, die er als (unter dem Namen) Jocaste kennt' nicht folgt ‚Ödipus wollte Jocaste heiraten, die er als seine Mutter kennt' oder ‚Ödipus wollte seine Mutter heiraten, die er als seine Mutter kennt'. Offensichtlich folgt keiner der beiden letztgenannten Sätze aus dem ersten Satz. Das liegt daran, daß der Terminus ‚Jocaste' im Satz ‚Ödipus wollte Jocaste heiraten, die er als Jocaste kennt' nur beim ersten Vorkommen als Terminus vorkommt und folglich nur an dieser Stelle durch einen bedeutungsgleichen Terminus wie ‚seine Mutter' ersetzt werden darf.

5 Aussagen mit Wahrnehmungsverben

Eine dritte Gruppe der intensional genannten Aussagen wird von der großen und vielfältigen Menge der sogenannten Wahrnehmungsberichte gebildet, d.h. von Aussagen über Wahrnehmungsakte wie ‚Uwe sieht, daß die Sonne scheint', ‚Max hört, daß es donnert', ‚Peter riecht, daß die Kartoffeln angebrannt sind', ‚Ute schmeckt, daß das Essen versalzen ist' oder ‚Karl spürt, daß noch jemand im Zimmer ist'.

Bei den in den angeführten Aussagen vorkommenden Wahrnehmungsverben handelt es sich um faktive Verben. Wir können nicht sagen ‚Max hört, daß es donnert, aber es donnert gar nicht' oder ‚Karl spürt, daß noch jemand im Zimmer ist, aber es ist niemand da'. Wir können höchstens sagen ‚Max glaubte zu hören, daß es donnert, aber er irrte sich' oder ‚Karl vermeinte zu spüren, daß noch jemand im Zimmer ist, aber sein Gefühl trog ihn'. Aber wenn jemand hört, daß es donnert, so donnert es wirklich. Wenn es nicht donnert, so kann man auch nicht hören, *daß* es donnert, obwohl man vielleicht irgendeinen ähnlichen Lärm gehört hat.[25]

Betrachten wir die Sätze ‚a sieht, daß X', ‚a hört, daß X', ‚a riecht, daß X', ‚a schmeckt, daß X' und ‚a spürt, daß X'. Bei ihnen handelt es sich, wie auch bei den oben analysierten epistemischen Aussagen, um einfache prädikative Aussagen, die aus einem Prädikatterminus und zwei Subjekttermini bestehen. Der erste dieser Termini bereitet keine Schwierigkeiten, a steht auch hier für den Namen einer Person. Die Analyse der entsprechenden *daß*-Konstruktion, die hier vorgenommen werden muß, um zu klären, welcher Art der zweite Subjektterminus ist, unterscheidet sich jedoch von der Analyse solcher Konstruktionen in Wissensaussagen.

[25] In seinem Buch *Logik und Philosophie* (vgl. Wessel (1976, S. 140 f.)) schreibt H. Wessel unter Verweis auf G. Ryle (vgl. Ryle (1969, S. 270 ff.)), daß es sich bei den Empfindungswörtern ‚sehen', ‚hören', ‚riechen', ‚schmecken' und ‚spüren' um sogenannte *Erfolgsworte* handelt. Im Normalfall werden diese nur verwendet, wenn wir eine Handlung des Schauens, des Horchens, des Schnupperns, des Kostens oder des Tastens erfolgreich abgeschlossen haben.

Die *daß*-Konstruktion kann in diesen Aussagen (wenn bestimmte Voraussetzungen erfüllt sind) mit Hilfe der terminibildenden Operatoren s und $\downarrow$ als $P(a, sX)$ und $P(a, \downarrow X)$, wo P für die Prädikate ‚sieht', ‚hört', ‚riecht', ‚schmeckt' und ‚spürt' (symbolisch entsprechend SE, $H\ddot{O}$, RIE, SCH und SP) steht, symbolisiert werden. Bei Wahrnehmungsakten muß es sich bei dem Terminus sX in jedem Fall um einen Ereignisterminus handeln, da die Aussage X, aus welcher er gebildet wird, hier nur eine lokale und singuläre Aussage, in der alle Termini empirische Termini sind und die weder logisch noch analytisch wahr, noch logisch oder analytisch falsch ist, sein kann. Allein schon aus diesem Grund ist die Symbolisierung von ‚a sieht, daß $p\vee \sim p$' als $SE(a, s(p\vee \sim p))$ ausgeschlossen, denn die Aussage $p\vee \sim p$ ist logisch wahr und der Terminus $s(p\vee \sim p)$ somit kein Ereignisterminus.

Darüber hinaus braucht man sich aber m.E. gar nicht die Mühe zu machen, nach der logischen Form von Sätzen der Art ‚a sieht, daß $p \supset q$' oder ‚a sieht, daß $p\vee \sim p$' zu suchen, denn es ist unsinnig zu sagen, daß jemand einen zusammengesetzten Sachverhalt der Art $s(p \supset q)$ sieht oder hört. Wessel hat darauf hingewiesen, daß sich in der Sprache der nichttraditionellen Prädikationstheorie folgendes neue Dogma des logischen Empirismus formulieren ließe: Beobachtungsaussagen können nur die Form $\neg P(s^1, ..., s^n)$ oder $P(s^1, ..., s^n)$ haben, wobei $n \geq 1$ und P ein n-stelliges Prädikat ist. Alle anderen Aussagen, auch solche der Form $\sim X$ mit der äußeren Negation, sind logisch zusammengesetzt und können nicht unmittelbares Beobachtungsergebnis sein.[26]

Aussagen der Art ‚a sieht, daß $p\vee \sim p$' und ‚a sieht, daß $p \supset q$' lassen sich jedoch problemlos mit Hilfe des terminibildenden Operators t wiedergeben. Aussagen bzw. Aussagesätze sehe ich als von Menschen für bestimmte Zwecke geschaffene sprachliche Gebilde an, die *wahrnehmbar* und in bestimmter Weise in Raum und Zeit angeordnet sind. Man kann sie natürlich weder riechen noch spüren, wohl aber sehen oder hören. Aussagen mit den Prädikaten ‚sehen' und ‚hören' können also auch die Form $SE(a, tX)$ bzw. $H\ddot{O}(a, tX)$ haben. So kann man, etwa beim Betreten der Humboldt-Universität, die Aussage[27] ‚Die Philosophen haben die Welt nur verschieden interpretiert, es kommt aber darauf an, sie zu verändern' sehen, oder man kann, etwa in einer Logikprüfung, die Aussage ‚Eine Klasse von Formeln, die nicht gemeinsam erfüllbar ist, wird eine widersprüchliche Formelklasse genannt' hören.

Aus dem gleichen Grund, aus dem wir die Symbolisierung von ‚a sieht, daß $p \supset q$' als $SE(a, s(p \supset q))$ verwerfen, müssen wir die Symbolisierung dieses Satzes als $SE(a, l(p \supset q))$, $SE(a, e(p \supset q)), SE(a, \downarrow (p \supset q))$ oder $SE(a, \uparrow (p \supset q))$ verwerfen. Gegen die Verwendung des letztgenannten Ausdrucks spricht außerdem, daß es sich bei den Wahrnehmungsprädikaten um faktive Prädikate handelt.

Nicht alle Wahrnehmungsberichte werden mit Hilfe von *daß*-Konstruktionen abgefaßt. Sätze der Art ‚Uwe sieht Ute' oder ‚Max riecht den Käse' bestehen aus einem zweistelligen Wahrnehmungsprädikat und zwei Subjekttermini, die die Aufgabe haben, Gegenstände zu bezeichnen; sie besitzen also die Struktur $SE(a, b)$ bzw. $RIE(a, b)$.

6 Die logische Struktur modaler Aussagen

Zu Beginn der vorliegenden Arbeit wurde darauf hingewiesen, daß Aussagen mit den alethischen Modalitäten ‚notwendig', ‚möglich', ‚zufällig' und ‚unmöglich' von

[26] Vgl. Wessel (1994, S. 377).

[27] Wenn sie nicht gerade wieder einmal verhüllt ist.

einigen Autoren, wie etwa von R. Carnap in *Bedeutung und Notwendigkeit*, geradezu als Prototyp von intensionalen Aussagen angesehen werden. Deshalb möchte ich kurz auf die logische Form von Sätzen mit diesen Termini eingehen, die üblicherweise zu den Modalitäten im engeren Sinne gerechnet werden. Auf die Betrachtung von Modalitäten im weiteren Sinne, zu denen man außer den bereits angeführten noch die Wörter ‚beweisbar', ‚widerlegbar', ‚unentscheidbar', ‚entscheidbar', ‚verifizierbar', ‚falsifizierbar', ‚überprüfbar', ‚unüberprüfbar' (*epistemische Modalitäten*) sowie die Wörter ‚geboten' (‚obligatorisch'), ‚verboten' und ‚erlaubt' (*deontische Modalitäten*) rechnet, will ich hier genauso verzichten, wie auf die Analyse der sogenannten axiologischen oder zeitlichen Modalitäten.[28]

6.1 Alethische Modalitäten

Aussagen mit den alethischen Modalitäten ‚notwendig', ‚möglich', ‚zufällig' und ‚unmöglich' werden, wenn sie keine Quantoren enthalten, als einfache Aussagen im Sinne der nichttraditionellen Prädikationstheorie angesehen, die sich immer in Sätze mit *daß*-Konstruktionen umformen lassen. Das sind dann beispielsweise Sätze der folgenden Art: ‚Es ist zufällig, daß Mutationen auftreten', ‚Es war historisch notwendig, daß sich die Wiedervereinigung Deutschlands vollzog', ‚Es war nicht notwendig, daß dieser Verkehrsunfall geschah', ‚Es ist unmöglich, daß ein Sachverhalt und der ihm entgegengesetzte Sachverhalt gleichzeitig existieren', ‚Es ist notwendig, daß eine gerade Zahl durch 2 teilbar ist'.

Faktische alethische Modalitäten

Aus dieser Auffassung folgt, daß ich die faktischen alethischen Modalitäten ‚es ist faktisch notwendig, daß ...' (N_f), ‚es ist faktisch möglich, daß ...' (M_f) usw. als Prädikate ansehe.[29] Als Subjekte in modalen Aussagen mit diesen Prädikaten treten sowohl Ereignistermini der Form sXals auch Termini dieser Form, die aus theoretischen Aussagen gebildet worden sind auf. So kann es sich in der Aussage ‚Wenn etwas logisch notwendig ist, so ist es auch faktisch notwendig' durchaus um die Notwendigkeit eines theoretischen Sachverhaltes handeln. Wenn P_f ein beliebiges faktisches alethisches modales Prädikat ist, so haben einfache modale Aussagen also die Form $P_f(sX)$.

H. Wessel hat darauf verwiesen, daß in der Umgangssprache und in den Wissenschaftssprachen auch strukturell einfache Ereignistermini wie ‚Autounfall', ‚Zusammenstoß', ‚Niederlage', ‚Geburt', ‚Tod', ‚Eheschließung', ‚Elfmetertor' usw. verwendet und daß auch modale Aussagen der Art ‚x war notwendig' gebildet werden, wo x ein einfacher Ereignisterminus ist. Wie er meint, ist aber leicht einzusehen, daß solche Ereignistermini x nur als Abkürzung von Termini der Form sX eingeführt werden und Aussagen mit ihnen deshalb als $P_f(x)$ wiedergegeben werden können.[30]

---

[28] Auf die Analyse von epistemischen Modalitäten gehen wir in Wessel/Wuttich (Manuskript) ein.

[29] Die Deutung der Modalitäten als Aussagenoperatoren, die sich bei der Analyse von logischen alethischen Modalitäten in der Modallogik durchgesetzt hat und derzufolge modale Aussagen die Form $\triangle X$ haben, wo $\triangle$ für einen Modaloperator und X für eine beliebige Aussage steht, halte ich für nicht adäquat. Einen Grund für die allgemeine Akzeptanz dieses Herangehens unter den Modallogikern könnte man in der Annahme sehen, daß sich Modaloperatoren technisch leichter handhaben lassen als Modalprädikate. Nicht unterschätzt werden darf hierbei sicherlich die Macht der Gewohnheit, denn es gibt kaum Versuche, Modallogiken aufzubauen, in denen modale Aussagen als aus Subjekt- und Prädikatterminus bestehend angesehen werden.

[30] Vgl. Wessel (1984, S. 334).

Logische alethische Modalitäten

Analog zu den faktischen alethischen Modalitäten sehe ich auch die logischen alethischen Modalitäten ‚es ist logisch notwendig, daß ...' (N_l), ‚es ist logisch möglich, daß ...' (M_l) usw. als Prädikate an. Die Subjekte in Aussagen mit diesen Prädikaten können auch hier sowohl Ereignistermini als auch Subjekttermini sein, die mit Hilfe des terminibildenden Operators s aus theoretischen, d.h. nichtempirischen Aussagen gebildet werden. Man kann nicht nur über die logische Notwendigkeit oder Möglichkeit von Subjekten der Art $s(2 + 2 = 4)$, sondern auch über die logische Notwendigkeit oder Möglichkeit von Subjekten wie s(Berlin liegt an der Spree) sprechen (genauso, wie man über die faktische Notwenigkeit oder Möglichkeit derselben sprechen kann). Die Aussage $N_l s(2+2=4)$ wird dann sicherlich als wahr und die Aussage $N_l s$(Berlin liegt an der Spree) sicherlich als falsch angesehen werden. Es sind ganz einfach verschiedene Fragen, welche Subjekte zugelassen sind und für welche Subjekte Aussagen wahr sein können.

Eine andere Frage ist, ob es sich bei dem Prädikat N_l um ein *faktives* Prädikat handelt, ob also Aussagen mit diesem Prädikat nicht auch als $N_l(\downarrow X)$ symbolisiert werden sollten, weil für die Wahrheit von ‚Es ist logisch notwendig, daß X' die Wahrheit von X vorausgesetzt wird. Die Gültigkeit von Formeln der Art $N_l p \supset p$ ist in der alethischen Modallogik unumstritten. Ich sehe die Symbolisierung mit $N_l(\downarrow X)$ aus folgendem Grund als problematisch an und verzichte deshalb auf sie: In der Modallogik wird großer Wert auf die gegenseitige Definierbarkeit der Modalitäten gelegt. Wenn man beispielsweise die Aussagen ‚Es ist notwendig, daß X' und ‚Es ist möglich, daß X' in der üblichen Art und Weise gegenseitig definieren will, wenn also beide Prädikate in ein- und derselben Formel verwendet werden, so darf man nur Subjekttermini der gleichen Art verwenden. Definitionen der Form $M_l(sX) =_{df} \sim N_l(\downarrow\sim X)$ machen keinen Sinn. Analoges trifft auf die faktische Möglichkeit und Notwendigkeit zu.

Wenn P_l ein beliebiges logisches alethisches Prädikat und X eine beliebige Aussage ist, so haben einfache modale Aussagen mit logischen alethischen Modalitäten die Form $P_l(sX)$. Sie haben also die gleiche logische Struktur wie die Aussagen mit faktischen alethischen Modalitäten.

7 Die Ersetzbarkeitsregel ist universal gültig

Wie oben gesagt wurde, beruht der Mythos von der Existenz intensionaler Kontexte auf der Behauptung, daß die Ersetzbarkeitsregel für bedeutungsgleiche Ausdrücke in bestimmten Fällen versagt. Diese Regel ($ER^{\rightleftharpoons}$) läßt sich mit den Mitteln der logischen Terminitheorie wie folgt formulieren:

$$\frac{\begin{array}{c} ta \rightleftharpoons tb \\ X \end{array}}{X\,[a/b]\,,}$$

wobei das Symbol $X\,[a/b]$ einen beliebigen Ausdruck darstellt, den man aus X durch Ersetzen von Null oder mehr Vorkommen von a als Terminus in X durch b erhält, und die in beliebigen Kontexten gilt. Im folgenden will ich zeigen, daß ($ER^{\rightleftharpoons}$) bei der hier vorgestellten Analyse ihre Gültigkeit bewahrt.

Die Punkte (c) aus $TR1$ und $TR2$ bzw. (b) aus $TR3 - TR7$ legen fest, unter welchen Bedingungen Termini, die mit Hilfe der Operatoren t bzw. l, s, e, $\downarrow$ und $\uparrow$ gebildet wurden, bedeutungsgleich sind. Deshalb bereitet die Frage nach der Ersetzbarkeit der Termini $s^1, ..., s^n$ in einer beliebigen Aussage $P(s^1, ..., s^n)$ auch

dann keine Probleme, wenn sie die Form eines der Ausdrücke tX, lX, sX, eX, $\downarrow X$ oder $\uparrow X$ haben.

Betrachten wir Aussagen mit der Struktur $P(a, tX)$. Den in ihnen vorkommenden Terminus a dürfen wir durch jeden Terminus ersetzen, der mit ihm bedeutungsgleich ist , d.h. die gleiche Person bezeichnet. (Das gilt natürlich auch für Aussagen mit der Struktur $P(a, lX)$, $P(a, sX)$, $P(a, eX)$, $P(a, \downarrow X)$ oder $P(a, \uparrow X)$.) Wenn die Termini ‚Max' und ‚der einzige deutsche Logikprofessor in Polen' bedeutungsgleich sind, so darf beispielsweise aus ‚Max sagte 'Das Fenster ist offen'' auf ‚Der einzige deutsche Logikprofessor in Polen sagte 'Das Fenster ist offen'' geschlossen werden.

Die Kriterien für die Ersetzbarkeit des Terminus tX wurden bei der Einführung von Ausdrücken dieser Art in der Definition $TR2$ festgelegt: Hiernach ist tX bedeutungsgleich mit jedem anderen individuellen Subjektterminus, der diese Aussage bezeichnet. Der Terminus tX darf also nur durch einen individuellen Subjektterminus, der ein Name der Aussage X ist, ersetzt werden.

Von einem Besucher der Humboldt-Universität (nennen wir ihn a), der beim Betreten des Hauptgebäudes den Satz ‚Die Philosophen haben die Welt nur verschieden interpretiert, es kommt aber darauf an, sie zu verändern' (abgekürzt: X) gelesen hat, kann man sicherlich sagen, daß er diese Aussage nun kennt. Es gilt also $K(a, tX)$. Diese Aussage X ist (bei einer Reihe von Menschen) unter dem Namen ‚11. Feuerbachthese' (symbolisch: b) bekannt, auch wenn die Originalthese von Marx lautet: ‚Die Philosophen haben die Welt nur verschieden interpretiert, es kömmt drauf an, sie zu verändern' (abgekürzt: Y). Der Terminus ‚11. Feuerbachthese, wie sie im Foyer der Humboldt-Universität zu lesen ist' (abgekürzt: c) ist anders als ‚11. Feuerbachthese' ein individueller Subjektterminus, und er ist genau wie tX ein Name der Aussage X. Dies vorausgesetzt, kann man also sagen, daß a die 11. Feuerbachthese, wie sie im Foyer der Humboldt-Universität zu lesen ist, kennt, symbolisch: $K(a, c)$. Daraus folgt natürlich nicht, daß a die anderslautende Aussage ‚Die Philosophen haben die Welt nur verschieden interpretiert, es kömmt drauf an, sie zu verändern' kennt, auch wenn diese von Marxkennern ebenfalls ‚11. Feuerbachthese' genannt wird. Aus $K(a, tX)$ kann man also weder auf $K(a, b)$, noch auf $K(a, tY)$ schließen, sondern nur auf $K(a, c)$.

Wird der Satz ‚Uwe glaubt, daß die Wolga länger ist als der Rhein' mit Hilfe von t als $G(a, tX)$ beschrieben, so können wir daraus nicht auf $G(a, tY)$ schließen, wo Y der Satz ist ‚Der längste russische Fluß ist länger als der längste deutsche Fluß'. Wir können also nicht aus $G(a, tX)$ auf $G(a, tY)$ folgern, nur weil man die Aussage Y aus X durch Ersetzung von bedeutungsgleichen Termini erhalten kann oder weil die Sätze X oder Y den gleichen Wahrheitswert besitzen. X kommt in $G(a, tX)$ nicht als Aussage vor, sondern als graphischer Teil eines Terminus, und kann allein aus diesem Grund nicht ersetzt werden. Ersetzt werden darf nur der Terminus tX, und zwar durch einen anderen individuellen Subjektterminus, der ein Name der Aussage X ist. In dem obigen Beispiel ist tY jedoch kein anderer Eigenname für tX.

Wird der Satz über Uwes Glauben in bezug auf die genannten Flüsse aber durch die Formel $G(a, sX)$ beschrieben, so läßt sich aus $G(a, sX)$ auf $G(a, sY)$, d.h. auf ‚Uwe glaubt, daß der längste russische Fluß länger ist als der längste deutsche Fluß' schließen, denn die beiden Termini sX und sY sind unter der Voraussetzung, daß die Wolga der längste russische Fluß und daß der Rhein der längste deutsche Fluß ist, nach Punkt (b) aus $TR4$ bedeutungsgleich. Hiernach und nach $TR3$ gilt $tsX \rightleftharpoons tsY$ (die Termini sX und sY sind bedeutungsgleich), wenn $X \dashv\vdash Y$ (wenn zwischen X und Y die Beziehung der gegenseitigen Folgebeziehung besteht) oder wenn $X \wedge Z \dashv\vdash Y \wedge Z$, wobei Z eine wahre Aussage über die Bedeutungsgleichheit

von zwei Termini a und b ist oder eine Konjunktion von wahren Aussagen dieser Art.

Diese verschiedenen Symbolisierungsmöglichkeiten erklären ebenfalls, weshalb John zwar hoffen kann, daß Dr. Jekyll ihn besucht, ohne daß er damit auch hoffen müßte, daß ihn Mr. Hyde besucht. Solch ein Schluß ist nicht gewährleistet, wenn wir dem ersten Satz die Form $HO(a, tX)$ zusprechen. Wird dagegen die Aussage ‚John hofft, daß ihn Dr. Jekyll besucht' durch den Ausdrucke $HO(a, sX)$ symbolisiert, so ist nichts Paradoxes an dem erwähnten Schluß. Ähnliches ließe sich von den Sätzen ‚John befürchtet, daß ihn Mr. Hyde besucht' und ‚John befürchtet, daß ihn Dr. Jekyll besucht' sagen.

Bei einer solchen Analyse bereiten auch Aussagen mit den oben angeführten Wahrnehmungsverben, die die Struktur $P(a, sX)$ oder $P(a, \downarrow X)$ haben, keine besonderen Probleme. Wenn also beispielsweise John sieht, daß Dr. Jekyll zur Kirche geht, dann sieht er wegen der Bedeutungsgleichheit der Termini ‚Dr. Jekyll' und ‚Mr. Hyde' (und wegen der Bedingungen für die Bedeutungsgleichheit der Termini sX und $\downarrow X$) auch, daß Mr. Hyde zur Kirche geht. Hieran ist nichts Paradoxes. Es wird ja nicht behauptet, daß John den Kirchgänger, der ihm unter dem Namen ‚Dr. Jekyll' bekannt ist, auch unter dem Namen ‚Mr. Hyde' kennt, daß er also beim Anblick des zur Kirche strebenden Mannes einen Gedanken von der Art ‚Aha, Mr. Hyde geht zur Kirche' gehabt hat. Und wenn Uwe den Käse riecht, dann riecht er selbstverständlich auch das schimmlige Zeug aus der Dose, die er in seinem Kühlschrank gefunden hat (falls diese Beschreibung auf seinen Käse paßt).

Genausowenig Probleme bereitet dann die Ersetzbarkeit von bedeutungsgleichen Termini, wenn wir bei der Symbolisierung der entsprechenden Sätze die terminibildenden Operatoren l, e, $\downarrow$oder $\uparrow$verwendet haben. Nehmen wir z.B. den Satz: ‚Karl glaubt, daß $X \wedge Y$'. Mit Hilfe des Operators l nimmt er die Form $G(a, l(X \wedge Y))$ an. Die oben angeführte Definition $TR3$ regelt die Bedeutungsgleichheit von Termini der Art lX. Danach gilt, daß zwei Termini lX und lY bedeutungsgleich sind genau dann, wenn $X \dashv\vdash Y$. Da wir nach dem Substitutionsprinzip bedeutungsgleiche Ausdrücke gegenseitig ersetzen dürfen, folgt aus dem Satz $G(a, l(X \wedge Y))$ die Aussage $G(a, l(\sim (\sim X \vee \sim Y)))$. Aus ähnlichen Gründen folgt aus dem Ausdruck $G(a, e(X \wedge Y))$ der Ausdruck $G(a, e(\sim (\sim X \vee \sim Y)))$, denn die Termini eX und eY sind nach $TR5$ bedeutungsgleich, wenn $X \equiv Y$.

Der Operator $\downarrow$ wird in der Regel nur dann verwendet, wenn es sich um faktive Prädikate handelt, wie etwa in dem Satz ‚Lieschen Müller weiß, daß Stendhal den Roman 'Rot und Schwarz' schrieb'. Wenn wir diesen Satz durch $W(a, \downarrow X)$ symbolisieren, wo a für den Namen ‚Lieschen Müller' und X für die Aussage ‚Stendhal schrieb den Roman 'Rot und Schwarz'" stehen, und annehmen, daß die Namen ‚Stendhal' und ‚Henry Beyle' bedeutungsgleich sind, so dürfen wir nicht ohne weiteres daraus auf den Satz ‚Lieschen Müller weiß, daß Henry Beyle den Roman 'Rot und Schwarz' schrieb' schließen. Der Grund dafür besteht darin, daß der Terminus ‚Stendhal' in dem Satz ‚Lieschen Müller weiß, daß Stendhal den Roman 'Rot und Schwarz' schrieb' nicht als Terminus, sondern nur als graphischer Bestandteil des Terminus $\downarrow X$ vorkommt. Wir haben bisher keine logische Regel kennengelernt, die uns solch eine Ersetzung gestatten würde.

Dennoch folgt bei der Symbolisierung der Wissensaussage ‚Lieschen Müller weiß, daß Stendhal den Roman 'Rot und Schwarz' schrieb' als $W(a, \downarrow X)$ der Satz ‚Lieschen Müller weiß, daß Henry Beyle den Roman 'Rot und Schwarz' schrieb', symbolisch $W(a, \downarrow Y)$, genau wie aus der Symbolisierung dieses Satzes als $W(a, sX)$ der Satz $W(a, sY)$ folgt. Das hängt mit den Ersetzbarkeitsbedingungen für Termini der Form $\downarrow X$ zusammen. Nach $TR6$ sind zwei Termini $\downarrow X$ und

$\downarrow Y$ bedeutungsgleich genau dann, wenn die Termini sX und sY bedeutungsgleich sind. Bei der Betrachtung von Glaubensaussagen mit der Struktur $G(a, sX)$ hatten wir gesehen, daß man aus der Wahrheit von $G(a, sX)$ auf die Wahrheit von $G(a, sY)$ schließen darf, wenn die Aussagen X und Y logisch auseinander folgen oder wenn die gegenseitige logische Folgebeziehung auf wahren Aussagen über die Bedeutungsgleichheit von in diesen Aussagen vorkommenden Termini beruht. Diese Bedingungen sind auch bei den Aussagen über Lieschen Müllers Wissen erfüllt, so daß der Schluß von $W(a, sX)$ auf $W(a, sY)$ und somit auch von $W(a, \downarrow X)$ auf $W(a, \downarrow Y)$ korrekt ist. Das besagt natürlich nicht, daß Lieschen Müller den Satz ‚Henry Beyle schrieb den Roman 'Rot und Schwarz'' im Sinne von $W(a, tX)$ weiß, genausowenig, wie in dem ersten Satz behauptet wird, daß sie den Satz ‚Stendhal schrieb den Roman 'Rot und Schwarz'' weiß. Weder in der Aussage $W(a, sX)$ noch in der Aussage $W(a, \downarrow X)$ wird der Person a das Wissen eines ganz bestimmten Satzes und die Kenntnis bestimmter Termini zugesprochen.

Das, was in den Terminiregeln $TR5$ und $TR6$ über die Bedingungen für die Bedeutungsgleichheit der Termini sX und $\downarrow X$ festgelegt wurde, läßt vermuten, daß neben der allgemeinen Ersetzbarkeitsregel für bedeutungsgleiche Termini ($ER^{\rightleftharpoons}$) spezielle Ersetzbarkeitsregeln für Termini der Art sX und $\downarrow X$ gelten. Das ist tatsächlich der Fall, denn es gelten zusätzliche Ersetzbarkeitsregeln der folgenden Struktur:

$$\frac{ta \rightleftharpoons tb \quad P(\alpha^1, ..., \alpha^n, sX)}{P(\alpha^1, ..., \alpha^n, sX\,[a/b])} \qquad \frac{ta \rightleftharpoons tb \quad P(\alpha^1, ..., \alpha^n, \downarrow X)}{P(\alpha^1, ..., \alpha^n, \downarrow X\,[a/b])}$$

wo $n \geq 0$. Das Symbol P bezeichnet hier ein beliebiges Prädikat, das Aussagen mit den Termini sX und $\downarrow X$ bildet, die Symbole $\alpha^1, ..., \alpha^n$ stehen für beliebige Subjekttermini. So lassen sich beispielsweise leicht die folgenden zusätzlichen Ersetzbarkeitsregeln beweisen:[31]

$$\frac{ta \rightleftharpoons tb \quad G(c, sX)}{G(c, sX\,[a/b]),} \qquad \frac{ta \rightleftharpoons tb \quad W(c, \downarrow X)}{W(c, \downarrow X\,[a/b])} \qquad \frac{ta \rightleftharpoons tb \quad N_l(sX)}{N_l(sX\,[a/b]).}$$

Regeln wie die soeben angeführten, wo der terminibildende Operator t an Stelle von s oder $\downarrow$ steht, lassen sich dagegen nicht beweisen.

Literatur

Carnap, R.: *Bedeutung und Notwendigkeit.* Wien / New York 1972.

Ejerhed, E.: Tense as a Source of Intensional Ambiguity. In: F. Heny (Hrsg.): *Ambiguities in Intensional Contexts.* Dordrecht 1980, 231-252.

Frege, G.: Über Sinn und Bedeutung. *Zeitschrift für Philosophie und phil. Kritik* C(1892), 25-50. Wiederabgedruckt in: G. Frege: *Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien.* Hrsg. und eingeleitet von G. Patzig, Göttingen ^{4}1975, 40-65.

Kreiser, L.; Gottwald, S.; Stelzner, W.: *Nichtklassische Logik.* Berlin 1988.

Kripke, S. A.: A Puzzle about Belief. In: N. Salmon; S. Soames (Hrsg.): *Propositions and Attitudes,* Oxford 1988, 103-148.

Kutschera, F. von: *Einführung in die intensionale Semantik.* Berlin / New York 1976.

[31] Auf die Beweise will ich hier aus Platzgründen verzichten. Sie sind im Kapitel 4 von Wessel/Wuttich (Manuskript) zu finden.

Lejewski, C.: Propositional Attitudes and Extensionality. In: Morscher; Neumaier; Zecha (Hrsg.): *Philosophie als Wissenschaft.* Comes / Bad Reichenhall 1981, 211-228.

Quine, W. v. O.: *Wort und Gegenstand.* Stuttgart 1980.

Ryle, G.: *Der Begriff des Geistes.* Stuttgart 1969.

Scheffler, U.: On the Logic of Event Causation I. Fundamental Reflections. *Logic and Logical Philosophy.* 1(1993), 129-155.

Searle, J. R.: *Intentionalität: Eine Abhandlung zur Philosophie des Geistes.* Frankfurt am Main 1987.

Sinowjew, A. A.: Očerk epistemičeskoj logiki. *Teorie a metoda,* 7 (1975) 4, 37-46.

Sinowjew, A.; Wessel, H.: *Logische Sprachregeln.* Berlin 1975.

Wessel, H.: *Logik.* Berlin 1984.

Wessel, H.: Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik? In: L. Danneberg; A. Kamlah; L. Schäfer (Hrsg.): *Hans Reichenbach und die Berliner Gruppe.* Braunschweig / Wiesbaden 1994, 373-379.

Wessel, H. (1995a): Grundlagen einer Theorie der Termini. *Zeitschrift für Semiotik*, 17 (1995) 3-4, 355-367.

Wessel, H. (1995b): Wider den Mythos intensionaler Kontexte. *Zeitschrift für Semiotik*, 17(1995)3-4, 369-378.

Wessel, H. (1995c): Krippkes Puzzle ist kein Puzzle. *Ruch Filozoficzny* LII (1995) 3-4, 460-470.

Wessel, H.; Wuttich, K.: Intensionalität - Entstehung und Kritik eines Mythos (Manuskript).

Wuttich, K.: *Glaube, Zweifel, Wissen.* Berlin 1991.

Wuttich, K. (1995a): Intensional Contexts - Genesis and Criticism of a Mythos. In: *Volume of Abstracts. 10th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science. August 19-25, 1995 - Florence, Italy.* Florence 1995, 192.

Wuttich, K. (1995b): Are the Past and the Future really opacity-creating Operators? *Logic and Logical Philosophy.* 3(1995), 191-199.

Zinov'ev, A. A.: *Logical Physics.* Dordrecht / Boston / London 1983.

MAX URCHS

KONTRADIKTIONEN UND WIDERSPRÜCHE

Herrn Professor Horst Wessel
mit herzlichen Glückwünschen
zu seinem 60. Geburtstag

1 Zur logischen Analyse von Diskussionen

Es ist keine nationale Besonderheit der Polen, daß Gruppen von mehr als drei nicht ohne weiteres auf einen gemeinsamen Nenner kommen. Gewiß ließen sich in soziobiologischer Manier leicht evolutionär positive Aspekte dieses Zustandes herausfinden, aber soo weit wollen wir das Thema denn doch nicht auslegen. Wir stellen einfach fest: mangelnde Kohärenz von Überzeugungen ist selbst in kleinen Gruppen normal, völlige Übereinstimmung aller Meinungen dagegen eher ein in Krisenzeiten beschworenes patriotisches Ideal denn real zu beobachtendes soziologisches Phänomen.

Auch im Wissenschaftsbetrieb ist es der Normalfall, daß mehrköpfige Gremien zu einem Forschungsthema verschiedener Ansicht sind. Zumindest solchen wissenschaftlichen Disputen (wenn schon nicht den im Alltag auftretenden Meinungsdifferenzen) muß nun aber auch die Logik ihre geschätzte Aufmerksamkeit widmen, will sie nicht als zunehmend weltfremde Disziplin im elfenbeinernen Hungerturm darben.

Neben pragmatischen Erwägungen sprechen aber auch gute logische und epistemologische Gründe für diesen Gegenstand, anders ausgedrückt: er ist von erheblichem kognitionswissenschaftlichem Interesse.

Für eine logische Analyse sind zunächst einige behutsame Vereinfachungen unvermeidlich. Die Betonung liegt auf *behutsam* — wir wollen sozusagen die natürlichen Reize der logisch zu behandelnden Landschaften nach Möglichkeit erhalten, statt rigoros Baufreiheit zu schaffen, daß heißt, alles mit der „Abstraktionswalze“ plattzumachen. Eine auf so vorbehandeltem Gebiet vollzogene logische Analyse führt vielleicht noch zu eleganten Kalkülen, aber sie interessiert niemanden mehr, außer (bestenfalls) einer Handvoll Logiker.[1]

[1] „F. P. Ramsey hat einmal im Gespräch mit mir betont, die Logik sei eine *normative Wissenschaft*. Genau welche Idee ihm dabei vorschwebte, weiß ich nicht; sie war aber zweifellos eng verwandt mit der, die mir erst später aufgegangen ist: daß wir nämlich in der Philosophie den

Wissenschaftliche Diskussionen finden in Gemeinschaften statt, die über einen gemeinsamen Wissenshintergrund verfügen. Man hat also eine gemeinsame Basis. Diese Gemeinsamkeit darf freilich nicht allzu umfassend sein, denn auch die akademischste Diskussion zündet nicht so recht ohne einen Diskussionsgegenstand. Es muß also noch etwas übrigbleiben, worüber sich streiten läßt. Weiterhin bemerkt man, daß eine wissenschaftliche Diskussion weniger redundant und in der Regel mit größerer methodischer Homogenität verläuft als Streitereien zu fortgeschrittener Stunde innerhalb einer Vergleichsgruppe am Bierkiosk. Dies zeigt sich etwa darin, daß entgegenzutretenden Ansichten des Diskussionspartners in adäquaten sprachlichen und stilistischen Formen argumentierend widersprochen wird. Das bloße Insistieren auf der eigenen, abweichenden Position wird im allgemeinen im Wissenschaftsbetrieb ebenso wenig geschätzt wie polemische oder gar nichtverbale Angriffe auf den Adversaten.

Kennzeichnend für wissenschaftliche Dispute ist ferner — zumindest im Normalfall — eine bewußte und weitgehende Einschränkung der genutzten sprachlichen und stilistischen Mittel. Dies ermöglicht nun, ohne Beschränkung der Allgemeinheit anzunehmen, daß alle wesentlichen Merkmale der Diskussion in Form eines nur die tatsächlich vorgebrachten Thesen erfassenden Protokolls repräsentiert werden können.[2]

Eine andere Einschränkung betrifft die Teilnehmerzahl. Im Extremfall könnte man annehmen, ein und dieselbe Person sei sich über manche Dinge uneins und versuche, darüber ins reine zu kommen. Möglicherweise verliefe dieser Prozeß dann (üblicherweise stillschweigend, aber) nach ähnlichen Prinzipien wie bei Diskussionen zwischen verschiedenen Personen. Wir wollen diesen Fall einfach deshalb ausschließen, weil er vermutlich sehr viel mehr durch psychologische Faktoren bestimmt ist als die uns hier interessierende Mehr-Personen-Variante und weil seine Behandlung dementsprechend andere Methoden erfordern würde.

2 Aetiologie der Kontradiktionen

Uns interessiert im folgenden vor allem die Widerspruchsproblematik. Bezüglich dieser Frage ist die zuletzt diskutierte Einschränkung wohl weniger wichtig, als ich früher glaubte. An anderer Stelle (vgl. Urchs (1995)) habe ich die Ansicht vertreten, rationale Sprecher dürften keinesfalls konträre Thesen äußern, im Unterschied zu Diskussionsgruppen, in denen gerade das zum Standard gehört. Ich halte diese Forderung angesichts des Alltags im Wissenschaftsbetrieb inzwischen für zu stark.[3]

Gebrauch der Wörter oft mit Spielen, Kalkülen nach festen Regeln, *vergleichen*, aber nicht sagen können, wer die Sprache gebraucht, *müsse* ein solches Spiel spielen. — Sagt man aber nun, daß unser sprachlicher Ausdruck sich solchen Kalkülen *nur nähert*, so steht man damit unmittelbar am Rande eines Mißverständnisses. Denn so kann es scheinen, als redeten wir in der Logik von einer *idealen* Sprache. Als wäre unsere Logik eine Logik, gleichsam, für den luftleeren Raum. — Während die Logik doch nicht von der Sprache — bzw. vom Denken — handelt in dem Sinne wie eine Naturwissenschaft von einer Naturerscheinung, und man höchstens sagen kann, wir *konstruierten* ideale Sprachen. Aber hier wäre das Wort „ideal" irreführend, denn das klingt, als wären unsere Sprachen besser, damit er den Menschen endlich zeigt, wie ein richtiger Satz ausschaut." (Wittgenstein (1990), aus §81)

[2] Wir abstrahieren also sowohl von emotionalen und anderen schlecht verbalisierbaren Begleitumständen der Diskussion als auch von der oft beträchtlichen räumlichen Entfernung zwischen den einzelnen Teilnehmern an Diskussionsforen sowie von der konkreten Form der Kommunikation (mündlich, schriftlich oder in irgendwelcher elektronischer Art und Weise). Aber wir schreiben die Diskussion zum Zwecke der Formalisierung nicht um.

[3] Eine sehr anregende Illustration zum oben Gesagten findet man bei Hans Reichenbach: „[I]n ihren Grundlagen enthielt die Bohrsche Theorie den Widerspruch zur klassischen Physik. Dieser Widerspruch in den Grundlagen machte sich [...] darin bemerkbar, daß eine eigentümliche Un-

Konkrete Menschen haben üblicherweise inkonsistente Ansichten (jedenfalls schon dann, wenn sie die formale Arithmetik kennen und an deren Konsistenz glauben ...). Dann aber scheint die Annahme, die Diskussionsteilnehmer seien hinsichtlich der laufenden Diskussion konsistent, d.h., kein Teilnehmer widerspricht sich selbst zu irgendeinem der behandelten Themen, zu stark und somit konterintuitiv zu sein. Man sollte im Interesse der „Lebendigkeit" der Formalisierung eben nicht voraussetzen, daß jeder Teilnehmer über konsistentes Fachwissen verfügt.

Es muß in der Tat ausgeschlossen werden, daß Teilnehmer einer wissenschaftlichen Diskussion völlig sanktionslos „A und $\neg A$" behaupten dürfen — jedoch scheint „A, aber doch schließlich $\neg A$" kein gar so ungewöhnliches Diskussionsgebaren zu sein. Noch augenfälliger wird die Situation, wenn man, wie etwa im Bereich der Wissensdynamik allgemein üblich, den Sprecher verpflichtet, auch logische Konsequenzen seiner Überzeugungen zu vertreten. Es scheint also unumgänglich, auch dem einzelnen Diskussionsteilnehmer zuzugestehen, inkonsistente Überzeugungen zu äußern, solange er nur keine Widersprüche behauptet: „A, $\neg A$" ist zulässig, „$A \wedge \neg A$" aber nicht. Der Schnitt verläuft nicht zwischen Gruppen von mehreren Sprechern und einem einzelnen, sondern zwischen „harten Widersprüchen" und „bloßen Inkonsistenzen".

Es gibt in Diskussionen offenbar bestimmte Regeln, nach denen aufgestellte Thesen angegriffen werden dürfen, wie auch Regeln, welche manche Thesen als die in der laufenden Diskussion allgemein akzeptierten auszeichnen. Darüber hinaus sieht man, daß der gemeinsame Wissenshintergrund auch bestimmte methodologische Aspekte einschließt: neben gemeinsamem Fachwissen (der sogenannten Diskussionsgrundlage) gibt es allgemein akzeptierte Konventionen (die Diskussionsregeln).

Man darf nicht erwarten, daß diese in Form eines logischen Kalküls vorgebracht werden, wie man auch hinsichtlich der Diskussionsgrundlage nicht mit vollständig expliziertem Wissen rechnen kann. Es ist weder realistisch noch notwendig anzunehmen, daß die Teilnehmer hinsichtlich Diskussionsgrundlage und Diskussionsregeln in allen Details übereinstimmen. So können sich beispielsweise bestimmte Überzeugungen der Teilnehmer bezüglich der Gefährlichkeit britischen Haferbreies oder hinsichtlich der Akzeptanz des Auswahlprinzips in der Mengenlehre durchaus unterscheiden, ohne eine gerade laufende Diskussion zur Kursentwicklung am Rentenmarkt zu gefährden.

Aber das sind nicht die realen Widersprüche, die uns jetzt interessieren (eben weil sie ja auch die an der Diskussion Beteiligten nicht interessieren und normalerweise gar nicht expliziert werden). Interessant ist vielmehr die fehlende Einmütigkeit hinsichtlich des Diskussionsgegenstandes. Ein Diskussionsgegenstand zeichnet sich naturgemäß gerade dadurch aus, daß dazu anfangs konträre Aussagen der Diskussionsteilnehmer vorliegen (die man im Laufe der Diskussion überwinden möchte).

Unter einem *realen* Widerspruch wollen wir jeden durch geäußerte Thesen konstituierten Sachverhalt verstehen, der sich auch bei adäquater Deutung der Intentionen derjenigen, die entsprechende Meinungen vertreten, noch als inkohärent erweist. Das ist natürlich keine zureichende Explikation dieses schillernden Begriffes, aber mehr kann ich hier nicht bieten. Ich werde auch keine weitergehenden Betrachtungen über die Genese von Widersprüchen anstellen; ob sie etwa spon-

---

sicherheit in das Denken einzog, wie man sie sonst in der Physik nicht kannte. [...S]o mußten sich die Physiker eine Art diplomatischer Ausgleichskunst angewöhnen, indem sie die beiden widersprechenden Gedankenkreise so miteinander zu verflechten hatten, daß offensichtlich Widersinniges vermieden wurde und eine haltbare Einheit herauskam." (Reichenbach (1930), S. 263 f.)

tan in irgendeinem Hirnlappen auftauchen oder Ergebnis komplizierter sozialer Interaktionen sind, sei dahingestellt.

Logischen Widerspruch nennt man jede Gesamtheit formaler Ausdrücke, die einen realen Widerspruch im Kalkül spiegelt, ihn repräsentiert.[4] Natürlich stellen sich die in der Wissenschaftspraxis auftretenden Widersprüche dann nicht von vornherein als Kontradiktionen dar. In der formalen Analyse könnten sich oben beschriebene Situationen mitunter als konträr herausstellen: die Thesen können nicht zugleich wahr sein, wohl aber können alle von ihnen falsch sein. Oder man erhielte bei der Formalisierung subkonträre Kontrapositionen. Es kann jedoch auch der Fall sein, daß der zur Analyse genutzte logische Apparat zu unflexibel ist, derartige Feinheiten detailgetreu widerzugeben. Im einzelnen Fall mag es nämlich gute Gründe dafür geben, ausschließlich im propositionalen Bereich zu arbeiten. (Man hat hier den üblichen *trade-off* der Künstlichen Intelligenz: eine möglichst primitive Sprache, in der das System mit minimalem Aufwand laufen kann, soll durch intelligente Inferenzmechanismen aufgewogen werden.) Verfügt man aber nicht über entsprechende Quantoren oder syllogistische Operatoren, so lassen sich normalsprachlich verknappte Darstellungen konträrer Propositionen womöglich gar nicht von handfesten kontradiktorischen Urteilen unterscheiden. Insofern kann es wohl angebracht sein, selbst kontradiktorische Formelmengen, als formale Darstellungen sprachlicher Spiegelungen von Widersprüchen in empirischen Beobachtungen, gleichsam mit anderen Augen anzuschauen.

Da wir nun gesehen haben, wie verbreitet Widersprüche im alltäglichen Wissenschaftsbetrieb sind und wie leicht sie entstehen können, ist meine nächste These sicher keine Überraschung:

3 Inkohärent ist nicht irrational

Widersprüche in der empirischen Forschung sind Entwicklungsmöglichkeiten, ganz im Sinne des Bohrschen *Contraria non contradictoria sed complementaria sunt.* Es sind Möglichkeiten für neue Erkenntnisse, für die Überwindung alter Irrtümer, für den wissenschaftlichen Fortschritt. Insofern sind Widersprüche nicht nur praktisch unvermeidlich, sondern sogar methodologisch willkommen. Das Auftreten von Widersprüchen, also von Erkenntnissen, die nicht problemlos zu vorhandenen Anschauungen passen, weckte von jeher das besondere Interesse der Naturwissenschaftler und führte oft genug zu bahnbrechenden Entdeckungen.

Freilich ist die Rolle des Widerspruches als Antrieb und Impuls wissenschaftlicher Arbeiten nun auch nicht so zu verstehen, daß er auf Dauer unverzichtbares Element empirischer Theorien sei. Gerade weil sein Auftreten als störend oder sonstwie unbefriedigend empfunden wird, ist er ja zuweilen in der Lage, die wissenschaftliche Entwicklung voranzutreiben, indem er neue Anstrengungen auslöst. Insofern spielt das Prinzip vom ausgeschlossenen Widerspruch *ex contradictione quodlibet*, also $\bot \models G$, oder, etwas ausführlicher: $H \wedge \neg H \models G$, durchaus eine bedeutsame Rolle in der Methodologie exakter Wissenschaften wie auch im weiteren Umfeld. Man kann wohl die These vertreten, das Widerspruchsprinzip sei ein seit Jahrtausenden in unserer Kultur etabliertes Merkmal rationalen Denkens überhaupt. Nur ist seine Rolle wesentlich mittelbarer als oft behauptet wurde. Auf der einen Seite lassen sich in der Wissenschaftsgeschichte nicht wenige Fälle finden,

[4] Diese Definition soll einen solchen Begriff vom logischen Widerspruch verfügbar zu machen, der viel dehnbarer als der übliche ist. Auftretende logische Widersprüche in diesem weiteren Sinne sind dann nicht mehr nur Kontradiktionen und müssen nicht mehr a *priori* aus formalen Kalkülen eliminiert werden.

in denen unter Fachleuten weithin bekannte Widersprüche schlichtweg ignoriert wurden. Auf der anderen Seite, und diese Seite ist die methodologisch fruchtbare, taugt das Widerspruchsprinzip nur als Zielpostulat, als Leitsatz, der die perspektivische Entwicklung wissenschaftlicher Theorien fixiert. Gänzlich ungeeignet ist es hingegen als Momentaufnahme, für die adäquate Beschreibung des tatsächlichen Zustandes einer realen Wissenschaftsdisziplin. Wie oben angedeutet, sind gerade die Perioden, in denen sich die Disziplin entwickelt, in denen, ausgelöst durch überraschende Ergebnisse von Experimenten oder durch originelle Hypothesen oder durch neuartige mathematische Darstellungen, etwas Interessantes vor sich geht, voll von Inkohärenzen in den die Theorie konstituierenden Überzeugungssystemen.[5]

Üblicherweise nimmt man in aristotelischer Tradition die überragende Bedeutung des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch als der einzigen Waffe im Kampf gegen Falschheit und Lüge an. Dies ist sicher nicht ganz wörtlich zu verstehen. Stellen wir uns den Disput zweier Naturforscher, Fritz und Eberhard, vor. Fritz behauptet: „Wasser kocht bei 100 $°C$“. Eberhard hält ihm entgegen: „Wasser kocht bei 80 $°C$“. Daraufhin wird Fritz im Normalfall nicht zum Widerspruchsprinzip greifen und den Eberhard mit dieser angeblich einzigen Waffe im Kampf für die Wahrheit niederstrecken. Man kann vielmehr erwarten, daß er seinen Partner (oder dieser ihn) auffordern wird, seine Behauptung zu belegen. Und die Probe wird ein kleines physikalisches Experiment sein, welches je nach den herrschenden Luftdruckverhältnissen zugunsten eines oder auch keines von beiden enden wird.

Über Widersprüche im allgemeinen und den Satz vom Widerspruch im besonderen haben in neuerer Zeit große Philosophen und Logiker nachgedacht. Ich will hier nicht Prioritäten nachspüren, wahrscheinlich kommt man der Wahrheit nahe, wenn man annimmt, das Thema habe seinerzeit in der Luft gelegen, es war einfach reif geworden. Ludwig Wittgensteins Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik sind höchst anregend und weithin bekannt (Wittgenstein (1984)), Jan Łukasiewicz' sorgfältige Analyse des Widerspruchsprinzips ist weniger bekannt, aber kaum weniger tiefgründig und wichtig. Beide Autoren kommen zu ähnlichen Schlußfolgerungen: daß sich nämlich die Bedeutung des Satzes vom Widerspruch nicht aus logischen oder ontologischen Gründen ergibt. Das macht den Weg frei, über dessen Platz in der Logik nachzudenken. Zwar setzt Łukasiewicz hinzu, die Bedeutung des Satzes vom Widerspruch entstünde aus seinem immensen ethisch-praktischen Gewicht (Łukasiewicz (1987)), aber selbst das scheint zweifelhaft (vgl. dazu Urchs (1995)). Ich will damit keineswegs einer unreflektierten Beliebigkeit bei der Zusammenstellung logischer Gesetze zu Kalkülen das Wort reden. Vielmehr stimme ich Wessel zu, „nicht leichtfertig logische Grundprinzipien, die sich zweitausend Jahre bewährt haben und die Grundlagen unserer gesamten Wissenschaft und Zivilisation bilden, ohne verständliche und zwingende Gründe zu verwerfen“ (Wessel (1989), S. 126). Aber in diesem Fall scheint es gute Gründe zu geben: die höhere Effizienz von auf entsprechenden nichtklassischen Kalkülen beruhenden Routinen. Ob dies bedeutet, die „Logik wie einen neuen Anzug je nach

[5] Noch einmal Reichenbach: „Bohr wollte eine gewisse beobachtete Gesetzlichkeit in den Spektrallinien erklären [...] und nahm keine Rücksicht darauf, ob diese [*ad hoc* getroffene] Voraussetzung mit der übrigen Physik im Einklang steht. Mit Bohr zieht deshalb eine Denkweise von geradezu revolutionärem Charakter in die Physik ein; man begnügt sich mit der Erfassung eines engen Spezialgebietes und verzichtet vorläufig auf den einheitlichen Zusammenschluß mit der übrigen Physik. Das ist gewiß nur ein provisorischer Standpunkt, denn ein Zusammenschluß zum widerspruchsfreien System muß schließlich einmal gefordert werden. Aber die Physik kommt voran mit solcher Denkweise, denn sie schließt damit erst einmal das Spezialgebiet auf; das Zusammenfügen zu einem einheitlichen System mag getrost einer späteren Generation vorbehalten werden.“ (Reichenbach (1930), S. 246 f.)

Mode und Geschmack“ zu wählen (eine Vorstellung, bei der Wessel sich schüttelt), ist noch eine ganz andere Frage, zu der *nota bene* Stanisław Lem in seiner *Summa Technologiae* Interessantes zu sagen hatte.[6] Man kann, meine ich, je nach zu behandelnder Problematik mit verschiedenen Kalkülen hantieren, ohne dabei seiner inneren logischen Konsistenz Abbruch zu tun.

Jedenfalls ist es in unserem obigen Beispiel wichtig, daß Fritz auf Eberhards Entgegnung irgendeine Reaktion zeigt, die über ein desinteressiertes Schulterzucken hinausgeht. Ein solches Desinteresse würde im Effekt Wissenschaft unmöglich machen, indem es die empirischen Disziplinen „mit Ergebnissen überlaufen ließe“. Das Widerspruchsprinzip ist also doch eine Art Waffe, wenngleich von anderer Art, als Aristoteles meinte: Eine Waffe nicht im Kampf gegen Lüge und Falschheit, sondern im Ringen um Präzision und (wo gefordert) Explizität. Es sollte deshalb in einer logischen Modellierung rationaler Diskussionen auch beibehalten werden.

4 Widerspruchstolerante Logiken

Wie wir oben sahen, führt ein solches anwendungsorientiertes Herangehen zum Auftauchen logischer Widersprüche in der Modellierung. In der klassischen Aussagenlogik bedeutet die Widersprüchlichkeit einer Prämissenmenge bekanntlich die Überfüllung der Ableitungsmenge. Gemäß dem hier gültigen *ex falso quodlibet*, also $H, \neg H \models G$, läßt sich aus einander widersprechenden Prämissen jede beliebige Formel ableiten.

Man wird demzufolge für die adäquate formale Behandlung wissenschaftlicher Theorien u.a. einen Mechanismus zu finden haben, der es gestattet, auf kontrollierbare Weise mit inkonsistenten Formelmengen umzugehen. Hier sind durch die moderne Logik vielfältige Vorarbeiten erbracht worden. Es gibt aber seit einigen Jahrzehnten eine ganze Anzahl technischer Kalküle, die von der modernen Logik mit dem Ziel entwickelt wurden, das Duns Scottsche Gesetz zu blockieren und somit auch aus inkonsistenten Prämissenmengen kontrolliert ableiten zu können, anstatt sie „explodieren“ zu sehen. Die Klasse solcher widerspruchstoleranten oder parakonsistenten Kalküle umfaßt neben einer Reihe von Konstruktionen, die durch den brasilianischen Logiker Newton C. A. da Costa iniziiert wurden, vor allem die bekannten relevanten Systeme sowie die diskussiven oder nicht–adjunktiven Logiken, die in der Tradition von Jaśkowski stehen.

Der Toruner Logiker Stanisław Jaśkowski hat als erster dazu einen bedeutsamen Beitrag geleistet und so den Anstoß für wichtige Arbeiten seiner Nachfolger gegeben. Aus inhaltlicher Sicht entstehen, wie wir sahen, die zu behandelnden inkonsistenten Formelmengen im Ergebnis der Formalisierung wesentlich diffizilerer Sachverhalte: sie repräsentieren Gesamtheiten nichtkohärenter Überzeugungen. Da es sich somit hier um Formelmengen handelt, die nur im Ergebnis der wenig

[6] „Stellen wir uns einen verrückten Schneider vor, der alle Arten Kleidung näht. Er weiß nichts von den Menschen, Vögeln und Tieren. Er weiß nichts von der Welt, sie interessiert ihn nicht. Er näht Kleider. Für wen, weiß er nicht. Darüber denkt er nicht nach. Manche sind kugelförmig, ohne alle Öffnungen; anderen näht er Schläuche an, die er „Ärmel“ oder „Hosenbeine“ nennt. Deren Zahl ist beliebig. Ein Anzug besteht aus verschieden vielen Teilen. [Es folgen Einzelheiten über die Arbeitsweise dieses Schneiders.] Die fertigen Anzüge trägt er in ein riesiges Lager. Könnten wir es betreten, wir würden finden, daß manche davon einer Krake passen, andere einem Baum, einem Schmetterling, manche einem Menschen. Wir entdeckten Kleider für Centauren, Einhörner und für Wesen, die noch niemand erdacht hat. Die riesige Mehrzahl hätte gar keine Verwendung. Jeder stimmt zu, daß die Sisyphusarbeit jenes Schneiders der reine Wahnsinn ist.“ (Lem (1964), S. 145 f., Übers. M. U.) Nun — jeder wohl nicht. Wäre es nicht ebenso verrückt, der Schneider säße alle Zeit hindurch nur an einem einzigen Anzug?

flexiblen formalen Ausdrucksmittel zu inkonsistenten oder schlichtweg kontradiktorischen Mengen geworden sind, die somit gewissermaßen nur scheinbar, nicht aber wesentlich inkonsistent sind, wollen wir, einem Vorschlag Perzanowskis folgend, diese Formelmengen *parainkonsistent* nennen und die zur Behandlung solcher Objekte verwendeten Schlußkalküle als *parainkonsistente* Logiken bezeichnen.

Die Brauchbarkeit insbesondere dieses parainkonsistenten Ansatzes für die uns hier interessierende Problematik wurde in Urchs (1995) untersucht. Es stellt sich heraus, daß widerspruchstolerante Inferenzoperationen ein wesentliches Merkmal realer wissenschaftlicher Dispute repräsentieren und somit für deren formale Behandlung unverzichtbar scheinen. Der diskussive Ansatz erweist sich seiner explizit parainkonsistenten Motivation halber als besonders geeignet.

Die diskussive Logik scheint darüber hinaus als einziger derartiger Ansatz in der Lage zu sein, nicht allein Widersprüche einzukapseln, zu entschärfen, sondern sogar eine Methode bereitzustellen, näheres über diese Widersprüche zu erfahren. Die Grundidee besteht in einer Modalisierung der Thesen und Ableitungen. Eine These zu behaupten, bedeutet nur, ihre Möglichkeit zu akzeptieren. Die Diskussion wird gewissermaßen aus der Perspektive eines Protokollanten festgehalten. „Zu Protokoll genommene“ Aussagen werden mit einem Möglichkeitsoperator versehen, die Junktoren werden definitorisch passend eingestellt und über eine untergelegte Modallogik variiert. Die Fülle der sich daraus ergebenden Varianten (wir haben bekanntlich recht viele Modallogiken bei der Hand ...) lassen der Interpretation weite Räume.

Es ergeben sich faszinierende Anklänge philosophiehistorisch prominenter Konzeptionen von Möglichkeit. Nehmen wir etwa die Leibnizsche Möglichkeitsauffassung: „Unmöglich ist nur, was in sich zugleich und in derselben Hinsicht Sein und Nichtsein impliziert.“ Jaśkowskis Kalküle liefern dazu eine elegante Illustration. Naheliegenderweise bestimmt man „α ist widersprüchlich“ als „$\alpha \models \bot$“. Über das Deduktionstheorem für $\rightarrow_d$ erhält man für widersprüchliche α somit

$$\models \alpha \rightarrow_d \bot.$$

Nicht-widersprüchliche α wären konsequenterweise durch

$$\alpha \not\models \bot$$

zu repräsentieren und ergeben natürlich nicht ohne weiteres die Wahrheit der Negation obigen Ausdrucks. Eine solche Eigenschaft wäre zu stark und würde die Konsequenzoperation für unsere Zwecke unbrauchbar machen. Für den Fall, daß aus einer Prämissenmenge kein Widerspruch entstanden ist, läßt sich zunächst nichts über den Möglichkeitsstatus der Prämissen aussagen. Dies ändert sich dann, wenn wir *wissen*, daß kein Widerspruch abgeleitet werden kann, weil eben das stärkere

$$\models \neg(\alpha \rightarrow_d \bot)$$

gilt. Diese weitergehende Information erlaubt nun nach entsprechenden Umformungen den Schluß auf

$$\Diamond\alpha \wedge \Box\top.$$

Für „ordentliche“ Kalküle gilt $\Box\top$ ohnehin, und wir bekommen, in schöner Übereinstimmung mit Leibniz, die Äquivalenz von (nachweislicher) Widerspruchsfreiheit und Möglichkeit. (Das wirft, nebenbei gesagt, die Frage nach einer epistemischen Interpretation der diskussiven Logik auf.)

Was passiert nun im umgekehrten Fall widersprüchlicher α? Hier zeigt sich der Kalkül flexibel. Falls α widersprüchlich ist, so ist — wieder passend zu Leibniz — entweder α unmöglich, oder aber Widersprüche sind möglich:

$$\alpha \rightarrow_d \bot \;\equiv\; \neg\Diamond\alpha \vee \Diamond\bot.$$

Das öffnet interessante und unseren Absichten entgegenkommende Alternativen: wir sind nicht länger gezwungen, Widersprüchliches auf der Stelle aus dem Kalkül zu schaffen, sofern wir nur bereit sind, die Möglichkeit des Widerspruches

als solchem zu tolerieren. Und das kann man eben deshalb tun, weil Widersprüche in diesem Kalkül gezähmt und nicht länger explosiv sind.

5 Does anything go?

Aus rein technischer Sicht ist inzwischen so ziemlich „alles Mögliche“ auch modellierbar, z.B. mittels nichtadjunktiver Systeme. Es entsteht dabei freilich die Gefahr, sich vom im Kalkül Machbaren hinreißen zu lassen und die rationalen Intuitionen, vor allem seine „gesunde Abneigung“ gegen logische Widersprüche aus dem Blick zu verlieren. Eine anschließende philosophische Explikation macht dann erfahrungsgemäß immer weniger Sorgen. Wahrscheinlich bedeutet (zumindest frisch gewonnene) Professionalität stets auch Skrupellosigkeit und Leichtsinn. Der Elektromonteur unterschätzt die Risiken eines Stromschlages, der Epidemologe mißachtet die Ansteckungsgefahr, der Rennfahrer gewöhnt sich an zu schnell gefahrene Kurven, und der Logiker nimmt den Widerspruch nicht mehr ernst. Dabei haben logische Puristen wie Horst Wessel doch recht: „A *und* $\neg A$“ geht einfach nicht. Schließlich gehört doch die Widerspruchsfreiheit, ähnlich wie die referentielle Stabilität, zu den Grundforderungen an rationales Sprechen und Denken. „Die Gültigkeit des Satzes vom Widerspruch ergibt sich einzig und allein aus der Festlegung der Verwendungsweise der sprachlichen Zeichen ‚und‘ und ‚nicht‘.“ (Wessel (1984), S. 29)

Ich will das an dieser Stelle gar nicht weiter problematisieren.[7] Lassen wir obige akademische Charakteristik von Rationalität ruhig mal so stehen. Es handelt sich hier um ein Ideal, welches im praktischen Sprachgebrauch kaum je vorkommen wird, nur kann man ja auch dort nicht jeden Unsinn gelten lassen. Gerade heutzutage nicht, wo Irrationalität und Mystizismus ohnehin fröhliche Urständ feiern.

Wo aber soll man dann die Grenze ziehen? Man neigt dazu, seinen Standpunkt nur in Abgrenzung von anderen, extremeren zu bestimmen: *so was wie der Graham Priest würde* ich *doch nicht vertreten* ... Aber dann komme ich in meinen Analysen immer dort an, wo jener vor fünf Jahren war. Bleibt also am Ende nur eine axiologische Setzung: „Keine Gedanken über diesen Punkt hinaus — no thoughts behind this point“? Priest ist auch hier schon wieder weiter, der Titel seines neuen Buches lautet: *Behind the limits of thought*.

Łukasiewicz findet Evidenzen für erlebte Widersprüche an unerwarteter Stelle; in den verwobenen Rhythmen mittelalterlicher Psalmen, in denen die Herrlichkeit Gottes und der Glanz göttlicher Dreieinigkeit besungen wird. Vater, Sohn und Heiliger Geist — ein jeder verschieden vom andern und doch zugleich eine Einheit selbdritt. Im Klingen des uralten Reimes meint Łukasiewicz jenes irrlichternde Schweben zu verspüren, in welchem uns wirkliche Widersprüche begegnen und welches, wie ich meine, einen Gutteil der Erhabenheit des Sacrums ausmacht. Łukasiewicz ist viel zu sehr Logiker, um sich dergleichen Analysen lange hinzugeben. Fast beschämt tut er sie bald ab. Obgleich — die Faszination scheint an manch

[7] Obgleich der schlichte Verweis auf eine angeblich festgelegte Verwendungsweise dazu geradewegs einlädt. Auch Wittgenstein scheint in diesem Zusammenhang ganz passend: „Je genauer wir die tatsächliche Sprache betrachten, desto stärker wird der Widerstreit zwischen ihr und unserer Forderung. (Die Kristallreinheit der Logik hatte sich mir ja nicht *ergeben*; sondern sie war eine Forderung.) Der Widerstreit wird unerträglich; die Forderung droht nun, zu etwas Leerem zu werden. — Wir sind auf Glatteis geraten, wo die Reibung fehlt, also die Bedingungen in gewissem Sinne ideal sind, aber wir eben deshalb auch nicht gehen können. Wir wollen gehen; dann brauchen wir die *Reibung*. Zurück auf den rauhen Boden!“(Wittgenstein (1990), §107)

anderer Stelle seines Werkes wieder auf. Man nehme etwa seine Schrift „Über Determinismus“. Die Gedanken über den Zusammenhang zwischen Kausalität und Zeit sind faszinierend und tief, sie regen zu ganz neuen Einsichten an, die sich dann auch in präzise logische Form bringen lassen. (Ich habe dies an anderer Stelle versucht, vgl. Urchs (1997).) Aus Łukasiewiczs Arbeit leuchtet poetische Kraft, vergleichbar der eines großen Schriftstellers — ich denke an Jorge Luis Borges.

Und vielleicht braucht man auch etwas von solcher Art Poesie, um mit Widersprüchen umzugehen. Vielleicht werden sie von jeder logischen Analyse erschlagen, plattgepreßt zu langweiligen Kontradiktionen, mit denen sich nichts Rechtes mehr anfangen läßt. Jaśkowskis Analyse läßt ihnen zumindest die modale Dimension.

6 Vom Nutzen logischer Widersprüche

Der Nutzen logischer Widersprüche, ihr Wert, war aus Sicht der klassischen Logik eher bescheiden: Widersprüche deuteten auf schwere Degeneration des betreffenden logischen Kalküls hin und zwangen zu radikalen Schnitten, um sie aus dem System zu entfernen. Die moderne Logik verfügt dagegen über wesentlich subtilere, gewissermaßen „mikrochirurgische“ Instrumente zur Lokalisierung und zur Elimination von Inkonsistenzen im logischen System.

Diese neuen Möglichkeiten differenzierteren Umgangs erlauben *das* Nutzen, das Benutzen mancher Arten logischer Widersprüche, gestatten, sie bei Ableitungen zu berücksichtigen, mit ihnen auf logisch kontrollierte Weise umzugehen. Es scheint völlig offensichtlich, daß die menschlichen „Alltagsroutinen“ mit bestimmten Formen von Widersprüchen (etwa die Arbeit mit inkompatiblen Hypothesen in empirischen Theorien oder die Behandlung inkonsistenter Informationen in großen Datenbasen) ähnlich gelassen und rational verfahren. Man kann deshalb annehmen, daß diskussive Kalküle bestimmte wesentliche Aspekte realen Folgerungsverhaltens gut nachbilden und damit etwa bei der strukturellen Modellierung wissenschaftlicher Diskussionen beachtet werden müssen.

Es ist ganz klar, daß nicht jeder Widerspruch aus logischer oder methodologischer Sicht gleich interessant ist: nicht die blöden Söhne kinderloser Mütter sind die faszinierenden Widersprüche, sondern der Lügner und dessen Kumpane, die, wie Wittgenstein bemerkt, die Menschen quälen und besonders ernsthafte Denker gar in den Tod treiben. Ajdukiewicz berichtet von einem Philetas von Kos, der sich aus Verzweiflung darüber, die Lügnerantinomie nicht lösen zu können, von den Klippen ins ägäische Meer stürzte (vgl. Ajdukiewicz (1931)). Solche Konsequenz ist heute selten geworden. Sie wird wohl auch nicht mehr abgefordert: Mit einer diskussiven Analyse gelingt nicht nur die Lokalisierung und Zähmung verschiedener Typen solcher Widersprüche, sondern — darf man hoffen — auch deren Klassifikation und anschließende eingehendere Untersuchung. Und so hätten wir denn noch die Aussicht auf künftigen (innerlogischen) Nutzen.

Ich danke Richard Raatzsch für seine Kritik und für die Ermunterungen. Beides war hilfreich. Redaktionellen Nachsätzen der Herausgeber sehe ich gefaßt entgegen.

Literatur

Ajdukiewicz, K.: Die Paradoxien der Altvorderen (poln.). *Filomata* 35, 36 (1931), 6–14, 51–58.

Jaśkowski, S.: Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems. *Studia Logica* 24 (1969), 143–160.

Lem, S.: Wahnsinn mit Methode (poln.). In: *Summa Technologiae*, Krakau 1974.

Łukasiewicz, J.: *O zasadzie sprzeczności u Aristotelesa*. Warszawa 1987.

Reichenbach, H.: *Atom und Kosmos. Das physikalische Weltbild der Gegenwart*. Berlin 1930.

Urchs, M.: Handling Inconsistent Information. Towards a Logic of Rational Discourse. In: I. Max; W. Stelzner (Hrsg.): *Logik und Mathematik. Frege-Kolloquium 1993, Perspektiven der Analytischen Philosophie*, Berlin New York 1995. 369–384.

Urchs, M.: Tense and Existence. How Time Calmes Our Cares. In: J. Faye; U. Scheffler; M. Urchs (Hrsg.): *Perspectives on Time*, Dordrecht 1997. 193–200.

Wessel, H.: *Logik*. Berlin 1984.

Wessel, H.: Logische, dialektische und mystische Widersprüche. *Philosophische Logik* Philosophische Beiträge 2 (1989), 121–127.

Wittgenstein, L.: *Philosophische Untersuchungen* (hrsg. von P. Philipp). Leipzig 1990.

Wittgenstein, L.: *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Frankfurt a. M. 1984.

LUTZ DANNEBERG

LOGIK UND HERMENEUTIK: DIE *ANALYSIS LOGICA* IN DEN RAMISTISCHEN DIALEKTIKEN

Kalaschnikow und Mohrrübenflasche
Ubi Wesselius, ibi academia.

Die Verbindung von Logik und Hermeneutik gehört zu den spannenderen Themen in der Geschichte der Philosophie. Gleichwohl ist ihm nur wenig Aufmerksamkeit zuteil geworden, wohl nicht zuletzt aufgrund ausgeprägter Vorurteile, die sich einer gewandelten Hermeneutikauffassung im 20. Jahrhundert verdanken. Diese Verbindung bietet nicht allein Aufschluß über die Entwicklung der Hermeneutik. Betrachtet man die Orte, welche die Hermeneutik in den Logiken findet, und geht man den Hintergründen ihrer Aufnahme nach, so kündigen Änderungen des Aufbaus weiterreichende Wandlungen in der Logik im 16. und zu Beginn des 17. Jahrhunderts an. Die vorliegende Untersuchung muß sich auf einige Aspekte der frühen Entwicklung beschränken.[1]

Wenige Vorbemerkungen genügen, um den Rahmen der Untersuchung abzustecken. Der Ausdruck „Hermeneutik“ wird in einem weiten Sinne verstanden: Hermeneutische Überlegungen in einem Werk sind solche, die sich auf das Interpretieren (das Verstehen) von Texten beziehen. Das besagt nichts über den Umfang, den solche Überlegungen annehmen, nichts über ihren spezifischen Inhalt, nichts über die Art und Weise, wie die jeweiligen Lehrinhalte aufgebaut und dargeboten werden. Eine Auslegungslehre, die im 18. Jahrhundert eher im Stile des Wolffschen Philosophierens verfaßt wurde, gehört ebenso hierzu wie die verstreuten Überlegungen zur Auslegung (der Heiligen Schrift) in Blaise Pascals (1623-1662) *Pensées*.[2] Im 18. Jahrhundert formt sich ein (wenn auch schon vorbereitetes) Muster kompakter Darstellung und Begründung von Auslegungslehren - unabhängig

[1] Vgl. Henry-Evrard Hasso Jaeger, Studien zur Frühgeschichte der Hermeneutik. In: Archiv für Begriffsgeschichte 18 (1974), S. 35-81, Werner Alexander, Hermeneutica Generalis. Zur Konzeption und Entwicklung der allgemeinen Verstehenslehre im 17. und 18. Jahrhundert. Stuttgart 1993; zu einigen der hier nur gestreiften Aspekte des Themas ausführlicher Lutz Danneberg, Die Auslegungslehre des Christian Thomasius in der Tradition von Logik und Hermeneutik. In: Friedrich Vollhardt (Hrsg.), Christian Thomasius (1655–1728). Neue Forschungen im Kontext der Frühaufklärung. Tübingen 1997, S. 253-316, sowie Id., Logik und Hermeneutik, Philosophie und Theologie im 17. Jahrhundert: Johann Claubergs *Logica vetus & nova* im historischen Kontext, i.Vorb.

[2] Zu Pascal in dieser Hinsicht jüngst u.a. Pierre Magnard, Pascal, la clé du chiffre. Paris 1991.

davon, ob sie als Teil der Logik dargeboten oder separate Behandlung erfahren. Vor dem Hintergrund eines solchen Paradigmas der Darstellung und Begründung mag es auf den ersten Blick als unangemessen erscheinen, wenn eine Logik, die in ihrem praktischen Anhang auf wenigen Seiten etwa die *analysis textus* behandelt, in gleicher Weise als eine Erörterung zur Hermeneutik gilt wie die riesige *Philologia Sacra* des Salomon Glassius (1593-1656), von der die beiden ersten Bücher 1623 erschienen[3], etwas später die *rhetorica*, die um die *logica sacra* ergänzt seit 1705 vollständig vorliegt und die bis gegen Ende des 18. Jahrhunderts ausstrahlt.[4] Doch dieser Eindruck verfehlt die Fragestellung. Ihr geht es darum, inwieweit Probleme des Interpretierens in Werken zur Logik aufgenommen und behandelt werden; und welche Beziehung zwischen Logik und Hermeneutik *in diesen Werken* angenommen wird oder welche sich aus ihrer Verbindung ergibt. Nicht aber geht es um die Auslegungslehren als solche.

Anders als bei den Logiken, für die im 16. und zum Teil noch 17. Jahrhundert mit dem aristotelischen *Organon* ein weitgehend autoritatives Muster des Aufbaus vorgegeben war, auf das sich selbst solche Dialektiken noch beziehen lassen, die sich in wesentlichen Teilen von diesem Vorbild abwandten, gibt es für die zeitgleichen Schriften zu Problemen der Auslegung keinen vergleichbaren Leittext. Zwar berief man sich konfessionsunabhängig bei der Suche und Begründung von Regeln der Auslegung noch bis ins 18. Jahrhundert auf die *patres ecclesiae*, doch handelt es sich immer um das Entlehnen einzelner geeigneter Stellen oder Passagen. Obwohl Augustinus wie kaum ein zweiter Autor auf die Entwicklung der Auslegungslehre im Jahrhundert der Reformation gewirkt hat, bildet selbst *De doctrina christiana* kein autoritatives Imitationsmuster.

Ebenfalls nur knapp können die Hinweise zum Ausdruck „Logik“ sein, dessen Verwendungsweise mehrdeutig war. Seit dem 12. Jahrhundert wird die *scientia sermocinalis* (die Logik) unter anderem in Grammatik, Dialektik (Logik) und Rhetorik unterteilt. Dialektik und Rhetorik bilden dabei die *scientia rationalis*.[5] *Logica* ist der umfassende Begriff, der die drei Fächer des Trivium umgreift, zugleich bezeichnet er eines dieser Fächer selbst. Der Hintergrund ist in der Doppeldeutigkeit des griechischen Wortes λόγος als *sermo* oder *ratio*[6] bzw. als *ratio loquendi et disserendi* oder nur als *ratio disserendi* zu sehen.[7] Gelegentlich ist aber auch „Dialektik“ der Oberbegriff und „Logik“ der Unterbegriff. Die Untergliederungen konnten als geordnet gelten: etwa von der Grammatik über die Rhetorik zur Dialektik. Eine ähnliche Verbindung findet sich später im Rahmen der *analysis textus*: Sie wird in *grammatica*, *rhetorica* und *logica* unterteilt. Komplizierter gestaltet sich die Bezie-

[3]Vgl. Glassius, Philologia Sacra [...]. Ienae 1623.

[4]Vgl. Glassius, Philologia Sacra [...] Adiecta svb finem hvivs operis est eivsdem B. Glassii Logica Sacra, provt eandem ex MSto [...1705] Edidit Johannes Gothofredvs Olearivs [...] Editio Novissima [...] Accedit Praefatio Jo. Francisci Bvddei. Lipsiae 1743. - Johann August Dathe (1731-1791) und Georg Lorenz Bauer (1755-1806) haben in der zweiten Hälfte des 18. Jhs. noch eine Bearbeitung dieses Werkes unternommen.

[5]Vgl. Hugo von St. Viktor, Eruditionis didascalicae libri septem [vor 1130]. In: Id., Opera Omnia. Paris 1880 (= *PL* 176), Sp. 739-838, hier cap. XII: „De ortu logicae“, Sp. 749/50.

[6]Vgl. ebd., Sp. 749D/750A: „Logica dicitur a Graeco vocabulo λόγος, quod nomen geminam habet interpretationem, dicitur enim λόγος sermo sive ratio: et inde logica sermocinalis sive rationalis scientia dici potest. Logica rationalis, quae discretiva dicitur, continet dialecticam et rhetoricam. Logica sermocinalis genus est ad grammaticam, dialecticam atque rhetoricam: et continet sub se disertivam.“

[7]Vgl. Johannes von Salisbury, Metalogicon [1159]. In: Opera Omnia. Parisiis 1855 (= *PL* 199), Sp. 825-946, hier lib. I, cap. 10, Sp. 837B/C: „Est itaque logica, (ut nominis significatio latissime pateat), loquendi vel disserendi ratio. Contrahitur enim interdum et duntaxat circa disserendi rationes, vis nominis coarctatur.“ Sowie ebd., lib. II, cap. 1, Sp. 857C: „Ut itaque nominis significatio contrahatur, logica est ratio disserendi, per quam totius prudentiae agitatio solidatur.“

hung zwischen beiden Ausdrücken indes immer dann, wenn sie Teilungsglieder auf unterschiedlichen Ebenen bezeichnen. Im Rahmen der *Logik* wird auf diese Weise *Dialektik* gegen *Analytik* gesetzt. Die Dialektik erfährt dann zumeist eine Bestimmung als Logik des Wahrscheinlichen, aristotelisch als Topik, und wird von der eigentlichen, der apodiktischen oder demonstrativen Logik (*analytica*) unterschieden.

„Dialectice disserendi probabiliter rationem tradit"[8], heißt es bei dem für die Logikentwicklung des 16. Jahrhunderts so überaus einflußreichen Autor von *De Inventione Dialectica*, Rudolf Agricola (1444-1485). Die zitierte Stelle ist schnell fehlinterpretiert, wenn man sie so auffaßt, daß mit ihr eine betont *probabilistische* Auffassung von Dialektik vertreten wird, nach der ihr Anwendungsbereich mit den in der Topica erörterten Schlüssen deckungsgleich sei. Zwar heißt es bei Agricola vor der zitierten Stelle im Zuge der Bestimmung der Dialektik: „Probabile ergo dialectices erit et probabiliter dicere quod pro conditione rei propositae quàm aptissime ad fidem dicetur. Erit ergo nobis hoc pacto definita dialectice: ars probabiliter de qualibet re proposita disserendi, prout cuiusque natura capax esse fidei poterit."[9] Doch dieser Charakterisierung dürfte bei Agricola eine psychologische Konzeption von Gewißheit zugrundeliegen: Die Dialektik vermag *alle* Grade der Gewißheit zu erzeugen.[10] Es handelt sich offenbar nicht um das aristotelische Konzept der Wahrscheinlichkeit - oder wie Agricola bemerkt: „[...] probabile in differendo nó[n] solum id esse, quod reuera probabile est, hoc est, quemadmodú[m] Aristoteles inquit [...] nobis erit probabile, quod apte có[n]sentaneeq[ue] de re proposita dicetur."[11] Im 16. wie in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts werden „Dialektik" und „Logik" häufig synonym gebraucht, und weder die Wahl des einen noch des anderen Ausdrucks signalisiert eindeutig die Richtung, der das jeweilige Werk folgt. In der folgenden Untersuchung werden sie ebenfalls synonym verwendet.

Zwei Hinweise schränken die Fragestellung weiter ein. Es geht nicht darum, daß bei der Interpretation auf Lehrstücke der Logik zurückgegriffen wird. Das hat auch die Scholastik praktiziert. Es geht um die explizite Berücksichtigung der Interpretation von Texten in den *Lehrbüchern* der Dialektik - nicht als illustrierendes Exempel, sondern im Rahmen eines mehr oder weniger systematisch angelegten *Lehrstücks*. Fokussiert wird das umfangreiche Thema durch den Untertitel dieser Untersuchung. Der Ausdruck „ramistische Dialektiken" ist indes nicht sonderlich präzise, wenn darunter nicht allein die von Pierre de la Ramée (Petrus Ramus 1515-1572) zu Lebzeit verfaßten Versionen seiner Logik verstanden werden. Denn zahlreiche Differenzen bestehen im Detail wie in übergreifenden Fragen in den Werken seiner zahlreichen Kommentatoren wie Johann Piscator (Fischer 1546-1625), Ge-

[8] Vgl. Rudolph Agricola, De Inventione Dialectica libri tres [... 1479, 1515]. Auf der Grundlage der Edition von Alardus von Amsterdam (1539) kritisch hrsg., übersetzt und kommentiert von Lothar Mundt. Tübingen 1992, lib. II, cap. VII, Z. 44 (S. 236).

[9] Ebd., lib. II, cap. II, Z. 94/95 (S. 212). Die Übersetzung bei Mundt: „Sache der Dialektik wird es also sein, etwas, was je nach der Beschaffenheit des gewählten Themas, auf eine möglichst vertrauenserweckende Weise vorgebracht wird, auf glaubwürdige Weise als etwas Glaubwürdiges vorzustellen. Die Dialektik wird für uns also folgermaßen definiert sein: als eine Kunst, über ein beliebiges Thema insoweit glaubwürdig zu reden, als das Wesen des betreffenden Gegenstandes Vertrauen einzuflößen imstande ist."

[10] Vgl. ebd., lib. I, cap. I, Z. 34 ff. (S. 10). Die ausgezeichnete Übersetzung von Lothar Mundt berücksichtigt diese Deutung von *probabiliter*.

[11] Agricola, De Inuentione dialectica libri tres, cum scholijs Matthaei Phrissemij [1479, 1515]. s.l. [Coloniae] 1528, lib. II, cap. 2, S. 154/55. Diese Stelle findet sich nicht in der Ausgabe von 1539; hierzu aber auch Agricola, De Inventione Dialectica (Anm. 8), lib. I, cap. 3, Z. 117 ff. (S. 26), sowie lib. II, cap. 25, Z. 91 ff. (S. 380).

orge Downham (Dounamus bis 1634)[12], Rudolph Snellius van Royen (1546-1613), Wilhelm (Guilelmo) Ursinus (bis 1613)[13], Severin Sluterus (Slüter 1571-1648)[14] oder - im Umfang alle übertreffend - das dreibändige Werk von Friedrich Beurhusius (Beurhaus 1536-1609).[15] Genannt wurden dabei allein die voluminösesten Kompendien, welche die knapp hundert Seiten der Dialektik des Ramus von 1572 vervielfachen.[16] Ein Epigramm, das einer der rührigsten Ramus-Kommentatoren seiner Erörterung der ramistischen Dialektik voranstellt, macht Nähe wie Distanz zum Gegenstand beispielhaft deutlich. Piscator zielt auf diejenigen, für welche die ramistische Dialektik vollkommen sei. Nach ihm besitzt sie zwar ganz erhebliche Vorzüge (bei den Beispielen, der Methode sowie den Definitionen), gleichwohl sei sie nicht frei von verschiedenartigen Mängeln (*falsa*, *confusa* und *mutila*).[17] Werden diese Mängel behoben (und das ist Piscators Anspruch), so ist das Werk zwar nicht perfekt, aber keines wird ihm an Vollkommenheit gleichen.[18] Die Auffassungsunterschiede zwischen den *ramistas* wurden zudem mit Deutlichkeit und Unnachgiebigkeit ausgetragen.[19] Noch schwieriger fällt die Grenzziehung im Hin-

[12] Vgl. Downham, Commentarii in P. Rami [...] Dialecticam [...1601]. Francofvrti 1605.

[13] Vgl. Ursinus, Commentarius In P. Rami Dialecticam Tam Theoreticus, Quam practicus comprimis luculentus & fructuosus, Ex Principibvs Peripateticae et Rameae Philosophiae interpretibus paßim in opere ipso [...] Francofurti 1607.

[14] Vgl. Sluterus, Anatome Logicae Rameae, Qva ipsa Praecepta primum perspicue dissecontur & explicantur [...]. Francofvrti 1608, sowie die stark erweiterte Fassung Id., Anatomia Logicae Rameae [...] nvnc a mendis vindicata et avcta [...]. Francofvrti 1611, auch Id., In Petri Rami Dialecticam Commentarivs, Publicis Dispvtationibvs [...] In Schola Stadensis Traditus [...]. Hamburgi 1612.

[15] Vgl. Beurhusius, P. Rami Dialecticae omnivm postremo editae libri duo, praelectionvm & repetitionvm Quaestionibvs illvstrati: Qvae Paedagogiae Logicae pars prima, qva artis intelligentia comaparatur. Ed. Sec. Tremoniae 1581, Id., De P. Rami Dialecticae Praecipuis Capitibus Disputationes Scholasticae, & cum ijsdem variorum Logicorum Comparationes: quae Paedagogiae Logicae Pars Secvnda qua artis veritas exquiritur. Tremoniae 1581, Id., Ad P. Rami Dialecticam variorvm et maxime illvstrivm exemplorvm, natvrali artis progressv, inductio: qua, Iudicij Genesi, & Analysi etiam in Inuentione coniuncta, tum vniuersus Logic[a]e vsus, in eoque varia argumentorum accommodatio, tum rerum simul ac verborum copia demonstrantur [...]. Quae Paedagogiae Logicae pars tertia, ad artis vtilitatem demonstrandam. Coloniae 1583.

[16] Vgl. Ramus, Dialecticae libri dvo. Lvtetiae 1572, Teil I, S. 5-60, Teil II, S. 61-95.

[17] Auf seine Korrekturen, Klärungen und Ergänzungen braucht hier nicht im einzelnen eingegangen zu werden - die umfangreichsten Ergänzungen scheinen den Kettenschluß (*sorites*) zu betreffen (vgl. Id., In P. Rami Dialecticam Animaduersiones Ioan. Piscatoris Argentinensis: Exemplis Sacr. litterarum paßim illustratae. Francofurti 1580, S. 161-167).

[18] Vgl. Piscator, ebd., unpag.: „Rami perfecta est mvltis Dialectica: sed mi/ Clara est exemplis, legitima est methodo./ Pleraqve qvinetiam definit distribvitqve/ Exacte: qvae sic singvla confiteor./ Totum illud Perfecta nego: nam svnt qvoqve falsa,/ Svnt confvsa etiam, deniqve svnt mvtila./ His emendatis, si non perfecta vocanda est,/ At perfecta aeqve nvlla tamen dabitvr."

[19] Z.B. die Auseinandersetzung zwischen William Temple (1553-1626) und Piscator; hierzu u.a. Piscator, Animaduersiones [...] in Dialecticam P. Rami: Exemplis Sacr. literarum paßim illustratae. Editio Qvarta: Nonnullis observationibus & exemplis ultra superiorem editionem aucta. Epistola duae de his in P. Rami Dialecticam animadversionibus: altera Gulielmi Tempelli; altera Joan. Piscatoris, separatim excusae extant. Francofurti 1593, sowie William Temple, De Dialectica P. Rami ad Joan. Piscatorem Argentinens. Unà cum Joan. Piscatoris ad illam epist. responsione. Francofurti 1582. Ein weiteres Beispiel ist Wilhelm Adolph Scribonius (ca. 1550-1600) mit Id., Trivmpohvs Logicae Rameae, Vbi tvm in ipsa Praecepta P. Rami addita, tum in vniuersos eius interpretes & animaduersiones obseruationesq[ue] plurimae proponuntur. Basileae 1583, wo er sich u.a. gegen Caspar Olevianus, Piscator, Beurhusius und François Hotoman (Hotomannus 1525-1590) wendet; gleichwohl steht er selbst der ramistischen Dialektik keineswegs unkritisch gegenüber (so moniert er, daß Ramus selbst noch autoritätsgläubig sei, wenn er sich bei der Verteidigung seiner Auffassung der *unica methodus* auf Aristoteles beruft), hierzu u.a. Piscator, Exercitationvm Logicarvm Libri II ad Gvlh. Adolphvm Scribonivm, nomine Logicae Rameae trumphantem. s.l. 1585, sowie Scribonius, Antipiscator logicus [...] Ad logicas Joannis Piscatoris Exercitationes respondens. Basileae 1588, ferner Beurhusius, Defensio P. Rami Dialecticae per scholasticas Quarundam interpretationum, animadversionum, triumphorum & emendationum disqusitiones. s.l. 1588, wo ausführlich Olevianus, Piscator, Temple und Goswino

blick auf die zahlreichen Verbindungen der ramistischen Dialektik mit der zuvor so erfolgreichen des Philipp Melanchthon (1497-1560)[20] oder mit Lehrstücken des aristotelischen *Organon*.[21] Für die verfolgte Fragestellung ist eine genauere Grenzziehung indes entbehrlich, da Ramus bei dem hier angesprochenen Lehrstück selbst in der Tradition steht, die Anregung zur Aufnahme in die Logik deutlich auf seinen Einfluß zurückgeht und es sich auch in anders konzipierte Logiken einfügen ließ.

Die Dialektik des Ramus, ihre erste Version erschien 1543, die letzte der zwischenzeitlich stark veränderten Fassungen 1572[22], erreichte eine Verbreitung[23], die selbst die Dialektiken von Melanchthon[24] oder von Johannes Caesarius (1460-1551) in den Schatten stellte.[25] Ramus gilt nicht als bahnbrechender philosophischer Kopf, und nicht erst mit Carl von Prantls intransigenter Kritik entspricht dem auch das Urteil über seine Logik[26], die gegenüber der Schultradition weniger innovativ ist, als er oftmals beansprucht hat.[27] Auch wenn solche Einschätzun-

---

Wasserleider behandelt werden.

[20] Beispiele sind F. Beurhusius, Johannes Bilstenius (16. Jh.), Heizo Buscher, Otto Casmann (ca. 1562-1607), Wolfgang Corvinus (1562-1614), Conradus Deckher, Rupert Erytropel (1556-1626), Paulus Frisius (Friese), Andreas Libavius (1560-1616), Hermann Nicephorus (ca. 1555-1626), Antonius Notholdius (1569-1650), Johannes Rigerus.

[21] U.a. von Amandus Polanus von Polandsberg, von Ottho Gualtperius (1546-1624), bei dem Joachim Jungius (1587-1657) in seiner Lübecker Schulzeit Logikunterricht erhielt, vgl. Gualtperius, Σύγχρισις comparatio logica vtrvsqve familiae logicae, Rameae scilicet & Aristotelicae [...] ad disputandum in Schola Lubecensi proposita. Rostockii 1599; mehr als 800 Seiten umfaßt der Vergleich von S. Sluter, Anatomia Logicae Aristoteleae sive Syncrisis logica, qua primo ipsa praecepta, ex organo Aristotelis methodice proposita, celebriorum Interpretum glossis explicantur: Deinde quid Ramei [...]. Francofurti 1610, oder Haloin Godefroy (Gothofredus bis 1609) in Id., Synopsis Logicae aristotelicae & rameae Herbornae disputatae. Herbornae 1602, von Konrad Dieterich (Cunradus Theodoricus 1575-1639) in Id., Institutiones Dialecticae; Ex probatissimis Aristotelis et Rami Interpretibvs Stvdiose conscriptae, variisq[ue] exemplis in usum Illustris Paedagogii Giesseni illustratae. Gissae Hessorum 1610 (die *epistola dedicatoria* ist von 1609).

[22] Zu der Entwicklung dieser Dialektik neben Wilhelm Risse, Die Logik der Neuzeit. 1. Bd.: 1500-1640. Stuttgart/Bad Cannstatt 1964, Kap. III, auch schon Id., Die Entwicklung der Dialektik bei P. Ramus. In: Archiv für Geschichte der Philosophie 42 (1960), S. 36-72, und C. Vasoli, La dialectica e la rhetorica dell'Umanesimo: „Invenzione" e „Metodo" nella cultura del XV e XVI secolo. Milano 1968, S. 333-601, vor allem jetzt Nelly Bruyère, Méthode et dialectique dans l'OEuvre de la Ramée. Renaissance et classique. Paris 1984 (die allerdings so kleinteilig operiert, daß sie nahezu dreißig Versionen der Dialektik des Ramus zu unterscheiden sucht), wichtig auch N. Bruyère-Robinet, Le statut de L'invention dans l'oeuvre de La Ramée. In: Revue des sciences philosophiques et théologiques 70 (1986), S. 15-24.

[23] Vgl. die umfangreiche, wenn auch noch immer unvollständige Aufstellung bei Walter J. Ong, Ramus and Talon Inventory: A Short-Title Inventory of the Published Works of Peter Ramus (1515-1572) and of Omer Talon (ca. 1510-1562) in Their Original and Variously Altered Forms with Related Material [...]. Cambridge 1958.

[24] Allein die letzte grundlegende Revision von 1547 (vgl. Melanchthon, Erotemata dialectices [...1547, 1580]. In: Id., Opera Quae Supersunt Omnia. Vol. XIII (= *CR* 13), Halis Saxonum 1846, Sp. 511-752) hat bis zum Ende des Jahrhunderts mindestens 46 Auflagen erlebt. Allein von der ersten Auflage von 1547 sollen innerhalb weniger Tage dreitausend Exemplare abgesetzt worden sein.

[25] Die Dialektik des Caesarius hat im 16. Jh. weit über 60 Auflagen gefunden, insb. zwischen den dreißiger und sechziger Jahren; vgl. Id., Dialectica [...1532]. Accesit huic Ioannis Murmelij Isagoge in decem Aristotelis Praedicamenta. Lvgdvni 1552 (*Epistola Nvncvpatoria* von 1532); die frühste Auflage ist wohl bereits 1520 erschienen.

[26] Vgl. Prantl, über Petrus Ramus. In: Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der k.b. Akademie der Wissenschaften zu München Jg. 1878, 2. Bd., S. 157-169; dann z.B. Ernst Cassirer, Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit. Bd. 1. Berlin (1906) 1911 (= 2., durchges. Aufl.), S. 130: „Was er [scil. Ramus] der herrschenden Lehre an neuen logischen Leistungen entgegensetzt, bleibt dürftig und fragwürdig." Bei E. J. Ashworth, Language and Logic in the Post-Mediaeval Period. Dordrecht/Boston 1974, spielt Ramus faktisch keine Rolle.

[27] Von N. Bruyère, Méthode et dialectique (Anm. 22), wird die Innovation des Ramus vornehmlich im Methodenkonzept gesehen.

gen nicht wirklich verrückt werden, so bleibt doch zu beachten, daß sie nicht unabhängig von den gewählten Maßstäben sind, und diese sind gegenüber den Kontexten *zeitgenössischer* Problemstellungen nicht immer sensitiv.

Das für die Frage nach der Verbindung von Logik und Hermeneutik einschlägige Lehrstück bilden Ramus' Ausführungen zu *analysis* und *genesis*. Sie sind Teil des *usus* bzw. der *exercitatio*, die aus *interpretatio*, *scriptio* oder *dictio* besteht. *Interpretatio* (später präferiert Ramus den Ausdruck *analysis*) bezeichnet nach den Darlegungen in seinen Schriften *Scholarum Rhetoricarum* und *Scholarum Dialecticarum* die logische Zerlegung eines Textes in einfache argumentative (syllogistische) Bestandteile.[28] Verwendung findet anstelle von *resolvere* bei ihm auch der Ausdruck *retexere*, der gelegentlich den der *analysis* verdrängt. Auf die *analysis* folgt die *genesis* (bzw. *synthesis*). Sie besteht in der eigenen (imitierenden) Komposition eines (analysierten) Werkes oder überhaupt im Schreiben oder Sprechen. Wichtig ist das Verhältnis, in dem *analysis* und *genesis* zueinander gesehen werden: Ramus faßt sie als Umkehrungen auf, als inverse Ordnungen.[29] Vor dem für ihn so wichtigen pädagogischen Hintergrund geht Ramus am ausführlichsten auf beide ‚Verfahren' in seiner Rede zur Universitätsreform von 1551 ein.[30] In dieser programmatischen Rede heißt es zu Beginn eines längeren Abschnittes zu *analysis* und *genesis* erläuternd:

> Prima vt in perspicuis exemplis discipulus vim cognitae artis excutiat, & quàm artificiose, quàmque regulis artis co[n]gruenter & aptè ea constructa sint intelligat. Haec exercitatio Analysis à nobis appellatur, quia partes operis & exempli ad distinguendu[m] propositi retexit, & singulas ad artis normam perpendit. Secunda exercitationis via nobis est, cùm discipulus exemplo cognouerit, quomodo regulis artis periti homines vtantur, & imitando primú[m] simile aliquid effingat, deinde per seipsum & suo marte nitendo conandóque suum aliquid & proprium faciat. Haec exercitatio Genesis à nobis appellatur, quia nouum gignat opus artis & efficiat. Si loqui, orare, disputare, omniúmque artium humanarum opera facere condiscimus, vt in alienis exemplis primùm: deinde in nostris operibus & factis cognitas artis regulas experiamur.[31]

Die Bezeichnung *analysis*, mehr noch *genesis*, ist für das, was Ramus beschreibt, vergleichsweise ungewöhnlich, und die Verwendung des Ausdrucks *genesis* ist später nicht selten ein verläßliches Zeichen ramistischen Einflusses. In der zitierten Passage scheint Ramus den Anspruch auf Eigenständigkeit zu erheben, an anderer Stelle jedoch schreibt er die Unterscheidung Aristoteles zu.[32] Zum Vorgehen der

[28] Vgl. Ramus, Scholarvm Rhetoricarum, seu quaestionum brutinarum in Oratorem Ciceronis, lib. XX. [...] Recens emendati per Joan. Piscatorem Argentinensem [1581]. Francofurti 1593 (ND 1965), lib. XVIII, S. 161/62, Id., Scholarvm Dialecticarvm, Seu Animadversionum in Organum Aristotelis, libri XX. Recens emendati per Joan. Piscatorem Argentinensem. Francofurti 1594, insb. lib VII, sowie Id., Dialecticae Institvtiones [...]. Parisiis 1543 (ND 1964), fol. 44^{r} ff.

[29] Vgl. auch Talaeus, Dialecticae praelectiones in Porphyrium [...]. Parisiis 1550, S. 13; dort am Beispiel des Aufbaus des *Organon*.

[30] Vgl. Ramus, Pro philosophica Parisiensis Academiae disciplina oratio [...]. Parisiis 1551, S. 27-43. - Allgemein zu seinen pädagogischen Reformzielen Frank P. Graves, Peter Ramus and the Educational Reform of the Sixteenth Century. New York 1912, ferner Peter Sharratt, Peter Ramus and the Reform of the University: The Divorce of Philosophy and Eloquence. In: Id., French Renaissance Studies 1540-70: Humanism and the Encyclopedia. Edinburgh 1976, S. 4-20.

[31] Ramus, ebd., S. 28.

[32] Vgl. Ramus, Rhetoricae Distinctiones in Quintilianum (1549). In: Id., Arguments in Rhetoric Against Quintilian. Translation and Text [...]. Translation by Carole Newlands. Introduction by James J. Murphy. Dekalb 1986, S. 161-228, hier S. 195: „Sic Aristoteles [...] docet analysin dialectici operis ab effectione (quam genesin nominat) differre." - Hier sind Ramus zahlreiche

von ihm gemeinten logischen Analyse heißt es ergänzend: „[...]eadémque & analyseos & geneseos exercitatione Demosthenis, Homeri, Virgilij, Platonis, Aristotelis dialecticú[m] & ex argumento consiliú[m], et ex syllogismo iudiciú[m], & ex ordine vniuersae collocationis complexú[m] interpretá[n]do, meditando, scribé[n]do, declamá[n]do perpé[n]dimus, imitamur: [...].“[33] Deutlich wird der Rahmen, der Aspekt der Anwendung, wenn Ramus an anderer Stelle die Aufgabe des Logikers bestimmt:

> Nec enim Logicus est, qui logica praecepta didicit, sed Logicus est, qui logicam artem in explicandis et retexendis poetarum, oratorum, philosophorum, argumento, enuntio, syllogismo, methodo abhibuit, qui logicas eorum virtutes multa et assidua meditatione, scriptione, dictione observavit, excoluit, qui seipsum omnibus laborum et studiorum generib[us] diu multumque in his exercuit.[34]

Die *analysis* beschreibt Ramus als einen Weg vom Komplexen zum Einfachen;[35] die *genesis* als Weg vom Einfachen zum Komplexen - dies in Übereinstimmung mit der Unterscheidung zwischen *resolutio* und *compositio* etwa im Rahmen der von Ramus kritisierten dreigliedrigen galenischen Methodentradition.[36] Treffen beide zusammen, so verbinden sie sich zum Verfahren der *imitatio* im Zuge der Aneignung ‚klassischer‘ Autoren[37], wie es in der Zeit traditionell war:

> Ziel solcher lectio und interpretatio war die Nachahmung (imitatio) und freie Reproduktion vorgegebener sprachlicher und formaler Muster (exempla) in der eigenen oratorischen und schriftlichen Praxis. Diese Fähigkeit galt als das Endziel und die Endstufe einer methodischen Schulung rhetorischer bzw. poetischer Kompetenz auf der Basis von

---

Autoren gefolgt, etwa Franciscus Sanctius Brocensis (Francisco Sanchez de las Brozas 1523-1601), bei dem es über die Auflösung fremder Schriften heißt in Id., De Autoribus Interpretandis, sive De Exercitatione. Antverpiae 1581, das angemessener „De Arte Poetica“ tituliert ist (S. 3): „Haec ratio ab Aristotele dicitur Analysis [...]“.

[33] Ramus, Pro philosophica (Anm. 30), S. 38. Ramus hat in frühen Schriften Beispiele seiner ‚syllogistischen‘ Analyse von Texten gegeben, vgl. z.B. Id., Platonis epistolae [...] latinae factae, et dialecticis rerum summis breviter expositae [1549]. Parisiis 1552.

[34] Ramus, Scholarvm Dialecticarvm (Anm. 28), lib. II, cap. 10, S. 68.

[35] Vgl. als ein Beispiel auch Talaeus, Dialecticae praelectiones (Fußnote 29), S. 12. Gewählt habe ich diese Stelle nicht zuletzt wegen der Verwendung der Ausdrücke *descensus* und *ascensus*, die das Begriffspaar zugleich an eine alte neuplatonische Tradition anschließt: „In dispositione huius organi Dialectici duas vias interpretes descé[n]su & ascensu finxerunt, Analysin & Genesin, illam quae à crassissimis maximéque compositis ad simpliciora descé[n]deret: hanc quae à simplicibus ad composita perueniret: [...].“ Nur erwähnt sei, daß dieses Ausdruckspaar auch Gerhard Hyperius bei seiner Erläuterung von *resolutio* (*analysis*) und *compositio* (*synthesis*) wählt, vgl. Id., De Theologo, sev de ratione stvdii theologici libri IIII [1556]. Argentina 1562, lib. II, cap. 38, S. 421.

[36] Vgl. z.B. den wenig beachteten Johannes Hospinianus Steinanus (Wirth 1515-1575) in Id., Quaestionum Dialecticarum, Libri Sex, nunc primum in lucem editi. Basileae 1543, lib. sextus, 230-269 [recte 271], erweitert in der 2. Auflage, vgl. Id., Quaestionum Dialecticarum libri sex, post longam amplificationem & castigationem, nunc demum secundò in lucem emissi [...]. Basileae 1557. Hier findet sich noch vor Ramus ein ausführliches Methodenkapitel am Ende der Logik plaziert. Zeitgleich mit Sturm nimmt Hospinanus die galenische Methodentrias in die Logik auf (vgl. Sturm, Partitionvm Dialecticarum Libri quatuor. Emendati et aucti [1543]. Argentorati 1549, lib. III; das war bei Sturm noch nicht in der ersten Fassung seiner Dialektik der Fall, die nur zwei Bücher umfaßt und bei der insbesondere das dritte Buch, in dem *ordo* und *methodus* abgehandelt werden, noch fehlt; vgl. aber bereits Id., In partitiones oratorias Ciceronis dialogi dvo. Argentorati 1539, fol. a 1^{V}, wo Sturm die Methodentrias des Galen anspricht und für *synthesis* den Ausdruck *systasis* bzw. *σύστασις* verwendet).

[37] Hierzu auch Peter Sharratt, Peter Ramus and Imitation: Image, Sign and Sacrament. In: Yale French Studies 47 (1972), S. 19-32. Ramus hat gelegentlich für *genesis* den Ausdruck *imitatio* verwendet.

ars (praecepta) und usus, der praktischen Übung.[38]

Genesis kann bei Ramus aber auch eine eigenständigere Produktion von Texten meinen. Überhaupt ist bei ihm der Gebrauch von *analysis* und *genesis* nicht einheitlich - wenn man etwa auf die programmatische Abhandlung zur Verteidigung seiner so heftig umstrittenen Behauptung schaut, es gebe nur eine ‚Methode' (d.h. Darstellungsform) in den Disziplinen: Entdeckungen werden nicht mit Hilfe der *analysis* erzielt und mit Hilfe der *genesis* dargelegt und gelehrt, sondern umgekehrt: *Methodus* sei gleich *analysis*, und *genesis* sei keine Methode - es gebe nur *eine* Methode.[39] Zudem verwendet er dieses Begriffspaar, wenn es um die Erlernung und Anwendung von Rhetorik und Dialektik selbst geht: „Rhetoricae enim sicut et dialecticae et cuiusuis exercendae artis ratio duplex omnino est, *analysis* et *genesis*. Primum enim est ut artis usum in propositis exemplis cernamus, deinde similia his effingamus."[40] Im Blick auf die hier verfolgte Fragestellung ist die *analysis* als Zerlegungen eines Textes nach logischen und rhetorischen Mustern zentral.[41] Ramus appliziert sie nicht zuletzt auf poetische Werke - bereits in den *Dialecticae Institutiones* von 1543 heißt es „[...] interpretationem voco poëtarum, oratorum, philosophorum, omniumque artium, & excellentium scriptorum lectionem, auditionem, & ad instituta dialecticae artis explicationem [...]".[42] Im Zuge der *analysis* wird die Bedeutung eines Textes unabhängig von seiner Darstellungsform (‚Ornament') ermittelt und (bisweilen) in syllogistischer Weise dargelegt.[43]

Anders als dies auf den ersten Blick erscheinen mag, ist die durchgängige Wahl nicht eigens konstruierter und sogar literarischer Beispiele in seinen Dialektiken keine Nebensächlichkeit.[44] Die Exemplifizierung dialektischer Lehrstücke anhand

[38] Wilhelm Kühlmann, Gelehrtenrepublik und Fürstenstaat. Entwicklung und Kritik des deutschen Späthumanismus in der Literatur des Barockzeitalters. Tübingen 1982, S. 189; hierzu auch Wilfried Barner, Barockrhetorik. Untersuchungen zu ihren geschichtlichen Grundlagen. Tübingen 1970, S. 59ff und S. 285ff. Melanchthon scheint der erste in der Zeit gewesen zu sein, der einen eigenen Abschnitt „De imitatione" in die Rhetorik aufgenommen hat, wobei er zwischen *imitatio generalis* und *specialis* (Ciceros Personalstil) unterscheidet (vgl. Id., Elementorum Rhetorices libri II [1531]. In: Id., Opera Quae Supersunt Omnia. Vol. XIII. Halis 1846 [= *CR* 13], Sp. 417-506, hier Sp. 492-504). Die *imitatio* behandelt bereits Quintilian in seinen *Institutionis Oratoriae* (*Inst Orat*, X, 2). Zur (‚kreativen') *imitatio* auch G. W. Pigman III, Versions of Imitation in the Renaissance. In: Renaissance Quarterly 33 (1980), S. 1-32, Alfons Reckermann, Das Konzept kreativer imitatio im Kontext der Renaissance-Kunsttheorie. In: Walter Haug und Burghart Wachinger (Hrsg.), Innovation und Originalität. Tübingen 1993, S. 98-132.

[39] Vgl. Ramus, Quod sit vnica doctrinae institvendae methodvs, Locvs e IX. Animaduersionum P. Rami [...]. Parisiis 1557.

[40] Ramus, Rhetoricae Distinctiones (Anm. 32), S. 225.

[41] Gegen die mit Quintilian (*Inst Orat*, I, 4, 2) oder Marius Victorinus Afer (vgl. Id., Ars grammatica. In: Grammatici latini e recensione Henrici Keilii. Vol. VI. Lipsiae 1875, S. 4: „Scientia interpretandi poetas atque historicos et recte scribendi loquendique ratio.") verbreitete Auffassung, die Grammatik bestehe aus Sprachlehre („recte loquendi scientiam") und Dichtererklärung („poetarum enarrationem"), wendet Ramus ein, daß die *interpretatio* nicht Teil der Grammatik sei, vgl. Id., Rhetoricae Distinctiones (Anm. 32), S. 176/77. Diese Auffassung findet sich noch bei Gerhard Johannes Vossius (1577-1649) in Id., Latina grammatica, in usum scholarum Hollandiae & West-Frisiae [1626]. Amstelodami 1710, S. 1; der exegetische Teil ist bei ihm allerdings nur Teil der Grammatik *im allgemeinen*, nicht der eigentlichen *ars grammatica*.

[42] Ramus, Dialecticae Institvtiones [...]. Parisiis 1543 (ND 1964), fol. 44^{r}.

[43] Vgl. ebd., fol. 48^{r}: „[...] cùm in perpetuae orationis partibus syllogismos multos distinxeris: vno summam totam (vt plaerumq[ue] ex sese, sed multis ornamé[n]tis amplificata comprehensa est) omnibus detractis amplificationibus, notatis tamen capitibus argumentorum succinctè complectare [...]."

[44] Hierzu auch Edilia Traverso, Introduzione. In: Ead., Pierre de la Ramée. Proposte per una riforma degli studi e dell'università. Introduzione, traduzione e note a cura di E. Traverso. Lecce 1979, sowie Kees Meerhoff, Rhétorique et poétique au XVI^{e} siècle en France. Leiden 1986. Zu Ramus' Beispielwahl ferner Michel Dassonville, La collaboration de la Pléiade à la ‚Dialectique' de Pierre de La Ramée. In: Bibliothèque d'Humanisme et Renaissance 25 (1963), S. 337-348,

von Dichtung hat schnell und anhaltend die Kritiker auf den Plan gerufen. Beispielhaft ist die Auseinandersetzung, die Pierre Galland (Petrus Gallandus 1510-1559) mit Ramus' universitärem Reformprogramm in seiner Gegenschrift *Pro schola Parisiensi contra novam academiam Petri Rami oratio* führt. In ihr wirft Gallandus im Zuge seiner Verteidigung der aristotelischen Philosophie Ramus vor, nicht Philosophie, sondern Poesie zu lehren.[45] Auch wenn Ramus Verteidiger findet[46], findet diese Kritik noch in der Mitte des 18. Jahrhunderts ihr Echo.[47] Die Wahl der Beispiele ist nicht zuletzt in Abgrenzung zu den stilisierten Beispielsätzen scholastischer Logiken zu sehen[48]; sie sind konkreten und anerkannten Texten entnommen und scheinen auf diesem Wege leichter Fragen der Textbetrachtung zu eröffnen. Die Beispielwahl des Ramus tritt in der Dialektik gerade hinsichtlich des Schulbetriebes jedoch noch unter einem anderen Aspekt hervor. Sie hat immer wieder den Verdacht mangelnder *pietas* geweckt.[49] Nicht nur für die lutherischen wie reformierten Schulen, sondern auch für universitäre Neugründungen wie Helmstedt galt die von Johannes Sturm (1507-1589) übernommene Maxime[50]: *Sapiens atque eloquens* [gelegentlich auch: *elegans*] *pietas*.[51] Zahlreiche Bearbeiter der ramistischen Dialektik haben diesen Mangel nicht nur auszugleichen versucht, sondern

---

sowie Manfred Hinz, Eine ramistische Literaturwissenschaft? Dialektik, Rhetorik und Literatur in Pierre de La Ramée: *Dialectique* (1555). In: Romanische Zeitschrift für Literaturgeschichte 1992, S. 46-74.

[45] Vgl. Galland, Pro schola Parisiensi contra novam Academiam Petri Rami Oratio. Parisiis 1551, u.a. fol. 63^{V} (auch 3^{r}): Ramus „ex poetis philosophiam quam ex philosophis multo melius doceri contendat: in hac umbratili philosophiae et eloquentiae coniunctione, non Aristotelem, non philosophiam, sed poetas fere tantum doceat; [...]." Zu Galland und seinem Werk auch Charles B. Schmitt, Cicero Scepticus: A Study in the Influence of the *Academica* in the Renaissance. The Hague 1972, S. 92-102. Die hier zitierte Stelle findet sich auch bei Schmitt wiedergegeben (Anm. 51, S. 93).

[46] So hebt z.B. Alexander Richardson (ca. 1565-1621) in seinen Erläuterungen zu Ramus' Dialektik hervor (Id., The Logicians School-Master: Or, A Comment Vpon Ramvs Logicke. London 1629): „*Poetry is a generall Art, ergo, a Poet is a generell Author, therefore Ramus brings examples out of Poetry to shew this generall Art of Logicke, Virgil for example handles Georgickes, that is, husbandry, and diuides it into foure parts* [...]." Richardson richtet sich in seinem Buch vor allem gegen Bartholomaeus Keckermanns Ramus-Kritik (vgl. u.a. Id., Praecognitorum logicorvm tractatvs III [...1599]. Nunc tertiâ editione recogniti atque emendati. Hanoviae 1606, tract. II).

[47] So erfährt Ramus in Zedlers Lexikon unter dem Stichwort „Logicke, (die systematische)" zwar wegen seiner Aristotelismus-Kritik Lob (Grosses Vollständiges Universal-Lexikon. 18. Bd. Halle/Leipzig 1738 [ND 1961], Sp. 268/69), da er den Weg zu einer „eclectischen Philosophie" geebnet habe, zugleich aber (Sp. 269) wird bemerkt, daß er die „Logick aus den sogenannten *Literis humanioribus* erläutert, und sich der barbarischen Art zu lehren, welche bey den *Scholasticis* war, enthalten, wiewol er in Anführung der Zeugnisse aus den alten Poeten, und andern, mehrere Maße hätte halten können."

[48] Im Blick auf die Bevorzugung literarischer Autoritäten sei nur erwähnt, daß bereits für Lorenzo Valla (1406-1457), dessen Dialektik im 16. Jh. mehrfach aufgelegt wurde, nicht die gegenwärtigen, sondern die besten (lateinischen) Autoren die Autoritäten für die sprachliche *consuetudo* bilden; vgl. hierzu M. Tavoni, Latino, grammatica, volgare: Storia di una questione umanistica. Padua 1984, S. 144-47.

[49] Hier lag auch ein Grund, weshalb die Verdrängung melanchthonischer Lehrbücher durch ramistische mitunter mißtrauisch betrachtet wurde, vgl. mit Beispielen Arnd Friedrich, Die Gelehrtenschulen in Marburg, Kassel und Korbach zwischen Melanchthonismus und Ramismus in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts. Darmstadt/Marburg 1983.

[50] Hier heißt es in den Statuten (vgl. Peter Baumgart und Ernst Pitz [Hrsg.], Leges et Statuta, quibus nos Iulius academiam nostram Iuliam munimus [1576]. In: Die Statuten der Universität Helmstedt [...]. Göttingen 1963, S. 62-193, hier 184, S. 119): „Est autem finis studiorum sapiens et eloquens pietas."

[51] Hierzu Anton Schindling, Humanistische Hochschule und Freie Reichsstadt. Gymnasium und Akademie in Strassburg 1538-1621. Wiesbaden 1977, auch Walter Sohm, Die Schule Johann Sturms und die Kirche Straßburgs in ihrem gegenseitigen Verhältnis 1530-1581. Ein Beitrag zur Geschichte der deutschen Renaissance. München/Berlin 1912.

dies für so wichtig gehalten, es bereits im Titel anzukündigen.[52] Doch gleichgültig, ob literarische oder biblische Beispiele: Der Effekt wird durch die Bedeutung der letzteren eher noch verstärkt.

Ramus war indes nicht der erste, der ein Konzept der *analysis textus* vertreten und praktiziert hat. Vorgeprägt war sie im humanistischen Lehrbetrieb. Ramus selbst wurde von dem bereits erwähnten Sturm (und über diesen vielleicht von Melanchthon[53]) sowie von Rudolf Agricola beeinflußt.[54] Wie in Deutschland Melanchthon, habe Sturm die Methode Agricolas nach Paris gebracht. Und Ramus hat sich als Fortsetzer gesehen - „restitue, Sturmi praestantissime, Germanis Agricolam, quem Gallis dedisti"[55]. Mit der ramistischen *analysis* zumindest vergleichbare Überlegungen finden sich bei Sturm, der 1529 bis 1536 in Paris lehrte. Danach gehört er zu den bedeutendsten Schulmännern, als Leiter - *rector perpetuus* - einer der renommiertesten Schulen der Zeit, der späteren Akademie zu Straßburg, die wie kaum eine andere ausstrahlte und Vorbildfunktion gewann.[56]

---

[52] Vgl. u.a. Piscator, In P. Rami Dialecticam Animaduersiones (Anm. 17), mit dem Untertitel: „Exemplis Sacr. litterarum paßim illustratae", oder Goswino Wasserleider, Logica Ad P. Rami Dialecticam Conformata, Brevibvs Scholiis Explicata, & Exemplis omnibus sacrarum literarum illustrata. Francofvrti 1584, und als weiteres Beispiel trägt die deutsche Übersetzung von Friedrich Beurhusius den Titel: Id., P. Rami Dialectica verdeutscht/ vnd mehrensteils mit Biblischen Exempeln/ wie auch mit etlichen Anzeigungen erklert [...]. Erffordt 1587.

[53] Melanchthon hat sich gelegentlich einer Rede von 1544 negativ zu Ramus' Aristoteleskritik geäußert - gemeint ist Ramus, Aristotelicae Animadversiones. Parisiis 1543 (ND 1964) -, ohne ihn allerdings namentlich zu erwähnen; vgl. Melanchthon, Oratio de Aristotele [1544]. In: Melanchthons Werke. Hrg. von Robert Stupperich. III. Bd. Gütersloh 1961, S. 122-134, hier S. 128: „Quod autem Gallus quidam contendit, ne tabulas quidem ex illo Aristotelis naufragio ullas receptas esse, ac prorsus amissos esse Dialecticos libros: deinde hos, qui hoc titulo circumferuntur, rudera continere non artis integrae extructionem, seu, ut ita dicam, aedificium, illum hoc suo somnio delectari sinamus. Nos haec monumenta, cujuscunque sint, et si Aristotelis esse multae sunt et graves conjecturae, amemus et eis fruamur. Et hinc veram methodi formam in omni disputatione sumendam esse sciamus."

[54] Zu Agricola und Ramus u.a. Kees Meerhoff, Agricola et Ramus - dialectique et rhétorique. In: F. Akkerman und A. J. Vanderjagt (Hg.), Rodolphus Agricola Phrisius 1444-1485 [...]. Leiden 1988, S. 270-280, Bruyère, Méthode et dialectique (Anm. 22), S. 112/13 sowie S. 305-308.

[55] Vgl. hierzu auch ausführlich Ramus, Scholae in Tres Primas Liberales Artes: Videlicet 1 Grammatica [...]. Recens emendatae per Joan. Piscator [...]. Francofurti 1581 (ND 1965), *Praefatio*, S. 9/10: „Hos dialecticos tam insignes tamque amabiles fructus Joannes Sturmius ex Agricolae schola Lutetiam Parisiorum primus attulit, academiamque academiarum principem incredibili tam insperatae utilitatis desiderio inflammavit: [...]" usw. Die Beziehung zwischen Sturm und Ramus war indes nicht immer ungetrübt, vgl. M. Guggenheim, Beiträge zur Biographie des Petrus Ramus. In: Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik 121 (1903), S. 140-153, insb. S. 140 ff., auch Walter J. Ong, Ramus: Method, and the Decay of Dialogue. Cambrige/Mass. 1958, S. 232 ff.

[56] In der Auseinandersetzung um die ramistische Dialektik gegen Ende des 16. Jhs. wird es üblich, ‚unverdächtige' Zeugnisse der Anerkennung des Ramus zu nutzen: Sturms Brief an Heinrich Schorus ist besonders beliebt (vgl. Schorus, Specimen et Forma Legtimè Tradendi Sermonis & Rationis Disciplinas, ex P. Rami scriptis collecti, & Tabernensi Scholae accommodata [...]. Cvm Praefatione Io. Sturmij. Argentorati 1572, der Brief S. 5-7). Eine nahezu vollständige Zusammenstellung solcher Autoritätszeugnisse bietet Henning Rennemann (1567-1646) in seiner vornehmlich gegen Philipp Scherbius (1553/55-1605) gerichteten *dissertatio*, vgl. Rennemann, Dissertatio pro Philosophia Ramea, adversvs Peripateticos [...]. Francofvrti 1595, insb. S. 166 ff. (gegen Scherb, Dissertatio pro Philosophia Peripatetica, adversus Ramistas. Altdorfii 1590). Daß diese Zeugnisse mitunter etwas einseitig offeriert werden, sei der Stelle entnommen, die von Julius Pacius (1550-1635) aus seinem Brief an Jacopo Zabarella (1533-1589) in der Edition dessen *Opera* angeführt wird (vgl. Zabarella, Opera, qvae in Hvnc Diem edidit, in quinq[ue] tomos diuisa [...]. Lugduni 1587, unpag.), wenn man sie mit dem Gedicht „In Organon Aristotelis à Ivl. Pacio Philosopho [...] denuo editum & emendatum" vergleicht, das Pacius seiner griechisch-lateinischen Ausgabe des aristotelischen *Organon* voranschickt (vgl. [Id.], Aristotelis Stagiritae Peripateticorvm Principis Organvm: Hoc est, libri omnes ad Logicam pertinentes, Graecè & latinè [...1598]. Hanoviae 1623 [ND 1967], unpag.): „Sensit magnus ide Stapulensis, idemque probauit/ Parisiae semper tota corona scholae,/ Vicoque mercatus, Montaureus, & Goueanus,/ Fernelius,

Für Sturm bildet Cicero einen alles überragenden Bezugspunkt; seine Methode der *partitiones* fand er in Ciceros *Partitiones oratoriae* vorgebildet und dieser wiederum in der platonischen *diairesis*. Die in seinen Lehrbüchern *Partitionum Dialecticarum* und In *Partitiones oratorias Ciceronis* behandelte ‚Methode' umreißt er indes nur skizzenhaft[57]; und die *partitio* (*via partiendi seu dividendi*) erfährt stellenweise nur vage Abgrenzung von der *analysis*.[58] Auch er kennt die *analysis* als ein Konzept, vorliegende Argumentationen nach einem syllogistischen Muster aufzulösen.[59] Nach Sturm bezieht sich die Zerlegung (*analysis*) des *compositum*, das der Text darstellt, auf die *loci generales*, wohingegen - gleichsam in umgekehrter Richtung - die *partitio* die *loci generales* zu den *loci singulares* des Textes führt.[60] Mit Hilfe der *partitio* können die *loci singulares* zu neuen Aussagen im Bereich des jeweils engeren Themas verknüpft werden. Die *synthesis* faßt Sturm als *Lehre* der am Text gewonnenen Einsichten auf.

Melanchthon, den Sturm 1535 an die Universität Paris holen wollte[61], sieht in seiner Rhetorik von 1531 weniger eine Anleitung zur Bildung des Redners als Hilfestellungen zur Textinterpretation und -beurteilung. In ihr finden sich zahlreiche Elemente zur *analysis textus* dargelegt, und auch ihm geht es nicht zuletzt darum, die ‚nackten' syllogistischen Elemente in den (Lehr-)Texten herauszupräparieren.[62]

Vatablus, Scaligerique duo./ Turnebus, Petrus Victorius, & Zabarella,/ Organi & interpres fidus Aristotelis [...]" usw. Hier sind die älteren und jüngeren Kritiker der ramistischen Aristoteles-Kritik versammelt, und in der „Epistola ad Lectorem" des Pacius heißt es: „Itaque iure optimo Aristoteles huius artis ignorationem veteribus philosophis exprobauit: & proculdubio, si nunc viueret, longe plures & longe acrius eo nomine incusaret."

[57] Vgl. u.a. Sturm, In partitiones oratorias (Anm. 36), fol. a 1^{v}-3^{r}; Id., Partitionvm Dialecticarum (Anm. 36), lib. III, cap. XV.

[58] Mitunter ausführlicher sind die tabellarisch aufbereiteten Darstellungen des Schülers Sturms Valentin Erythraeus (Roth 1521-1576), so Id., *Σχηματισμοί*, Hoc est, Tabvlae Qvaedam Partitionvm Oratoriarvm M. T. Ciceronis, et Qvatvor Dialogorvm in Easdem Ioannis Sturmii [...]. Argentinae [Argentorati] 1547, Id., *Διαγράμματα*, Hoc est, Tabvlae Tertii et Qvarti Libri Partitionvm Dialecticarvm Ioannis Sturmii. 1. De Logices [...]. II. De Sophistarum reprehensionibus [...]. III. De Collocatione Dialectica. Argentinae [Argentorati] (1555); Erythraeus ist auch in seiner Gegenüberstellung der Dialektik Sturms und Melanchthons ausführlicher, Id., *ΣΩΜΑΤΟΛΟΙΙΑ ΔΙΑΛΕΚΤΙΚΗ*, Corpvs Disserendi Doctrinae, Seu, Erotemata Dialectices, continentia feré integram artem, ita scripta: vt Iuuentui vtiliter proponi possint. Edita à Philippo Melanchthone, postomnes omnium editiones [...]. Argentorati 1574.

[59] Vgl. Sturm, Partitionvm Dialecticarum (Anm. 26), wo es heißt (fol. 100^{v}): „Quid est autem *ανάλυσις?* [...] Est factae conclusionis, ad tres figuras deductio." In der Epitome der sturmschen Dialektik von Joahnnes Bentz (Bentius 1547-1599) trägt das zweite Buch prägnanter die Überschrift „De Ivdicio et analysis dialectica" (Id., Partitionvm Dialecticarum Joannis Sturmii Epitome: Recognita & perspicuis Exemplis illustrata [...]. Argentorati 1593): „Quid hîc appellatur Iudicium? Ratio quae docet, quomodo res inuentae sint artificiosè conclusioni astringendae. Quae sunt eius partes, siue methodi? Hae duae: *ανάλυσις*, Resolutio: & *σύνθεσις*, Compositio. Quid est *ανάλυσις* dialectica? Est via quaedam, qua confecti syllogismatiq[ue] argumenta resoluuntur. Incipit enim à toto, & per maiores partes vsq[ue] ad minimas descendit, ex quarum collocatione figura potest cognosci."

[60] Zu seinem Vorgehen der Zerlegung beispielhaft Sturm, Linguae latinae resolvendae ratio tradita in celebri reipublicae Argentoratensis Academia anno septuagesimo tertio et nunc primum in lucem edita, studio Joannis Lobarti Borussi iuris utriusque licentiati. Argentorati 1581 (es handelt sich um eine bereits 1573 gehaltene Vorlesung).

[61] Vgl. hierzu Georg Theodor Strobel, Von Melanchthons Ruf nach Frankreich und seinen dahin geschickten Religionsbedenken vom Jahr 1535 - ein Beytrag zu den Schicksalen der Evangelischen in Frankreich. Nürnberg und Altdorf 1794, mit dem Abdruck zahlreicher Dokumente, zu Sturm dort S. 41ff. Eine Ausgabe von Melanchthons Dialektik erschien in Paris bereits 1528, eine weitere 1532 (früher noch sind Editionen seiner Rhetoriken). Melanchthons Lehrbücher wurden zudem im Straßburg Sturms verlegt. Seine Dialektik erschien dort 1538, dann mehrfach später (vgl. Id., De Dialectica libri quatuor, postremo recogniti & aucti. Acesserunt enim caeteris aeditionibus praeter Regulas consequentiarum [...1538]. Argentorati 1545). Den Ausgaben ist ein Schreiben Sturms beigegeben.

[62] Vgl. Melanchthon, Elementorum Rhetorices (Anm. 38), Sp. 430: „Neque vero tantum status

Er selbst hat dies in seinen Auslegungen gerade biblischer Texte immer wieder praktiziert und diese Art der Textanalyse erfolgreich zumindest an die nachfolgende Generation von Theologen weitergegeben.[63] Über das von ihm in der Rhetorik kreierte *genus didaskalikon*, das bis ins 17. Jahrhundert in nahezu allen protestantischen, gelegentlich auch in katholischen Rhetoriken und Homiletiken Aufnahme findet, wird faktisch die gesamte Dialektik Teil der Rhetorik. Auch bei Melanchthon stellt die Anwendung des dialektisch-rhetorischen Interpretationsinstrumentariums eine Art der Umkehrung der Textproduktion dar. Ein zentrales Element dieses Instrumentariums beruht auf einem dialektischen Lehrstück: der (Auf-)Lösung (einfacher) Fragen anhand von *loci*. In den späteren Auflagen seiner Dialektik trägt dieses Lehrstück die Überschrift „De methodo“[64]; früher noch hat er diese Untersuchung biblischer Texte auch als *analysis* bezeichnet.[65] Syllogistische Analysen hat Melanchthon aber auch bei dichterischen Texten unternommen.[66] Und in der ersten Fassung seiner Dialektik heißt es nach der Erörterung des Enthymems, daß die Studierenden gerade auf die Argumentationsformen der Dichter achten sollten, um ihr Urteil zu schärfen: „Studiosae iuventutis erit has argumentorum formulas in poetis, oratoribusque diligenter observare, quarum cognitio, mea sententia, iudicii acrimoniam exercet.“[67] Die *analysis* von Texten gewinnt jedoch weder bei ihm noch bei Sturm den Charakter eines bestimmten Lehrstücks und einen explizit ausgewiesenen Ort in der Dialektik. Von sich selbst sagt Melanchthon, daß er erst mit Hilfe von Rudolf Agricolas Dialektik die alten Redner richtig verstehen und den Nutzen dialektischer Regeln gelernt habe.[68]

Im zweiten Buch seiner Dialektik stellt sich Agricola in zwei Kapiteln der Frage, wie man die *loci* vorgelegter Argumentationen erkenne und rekonstruiere.[69] Denn

---

observandus est, sed quia vero quaelibet controversia, unum aliquem praecipuum syllogismum continet, qui maxime munit statum, is quoque dialectico more breviter excerpendus est, ut nuda ac brevia intuentes, rectius iudicare possimus.“

[63] Etwa an den Gnesiolutheraner Johannes Wigand (1523-1587), der als Mitarbeiter der Magdeburger Zenturien bekannt ist; vgl. u.a. Id., Methodvs doctrinae Christi sicvt in ecclesia Magdebvrgensi traditvr. Francofvrti 1564. - Zugleich war Wigand ein nicht unbedeutender Botaniker (hierzu Kurt Wein, Johannes Wigand (1423-1587) - Preußens erster Botaniker. In: Sudhoffs Archiv 35 [1942], S. 160-205).

[64] Vgl. Melanchthon, Erotemata dialectices (Anm. 24), Sp. 573-578. Melanchthon verwendet den Methodenbegriff in diesem Zusammenhang bereits früher, in der Überschrift dieses Lehrstücks allerdings zuerst in der Version von 1547. In den älteren, bereits erwähnten Straßburger Ausgaben wird im *Index* - der nicht von Melanchthon stammen muß - *über* den Methoden-Begriff auf diesen Abschnitt verwiesen, er selbst aber findet im Text keine Verwendung.

[65] Melanchthon, Commentarii in Epistolam Pauli ad Romanus [...]. Anno 1532. In: Melanchthons Werke (Anm. 53), V. Gütersloh 1965, S. 25-371, hier S. 169.

[66] Vgl. z.B. seine Kommentierung des griechischen Dichters Theognis in Melanchthon, Interpretatio sententiarum Theognidis [1560]. In: Opera Quae Supersunt Omnia, Vol. XVII. Halis Saxonum 1851 (= *CR* 17), Sp. 9-178, z.B. Sp. 68-72; hierzu Dieter Kaufmann-Bühler, Eine Vorlesung Ph. Melanchthons über das Theogniscorpus. In: Philologus 100 (1956), S. 113-131.

[67] Melanchthon, Compendiaria Dialectices Ratio [1521]. In: Id., Opera Quae Supersunt Omnia. Vol. XX. Brunsvigae 1854 (= *CR* 20), Sp. 711-764, hier Sp. 755/45; vgl. auch Id., Erotemata dialectices (Anm. 24), lib. III, Sp. 619.

[68] Vgl. Melanchthon, Vita Rodolphi Agricolae [1539]. In: Opera Quae Supersunt Omnia. Vol. XI. Halis Saxonum 1843 (= *CR* 11), Sp. 438-446; sowie den Einleitungsbrief zur Ausgabe seiner Werke von 1542 (Id. In: ebd. Vol. IV. Halis Saxonum 1837 (= *CR* 4)., Sp. 715-722, hier Sp. 716): „Horum lectione non erudiebar tantum, sed etiam excitabar, ut in orationibus Ciceronis et Demosthenis argumentorum formas diligentius considerarem ac distinguerem. Qua ex re utrumque adsequebar, ut et orationes illas melius intelligerem ac legerem libentius, et usum praeceptionum perspicerem.“ - Vgl. auch Kees Meerhoff, Mélanchthon, lecteur d'Agricola: rhétorique et analyse textuelle. In: Réforme - Humanisme - Renaissance 16/30 (1990), S. 5-22.

[69] Vgl. Agricola, De Inventione Dialectica (Anm. 8), lib. II, cap. 26 und 27, S. 386-403. Zum Hintergrund auch Peter Mack, Rudolph Agricola's Reading of Literature. In: Journal of the Warburg and Courtauld Institutes 48 (1985), S. 23-41, sowie Id., Renaissance Argument: Valla

zur erfolgreichen Verwendung der loci gehöre, die *argumentationes* der Autoren auf ihre *loci* zurückzuführen (*reddere*).[70] Agricola bekennt, daß es nicht leicht sei, eine *certa lex* für dieses Geschäft zu geben.[71] Die *propositio* und die *conclusio* der *argumentationes* seien häufig verborgen. Gleichwohl will er einen ‚Weg', eine ‚Methode' (*via*), angegeben, auf dem es leichter sei, die *loci* zu erkennen.[72] Zunächst solle man mit dem beginnen, was klar erkennbar ist. Die weiteren Hinweise laufen über die Bildung des (syllogistischen) Mittelterms, und es werden Beispiele anhand von Textvorlagen zur Illustration geboten. Wenn die klar erkennbaren *argumentationes* rekonstruiert seien, dann könnten auch die verborgenen in ihrer ‚Form' erkannt und in einen Zusammenhang gebracht werden.[73] Dem braucht hier nicht weiter nachgegangen zu werden. Auch Agricola wählt ein literarisches Beispiel, nämlich Senecas *Hercules furens*.[74] Und auch er betont, daß aus der ‚Kunstlehre' eine ‚Praxis' werden müsse.[75] Ein ausgeführtes Beispiel seiner grammatisch-dialektischen Analyse bietet Agricolas *Scholia* zu Ciceros Rede *De lege Manilia*, in der er syllogistische bzw. enthymematische Strukturen herausarbeitet.[76]

Auch wenn Ramus' *analysis logica* im Blick auf die Tradition vielleicht nicht sonderlich innovativ ist, so hat seine Konzeption gleichwohl eine ungeahnte Wirkung an den Schulen entfacht. An zahlreichen neugegründeten illustren Gymnasien, die zum Teil kaum den Universitäten nachstanden, wie etwa das Herborns, allerdings kein Promotionsrecht besaßen, hielt der Ramismus, die Lehrbücher zur Dialektik und Rhetorik, Einzug. Obwohl immer wieder auf die besondere Präferenz der Reformierten für die ramistische Dialektik hingewiesen wird, findet diese keinen von vornherein zwingenden Anhaltspunkt im Bereich der Lehrstücke.[77] Das ist für die Einschätzung der Entwicklung des Ramismus, nicht zuletzt für die Adaptation bestimmter Lehrstücke, ganz entscheidend. Das frühste Beispiel, das dies belegt, bilden die beiden Heidelberger Theologieprofessoren Zacharias Ursinus (1534-1583) und Caspar Olevianus (1536-1587). Beide sind Verfasser bzw. Vertreter des reformierten Heidelberger Katechismus.[78] Während Ursinus 1570 in einem

---

and Agricola in the Tradition of Rhetoric and Dialectic. Leiden 1993, S. 227 ff.; dort (S. 280 ff.) auch zur Rezeption der Logik Agricolas, hierzu vor allem Lothar Mundt, Rudolf Agricolas *De inventione dialectica* - Konzeption, historische Bedeutung und Wirkung. In: Wilhelm Kühlmann (Hrsg.), Rudolf Agricola 1444-1485. Protagonist des nordeuropäischen Humanismus zum 550. Geburtstag. Bern 1994, S. 83-146.

[70] Agricola, ebd. cap. 26, Z. 19 ff. (S. 386).

[71] Ebd., Z. 49 ff. (S. 388-90).

[72] Ebd., Z. 59/60 (S. 390): „Viam igitur quandam ad ista et (ut dicitur) manuductionem fortasse dare poterimus, quo facilius in his loci cognoscantur."

[73] Ebd., cap. 27, Z. 1 ff. (S. 394).

[74] Ebd, Z. 43 ff. (S. 396).

[75] Ebd, lib. III, cap. 16, Z. 52 f.

[76] Hierzu jetzt ausführlich die Untersuchung von Lutz Claren und Joachim Huber, Rudolf Agricolas Scholien zu Ciceros Rede De lege Manilia - Zu Typologie und Verfahren des humanistischen Autorenkommentars. In: W. Kühlmann (Hrsg.), Rudolf Agricola (Anm. 69), S. 147-180.

[77] Diese These ist im Einzelfall jeweils zu prüfen, und sie besagt nicht, daß auf bestimmte Lehrstücke nicht zurückgegriffen werden konnte, bei denen etwa eine (soziale) Ausdeutung wahrgenommen wurde: zum ersten vgl. z.B. die Auffassung von Stephen Foster, Their Solitary Way: The Puritan Social Ethic in the First Century of Settlement in New England. New Haven 1971, u.a. S. 34/35; zum zweiten läßt sich (nicht zuletzt gegen Zabarellas Unterscheidung zwischen *disciplina practica* und *theoretica* gerichtet) auf die Behauptung hinweisen, daß alle Disziplinen praktisch seien; sie sich zu einem ‚Kreis' gegenseitiger (kooperativer) Nützlichkeit verbinden (als *enzyklopädische* Ordnung der *artes*; *technometria*). Dieses Modell *gegenseitiger* (Abhängigkeit und) *Nützlichkeit* (etwa von Berufsständen) ließe sich dann auf den sozialen Bereich übertragen.

[78] Der Anteil der Mitverfasserschaft von Olevian ist umstritten; von den jüngeren Beiträgen hierzu Lyle D. Bierma, Olevianus and the Authorship of the Heidelberg Catechism: Another Look. In: Sixteenth Century Journal 13/4 (1982), S. 17-27, Fred H. Klooster, Ursinus' Primacy in the Composition of the Heidelberg Catechism. In: Derk Visser (Hrsg.), Controversy and Conciliation.

Gutachten heftig gegen die Einführung ramistischer Lehrbücher opponiert - die erste *öffentliche* Ablehnung des Ramismus in Deutschland[79] -, hat Olevian eine ramistisch inspirierte Darstellung der Dialektik gegeben und den Ramismus an der Hohen Schule Herborn eingeführt.[80] Ein anderes, nicht weniger illustratives Beispiel ist die Auseinandersetzung um die Einsetzungsworte, etwa zwischen den beiden *ramistas* Johann Piscator und Heizo Buscher (1564-1598).[81] Der Streit hat eine umfangreiche kontroverse Literatur produziert[82]; an ihm hat auch Daniel Hofmann (1538-1611) partizipiert, der selbst, vor allem aber sein Schüler Caspar Pfaffrad (1562-1622), ramistischen Ansichten zuneigte.[83] Den Ausgangspunkt bildete Piscators dialektisch-rhetorische Analyse der Einsetzungsworte mit den Fragen: „I. An in eis sit tropus. II. Quisnam in eis sit tropus. III. In qua voce tropus ille insit.“[84] Nur erwähnt sei, daß Piscator wiederum freundschaftliche Kontakte zu Theodor Beza (1519-1605), dem Nachfolger Jean Calvins in Genf pflegte. Beide

---

The Reformation and the Palatinate 1559-1583. Allison Park 1986, S. 73-100.

[79] Vgl. postum ediert Ursinus, Bedencken Ob P. Rami Dialectica und Rhetorica in die Schulen einzuführen/ An Pfalzgraff Friedrich Churfürsten den III. gestellet/ [...] Im M.D.LXX. Jar/ als Ramvs solches in der Vniuersitet zu Heidelberg zuthun fürhett. Franckfurt an der Oder 1586, auch Id., Organi Aristotelei, Libri Qvinqve Priores per qvaestiones perspicve & ervdite expositi, ita vt provectioribus quoque docti commentarii vsum praestare possint [...]. Omnia nunc primùm in lucem edita, opera ac studio Iohannis Iugnicij Vratislauiensis. Nevstadii in Palatinatv 1586 (hier findet sich eine lateinische Übersetzung der *Bedencken* sowie Ursinus' Teilkommentierung von Aristoteles' *Organon*).

[80] Vgl. postum ediert Olevian, Fvndamenta Dialecticae Breviter Consignata è praelectionibus. Francofvrti 1581. - Zum illustren Gymnasium Herborns Gerhard Menk, Die Hohe Schule Herborn in ihrer Frühzeit (1584-1660). Ein Beitrag zum Hochschulwesen des deutschen Kalvinismus im Zeitalter der Gegenreformation. Wiesbaden 1981.

[81] Vgl. Buscher, De Ratione Solvendi Sophismata, Solide et perspicue ex P. Rami Logica deducta et explicata; Libri duo [...1593]. VVitebergae 1595 (*Epistola dedicatoria* von 1594). Die erste Auflage von 1593, auf die Piscator respondiert, habe ich nicht einsehen können; vgl. Piscator, Responsio [...] ad Elenchos Heizonis Buscheri, quibus doctrinam illius de tropo in uerbis sacrae coenae [...] refellere conatur. Herbornae 1593; hierauf Buscher, Exercitationum Theologicarum Logicarum Responsioni Joannis Piscatoris Scriptvram Depravantis, & artium doctrinam usitatam, propter dogma Calvinianum, corrumpentis Oppositarum Pars Prima [...]. s.l. 1594 (mit einem Begleitbrief von Daniel Hoffmann an Buscher von 1594), dazu Piscator, Admonitio de Exercitationibus Heizonis Buscheri [...]. Herbornae 1594, ferner Buscher, Exercitationum Theologicarum et Logicarum Responsioni Joannis Piscatoris Oppositarum Pars Altera [...]. Lemgoviae 1594, sowie Id., Fascicvlvs Qvaestionvm Controversarvm [...]. Hambvrgi 1597 sowie Id., Exercitationum Theologicarum et Logicarum Partes Tres [...] oppositae responsioni J. Piscatoris, quibus accessit appendix [...] ad Rodolphi Goclenii spongiam errorem. Francofurti 1600.

[82] Hoffmann hatte Piscator und andere in der 94. These seiner *Disputatio de Deo et Christi tum persona tum officio* von 1598, die von Caspar Pfaffrad verteidigt wurde, als „fanatici Sacramentarii“ kritisiert. Zur Vorgeschichte, zum Hintergrund und dabei immer auch zur Bedeutung der Dialektik in der Auseinandersetzung vgl. (neben dem Bericht über die *disputatio* Pfaffrads von dem philosophisch wohl gewichtigsten Opponenten: Cornelius Martini, Mallevs impietatis Hoffmannianae [...]. Francofvrti 1604) vor allem (Anonym), Fascvlvs Qvaestionvm Controversarum, De Tropo in verbis Coenae, Proprietatibus essentialibus, Praedicationibs inusitatis: Ex libris svperioribvs extractus, et novarum aliquot objectionum solutione auctus. VVitebergae 1598, wo die Auseinandersetzung mit Piscator sowie mit Rudolph Goclenius, der Piscator zur Seite trat, geführt wird (u.a. in cap. VIII, S. 130 ff.). Vgl. zuvor die Beiträge Piscators, so Id., Responsio [...] ad Dictata Danielis Hofmanni, quibus Quaestiones illius Rhetoricas de Tropo in uerbis sacrae Coenae oppugnavit. Ad calcem Quaestiones illae Rhetoricae Piscatoris adjectae sunt. Herbornae Nassoviorum 1591, hierzu Hofmann, Responsio [...] publici ad Quaestionum trium: An in verbis coenae, panis est corpus, tropus sit: Quisnam ille sit, et in qua voce insit, explicationem institutam et editam a Johanne Piscatore [...] Helmstadii 1591.

[83] Vgl. Pfaffrad, Praedicationbvs Sacramentibvs: Panis Coenae Dominicae est corpus Domini, & Vinum consecratum est sanguisillius. Commentatio, Qua & ob mysticam veritatem Inuistatae & sermone proprio sine Tropis à Christo prolatae demonstrantur. Helmstadii 1597. Zu seinem ramistischen Hintergrund mitunter in langatmiger Ausführlichkeit Id., De Stvdiis Rameis et optimae institutionis legibus Commentatio [...]. Francofvrti 1597 (*Epistola dedicatoria* von 1596).

[84] Vgl. Piscator, Quaestiones Rhetoricae Tres, De Verbis Domini, Hoc est corpus meum. Herbornae 1589.

haben sich ihre theologischen Schriften zur Begutachtung zugesandt, obwohl Beza zu den frühsten und vehementesten Kritikern des Ramus gehörte.[85] Ihm gegenüber hat Piscator die ramistische Dialektik auch zu verteidigen versucht.[86]

In nicht wenigen Schulordnungen fand die ramistische Dialektik mit dem expliziten Hinweis auf *analysis* und *genesis* Aufnahme. Von den zahlreichen Beispielen sei auf das ausführliche Schulprogramm hingewiesen, das Heinrich Schorus (Shor) für die Schule in Zabern bei Straßburg entworfen hat und das sehr früh aus den Schriften des Ramus gezogen wurde; eingeleitet durch ein einflußreiches Schreiben Johannes Sturms.[87] Dort wird zur „Sexta Claßis Theologia" in Abhebung von der *loci*-Methode festgehalten: „[...] non locos theologicos, sed praepositarum artium usum per Analysin & genesin exerceant."[88] In dem Schulprogramm für das Gymnasium der Stadt Hannover von Christian Beckmann (1569-1606), ihrem Rektor von 1598 bis 1606, heißt es zu *analysis* und *genesis*, mit deren Hilfe man den ‚wahren Kern' einer Schrift erfasse:

> Jene löst das ganze Gefüge in seine Teilchen auf, läßt den bei den Autoren damit verbundenen Gebrauch der freien Künste, der Grammatik, Rhetorik, Logik, Ethik, Physik und Chronologie an unterscheidbaren Teilen betrachten. Die *Genesis* aber denkt zu dem vom Schriftsteller vorgelegten Beispiel eine neue Fügung aus, die etwas von der Farbe und von dem Glanze des vorliegenden Kunstwerks an sich trägt. Ohne Auflösung wird des Verfassers Kunstwerk nicht begriffen, ohne Nachahmung wird es nicht unser Eigentum. Durch Uebungen im Sprechen und Schreiben geht uns der Autor in Fleisch und Blut über.[89]

Bis über die zwanziger Jahre des 17. Jahrhunderts hinaus ist die ramistische Dominanz auf der Hohen Schule Herborn gegeben. Ihre *leges scholae* schreiben in der Fassung von 1609 für die Theologieprofessoren bei der Behandlung der Heiligen Schriften explizit die *analysis logica* fest:

---

[85] Hierzu den Hinweis, den Beza in seiner Ausgabe des Neuen Testaments von 1598 auf Piscator als Leser und Kritiker gibt, Id., Iesu Christi Domini nostri Novum Testamentum sive Novum foedvs latine iam olim e veteri interprete nunc denuo a Th. Beza versum [...1556]. s.l. [Genevae] 1598, fol. 2^{v}. - Zu Beza als Gegner des Ramus neben Charles Borgeaud, Histoire de l'Université de Genève: L'Académie de Calvin, 1559-1798, Genève 1900, Tome I, S. 110-115, Jürgen Moltmann, Zur Bedeutung des Petrus Ramus für Philosophie und Theologie im Calvinismus. In: Zeitschrift für Kirchengeschichte 68 (1957), S. 295-318, insb. 306 ff., Robert M. Kingdom, Geneva and the Consolidation of the French Protestant Movement, 1564-1572. Genève 1967, passim; auch Paul-F. Geisendorf, Théodore de Bèze. Genève 1967, S. 303-04. - In Ursinus, Organi Aristotelei (Anm. 79), ist im übrigen auch ein Brief Theodor Bezas vom 27. 10. 1580 abgedruckt, in dem dieser mit aller Deutlichkeit seine Ablehnung des Ramus ausspricht. Den von Ramus in Genève begehrten Lehrstuhl erhielt Joseph Justus Scaliger (1540- 1609), der auch später aus seiner Ablehnung des Ramismus keinen Hehl gemacht hat, vgl. Id., Epistolae omnes quae reperiri potuerunt, nunc primum collectae ac editae. Ed. Daniel Heinsius. Lugduni Batavorum 1627, lib. I, Ep. 26, S. 131/32, Brief vom 15. 3. 1598 an Janus Dousa; vgl. auch in [Id.]: Scaligerana, Thuana, Perroniana, Pithoeana, et Colomesiana. Tome 2. Ed. Pierre Desmaizeaux. Amstelodami 1714, S. 352 sowie S. 142/43 (wo es zu den Ramisten deren Charakteristikum „flumen verborum, guttula mentis" sei). Es heißt dort über den einflußreichen Theologen Franciscus Gomarus (1563-1641): „[...] il [scil. Gomarus] a une belle libraire; il a force Ramistes, car il est grand Analytique, qui est la marque d'un Ramiste."

[86] Vgl. seinen Brief vom 25. 3. 1594 in (Ernst Salomon Cyprianus), Clarorum virorum epistolae CXVII e bibliothecae Gothanae autographis, cum praefatione E. S. Cypriani. Lipsiae 1714, S. 69.

[87] Vgl. Schorus, Specimen et Forma (Anm. 56); zu *analysis* und *genesis* dort, S. 39.

[88] Ebd., S. 44.

[89] Aus *Scholae Hannoverianae* [...] *emissa a M. Christiano Beckmanno Rectore*, zit. nach Franz Bertram, Geschichte des Ratsgymnasiums (vormals Lyceum) zu Hannover. Hannover 1916, S. 52.

> Primus theologiae professor alternatim aliquem veteris novique testamenti librum ennarato. Modus explicandi fere sit iste; ut 1. uniuscujusque capitis argumentum et quasi definitionem et distributionem capitis dicat, 2. analysin logicam scholastice indicet, 3. obscuriores voces et sententias explanet, 4. antilogas apparentes conciliet, 5. locorum dictorumque abusum et corruptelas ab haereticorum calumniis vindicet, 6. breviter sedes locorum communium ostendat.[90]

Hier wie in vielen anderen vergleichbaren Schulen galt es, *authores methodo Rameâ cum analysi logicâ* vorzutragen. Zuerst an den Universitäten, dann aber nicht weniger massiv an den illustren Gymnasien wird der Ramismus zurückgedrängt. Zu seinen spätesten vehementen Verteidigern gehört Statius Buscher (ca. 1584-1641).[91]

In seinem *Christliches und Nothwendiges Bedencken* identifiziert er die Gegner, wie es gegen Ende des 16. Jahrhunderts aufkam, als „Zabarellisten".[92] Nach einer ausführlichen Verteidigung der ramistischen Dialektik[93] kommt Buscher zur *analysis* des Ramus, illustriert sie ausführlich anhand von Beispielen aus der Heiligen Schrift[94], und bevor er über die Vertreibung des Ramus aus den Schulen berichtet[95], stellt er der ramistischen Analyse ein uneingeschränktes Lob für die Textinterpretation aus:

> Ob nun wol für wenig Jahren/ wie auch noch heut zu Tage sich Leute gefunden/ welche die *Analyses Rameas* als nichtig und närrisch ausgeruffen/ verachtet und verspottet/ so ist gleichwohl war/ wird und muß auch wol war bleiben /[...]/ das man nach *Rami Logica* einen *autorem* viel besser/ richtiger oder verständlicher könnte resolviren denselben

[90] Zit. nach Friedrich Zimmer, Die Schulgesetze der Hohen Schule von Herborn 1584-1609. Festschrift des evangelischen Seminars zu Herborn zur Feier des Comenius-Jubiläums 1892. Herborn 1892, S. 16.

[91] Vermutlich ein Bruder des bereits erwähnten Heizo Buscher. Von St. Buscher stammt ein Lehrbuch zur Dialektik in ramistischer Manier für die Schule in Hannover, deren Rektor er von 1612 bis 1626 war, vgl. Id., Institvtiones Logicae Rameae [...] concinnatae in vsvm Scholae Hannoveranae. Brvnsvigae 1617. Statius war zudem in heftige Auseinandersetzungen mit den Helmstedter Theologen unter Führung von Georg Calixt (1586-1656) und Conradus Horneius (1590-1649) verstrickt (hierzu u.a. Ernst L. T. Henke, Georg Calixtus und seine Zeit. 2. Bd., 1. Abth. Halle 1856, S. 110-150, sowie Hermann Rohde, M. Statius Buscherus. In: Jahrbuch der Gesellschaft für niedersächsische Kirchengeschichte 38 [1933], S. 234-282). Für diese Theologen und Philosophen ist die Bezeichnung *Rationistae* oder *Ratiocinistae* zuerst wohl von Johannes Angelius Werdenhagen (1581-1652) aufgebracht worden; vgl. Id., Vervs Christianismvs, fundamenta religionis nostrae continens, octo orationibus secularibus [...]. Magdeburgicae 1618, S. 301 (= Oratio IV). Werdenhagens Engagement an der Universität fand daraufhin indes nicht die Gegenliebe der Fakultät, insbesondere nicht die Cornelius Martinis, der die Vorgänge in einer eigenen Schrift von 1620 dargelegt und bewertet hat. Zu dieser Auseinandersetzung auch die umfangreiche und umständliche Schrift von Jacobus Martini (1570-1649) - Id., Vernunfftspiegl Das ist Gründlicher unnd vnwidertreiblicher Bericht/ was die Vernunfft/ sumpt derselbigen perfection, Philosophia genandt/ sey/ wie weit sie sich erstrecke/ vnd fürnehmlich was für einen gebrauch sie habe in Religions Sachen [...]. Wittemberg 1618.

[92] Vgl. St. Buscher, Christliches und Nothwendiges Bedencken/ Wie die Studia der L. Jugendt zu Gottes Ehren vnd der Menschen Wolfart sollten gerichtet werden/ Vnd ob man Rami Logicam hiezu in Christlichen Schulen bey der Institution nützlich gebrauchen könne. Dabey Usus Logicae in Analysi & Gensis sowol in sacris als profanis Studiis wirdt erwiesen [...]. Rinteln 1625, *Vorrede*, unpag. - In der Tat war seit Beginn des 17. Jhs. unter den italienischen Peripatetikern Jacopo Zabarella die überragende Einflußgröße in der Rezeption aristotelischer Logik und Methodenlehre in Deutschland. Auch Pfaffrad wußte bereits in seiner erwähnten Schrift für Ramus den eigentlichen Gegner so zu benennen.

[93] Vgl. Buscher, ebd., cap. X-XI, S. 116-155.

[94] Vgl. ebd., cap. XII, S. 156-159, sowie S. 160-208.

[95] Vgl. ebd., cap. XVII, S. 324-344.

> wol zu fassen vnnd behalten/ als nach *Aristotelis organo*, oder dergleichen *autoribus Logicis*: [...].[96]

Ratifiziert wird der Ausschluß des Ramismus, der an der Universität Helmstedt bereits 1597 verfügt wurde, durch einen herzoglichen Erlaß 1636, nach dem sich alle Schulen mit der Universität Helmstedt „in principiis fundamentorum et methodo confirmiren" sollten - allerdings waren in diesem Punkte die Entwicklungen an den Universitäten unterschiedlich.[97] Zwischenzeitlich war dem ramistischen *analysis*-Konzept eine aristotelische Konkurrenz erwachsen. Die *analysis textus* wird gleichwohl zum festen Bestand der *hermeneutica*. Auf beides wird noch kurz zurückzukommen sein.

Wie nun aber kommt in diesem Zusammenhang die *analysis*, die *interpretatio*, als Lehrstück in die Dialektik? Sie findet in der ramistischen Traditionslinie Eingang in den *praktischen* Teil der Logik. Nach Ramus waren alle Disziplinen gleichmonoton auf die Anwendung ausgerichtet - Johannes Kepler (1571-1630) kreierte für ihn denn auch den Spitznamen *usuarius*. Die *analysis* und ihr ramistisches Gegenstück, die *genesis*, die nach Ramus zum *usus* bzw. zur *exercitatio* gehören[98], finden ihren Ort in ramistisch ausgerichteten Dialektiken im letzten Drittel des 16. Jahrhunderts nicht selten im Anschluß an die Logik im engeren Sinn. Zunächst bilden sie einen *Anhang*, der zunehmend als angewandte oder praktische Logik ausgezeichnet wird. In Ramus' frühen *Dialecticae Institutiones* liegt zwar nach dem Modell von *natura-ars-exercitatio(-usus)* eine Dreiteilung vor, doch ist der Übergang von *inventio* und *iudicium* zur *exercitatio* fließend.[99] Demgegenüber findet sich in der 1546 unter dem Namen seines Mitarbeiters Omer Talaeus (ca. 1510-1562) veröffentlichten Dialektik neben der Zweiteilung (hier in *de inventione* und in *de dispositione*) ein separierter „commentarius tertius de exercitatione", in dem von den vier *vitiis argumentorum* (*obscurum*, *alienum*, *ambiguum*, *inconsequens*) gehandelt und auf *analysis* sowie *genesis* eingegangen wird.[100] Interessant für den Aufbau ist die Gewichtung der Teile: Während die ersten beiden etwa von gleicher Länge sind, umfaßt der dritte Teil, die *exercitatio artis*, knapp weniger als die Hälfte. In Ramus' *Institutionum Dialecticarum Libri III* von 1549 beginnt das dritte Buch mit der Darstellung von *analysis*, daran schließen sich die *vitiis argumentorum*, gefolgt von der Erörterung verschiedener Sorten von Fehlschlüssen.[101]

---

[96] Ebd., S. 306.

[97] So wurde in Basel der Unterricht nach der Logik des dortigen Philosophieprofessors Ludovicus Lucius (Ludwig Lutz 1577-1642) erteilt (vgl. Id., Artis Logicae praecepta pro vsvm tyronvm philosophiae in academiâ Basilensi. Basileae s.a. (*Dedicatio* von 1620)): Sie folgt in ihrem Aufbau (*inventio* und *iudicium*) der ramistischen Vorlage. - In seiner Studienanleitung empfiehlt Johann Gerhard (1582-1637) zwar die Philosophie des Aristoteles, doch heißt es zugleich: „Interim non improbabmus, si collationis & methodi causâ conjungantur Ramaea." Als Interpreten werden dann jedoch wiederum Zabarella und Scaliger, gemeint vermutlich Julius Caesar Scaliger (1484-1558), angegeben (vgl. Id., Methodus Studii Theologici, Publicis praelectionibus in Academia Jenensi Anno 1617. exposita [...1620]. Editio novissima. Jenae 1654 [*Praefatio* von Johann Ernestus Gerhard von 1654], pars sec., sect. posterior, cap. 3, S. 132).

[98] Das wird auch dann deutlich, wenn sie separate Erörterung finden, wie bei Franciscus Sanctius Brocensis, De Autoribus Interpretandis (Anm. 32), und es dann im Titel „De Exercitatione" heißt.

[99] Vgl. Ramus, Dialecticae Institutiones (Anm. 42), S. 43^{v} ff.

[100] Vgl. (Ramus), Dialectici commentarii tres authore Audomaro Talaeo. Lutetiae 1546, S. 92 ff., S. 110. Noch ein Jahr später erscheint indes Ramus, Dialecticae Institvtiones [...]. Lvgdvni 1547, wo zwei Teile drucktechnisch voneinander abgehoben werden (S. 7-25 sowie S. 26-77); dabei erfolgt (S. 59 ff.) gleitend der Übergang zur *interpretatio* und (S. 71 ff.) zur „imitatio".

[101] Vgl. Ramus, Institutionum Dialecticarum Libri III [...] Postrema Editio. Parisiis 1549, lib. III, S. 145 ff; ebenso in Id., Institvtionvm Dialecticarvm Libri Tres [...] Omnia iàm recèns sedulò recognita & excusa. Lvgdvni 1553, lib. tertius, S. 117-152.

Doch bereits mit der französischen Fassung seiner Dialektik von 1555 gibt Ramus diese Dreiteilung und damit die *exercitationes* als eigenständigen Teil wieder auf.[102] Das Thema behandelt er nicht mehr in der Dialektik selbst, sondern in seinen kritischen Schriften. Dennoch hat er ein Muster für den Aufbau der Logik geprägt.[103]

Ein Vorläufer für die (erneute) Aufnahme in die Dialektik läßt sich in den *Quaestiones logicae* des Ramus-Schülers Johann Thomas Freigius (1543-1583) von 1576 sehen. Seine *dialectica* hat einen gegenüber seinem Meister abweichenden Aufbau. Auch sie ist zweigeteilt, doch er unterteilt in *praecepta* (dazu gehören *inventio* und *iudicium*) sowie in *usus* (mit *analysis* und *genesis*). Zwar setzt er *analysis* und *genesis* ans Ende seiner Logik (und die von ihm behandelten Beispiele beanspruchen immerhin den größten Teil seiner Ausführungen), doch er separiert den anwendenden Teil noch nicht von der ‚eigentlichen' Logik.[104] Wenige Stationen der weiteren Ausbildung dieses Musters mögen genügen. In Rudolph Snellius' *Commentarius doctissimvs* der ramistischen Dialektik von 1587 trägt ein Abschnitt die Überschrift: „Tractatio Quaedam compendiosa de usu & exercitatione logica, exemplis cúm poëticis, tum oratoris illustrata".[105] Er ist von der Dialektik im engeren Sinne getrennt, folgt separat paginiert auf das zweite Buch am Ende des Kommentars und behandelt *analysis* und *genesis*. Dieser Abschnitt stammt allerdings nicht von Snellius selbst, sondern von Jodocus Jungmann (1550-1597), obwohl dies unerwähnt bleibt.[106] Amandus Polanus von Polandsberg (1561-1610) gliedert seine Logik von 1590 traditionell ramistisch in zwei gleich umfangreiche Teile zur *inven-*

[102] Vgl. Pierre de la Ramée, *Dialectique* (1555). Edition critique avec introduction, notes et commentaires de Michel Dassonville. Genève 1964. Als weiteres Exempel etwa Id., Dialecticae Libri Duo, Audomari Talei praelectionibus, illustrai [...]. Parisiis 1560.

[103] Nach der Herausnahme aus der Logik verlagert sich die Darstellung von *genesis* und *analysis* mehr in Kontroversbeiträgen wie in seinen ‚Kommentar' zum aristotelischen Organon von 1548, der nach „liber XIX De methodo" mit „liber XX De exercitationes" schließt, vgl. Ramus, Animadversiorvm Aristoteliocarvm libri XX. Lutetiae 1548.

[104] Vgl. Freigius, Quaestiones *εωθιναι χαι δειλιναι* logicae & ethicae. Cum Analysi Logica, Ethica & Politica in 15 Ciceronis orationes. Basileae 1576; dort heißt es (lib. I, S. 4): „Quot sind consid. in Dialectica? Duo. Praecepta & Vsus. In praeceptis partes considerandae sunt; In usu, Analysis & Genesis." Behandelt werden sie in lib. II, S. 63-67, darauf folgen die Beispiele (S. 67-201). - In seiner Logik von 1560 hatte zuvor bereits Bernhard Copius (1525-1581), der 1553 bis 1559 Prorektor des Archigymnasiums in Dortmund unter dem Ramus-Schüler Johann Lambach (1512/16-1582) seine Dialektik ramistisch zweigeteilt - anfangend mit *inventio* und mit *collocatio* folgend (vgl. Id., Partitiones Dialecticae ex Platone et Aristotele, concinatis interpretum quorundam, Ciceronis praesertim, Rudolfi Agricolae, Philippi Melanchthonis uerbis ac sententiis [...1560]. Secvnda Avtem haec editio est, quae nonnullis exemplis potißimùm aucta. Lemgoviae 1563); in diesem zweiten Teil kommt er kurz auf die *exercitatio* zu sprechen und erwähnt „analysis" und „genesis" nur ganz knapp (fol. K 5). Zum ramistischen Hintergrund des Copius auch den Hinweis bei einem der rührigsten Ramisten der Zeit, Friedrich Beurhusius, De P. Rami Dialecticae Praecipuis Capitibus Disputationes Scholasticae, & cum ijsdem variorum Logicorum Comparationes: quae Paedagogiae Pars Secvnda qua artis veritas exquiritur [...]. Tremoniae 1581, *Prooemium*, S. 92: „Bernhardus Copius J.V. Doctor, & diligens Socraticae Philosophiae assertor, qué[m] meum ante aliquot annos Praeceptorem, honoris caussa, ut par est, libenter nomino, anno 1560. Partitiones Dialecticas ex Platone & Aristotele, rameo instituto collegit, easq[ue] sacris & profanis exé[m]plis illustravit."

[105] Vgl. Snellius, Commentarius doctissimvs in dialecticam Petri Rami, forma dialogi conscriptus; In quo artis praecepta cum exemplis analyticé explicantur [...]. Huic accessit tractatio quaedam compendiosa de praxi logica, quae est in analysi & genesi [...]. Herbornae 1587 - die spätere Auflage Id., Commentarius Doctissimus in Dialecticam Petri Rami, forma dialogi conscriptus [...1587]. Herbornae 1595, ist weitgehend unverändert, allerdings werden die Vorlagetexte mit abgedruckt.

[106] Zu diesem Teil später, in stark erweiterter, zweibändiger Gestalt Jungmann, Trivm Logicarvm artivm praxis hoc est de exercitatione liber Grammaticae, Rhetoricae, Dialecticae, praxin & vsvm ex Petri Rami instituto & methodo per Analysin demonstrans, omnibus eloquentiae & honestarum artium studiosis tam decentibus, quam discentibus apprimè vtilis & necessarius. Cassellanii 1598.

tio und zum *judicium*. Nach Abschluß der Logik erörtert er als separaten Anhang auf nur wenigen Seiten den *usus*, also Text-*analysis* und Text-*genesis*.[107] Der Hintergrund dieses ‚ramistischen Aristotelikers' ist zwar eklektisch, aber mit starken ramistischen Einschlägen.[108] 1595 erscheint die eklektische Dialektik des Rudolf Goclenius (1547-1628), deren Einteilung ebenfalls traditionell ist. Ihr praktischer Appendix mit dem Titel „de ratione disputandi" behandelt *analysis* und *genesis* und ist dem Umfang nach ebenfalls bedeutungslos.[109] Im selben Jahr jedoch legt Goclenius seine *Praxis Logica* vor, in der er nun sehr ausführlich *analysis*, *genesis* und die *disputatio* erörtert.[110] 1603 erscheint Polanus' Werk *De ratione Legendi*, das die Logik für das richtige Verständnis der (biblischen) Texte, der Bestimmung und Unterscheidung von *proposita*, *themata* und *argumenta* empfiehlt. Auf 78 Seiten wird die *analysis* nicht allein mit einer Kurzfassung der Dialektik, sondern auch mit einer kurzgefaßten Grammatik dargelegt. Die folgenden 500 Seiten umfassen dann eine Analyse der Psalmen.[111] Die Logik ist für Polanus dabei ganz entscheidend auf den Nutzen, die Praxis ausgerichtet.[112] Für die Aufnahme von *analysis* und *genesis* in die *logica practica* gibt es eine Reihe weiterer Beispiele, auf die hier nicht eingegangen zu werden braucht. Festhalten läßt sich, daß die Hermeneutik als *analysis logica* - sei es in integriertem Zusammenhang mit der ‚eigentlichen' Logik, sei es als separates Werk - Aufnahme in die praktische Logik findet.[113] Gegen Ende des Jahrhunderts bilden sich zahlreiche Differenzierungen aus. So wird die *analysis textus* nach dem traditionellen Trivium aufgegliedert in *analysis grammatica*, *logica* und *rhetorica*. Die *analysis logica*, bei der Ramus entsprechend dem Aufbau des *iudicium*-Teils seiner Dialektik zwischen *syllogistica* und *methodica* unterschieden

[107] Vgl. Polanus, Logicae Libri Duo; Juxta Naturalis Methodi Leges Conformati [...]. Accessit brevis admonitio de Usu Logicae, & de vera facilique imitatione authorum. Herbornae Nassaviorum 1590, lib. primus, *De Propositio*, S. 1-118, sowie lib sec. *De Judicio*, S. 119-215, über den Gebrauch der Logik, S. 226-232. Ganz ähnliche in der nachfolgenden Auflage: Id., Logicae Libri Duo [...] Editio secunda. Herbornae Nassaviorum 1593, *de usu* (S. 341- 349), aber *de disputatione* (S. 350-371). In dieser Hinsicht unverändert, wenn auch sonst erweitert, ist die dritte Auflage von 1598: Id., Logicae Libri Duo [...] Editio Tertia prioribus castigatior & auctior: cui praeter illustria exempla deprompta ex S. Scriptura & Seneca, & ex Orthodoxorum patrum scriptis Historisq[ue]; accessit tractatus de disputatione, recognitus & amplificatus. Basileae 1598.

[108] Vgl. Polanus, Logicae [1598] (Anm. 106), *praefatio*, unpaginiert; auch Id., Syntagma Logicum Aristotelico-Ramaeum ad Usum Inprimis Theologicum Accommodatum, cui synopsis totius Logicae, vice tabularum praemissa est. Basileae 1605, *Praefatio*, fol. 6 a.

[109] Goclenius, Partionvm Dalectricarvm ex Platone, Aristotele, Cicerone, Philippo, Bernardio Copio & aliis; in vsum discipulorum suae fidei commissorum, concinnatarum; Libri II. Omnibvs Iis, Qvi Aristotelica, & Ramea simul intelligere, nodosqu[ue] difficiles expedite dissoluere cupiunt, multum profuturi. Accessit De ratione disputandi breuis & Methodica Introductio. Francofvrti 1595, S. 211-218.

[110] Vgl. Goclenius, Praxis Logica ex Privatis Eivs Lectionibus, ante aliquot annos excerpta. Stvdiosis Artivm et eloquentiae mirum in modum profutura. Francofvrti 1595, *analysis* S. 13 ff., *genesis* S. 55 ff.

[111] Vgl. Polanus, De Ratione Legendi Cum Fructu Autores, Inprimis Sacros: & dignoscendi in illis proposita, themata & argumenta Tractatus. Cui adjuncta est Analysis Logica & Exegesis Theologica Psalmorum tredecim. Cum Indice tum locorum Scripturae, vindicatorum à depravationibus Bellarmini & aliorum; tum rerum in hoc opusculo explicatarum. Basileae 1603, *analysis* S. 1-78, Psalmenanalyse S. 79-579 („Exempla monstrantia usum institutionis hoc tractatu propositae in aliquot Psalmorum Analysi Logica").

[112] Vgl. z.B. Polanus, Logicae [1598] (Anm. 106), S. 284: „Logica est instrumentum quoad finem seu usum [...] et est ars quoad genus."

[113] Die praktische Anwendung lief zuvor bereits über den Methodenbegriff - und in der Tat ist auch darüber früher schon die Hermeneutik in eine Art praktische Logik gelangt. Das wohl wichtigste Beispiel bietet Nicolaus (Niels) Hemmingsen (1513-1600) in seinem umfangreichen, in vieler Hinsicht Melanchthons Überlegungen zur Rhetorik und Dialektik verpflichteten Werk Id., De Methodis Libri Dvo, qvorvm omnivm methodorvm vniversalivm et particularium, quarum vsus est in Philosophia, breuem ac dilucidam declarationem: Posterior vero Ecclesiasten siue methodum theologicam interpretandi, concionandique continet [1555]. Lipsiae 1565.

hatte[114], erfährt weitere Aufgliederungen unter anderem in *axiomatica*, *dianoetica* oder *thematica*.[115]

Wichtiger aber ist es, die *analysis* als Teil des *usus*, abgehandelt in der *logica practica*, nicht auf die schulische *exercitatio* allein beschränkt zu sehen. Anerkannte Interpreten biblischer Schriften finden hier hermeneutische Anleitung. Aus der Überfülle mag ein Exempel genügen. Die Kommentare zum Alten und Neuen Testament des bereits erwähnten Johann Piscator, einem ehemaligen Schüler Sturms, bilden ein Beispiel von unerreichtem Umfang.[116] Wie selbstverständlich die logische Analyse verwendet wurde, läßt sich auch daran ersehen, daß Piscator ihr keine spezifische Rechtfertigung zukommen läßt. Seine allgemeine Rechtfertigung ist lakonisch und nicht zuletzt vor dem Hintergrund des Streites um die Rolle der Philosophie (der *ratio*) in *theologicis* zu sehen. Er betont, daß die logische Analyse nicht bedeute, die Aussagen der *theologia revelata* der menschlichen Vernunft zu subordinieren. „Logische Analyse" bestehe lediglich in der Anwendung logischer Regeln.[117] Aufschlußreich ist dabei auch, daß er in die Dialektik neue Distinktionen einführt, die offenkundig für die biblische Exegese bestimmt sind.[118] Vorausweisend sind seine Überlegungen zu der Voraussetzung einer solchen *applicatio*.[119] Die logischen Regeln könnten deshalb auch auf die Heilige Schrift („ad res spirituales ac divinas, quam ad humanas et profanas") angewandt werden, weil die Dialektik eine allgemeine Kunst („ars generalis") sei.[120] Dieser Hinweis greift auf

[114]Vgl. Ramus, Scholarum Dialecticarum. In: Id., Scholae in liberales artes [...]. Basileae 1569 (ND 1970), lib. VI, cap. I, Sp. 192/93.

[115]Vgl. z.B. bereits Beurhusius, Ad P. Rami Dialecticae Praxin Generalis Introductio, et Specialis illustrium exemplorum, naturali artis progressu [...]. Qvae Paedagogiae Logicae pars tertia, in tres partes rursus distincta, ad artis vtilitatem demonstrandum: Iam postremò recognita & accuratiùs instructa. Coloniae 1596, Prima pars, S. 4 ff. Später dann etwa Johann Heinrich Alsted (1588-1638) in Id., Compendium Logicae Harmonicae Exhibens Universum bene disserendi modum juxta principia Peripateticorum & rameorum celebriorum [...]. Herbornae Nassoviorum 1615, lib. X , cap. 36, S. 195, sowie noch etwas kleinteiliger in Id., Encyclopaedia septem tomis distincta. Herbornae 1630 (ND 1990), Bd. 4., Sp. 2340-2345; ferner Johann Heinrich Bisterfeld (um 1605-1655) in Id., Usus Lexici. In: Bisterfeldius Redivivus. Seu Operum [...] Posthumorum, Tomus Secundus [...]. Hagae-Comitvm 1561, separat paginiert S. 54-64 (letzter Beitrag des Bandes).

[116]Vgl. für das Neue Testament zusammengebunden in Piscator, Commentarii in Omne Libros Novi Testamenti: Antehac separatim editi: nunc verò in unum volumen collecti. Quibus continentur 1 Analysis singulorum librorum & capitum. 2 Scholia in singula capita. 3 Observationes locorum doctrinae è singulis capitibus. Omnia haec recens ab authore recognita [...]. Herbornae Nassoviorum 1613, sowie Id., Commentarii in omnes libros Veteris Testamenti: Antehac aliquoties separatim editi, nunc vero in unum volumen collecti; quibus continetur I. Analysis Logica singulorum librorum et capitum: II. Scholia in singula capita. III. Observationes locorum doctrinae e singulis capitibus. Omnia haec recens ab authore recognita. Quibus accessit Praefatio contines hortationem ad studium sacrae Scripturae. Herbornae Nassoviorum 1643-45.

[117]Vgl. Piscator, Analysis Logica Epistolarum Pauli [...1589]. Unà cum Scholiis & observationibus locorum doctrinae. Londini 1590, *Praefatio*, unpaginiert (fol. A 4): „Verum enimvero, ne quis vocabulo isto *Analyseos Logicae* offendatur, quasi eo significetur, sacras literas iudicio rationis humanae à nobis subiici: [...] observandum est: nos per *Analysin Logicam* nihil aliud intelligere, quám applicationem praeceptorum artis Logicae seu Dialecticae: [...]." Auch in Id., Analysis Logica Omnivm Epistolarum Pauli [...]. Unà cum scholiis & observationibus *locorum doctrinae*. Editio secunda. Londini 1594, *Praefatio*, sowie Id., Analysis Logica Epistolae Pauli ad Romanos; una com scholiis et observationibus locorum doctrinae. Edito Qvarta. Superiore limatior & auctior. Herbonae 1608, *Praefatio*.

[118]Vgl. u.a. Piscator, In P. Rami Dialecticam Animaduersiones (Anm. 17), zur *causa efficiens* (lib. I, cap. 3, S. 19).

[119]Wenn es um die Beziehung von Philosophie und Theologie geht, dann ist in der Regel die Verwendung der Dialektik für die Interpretation zumeist akzeptiert: zum *usus organicus*, der von Grammatik, Dialektik und Rhetorik bei der Interpretation der Heiligen Schrift gemacht werden kann, vgl. u.a. Gerhard, Methodus Studii Theologici (Anm. 97), pars sec., sect. post., cap. I, S. 89 ff.

[120]Vgl. Piscator, Analysis logica (Anm. 116), im Anschluß: „[...] quae quum ars generalis sit, tam ad res spirituales ac divinas, quám ad humanas & profanas applicari potest. Quod quum sit: non

die Ausbildung der *hermeneutica generalis* zu Beginn des 17. Jahrhunderts voraus. Auf Details der *analysis logica* geht Piscator in seinen exegetischen Schriften indes nicht ein - sie sind eben Teil der Dialektik.[121] Allerdings unterscheidet er sorgfältig zwischen drei Teilen der Textexplikation („partes explicationis"). Aus seiner Sicht werden sie von anderen Interpreten häufig vermischt. Diese drei Teile sind geordnet. Es beginnt die „Analysis Logica"[122]; sie zeige den grundlegenden, eigentlichen Sinn (*sensus genuinus*) auf.[123] Auch wenn Piscator gelegentlich Überlegungen zur Textüberlieferung anstellt, spielt die Textkritik hier keine nennenswerte Rolle.[124] Es folgen „Scholia"; sie dienen dazu, die Hindernisse auszuräumen, die sich dem perfekten Verständnis (einzelner Ausdrücke) entgegenstellen. Sie umfassen auch die *analysis rhetorica*, auf die Piscator besonderen Nachdruck legt.[125] Den Abschluß bilden die „Observationes locorum doctrinae"; sie stellen die Anwendung des ermittelten Verständnisses durch den Rückgriff auf die *loci* der Lehre zu unserem Nutzen dar.[126] Wie in der protestantischen Homiletik bereits vorgeprägt[127], unterscheidet Piscator fünf Arten dieses Nutzens: *doctrinale* (Lehre), *redargutivum*

---

propterea res divinae iudicio humano subiiciuntur [...] tantum rerum spiritualium doctrina, de cuius veritate iam per Spiritum Dei persuasi sumus, erudite ac scienter atque artificiose explicatur." Im Hintergrund steht vermutlich auch die u.a. durch Melanchthon vermittelte Auffassung, die Regeln der Logik als *vox divina* zu sehen.

[121] Elemente seiner *hermeneutica sacra* finden sich in seinen dogmatischen Werken vgl. Id., Thesium Theologicarum [...1596]. Herbornae 1607, sowie Id., Aphorismi doctrinae Christiane, maximam partem ex Institutione Calvini excerpti, seu loci communes theologici brevibus sententiis expositi [1589]. Herbornae 1599.

[122] Voran geht eine Übersetzung der zu interpretiernden Textpassage ins Lateinische, oft - jedoch nicht immer - gefolgt von einer Zusammenfassung („argumentum").

[123] Es ist zumindest intuitiv klar, was Piscator mit diesem Ausdruck meint; ihm stellt er mitunter den *sensus speciosus* gegenüber, der nach seiner Auffassung oft, auch von den Kirchenvätern, willkürlich angenommen werde. Vgl. auch Luthers Bestimmung des *sensus germanus et proprius* (Id., [Vorlesungen über 1. Mose von 1535-45]. In: D. Martin Luther Werke. Kritische Gesamtausgabe (Weimarer Ausgabe). 42. Bd. Weimar 1911, S. 172, 40-42): „Haec omnia [...] tractavimus sensu historico, qui genuinus et verus est. Hoc enim in sacris literis praecipue est agendum, ut aliquam certam et simplicem sententiam inde eliciamus [...]." Luther nennt ihn auch *germanus, legitimus, proprius, constans* und *purus* (vgl. Id., Operationes in Psalmos [1519-21]. In: D. Martin Luther Werke. Kritische Gesamtausgabe (Weimarer Ausgabe), 5. Bd. Weimar 1892, S. 75, 3, und S. 281, 11; S. 22, 28, auch S. 580, 20-21; S. 75, 3; S. 280, 37; S. 281, 11.

[124] Piscator vertritt zudem die Diktatslehre der Inspiration. Für ihn haben die *auctores secundarii* neben dem *auctor primarius* keine besondere Bedeutung. Das ist in der Zeit nicht ungewöhnlich und vielleicht folgt Piscator hier seinem Vorbild Johann Calvin (1509-1564) - *certi et authentici Spiritus sancti amanuenses* (Id., Institutio Christiane Religionis [1559]. In: Id., Opera selecta. Ediderunt Petrus Barth und Guilelmus Niesel. Vol. V. Monachii in Aedibus 1936, S. 141, 13).

[125] Piscator hat mehrfach die Talaeus-Ramus-Rhetorik, allerdings gekürzt, aber biblisch illustriert, herausgegeben und bearbeitet, zuerst wohl Id., A. Talaei, & P. Rami [...] praelectiones observata. Recens in vsvm scholarvm distinctivs excvsa & scholiis Ioannis Piscatoris passim illvtsrata. Francofvrti 1590.

[126] Vgl. Piscator, Analysis Logica Evangelii Secundum Matthaeum. Una Cum Scholiis et Observationibus locorum doctrinae [...]. Londini 1594, *Praefatio*, fol. A 4^{r-v}: „Partes explicationis meae sunt tres: Analysis Logica, Scholia, & Observationes locorum doctrinae. Hae partes, quae à plerisque aliis (quod circa cuiusquam contumeliam dictum velim) promiscuè & confusè exponuntur, tractuntur à me distinctè; idq[ue] justo, ut opinor, ordine. Etenim in textu aliquo Scripturae rectè atque utiliter intelligendo primum est, ut genuinum illius sensum teneamus: hunc ostendit Analysis logica. Proximum est, ut genuino sensu cognito & summâ rei perceptâ, removere possimus impedimenta quae passim occurrunt, & perfectam intelligentiam removantur: hisce obstaculis removendis inserviunt Scholia. Postremò quum jam perfectam, quoad ejus fieri potest, alicujus textus intelligentiam sumus adepti: restat ut illam ad nostros usus referamus: hosce usus indicant observationes locorum doctrinae."

[127] Vgl. Andreas Hyperius, De formandis Concionibus sacris, seu de interpretatione Scripturarum populari, Libri II [... 1562]. Edidit Henricus Balthasar Wagnitz. Halae 1781, lib. I, cap. VII, S. 49 ff.; auch Id., Methodi Theologiae, siue praecipuorum Christianae religionis *Locorvm commvnium* Libri tres, iam demum diligenter recogniti [...1567]. Basileae 1574, lib. I, S. 34.

(Widerlegung), *institutivum* (Erziehung), *correctorium* (Besserung) und *consolatorium* (Trost).[128]

Für geraume Zeit konkurriert in der Titelgebung interpretierender Literatur der Ausdruck *analysis* mit *commentarius, enarratio, annotatio* oder *explicatio*, nicht nur bei der Heiligen Schrift.[129] Bei Piscator verbindet sich die logische Analyse im Zuge der *applicatio* mit dem Nutzen der Heiligen Schrift für das Heil des Menschen. Nur auf eine Parallele sei hingewiesen, die zeigt, daß diese Entwicklung nicht isoliert war, auch wenn sie über ramistische Einflüsse in die Dialektik gelangte. Bei dem bereits erwähnten Amandus Polanus wird ein ähnliches Konzept durch die Verbindung von *analytica* und *synthetica* gewonnen. Nachdem er in seinem theologischen Hauptwerk von 1609, *Syntagma Theologiae Christianae*, zwischen der Ermittlung des wahren Sinns der Schrift und seiner Anwendung unterschieden hat[130], ist für ihn die Interpretation zweifach: „Omnis justa Sacrae Scriptur[a]e interpretatio duplex est, *Analytica & Synthetica.*"[131] Die analytische Interpretation entspricht der (finalen) analytischen Methode, wobei die *analysis* auf den Text und den Skopus seines Autors bezogen wird:

> *Analytica interpretatio*, est quae à fine ad principia procedit, hoc est, quâ monstrato inprimis autoris scopo atque proposito ad quod omnia quae scribit referuntur, totus liber aut Psalmus aut tota Epistola in suas partes, totáque doctrinae summa in certas propositiones seu theses, & propositionum, seu thesium confirmationes tanquam sua membra resolvitur.[132]

Die synthetische Interpretation wird hierzu als Umkehrung aufgefaßt - nun von den ‚Prinzipien' zum ‚Ziel':

> *Synthetica interpretatio* Sacrae Scripturae, est quae à principiis ad finem contendit, hoc est, quâ ex textu quem interpretamur, varias de eodem dogmate propositiones seu theses ad usum Scripturae inculcandum pertinentes, earúmque confirmationes, distincte, certoque & ad auditorum captum accomodato ordine in unum colligimus atque componimus, pluribus etiam ex aliis Scripturae locis adductis, si opus sit, illustrationibus aut probationibus.[133]

---

[128] Vgl. Piscator, Analysis Logica (Anm. 116), im Anschluß, fol. A 4^{v}: „Quos usus ut distinctius ac proinde magis perspicue traderem: visum est referre singulos ad unum aliquod ex quinque illis capitibus quae Apostolus [...] commemorat: videlicet *διδασκαλίαν*, doctrinam; *ἔλεγχον*, redargutionem; *ἐπανόρθωσιν*, correctionem; *παιδείαν τὴν δικαιοσύνη*, institutionem quae est in justitia; et *παράκλησιν*, consolationem." Piscator verweist zum Beleg auf dieselben Stellen, die durch Hyperius für die *genera concionum* tradiert wurden, auf 2 *Tim* 3, 16 und *Rom* 15, 4.

[129] Das wird übersehen bei der kenntnisreichen Studie von Kenneth Hagen, What Did the Term *Commentarius* Mean to Sixteenth-Century Theologians? In: Irena Backus und Francis Higman (Hrsg.), Théorie et pratique de l'exégèse. Genève 1990, S. 13-38. In den späteren Auflagen seiner Auslegungen verwendet Piscator häufiger den Ausdruck „commentarius" im Haupttitel, *analysis logica* bleibt aber im Untertitel.

[130] Vgl. Polanus, Syntagma Theologiae Christiane [... 1609/10]. Editio quinta & ultima [...]. Hanoviae 1624, lib. I, cap. XLV, Sp. 315A: „Partes interpretationis Scripturae duae sunt: *enarratio veri sensus Scripturae & accommodatio ad usum.*" Entsprechend heißt es bei ihm (Sp. 314A): „Interpretatio Sacrae Scripturae est explicatio veri sensus & usus illius, verbis perspicuis instituta, ad gloriam Dei & aedificationem Ecclesiae [...]." Gegen zahllose Mißverständnisse gadamerscher Provenienz ist zu betonen, daß es immer um die Anwendung des *wahren Sinns* und nicht allein der Schrift geht!

[131] Ebd., Sp. 332A.

[132] Ebd., Sp. 332A/B.

[133] Ebd., Sp. 332B/C.

Polanus' *interpretatio analytica* und *synthetica* entspricht in etwa Piscators *analysis logica* und den *observationes locorum doctrinae*, obwohl seine Konzeption einem etwas anderen Lehrstück der Logik bzw. der Methodenlehre verpflichtet ist, nämlich der Aufnahme der galenisch-aristotelischen Tradition.[134] Den Weg in die Logik konnten Fragen der Interpretation also auch im Zuge der Erörterung der analytischen und synthetischen Methode finden - behandelt werden sie (im Rückgriff auf die galenische Methodentrias) etwa in den Hermeneutiken des Gerhard Hyperius (1511-1564) und des Matthias Flacius Illyricus (1520-1575).[135]

Dies sei hier nicht weiter verfolgt, denn ich will bei der im engeren Sinne ramistischen Traditionslinie bleiben und ein paar abschließende Beobachtungen hinzufügen. Keineswegs in allen Bearbeitungen der ramistischen Dialektik werden *analysis* oder *genesis* (bzw. *praxis*) abgehandelt oder wird ihnen gar ein bestimmter Platz im Aufbau der Logik zugewiesen, so z.B. nicht in der Ausgabe der *Dialecticae Libri Duo* eines Anonymos von 1591[136] oder in der bereits 1574 vorgelegten des Schotten Roland MacIlmaine (Makilemenaeus 16. Jh.), der im selben Jahr auch eine englische Übesetzung dieses Werkes folgen ließ.[137] Zwar werden *analysis* und *genesis* in der bereits angesprochenen Bearbeitung durch Goswino Wasserleider erwähnt[138], doch gibt es bei ihm hierzu weder ein einschlägiges Kapitel noch einen praktischen Anhang. Zahlreiche weitere Beispiele ließen sich anführen.[139]

Als Beleg dafür, daß die *analysis logica* nicht als direkt an bestimmte ramistische Vorgaben gebunden gesehen wurde, mag ein vergleichbares Konzept eines Kritikers des Ramus dienen. Nicodemus Frischlin (1547-1590), als Schriftsteller schon

---

[134]Vorgebildet etwa bei dem bedeutenden reformierten Theologen Hieronymus (Girolamo) Zanchi (1516-1590), auf den sich Polanus mehrfach auch beruft (der etwa zehn Jahre Kollege von Sturm an der Straßburger Akademie war und bei dem auch Piscator studierte). Er unterscheidet zwei Methoden. Die eine, die kompositive, diene der Lehre der theologischen *loci communes*, die andere, die analytische, der Erklärung der Heiligen Schrift. Die resolutive eruiere unter anderem den *scopus* des Textes und die speziellen Argumente eines Autors bis hin zu Fragen und Propositionen. Diese nehme die synthetische Methode auf und formuliere die *loci* (vgl. Id., De sacra scriptvra tractatvs integer. Controuerisas eius argumenti omnes, ex ipsis sacris fontibus, & Orthodoxorum Patrum authoritatibus accuratissima tractatione & methodo explicans [ca. 1568, 1593, 1598]. In: Id., Opervm Theologicorvm. Tomvs VIII [...]. Genevae 1619, Sp. 319-452, hier Sp. 319): „Duae sunt praecipuae docendi rationes seu methodi: [...] compositiua, & resolutiva. *Compositiua* vtimur propriè in locis communibus colligendis & tradendis. *Resolutiua* in Scripturis explicandis. Ergo si primò contextum Scriptur[a]e aliquem explicem, ostenso primùm scopo autoris eo in loco: deinde indicatis argumentis, & omnibus quae ad scopum faciunt: & posteà qu[a]estiones seu propositiones, qu[a]e in eo contextu inclusae habentur, indicem: ac tum demum locum ipsum pertractem: discunt studiosi vtramque simul methodum, tam interpretandi & obseruandi Scripturas, indéque doctrinas colligendi, quàm locos communes tractandi."

[135]Vgl. Hyperius, De Theologo (Anm. 35), S. 421 ff., sowie Flacius, Altera Pars Clavis Scripturae, seu de Sermone Sacrarum literarum plurimas generales Regulas continens. Basilae 1567, tract. I, S. 42 ff.

[136]Vgl. Ramus, Dialecticae lib[ri] duo. Nunc in gratiam studiosae juventutis absque Commentariis in lucem editi. Francofurdi 1591.

[137]Vgl. (Makilmenaeus), P. Rami Dialecticae Libri duo. Per Rolandum Makilmenaeum Scotum auctoris jussu quibusdam locis emendati [1574]. Francofurti 1581; auch in der „Epistle to the Reader" finden *analysis* und *genesis* keine Erwähnung, vgl. (Id.), The Logike of the moste excellent Philosopher P. Ramus Martyr [...]. London 1574 (ND 1969) - auch MacIlmaine tauscht einige Exempel gegen biblische Beispiele aus.

[138]Vgl. Wasserleider, Logica Ad P. Rami (Anm. 52), lib. II, cap. I, S. 111.

[139]Z.B. Petrus Martini (bis ca. 1594) in Id., In Petri Rami Excellentißimi Philosophi Logicam. Commentarius doctus, brevis, perspicuus. Spirae 1589; Johannes Bisterfeld (bis 1618) in Id., Compendium Rameae Rhetoricae libri Duo: Ab Audomaro Taleo é P. Rami Praelectionibus Primúm observati: nunc veró ex legum imperio reformati. Sigenae Nassoviorum 1597, Olevian, Fvndamenta Dialecticae (Anm. 80), Marcus Rütimeyer, Idea Methododica Seu Analysis Logica generalis et specialis praeceptorum et exemplorum Dialecticae Petri Rami, perpetuis tabellis synopticis textuique e regione respondentibus adornata [...]. Bernae 1617.

unter den Zeitgenossen berühmt, verfaßte vermutlich 1588 seine Ramus-Kritik[140], die in Dialogform gehalten ein weiteres Beispiel für das polemische Talent des Dichters liefert. Letztlich geht es um den gängigen Vorwurf, Ramus habe Aristoteles fehlgedeutet.[141] In seiner früheren *Oratio* zu Vergil legt er zunächst den vielfältigen Nutzen dar, den der Leser aus Vergil zu ziehen vermöge.[142] Um ihm hierbei Hilfe zu erteilen, legt Frischlin ein mehrstufiges Kommentierungskonzept dar. Seinen Anfang nimmt es mit der grammatischen Erläuterung des Wortverstandes[143], verbunden hiermit erfolgt die Analyse und Zergliederung nach den rhetorischen und dialektischen Regeln.[144] Anschließend soll die Erläuterung der ‚Sachen' folgen.[145] Das, was Frischlin hier beschreibt, entspricht der *analysis textus* und er verwendet bei der Beschreibung der dialektischen und rhetorischen Explikation zudem die Schlüsselausdrücke *analysis* und *retexere*:

> Nam ex praeceptionib[us] de Inventione, nó[n] modò circumstantias personarum, locorum, temprú[m], consiliorum, factorum, consecutorum, & eventuum in narrationibus observabimus: sed etiam argumenta Confirmationis & refutationis, ex locis Rhetoricis, & cuiq[ue] rei proprijs in Dialogismis ostendemus, & per Analysin retexemus: tum Circumstantiarum, & Argumentorum amplificationes ex locis Dialecticis seu Communibus diligentissimè indicabimus: ut inde & rerum & verborum copia agnosci possit.[146]

Frischlin schließt mit Hinweisen auf seine Gewährsleute[147]: neben Aristoteles, Cicero, Quintilian und Hermogenes von Tarsos verweist er auf Ludovico Vives (1494-1540), Erasmus (1467-1537), Agricola und Melanchthon sowie auf Autoren wie Aphthonios, der in den dreißiger Jahren durch die Übersetzung von Agricola und die Ausgabe von Alardus Amstelredamus (1491-1544) bekannt wurde[148] - nicht hingegen auf Ramus.[149]

---

[140] Vgl. J. Zacher, [Art.:] Frischlin (Nicodemus). In: Allgemeine Encyklopädie der Wissenschaften und Künste [...]. hrsg. von J. S. Ersch und J. G. Gruber. Erste Section. 50. Theil. Leipzig 1849, S. 225-244, hier S. 242, wo ein Titel „Dialogus logicus contra Ramum pro Aristotele. (Brunsvigae 1588. [?])" angeführt. Ich habe diese Ausgabe bislang nicht finden können.

[141] Vgl. Nicodemus Frischlin/Konrad Neubecker, Dialogus Logicus, Contra P. Rami Professoris Regii Sophisticam pro Aristotele [1588?]. Adita ejusdem Refutatione Scripta á Conrad Neubecker. Francofvrti 1590, S. 1-52. Ihm trat im Jahre seines Todes Konrad Neubecker mit einer viermal so umfangreichen Schrift entgegegen, die zusammen mit Frischlins Ramus-Kritik veröffentlicht ist (S. 53-272). Frischlin hat Auseinandersetzungen zu logischen Fragen zudem mit seinem Nachfolger im Rektorat der Braunschweiger Schule, Karl Bumann (Bumannus bis 1610), geführt. Bumann ist als Verfasser mehrerer Werke zur Logik hervorgetreten, unter anderem auch durch eine für den Schulbetrieb aufbereitete und ramistisch ausgerichtete Dialektik, vgl. Bumann, P. Rami Dialectica ad pavcissima praecepta redacta [...]. Francofvrti 1596, auch Id., Hypomnemata logica [...]. Francofurti 1597. Die Auseinandersetzung zwischen beiden - Bumann und Frischlin - wurde postum von Joachim Nisaeus ediert, der einige Zeit Bumanns Kollege in Berlin war, vgl. (Id.), Disputatio logica de partibvs Dialectices: Brunsvigae inter Nicodemum Frischlinum et Carolum Bumannum instituta [...]. Marburgi 1605.

[142] Vgl. Frischlin, Oratio de Praestantia ac Dignitate Virgilii Maronis Aneidos [...1574]. In: Id., Orationes insigniores Aliqvot: [...] Operâ & studio, M. Georgii Pflvegeri. Argentinae 1598, S. 1-49, u.a. S. 38.

[143] Ebd., S. 39/40.

[144] Ebd., S. 40: „Altera dein explicatio, cú[m] hac coniuncta, erit Rhetorica & Dialectica."

[145] Ebd., S. 41ff.

[146] Ebd., S. 40.

[147] Vgl. Frischlin, ebd., S. 40/41.

[148] Hierzu auch Lisa Jardine, Distinctive Discipline: Rudolph Agricola's Influence on Methodological Thinking in the Humanities. In: F. Akkerman und A.J. Vanderjagt (Hrsg.), Rodolphus Agricola (Anm. 54), insb. S. 48 ff.

[149] Ein anderes Beispiel bietet David Chytraeus (1531-1600), der in Id., De Ratione Discendi

Auf der einen Seite ist ein Konzept der *analysis textus* mit unterschiedlichen logischen Ansätzen vereinbar, auf der anderen Seite war es in den Aspekten, in denen seine *ramistische* Anwendung gesehen wurde, nicht unumstritten. Konfrontiert wurde es mit der betont *aristotelischen* Analyse. Diese Entgegensetzung stellt den Zusammenhang zu einer weiteren Traditionslinie der Aufnahme der Logik in die Hermeneutik dar - allerdings an einem ganz anderen systematischen Ort, der durch den Aufbau des aristotelischen *Organon* bestimmt war. Dieses aristotelische Konzept der *analysis* wird nicht zuletzt durch Cornelius Martini (1568-1621) in seinem immer wieder edierten Werk *De Analysi Tractatus* von 1619 dargelegt und an zahlreichen Beispielen entfaltet.[150] Martini, ein Vertreter der *Ratiocinistae*, gehörte zu denjenigen, die der Metaphysik den Zugang zur protestantischen Orthodoxie in vehementer Opposition gegen die metaphysikfeindlichen Ramisten geebnet hat.[151] Nach ihm ist die ramistische *analysis* nur eine rhetorische oder poetische Analyse, nicht aber eine logische, die ganz wesentlich an die Lehrstücke der *analytica* des aristotelischen *Organon* gebunden wird.[152] Was sich zuvor in einigen Logiken bereits angedeutet und sich auch hier noch nicht explizit ausspricht, ist die sukzessive Trennung zwischen der Frage nach dem wahren Sinn eines Textes und der Wahrheit seiner Aussage. Stark vereinfacht gesagt, war die ramistische Analyse eher die Rekonstruktion von Klassifikationen als von deduktiv-syllogistischen Begründungen.[153] Diese Analyse-Konzeption findet Aufnahme etwa in Johann Conrad Dannhauers (1603-1666) *hermentica generalis* sowie in seiner Dialektik.[154] Im

et Ordine Stvdiorvm in Singulis Artibus rectè instituendo [...]. VVitbergae 1567 (das Werk ist unpaginiert. Die Stelle findet sich in dem Abschnitt „De Stvdio Dialectices Recte Institvendo“ im Kapitel „Scriptores Dialecticae“) zwar wohwollend von Ramus spricht, nicht aber dessen logische Schriften empfiehlt (hierzu auch Id., De studio dialectices. In: Jodocus Willich, Erotematum Dialectices Libri III. Basileae 1568, S. 251ff, S. 276/77; die *epistola* des Chytraeus ist bereits von 1563). Entscheidend nun ist zum einen, daß Chrytraeus sowohl bei Melanchthon als auch bei Ramus Anwendungen eines ähnlichen Konzeptes sieht (ebd.); zum anderen, daß er ein vergleichbares Konzept der Analyse schon früher darlegt, ohne Ramus zu erwähnen, vgl. Id., De ratione Discendi et Ordine Stvdiorvm Recte Institvendo, Commonefactiones aliquot & Regulae vtiles, tradita [...]. Vitebergae 1562, wo es unter cap. V. „Stylus“, § 11, unpag. (E 5).

[150] Vgl. Cornelius Martini, De Analysi Logica Tractatvs, In quo Multis illustribus exemplis ostenditur quid sit analysis Logica & quanta eius in omni omninò disputatione ac veritatis inquisitione neceßitas. Helmstadi 1619. Sie erschien bis 1687 und erfuhr heftige Kritik z.B. von dem bereits erwähnten Ramisten Hermann Nicephorus, De analysi logica libri tres, qvorvm dvobvs ille M. Corneli Martini de eadem tractatvs, tertio Amandi Polani de elenchis jvdicivm logice examinatvr. Francofvrti 1624, worauf Georgius Bach (bis 1649) eine Verteidigung *Vindiciae pro Analysi utraque formali & materiali logica* von 1626.

[151] Seit seiner viel beachteten *disputatio adversus Ramistas De Subjecto et Fine Logicae* hat sich C. Martini immer wieder kritisch mit dem Ramismus auseinandergesetzt, vgl. noch postum ediert von Conrad Hornejus, Id., Commentariorum logicorum adversus Ramistas libri V. Nunc primum post auctoris obitum cum duabus eiusdem argumenti disputationibus in lucem editi [...]. Helmstadii 1623. Die *disputatio* erschien 1596 zusammen mit Entgegnungen von Friedrich Beurhusius, Conrad Hoddaeus und Heizo Buscher, vgl. (C. Martini), [...] adversus Ramistas disputatio De Subjecto et Fine Logicae Una Cum aliis tribus Ejusdem Importunati oppositis disputationibus. Lemgoviae 1596.

[152] Vgl. C. Martini, De Analysi (Anm. 149), „Analysis Logica diversa ab analysi rhetorica & poëtica“, cap. I, S. 4 ff, S. 19 ff, dort heißt es u.a. (S. 19/20): „In mendacio autem veritatem non quaerit analysis Logica, non etiamsi comparatum sit ad veritatem, vt in fabulis & apologis fieri consuenit. Nihil enim Logico cum oratione pictâ, nihil ei cum figuratâ: simplex propria & nuda sit, circa quam ille versari volet. Quare si sint quaedam figuratae & tropicae, in proprias prius conuerti debent, quam aliquid de ijs decernat aut eas moretur Logicus.“

[153] Auf den komplizierten Einfluß, den ramistische Auffassungen auf die Naturwissenschaften genommen haben, kann hier nicht näher eingegangen werden, vgl. u.a. J. J. Verdonk, Petrus Ramus en de wiskunde. Assen 1966, sowie Reijer Hooykaas, Humanisme, Science et Réforme, Pierre de la Ramée (1515-1572). Leiden 1958.

[154] Vgl. Dannhauer, Idea Boni Interpretis et Malitiosi Calvmniatoris Quae Obscvritate Dispvlsa, Vervm Sensvm a falso discernere in omnibus auctorum scriptis ac orationibus docet, & plene respondet ad quaestionem Unde scis hunc esse sensum, non alium? [...1630]. Argentorati 1642.

Aufbau seiner Logik erhält die Hermeneutik ihren Platz vor der logischen Beurteilung nach wahr und falsch und befaßt sich mit dem Verstehen von wahrheitsfähigen Texten.[155] Zugleich erhält aber auch die logische *analysis* und *synthesis* (- nicht *genesis*!) ihren Ort in seiner Logik, und zwar in ihrem praktischen Teil unter der erwarteten Überschrift „De Vsu, & Praxi Logicâ“[156] - allerdings, wie Dannhauer hervorhebt, handelt es sich nicht um die *analysis* des Ramus.[157] Von ihr fordert er: a) „ordinem commentarii libri thesium examinat“, b) „statum controversiae considerat“, c) „consequentiam seu formam argumentandi perpendit“, d) „principia sive praemissas, verae sint an falsae. propriae an alienae, vero sensu an falso intellectae dijudicat“.[158] Das sind nach Dannhauer die „regulae bonae analyseωs“ im Sinne der *analysis logica Aristotelica*. Doch die Ausbildung und Fortwirkung dieser Traditionslinie erfordert einen eigenen Beitrag ebenso wie die nicht nur subkutane Wirkung, die der heftig bekämpfte Ramismus gleichwohl auf die weitere Logikdiskussion gehabt hat.

Auch ein ausführlicher Blick auf die weitere Entwicklung im 17. Jahrhundert kann hier nicht unternommen werden. Erwähnt sei zunächst, daß die *analysis logica* einen festen Sitz in der *hermeneutica sacra* behaupten wird. Vieles wird dabei allerdings wesentlich differenzierter im Rahmen der Auslegungslehre behandelt. So - um nur ein Beispiel herauszugreifen - entfaltet August Hermann Francke (1663-1727) in seiner *Manuductio ad lectionem Scripturae Sacrae* eine siebenfache Aufgliederung und Staffelung des interpretatorischen Zugangs zur Schrift. Auf die ‚Schale‘ der Schrift richten sich *lectio historica* und *grammatica*.[159] Sie gehen der *lectio analytica* voran und bereiten sie vor: „*Lectio Analytica* Scripturae S. est, qva Analysin Logicam, structuram & cohaerentiam cum integrorum librorum, tum textuum particularinm [sic] V. & N.T. attendimus.“[160] Eine der umfangreichsten Erörterungen der *analysis logica* bietet Martin Chladenius' (1669-1725) - Vater des im Blick auf die Hermeneutik bekannteren Johann Martin - in seinen *Institvtiones Exegeticae* von 1725.[161] Sehr ausführlich widmet sich dem Thema auch die bedeutendste hermeneutische Leistung des ersten Drittels des 18. Jahrhunderts, Johann Jakob Rambachs (1693-1735) Auslegungslehre.[162]

Aber auch der Deutung der synthetischen Methode als Nutzanwendung war ein

[155] Vgl. Dannhauer, Epitome Dialectica. Argentorati 1634, partis primae, cap. VI, S. 87-94.

[156] Ebd., partis sec., cap. IIX, S. 193-200.

[157] Vgl. Dannhauer, Idea Boni Disputatoris Maltiosi Sophistae [...]. Argentorati 1629, sect. II, cap. V, art. III, 103, S. 382: „[...] (non illa Ramistica, quae dispositionem solùm quaerit & argumenta topica indagat, quae tanti momenti non est, sed cum primis) [...]“. Die Zählung der Sektionen, Kapitel und Artikel ist in der mir vorliegenden Ausgabe teilweise durcheinander geraten. In der besser geordneten dritten Auflage (Id., Johann Conrad Dannhauer, Idea Boni Disputatoris Maltiosi Sophistae [...1629]. Editio Tertià mendis repurgata, & Indice articulorum & rerum aucta. Argentorati 1648) ist es: cap. IV, art. III, 103, S. 351. Vgl. auch die Kritik an dem ramistischen Konzept in Dannhauer, Epitome Dialectica (Anm. 154), S. 194.

[158] Vgl. Dannhauer, Epitome Dialectica (Anm. 154), S. 195-198.

[159] Vgl. Francke, Manuductio ad lectionem Scripturae Sacrae historicam, grammaticam, logicam, exegeticam, dogmaticam, porismaticam et practicam una cum Additamentis regulas [...]. Halae [1693; die Vorrede - unpaginiert - ist auf den 30. September 1693 datiert], sect. I, cap. I, 1, S. 3 sowie cap. II, S. 14.

[160] Ebd., cap. III, 1, S. 48/49.

[161] Vgl. M. Chladenius, Institvtiones Exegeticae Regvlis et Observationibvs Lvcvlentissimis Instrvctae *Largissimisqve Exemplis Illvstratae* [1725]. Editio alter avctior. Vitebergae 1740, „pars specialis agens de apparatu exegetico“, cap. III, S. 532-602.

[162] Vgl. Rambach, Institvtiones Hermenevticae Sacrae, variis observationibvs copiosissimisqve exemplis Biblicis illvstratae [1723]. Editio qvarta denvo recognita. Cum praefatione Ioannis Francisci Bvddei. Ienae 1732, lib. II, cap. VI, S. 217-253, sowie Id., Erlaeuterung ueber seine eigene Institvtiones Hermeneuticae Sacrae, aus der eignen Handschrift des seligen Verfassers mit Anmerckungen und einer Vorrede von der Vortreflichkeit der Rambachischen Hermenevtic [...] von Ernst Friedrich Neubauer. 2 Bde. Giessen 1738, 2. Band, lib. II, cap. VI, S. 1-42.

langes Nachleben beschieden. Christian Weise (1642-1708) untergliedert seine allgemeine Auslegungslehre in *methodus analytica* und *synthetica*.[163] Die analytische Methode zielt auf die Auffindung des leitenden Themas und auf die Zuordnung der Teile zu diesem Thema.[164] Mit der synthetischen Methode werden die *consectaria* (bei Francke *porismatica*), also die Folgerungen aus einem Text, gewonnen.[165] Bei der Klärung dieser Methode wird sie bei Weise - der Tradition folgende - als Umkehrung der *demonstratio* aufgefaßt[166]: Es handle sich um eine „umgekehrte Demonstration".[167]

Den Ort in der ‚praktischen Logik' wird die Hermeneutik trotz einiger Intermezzi im großen und ganzen bis gegen Ende des 18. Jahrhunderts nicht mehr verlieren. Bartholomaeus Keckermann (1571-1609) widmet der logischen Analyse einen umfangreichen Teil seiner praktischen Logik *Gymnasivm Logicvm*.[168] Sein Freund Clemens Timpler (1663/64-1624) behandelt sie im fünften Buch seiner Logik, das „De Modo docendi in genere" überschrieben ist und das die angewandte *logica specialis* bietet.[169] Sie zerfällt bei Timpler in „didascalica", die Lehre bzw. die Ausbildung, und in „dialogistica", die Disputation.[170] Bei der Lehre wiederum unterscheidet Timpler zwischen *synthetica* und *analytica*. Unter *synthetica*, die sich in *exegetica* und *apodictica* gliedert[171], handelt er explizit hermeneutische Regeln des Textverständnisses ab[172], wobei er bei der Regelgebung weitgehend den Darlegungen aus Keckermanns *Systema Logicae* folgt.[173] Die *analysis logica* behandelt Timpler gesondert unter *analytica*.[174] Erwähnt sei, daß Keckermann und Timpler dasselbe hermeneutische Lehrstück an ganz unterschiedlichen Stellen des Aufbaus ihrer Logiken behandeln und situieren. In den ersten beiden Jahrzehnten des 17. Jahrhunderts ist es zu einer umfangreichen Diskussion von Interpretationsregeln im Rahmen der Logik gekommen. Vieles ist von dem bislang nicht beachtet

[163]Vgl. Weise, Curieuse Fragen über die Logica. Welcher Gestalt die unvergleichliche Disciplin von Allen Liebhabern der Gelehrsamkeit/ sonderlich aber von einem Politico deutlich und nützlich sol erkennet werden/ in Zweyen Theilen [...]. Leipzig 1696, S. 740 ff. und S. 813 ff.

[164]Ebd., S. 813: „*Methodus analytica* heißt an diesem Orte/ wenn das ordentliche *Subjectum* recht aus dem Texte gesucht/ und die gesamten Theile darauf *accommodiret* werden."

[165]Ebd.: „Methodus *synthetica* ist/ wenn wir aus dem Text ein *Consectarium* ziehen/ und dasselbe nachmahls an statt des vornehmlichen *Subjecti* dienen lassen."

[166]Ebd., II. Theil, XIII. Kap., 54, S. 820: Während bei einer „rechten *Demonstration* eine *Protasis* vorhanden ist/ dazu man eine *aetiologie* oder einen *Medium terminum* suchen sol/ daß also eine *Chria ordinata*, heraus kömmt: gleicher gestalt habé[n] wir an den *Consectariis* eine *aetologie*, dazu wir eine *Protasin* suchen/ und hiermit eine *Chriam inversam* unter die Hände kriegen."

[167]Ebd.

[168]Vgl. Keckermann, Gymnasivm Logicvm: Id est, De Vsv et Exercitatione Logicae Artis Absolutiori, Libri Tres [1605]. Hanouiae 1615, mit einer sehr ausführlichen und differenzierten Behandlung der Textanalyse und Illustrationen an biblischen Beispielen, lib. tertivs, S. 295-365. Vgl. auch Johann Heinrich Alsted, Theatrvm scholasticvm, in qvo consiliaris philosophicvs proponit & exponit [...]. Herbornae 1610, wo unter „II. Gymnasium logicum de perfetione Iudicii, ubi disserit de ration" heißt: „definiendi solide", „dividendi recte", „disputandi academice", „consultandi circumspecte", „resolvendi accurate". Vgl. auch Id., Compendium systematis & gymnasii logici [...]. Herbornae 1611.

[169]Vgl. Timpler, Logicae Systema Methodicvm Libris V. Comprehensvm [...]. Hanoviae 1612, lib. V, „Logici Systematis, In quo Logica Specialis continetur", S. 759-873.

[170]Vgl. ebd., Lib. V, cap. I, S. 759: „Eaque [scil. logica specialis] distribuitur in Didascalicam & Dialeogisticam."

[171]Vgl. ebd., S. 772. *Exegetica* wird abgehandelt cap. II-IV, S. 772-817; *apodictica* cap. V, S. 817-832.

[172]Vgl. ebd., cap. IV, „De Tractatione exegetica thematis secundum interpretationem", S. 800-816.

[173]Bartholomaeus Keckermann, Systema Logicae, Trbvs Libri Ardonatvm [...1600, 1602]. Hanoviae 1606 (*Epistola dedicatoria* von 1602), S. 371-376.

[174]Vgl. Timpler, Logicae Systema (Anm. 168), lib. V, Cap. VI, S. 832-841.

worden wie etwa die Beiträge von Jacobus Martini (1570-1649) unter anderem in seinem mehrfach aufgelegten Werk *Institutionum Logicarum*, das zuerst 1610 erschien.[175] In der Tat, wenn Johann Conrad Dannhauer in der Vorrede „Ad Lectorem Cordatum" seines Hermeneutikwerkes schreibt, er sei weder von Neuerungssucht getrieben noch ein ‚sklavisches Echo', sondern er habe versucht, dasjenige in eine Ordnung zu bringen, das sich verstreut in den Schriften anderer finde[176], so ist das nicht nur Ausdruck eines Bescheidenheitstopos. Auch sein Gebrauch des Neologismus *hermeneutica* steht nicht allein. Die Aufnahme der Hermeneutik in die Logik ist kein punktuelles Ereignis, keine Geburtsstunde, sondern Ergebnis von komplizierten, inhomogenen Problementfaltungen, die auf das 16. Jahrhundert zurückweisen.

Daß sich zudem unterschiedliche Traditionslinien durchhalten, kann ebenfalls nur angedeutet werden. Unter anderem von Timpler beeinflußt, hat Michael Eifler (1601-1657) 1639 seine *Methodologia* vorgelegt.[177] In ihr behandelt er auch *analysis* und *synthesis*. *Methodologia* - es ist vermutlich die erste Verwendung dieses Ausdrucks im Titel eines logischen Werkes - bzw. *methodus particularis* bezeichnet dabei dasselbe wie *Gymnasium logicum*, *praxis* oder *paedia logica*, mithin die Lehr- und Disputationsmethode.[178] In der Mitte des Jahrhunderts behandelt der Eklektiker aristotelischer, cartesianischer, baconischer und ramistischer Lehrstücke Adrian Heereboord (1613-1661) *genesis* und *analysis* im praktischen Anhang (*praxis logica*) seiner Dialektik.[179] Doch als besonders einflußreich erweist sich die Aufnahme der Hermeneutik gegen Ende des 17. Jahrhunderts in die praktische Vernunftlehre, der *Ausübung der Vernunft-Lehre* des Christian Thomasius (1655-1728).[180]

Nicht zuletzt über Thomasius gewinnt die Hermeneutik einen festen Platz in den Vernunftlehren des nachfolgenden Säkulums. Das spricht sich auch aus in der im 18. Jahrhundert geläufigen Unterscheidung zwischen grammatischem und logischem Sinn, zwischen *sensus grammaticus seu litterae* und *sensus logicus seu litteralis*, in der Zeit auch als *„logicalisch"* oder *„dialectisch"* bezeichnet.[181] Ihre Namen verweisen zugleich auf die beiden Disziplinen, denen sie zugewiesen werden: der Grammatik und der Logik. Bei Gottfried Polycarp Müller (1684-1747) heißt es, daß die ‚grammatische' Interpretation genau dann vorliege, wenn die Bedeu-

[175] Vgl. J. Martini, Institvtionum Logicarum Libri VII. VVitebergae 1610.

[176] Vgl. Dannhauer, Idea boni interpretis (Anm. 153), unpag.: „Non equidem dux ego fui primus, sed nec agmina volui cogere cum postremis: non primus dedi signum, sed nec servilis eccho fui: non mea est omnis inventio, sed corum quae sparsa hactenus per saturam fuerunt in promiscuis auctorum chartis, *οἰκονομία*."

[177] Michael Eifler, Methodologia Particularis, Synthesin & Analysin Thematicam, Quae Praxis Logica vulg dicitur, Succincta perspicuitate proponens [...]. Regiomonti 1639.

[178] Nach der Vorrede zu seinen *Scripta Philosophica* ist Abraham Calovs (1612-1686), Tractatus Novus de Methodo Docendi & Disputandi [1632, 1637]. In: Id., Scripta Philosophica. Lubecae 1651, S. 580-857, bereits 1632 erschienen; aber erst in der Sammlung seiner *Scripta Philosophica* läuft es unter der Überschrift: „VI. Methodologia vel Tractatus de Methodo Docendi et Disputandi".

[179] Vgl. Heereboord, *EPMHNEIA* Logica; Seu Synopseos Logicae Burgersdicanae Explicatio, Tum per Notas tum per Exempla [...1650]. Editio nova accurata. Londini 1658; Heereboord ist zudem Verfasser einer praktischen Logik, vgl. Id., Praxis Logica, ad Seriem & Ordinem Synopsevs Burgersdicianae instituta, & ex variis authoribus congesta. Leiden 1651; diese findet sich zumindest bis zur 6. Auflage direkt an seine Logik angeschlossen, vgl. Id., *EPMHNEIA* Logica seu explicatio, tum per notas, tum per exempla [...]. Accedit ejusdem Authoris Praxis logica [...]. Hanoviae 1681. In seiner praktischen Logik profitiert Heereboord nicht wenig von Keckermann, Gymnasium Logicvm (Anm. 167).

[180] Vgl. Thomasius, Auszübung der Vernunft=Lehre [...]. Halle 1691 (ND 1968).

[181] Zur Unterscheidung einflußreich z.B. Rambach, Institvtiones (Anm. 161), lib. I, cap. III, S. 53 ff.

tung nach der *Grammatica* untersucht werde; man pflege sie dann der „Philologie“ zuzurechnen. Hingegen habe es die *Hermeneutica* mit der „Logischen Auslegung“ zu tun, die genau dann gegeben sei, „wenn [...] nach dem besonderen Sinn in der Zusammenhängung oder Connexion gefraget/ und solcher aus unterschiedlichen angegebenen Ursachen erörtert wird/ [...].“[182] Erst aus beiden entstehe - so Müller - „eigentlich eine wahrhaffte *Critica*“, die indes oft auf die „grammatische“ Interpretation beschränkt sei. In der Vernunftlehre von Christian August Crusius (1715-1775) - um ein Beispiel zu nennen - werden grammatische und logische Interpretation unterschieden, und bei dieser wiederum die „gemeine“ und die „gelehrte“. Die *interpretatio logica erudita* ist dann genau die Interpretation, die unter Anleitung der logischen Regeln, der Vernunftlehre, unternommen wird.[183]

Doch keine Bindung ist so fest, daß sie allen veränderten Problemstellungen standzuhalten vermag. Mit dem Ton des Bedauerns sagt zu Beginn des 19. Jahrhunderts Schleiermacher (1768-1834) in seinem bekannten, nicht selten mißverstandenen, indes gegen Kants Logikauffassung gerichteten Diktum aus dem Jahre 1819[184]: „Eine Zeitlang ist sie [scil. die allgemeine Hermeneutik] allerdings als Anhang der Logik behandelt worden, aber als man alles Angewandte in der Logik aufgab, mußte dies auch aufhören“.

[182] Müller, Academische Klugheit In Erkenntnis und Erlernung Nützlicher Wissenschafften, Darinnen Die *Methode* sie zu erlernen, und von allen *Facultäten* wohl zu urtheilen gewiesen wird. Der Erste Theil. Leipzig 1711, cap. XVII, 4, S. 130.

[183] Vgl. Crusius, Weg zur Gewißheit und Zuverläßigkeit der menschlichen Erkenntnis, Leipzig 1747 (ND 1965), § 630/31, S. 1082-84.

[184] Schleiermacher, Hermeneutik. Nach den Handschriften neu hrsg. und eingeleitet von Heinz Kimmerle. Heidelberg 1974, S. 76.

EVELYN DÖLLING

SKIZZE EINES INTEGRATIVEN KOGNITIVEN MODELLS

Allgemein akzeptiert wird, daß Zeichen und Symbole (beide Begriffe werden im weiteren synonym verwendet) für etwas anderes stehen bzw. für jemanden für etwas anderes stehen. Ihre Funktion ist, etwas zu repräsentieren. Allgemein akzeptiert wird wohl auch, daß mit Hilfe von Symbolen Information gespeichert und verarbeitet wird. Information wird mit der Absicht verarbeitet, jemanden zum Handeln zu veranlassen. Da sich Handeln immer in bestimmten Situationen vollzieht, ist das durch Symbole initiierte Handeln situiertes Handeln.

Was hier wie die Formulierung einer simplen Beziehung zwischen Symbol, Repräsentation, Information und situiertem Handeln klingt, soll aber keinesfalls als eine solche verstanden werden. Vielmehr handelt es sich um ein äußerst subtiles Geflecht innerhalb kognitiver Vorgänge. In Abhängigkeit von den unterschiedlichen kognitionswissenschaftlichen Sichtweisen wird jeweils bestimmten Aspekten dieses Geflechts besondere Aufmerksamkeit geschenkt, während andere eher unberücksichtigt bleiben. So meinen die einen Kognitionsforscher, daß Symbole in der Untersuchung von Kognition Priorität gegenüber Handlungen hätten (vgl. Newell/Simon (1976)). Andere hingegen vertreten die Auffassung, daß kognitive Vorgänge nur im Kontext von Handlungen zu analysieren seien. Symbole spielen hier keine Rolle (vgl. Suchman (1987)). In den letzten Jahren gibt es aber zunehmend Versuche, Symbole und Handlungen stärker aufeinander zu beziehen (vgl. Vera/Simon (1993) und Greeno/Moore (1993)). Im vorliegenden Aufsatz werden gerade diese Forschungsergebnisse mit dem Ziel analysiert, aus semiotischer Perspektive ein kognitives Modell zu skizzieren, in das Symbol, Repräsentation, Information und situiertes Handeln gleichermaßen integriert werden können. Voraussetzung für den Entwurf eines solchen Modells ist zum einen die Bestimmung des Verhältnisses von Semiotik, insbesondere kognitiver Semiotik, und Kognitionswissenschaft. Zum anderen werden drei für das Thema des Aufsatzes relevante kognitionswissenschaftliche Paradigmen besprochen: die physikalische Symbolsystem-Hypothese, ein konnektionistisches Modell und ein situated-action-Modell.

1 Kognitive Semiotik & Kognitionswissenschaft

In der semiotischen Literatur findet man unterschiedliche Auffassungen über den Gegenstand der Semiotik. Im folgenden wird eine Bestimmung der Aufgaben der Semiotik entwickelt, die eine enge Beziehung zwischen Semiotik und Kognitionswissenschaft impliziert. Sie nimmt ihren Ausgang in der Charakterisierung von

Semiotik, wie sie durch John Locke in seiner Abhandlung *Über den menschlichen Verstand* im Jahre 1690 gegeben worden ist. Locke zufolge ist die Semiotik die Lehre von den Zeichen (B1), wobei ein Zeichen etwas ist, das für etwas anderes steht und für jemanden eine Bedeutung hat (vgl. Locke (1968, S. 438)). Ein Zeichen hat die Funktion, etwas anderes zu repräsentieren. Mit einer solchen Zeichenauffassung rückt der Repräsentationsbegriff ins Zentrum semiotischer Untersuchungen, was im Kontext kognitionswissenschaftlicher Forschung von Bedeutung ist.

Locke unterscheidet zwei Arten von Zeichen: Ideen und Wörter. Die Ideen nehmen in seinen semiotischen Untersuchungen den ersten Platz ein. Sie dienen dem Geist, dem die Dinge nicht unmittelbar gegenwärtig sind, als Zeichen oder Stellvertreter des Dings, das er betrachtet. Ideen als Zeichen haben also die Funktion, Dinge zu repräsentieren. Der Begriff des Dings wird dabei in einem sehr umfassenden Sinn verstanden. Unter ihn fallen sowohl reale, ideale und fiktive Dinge, aber auch Zustände, Ereignisse, Situationen u.a. In Untersuchungen zur formalen Ontologie findet man eine Systematisierung solcher ontologischen Entitäten (vgl. u.a. Dölling (1992/93)). Wenn Locke Ideen als mentale Gebilde bestimmt, so läßt er keinesfalls unberücksichtigt, daß Menschen soziale Wesen sind, die die Neigung haben und aufgrund ihrer Bedürfnisse auch gezwungen sind, mit anderen zusammen zu leben. Gesellschaftliches Zusammenleben erfordert Kommunikation. Da die Ideen des einen Menschen anderen nicht direkt zugänglich sind, erfanden sie ein sinnlich wahrnehmbares Zeichensystem, um ihre für andere unsichtbaren Ideen öffentlich zu machen. Am zweckdienlichsten erweisen sich die Wörter. Der Zweck der Wörter besteht also darin, sinnlich wahrnehmbare Kennzeichen der Ideen zu sein. Zugleich haben Wörter als Zeichen die Funktion, Ideen zu repräsentieren.

Mit der Unterscheidung zwischen Ideen und Wörtern postuliert Locke implizit eine Einteilung der Zeichen in interne und externe Zeichen, die wiederum eine Unterscheidung zwischen interner und externer Repräsentation zur Folge hat. Aus dieser Differenzierung ergeben sich mindestens zwei Fragen. Erstens ist zu fragen, ob sich andere externe Zeichen wie taktile, gustatorische, olfaktorische und akustische Zeichen, gegenüber den internen analog verhalten wie die Wörter. Zweitens ist zu fragen, ob externe Zeichen ihre Repräsentationsfunktion immer nur vermittelt über die internen Zeichen ausüben oder ob es nicht viel mehr sinnvoll ist, zwei Repräsentationsebenen anzunehmen derart, daß sowohl die internen wie die externen Zeichen unabhängig voneinander Weltausschnitte repräsentieren. Eine Antwort auf diese Fragen ist abhängig davon, welchem kognitionswissenschaftlichen Paradigma man sich verpflichtet fühlt (vgl. Abschnitt 2).

Nicht nur Locke hat den engen Zusammenhang von Zeichen und deren Repräsentationsfunktion gesehen. Insbesondere Charles Sanders Peirce widmete diesem Aspekt von Zeichen große Aufmerksamkeit. Er hebt hervor, daß ein Zeichen oder Repräsentamen etwas ist, das für etwas anderes steht und von jemandem verstanden wird (vgl. Peirce (1931, Vol. 2, S. 228)). Dieses Verständnis von Repräsentation impliziert, daß ein Handelnder benötigt wird, um auf ein anderes Ding zu referieren. Oder in anderen Worten aus gedrückt: Eine Repräsentation ist der Name, der einer komplexen Struktur von Zeichen gegeben wird, die für einen gegebenen Interpretierenden für etwas anderes steht. In diesem Kontext ist nicht nur der Begriff der Repräsentation, sondern auch der der Interpretation relevant. Letzterem wird in der Analyse kognitiver Vorgänge manchmal seine Bedeutung abgesprochen, was aber insofern nicht akzeptabel ist, als man zu berücksichtigen hat, daß Symbole in Abhängigkeit von Situationen, in denen sie verwendet werden, auf je verschiedene Weise interpretiert werden können.

Bei der Bestimmung des Aufgabenbereichs der Semiotik fühlt sich auch Nelson Goodman dem Repräsentationsbegriff verpflichtet. Seine diesbezüglichen Arbeiten

haben in der Kognitionswissenschaft bislang unverständlicherweise kaum Berücksichtigung gefunden. Anstelle von Semiotik spricht er von Symboltheorie. Anliegen der Symboltheorie ist, die Vielfalt und die Funktion von Symbolen zu erforschen (B2) (vgl. Goodman (1995)). Der Begriff *Symbol* umfaßt Wörter, Texte, Bilder, Diagramme, Karten, Modelle und anderes mehr, d.h., unter ihn fallen sowohl verbale wie non-verbale Symbole. Bezüglich dieser Auffassung findet sich Goodman in Einklang beispielsweise mit Alonso Vera und Herbert Simon. Auch sie heben in Vera/Simon (1993) hervor, daß *symbolisch* keinesfalls mit *verbal* synonym ist, sondern daß symbolische Strukturen neben Wörtern auch mentale Bilder, Diagramme und andere Repräsentationen von Information designieren können. Was die Arbeiten von Goodman für die Kognitionswissenschaft so bedeutsam macht, ist vor allem sein besonderes Interesse an der Vielfalt non-verbaler Symbole. Dabei gilt sein spezielles Augenmerk pikturalen Repräsentationen und Musiknotationen.

Nicht unberücksichtigt bleiben sollte auch Goodmans Hinweis darauf, daß unterschiedliche Typen von Symbolen auf je verschiedene Weise auf etwas anderes als sich selbst Bezug nehmen und daß durch den Gebrauch von Symbolen Welten erzeugt werden. Diese Welten sind nicht mögliche Welten im Sinne der Mögliche-Welten-Semantik, sondern sie sind eine Vielheit wirklicher Welten. Solche Welten werden nicht aus nichts, sondern aus anderen Welten erzeugt. „Das uns bekannte Welterzeugen geht stets von bereits vorhandenen Welten aus; das Erschaffen ist ein Umschaffen." (Goodman (1995, S. 19))

Die Charakterisierung der Aufgaben der Semiotik durch Locke und Goodman soll jetzt durch eine weitere Bestimmung der Semiotik ergänzt werden, die die Grundlage der folgenden Analyse von Symbol, Repräsentation, Information und situiertem Handeln bildet. Sie nimmt ihren Ausgang in Auffassungen von Charles William Morris, der die Aufgabe der Semiotik nicht schlechthin in der Analyse von Zeichen sieht, sondern der danach fragte, wie Zeichen in einem Prozeß fungieren, den er als *Zeichenprozeß* oder *Semiose* bezeichnete (Morris (1972, S. 20)). An einer Semiose sind folgende Faktoren beteiligt: Ein Sender, der einem Adressaten eine Botschaft übermitteln will, sorgt dafür, daß er durch ein Medium mit ihm verbunden ist. Er benutzt einen passenden Kode und wählt aus ihm ein Signifikat (eine Bedeutung), aus dem die Botschaft konstruiert ist. Da das Signifikat durch einen Kode mit einem entsprechenden Signifikanten verbunden ist, produziert der Sender schließlich ein Zeichen, das diesen Signifikanten realisiert (vgl. Posner (1992, S. 7)). Der Sender ist hier nicht im Sinne der Informationsverarbeitung bloß als Quelle des Zeichenprozesses zu verstehen. Um als Sender eines Zeichenprozesses zu fungieren, muß jemand nicht nur ein Zeichen produzieren, sondern auch eine Absicht haben, nämlich die, einem Adressaten mit dem Zeichen eine Botschaft mitzuteilen.

Unter Berücksichtigung des Begriffs der Semiose, wie ihn Morris prägte, sowie unter Beachtung von Untersuchungen über menschliche Kognition und Computersysteme läßt sich nun das Anliegen der Semiotik auf folgende Weise bestimmen: B3. Die Semiotik untersucht als Wissenschaft von den Zeichenprozessen alle Arten der Kommunikation und des Austauschs von Wissen zwischen und innerhalb von Informationsverarbeitungssytemen, wie Menschen, anderen Organismen und Maschinen. (Jorna (1990, S. 11))

Offensichtlich ist, daß in dieser Definition nicht nur Tiere und Menschen, sondern auch Computer symbolmanipulierende Systeme sind. Wird diese Definition der Semiotik neueren Untersuchungen zur Kognitionswissenschaft gerecht, so ist mit einer solchen Feststellung aber noch nicht mehr gesagt, als daß die Semiotik mit ihren Forschungen auch einen Beitrag zur Analyse von Kognition liefern kann. Zu bestimmen bleibt, welches ihr spezieller Beitrag in diesem Kontext ist. Und

dieser läßt sich am effektivsten aus der Sicht eines sich in der Entwicklung befindenden Bereichs der Semiotik formulieren, der als *kognitive Semiotik* bezeichnet werden kann (vgl. Dölling (1993)).

Gemeinsame Grundlage kognitiver Leistungen ist die Fähigkeit kognitiver Systeme zur Repräsentation handlungsrelevanter Aspekte der Umwelt, wie auch des Systems selbst, um frühere Erfahrung nutzen zu können. Hier hat die kognitive Semiotik die Zeichenprozesse des Wahrnehmens, Erkennens, Denkens und Fühlens in so unterschiedlichen semiotischen Gebieten wie Olfaktorik, Gustatorik, semiotischer Akustik, visueller Kommunikation und multimedialer Kommunikation zu analysieren. Sie hat die verschiedenen Beiträge dieser Prozesse zur Kognition vergleichend zu erforschen und das Zusammenwirken von Zeichenträgern unterschiedlicher Medien in der Kommunikation zwischen Menschen und in der Mensch-Maschine-Interaktion zu untersuchen (B4). Indem sie dies tut, erforscht die kognitive Semiotik zugleich unterschiedliche Repräsentationsformen und kann somit einen Beitrag zum Entwurf hybrider Repräsentationsformen leisten (vgl. Dölling (1993)). Vor allem die Vielfalt der Symbole und Repräsentationsformen, die in der Semiotik untersucht werden, übertrifft die relativ geringe Anzahl der bislang in der Kognitionswissenschaft untersuchten Repräsentationsarten. Übersehen darf man dabei allerdings nicht, daß der formale Anspruch kognitionswissenschaftlicher Analysen den der kognitiven Semiotik übertrifft. Deshalb bedarf es sicherlich einiger Anstrengungen der kognitiven Semiotik, um ihre Ergebnisse erfolgreich in kognitionswissenschaftliche Untersuchungen einzubringen.

Die heute etwa zwanzig Jahre alte Kognitionswissenschaft ist aus Ansätzen in unterschiedlichen Disziplinen wie der kognitiven Psychologie, der kognitiven Linguistik, den Forschungen zur Künstlichen Intelligenz, den Neurowissenschaften, der Computerwissenschaft, der Philosophie, der Anthropologie, der Logik, aber auch der Semiotik hervorgegangen (vgl. u.a. Dölling/Dölling (1988), Gardner (1985), Strube (1996)). In Arbeiten zur Kognitionswissenschaft ist nicht zu übersehen, daß die Semiotik im Kanon der die Kognitionswissenschaft etablierenden Disziplinen bislang nahezu völlig unberücksichtigt geblieben ist, obgleich viele der hier behandelten Fragen explizit semiotischer Natur sind. Das ist zu einem nicht unerheblichen Teil das Verschulden von Semiotikern selbst. Erst in den letzten zehn Jahren haben einige von ihnen explizit die Analyse kognitiver Prozesse in ihre Forschungen einbezogen (vgl. u.a. Andersen (1990), Jorna (1990), Goschke (1990), Slikkerveer et al. (1992), Dölling (1993), Jorna et al. (1993), Sendlmeier (1996)). Außerhalb der in der Semiotik tätigen Wissenschaftler gehört Howard Gardner zu den wenigen Autoren, die auf semiotische Arbeiten explizit Bezug nehmen. In seinem Buch *The Mind's new Science. A History of the Cognitive Revolution* (1985), in dem er den Weg zur Kognitionswissenschaft ausführlich darstellt, schreibt er im Zusammenhang mit der Untersuchung des Anteils der Ethnowissenschaft an der Herausbildung der Kognitionswissenschaft: „Die Arbeiten von Semiotikern wie Roman Jakobson und Charles Morris schufen ein Bewußtsein der im wesentlichen symbolischen Natur menschlichen Handelns sowie der Notwendigkeit, es über seine kognitiven, nicht über seine praktischen Aspekte zu erklären." (Gardner (1989), S. 260) Interessant ist, daß Gardner sowohl einen strukturalistischen Ansatz (vertreten u.a. von Jakobson) wie einen handlungstheoretischen Ansatz (vertreten u.a. von Morris) in der Semiotik für die Erklärung von Kognition ausfindig gemacht hat. Gerade diese komplexe Betrachtungsweise macht es ihm möglich, von der symbolischen Natur menschlichen Handelns zu sprechen. Auch im vorliegenden Aufsatz wird die Auffassung vertreten, daß ein Kognitionsmodell, das gleichermaßen Symbole wie Handlungen in seine Betrachtungen einbezieht, beide semiotischen Ansätze als ihre theoretische Basis braucht.

Die Breite des Forschungsziels und die Entstehung der Kognitionswissenschaft aus einer Vielfalt unterschiedlicher Einzelwissenschaften erfordern die Integration unterschiedlicher Methoden zur Entwicklung empirisch fundierter Theorien, die formal ausgearbeitet und in ein auf Computern lauffähiges Modell integriert sind. Strube (1993) hält mindestens drei Gruppen von Methoden für wichtig:

- Theoretische Analyse kognitiver Funktionsbereiche und Aufgabenstellungen mit dem Ziel der Formalisierung sowie der Bestimmung von Regularitäten und grundlegenden Beschränkungen (Methoden der Geistes- und Formalwissenschaften z.B. Philosophie, Logik und Linguistik). Im Kanon dieser Wissenschaften ist die Semiotik zu ergänzen.

- Modellierung kognitiver Prozesse durch Konstruktion virtueller kognitiver Maschinen, also Computerprogrammen mit den Mitteln der Informatik (Methoden der Ingenieurswissenschaften, z.B. im Bereich der Künstlichen Intelligenz). Computersimulation im Rahmen der KI wird als Versuch definiert, kognitive Phänomene in künstlichen Systemen nachzubilden.

- Empirische Untersuchung der Organisation der Informationsverarbeitung bei Mensch und Tier sowie der biologischen Grundlagen natürlicher kognitiver Systeme (Methoden der Naturwissenschaften, z.B. Psychologie und Neurowissenschaften). In Jorna et al. (1993) wird dieser Aspekt der Informationsverarbeitung aus semiotischer Sicht betrachtet, so daß mindestens zu prüfen bleibt, inwieweit die Semiotik bezüglich der empirischen Untersuchung von Informationsverarbeitung ihren Beitrag leisten kann. Das wird sie im wesentlichen als kognitive Semiotik tun können.

Die Ergebnisse, die über einen Inhaltsbereich (etwa „Sprache“) mit diesen Methoden gewonnen werden können, müssen für eine kognitionswissenschaftliche Betrachtung aufeinander bezogen werden.

Ziel der Kognitionswissenschaft ist die Erforschung von Kognition (B5) (vgl. Gardner (1985) und Strube (1996)). Der Begriff der Kognition wird im weiteren in einem sehr allgemeinen Sinn verwendet, und zwar derart, daß unter ihn solche Vorgänge wie Denken, Wahrnehmen, Erkennen, Schlußfolgern, Planen, Entscheiden, aber auch Wissen, Glauben und Intendieren fallen. In Abhängigkeit von dem jeweiligen Paradigma der Kognitionswissenschaft (vgl. Abschnitt 2) ist weiter zu spezifizieren, was unter Kognition zu verstehen ist. Unabhängig von einer solchen Spezifizierung und auch unabhängig davon, ob Kognition in natürlichen Organismen, also bei Mensch und Tier, oder in künstlichen Systemen, beispielsweise bei Computern, untersucht wird, ist zu konstatieren, daß sich alle kognitiven Vorgänge als Semiosen vollziehen, so daß mit dem Symbol (oder Zeichen) die grundlegendste Struktur alles Mentalen angesprochen ist.

Wenn sich kognitive Vorgänge als Semiosen vollziehen, so sollte nicht unberücksichtigt bleiben, daß Morris bezüglich der Semiosen drei semiotische Relationen unterschieden hat, die auch in der Kognitionswissenschaft Beachtung finden müssen: Syntaktik, Semantik und Pragmatik. Die Beziehung der Zeichen (genauer: der Zeichenträger) untereinander ist die syntaktische Dimension der Semiose, und ihre Untersuchung wird als *Syntaktik* bezeichnet. Die Beziehung der Zeichen zu dem, was denotiert oder designiert wird, ist die semantische Dimension der Semiose, und die Untersuchung dieser Dimension erfolgt durch die *Semantik*. Die Beziehung der Zeichen zu den Interpreten ist die pragmatische Dimension der Semiose, und die Untersuchung dieser Dimension wird *Pragmatik* genannt (vgl. Morris (1972)). Manchmal wird behauptet, daß die pragmatische Relation für die Kognitionswissenschaft nicht relevant ist, d.h., daß die Interpretation von Zeichen nicht

fundamental für die Kognitionswissenschaft ist. Daß diese Auffassung nicht akzeptabel ist, wird bei der Analyse von Kognition im Kontext situierten Handelns deutlich. Hier muß gerade der interpretative Aspekt von Zeichen Berücksichtigung finden. Wenn denn dem Symbol eine solche zentrale Stellung in der Kognitionswissenschaft zukommt und die eingangs formulierte Behauptung, daß Symbole der Speicherung und Verarbeitung von Information dienen, zutrifft, so kann man als grundlegende Annahme der Kognitionswissenschaft formulieren: Mensch und Computer speichern und verarbeiten in vergleichbarer Weise durch Symbole gelieferte Information. Alle kognitiven Prozesse, die in der Kognitionswissenschaft untersucht werden, sind also informationsverarbeitende Prozesse (vgl. Strube (1993, S. 304)). Stilling et al. (1995) ordnen diesem Ansatz folgende Prämissen zu:

- informationsverarbeitende Prozesse lassen sich als formale Prozesse beschreiben;
- informationsverarbeitende Prozesse operieren auf Repräsentationen;
- Kognition läßt sich unabhängig von der Ebene ihrer materiellen Basis betrachten;
- Kognitionswissenschaft ist als Basisdisziplin aufzufassen: es können grundlegende Prinzipien des Geistes eruiert werden, die dann für unterschiedlichste kognitive Vorgänge gleichermaßen gelten
  (vgl. Stilling et al. (1995, S. 2 ff.)).

2 Kognitionswissenschaftliche Paradigmen

Einig sind sich die meisten Kognitionswissenschaftler darin, daß kognitive Prozesse informationsverarbeitende Prozesse sind (vgl. oben). Darüber, wie kognitive Vorgänge zu erklären sind, gehen die Meinungen jedoch auseinander. In unterschiedlichen Paradigmen der Kognitionswissenschaft werden jeweils verschiedene Erklärungsmechanismen von Kognition gegeben. Darüber hinaus ist auch festzustellen, daß es nicht **das** jeweilige Paradigma gibt, sondern daß innerhalb eines Paradigmas die Standpunkte manchmal nicht unerheblich voneinander abweichen. Im folgenden werden drei kognitionswissenschaftliche Paradigmen besprochen: Physikalische Symbolsystem-Hypothese (auch *symboltheoretisches* oder *kognitivistisches Paradigma* genannt), konnektionistisches und situated-action-Paradigma. Diese Paradigmen werden nicht in ihren unterschiedlichen Varianten analysiert, sondern nur in der jeweiligen für das Aufsatzthema relevanten Form.

Der Symbolverarbeitungsansatz ist von Newell und Simon (1976) als *physical symbol systems hypothesis* expliziert worden. Wie bereits oben bemerkt, versteht Simon in seiner gemeinsam mit Vera 1993 publizierten Arbeit diesen Ansatz nicht nur als Gegensatz zu dem Paradigma situierten Handelns. Vielmehr haben beide zu zeigen versucht, daß er mit diesem Paradigma kompatibel ist. Darüber hinaus vertreten sie die Ansicht, daß Aspekte des Handelns bereits in der frühen Fassung des symboltheoretischen Paradigmas eine Rolle gespielt haben. Übersehen werden darf dabei allerdings nicht, daß es in den 70er Jahren in kognitiven Untersuchungen lediglich bei der Konstatierung der Berücksichtigung von Handlungssituationen geblieben ist.

Voraussetzung für die Bestimmung, was ein physikalisches Symbolsystem ist, ist die Definition eines Symbols. Zunächst einmal sei aber angemerkt, daß Symbole intelligentem Handeln zugrunde liegen. Dieses bildet den Hauptgegenstand

der Künstlichen Intelligenz und ist eine der zentralen Fragen der ganzen Computerwissenschaft. Zugleich ist damit auch konstatiert, daß das symboltheoretische Paradigma Symbol und Handeln aufeinander bezieht. Ein Symbol ist eine eindeutig identifizierbare und lokalisierbare Einheit, die für etwas steht bzw. dieses Etwas repräsentiert. Das Aussehen des Symbols ist dabei beliebig (arbiträr), es kann eine Kette von Zeichen sein, eine Ansammlung von aufgemalten Linien oder - wie im Computer - eine Menge von elektrischen Zuständen (die meist als Zeichenkette und sodann als Symbol interpretiert wird).

Ein physikalisches Symbolsystem besteht aus einer Menge von Entitäten, die *Symbole* genannt werden. Sie sind physikalische Muster, die als Komponenten einer anderen Art von Entität auftreten können, die *Ausdrücke* oder *Symbolstruktur* genannt werden. So ist eine Symbolstruktur aus einer Anzahl von Instanzen (oder Token) einzelner Symbole zusammengesetzt, die in einer gewissen physikalischen Weise zueinander in Beziehung stehen. Zu jedem Zeitpunkt enthält das System eine Ansammlung dieser Symbolstrukturen. Neben diesen Strukturen enthält das System auch eine Anzahl von Prozessen, die mit Ausdrücken arbeiten, um andere Ausdrücke hervorzubringen. Ein physikalisches Symbolsystem ist eine Maschine, die im Ablauf der Zeit eine sich entwickelnde Anzahl von Symbolstrukturen hervorbringt. Ein solches System existiert in einer Welt von Gegenständen, zu der mehr gehört als nur diese symbolischen Ausdrücke selbst. Wie ein solches System funktioniert, ist unabhängig von der Implementierung und allein durch symbolische Ausdrücke und Syntax definiert.

Zwei Begriffe sind für die Struktur der Ausdrücke, Symbole und Gegenstände zentral: Bezeichnung und Interpretation. Newell und Simon schreiben: „Ein Ausdruck bezeichnet einen Gegenstand, wenn das System bei gegebenem Ausdruck entweder den Gegenstand selbst beeinflussen kann oder sein Verhalten vom Gegenstand abhängig ist. In beiden Fällen gewinnt man über den Ausdruck Zugang zum Gegenstand, und das ist das Wesen der Bezeichnung ... Das System kann einen Ausdruck interpretieren, wenn der Ausdruck einen Prozeß bezeichnet und wenn das System bei gegebenem Ausdruck den Prozeß ausführen kann.“ (Newell/Simon (1976, S. 60))

Ein System, das bezeichnen und interpretieren kann, muß darüber hinaus einige Zusatzannahmen der Vollständigkeit und Abgeschlossenheit erfüllen, u.a., daß symbolische Ausdrücke so lange gespeichert werden, bis sie explizit gelöscht oder verändert werden, und daß das System prinzipiell unbeschränkt viele Ausdrücke enthalten kann.

Die Physikalische Symbolsystem-Hypothese besagt nun, daß ein physikalisches Symbolsystem die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für Kognition, d.h. für allgemeine intelligente Handlungen darstellt. Mit „notwendig“ ist gemeint, daß irgendein System, das allgemeine Intelligenz zeigt, sich in der Analyse als ein physikalisches Symbolsystem herausstellen wird. Mit „hinreichend“ ist gemeint, daß irgendein physikalisches Symbolsystem hinreichender Größe weiter organisiert werden kann, so daß es allgemeine Intelligenz zeigt. Mit „allgemeine intelligente Handlung“ soll derselbe Bereich der Intelligenz angesprochen werden, der in menschlichen Handlungen zu finden ist. Das heißt, daß in irgendeiner wirklichen Situation sich ein Verhalten zeigt, das den Zielen des Systems entspricht und sich den Erfordernissen der Umgebung anpassen kann. Die Physikalische Symbolsystem-Hypothese kann weder bewiesen noch belegt werden. Newell und Simon haben versucht, sie plausibel zu machen durch Rekurs auf empirische Untersuchungen über die natürliche Welt.

Das symboltheoretische Paradigma der Kognitionswissenschaft hat deutlich semiotische Aspekte, die sich so zusammenfassen lassen: (1) Alle kognitiven Syste-

me sind Symbolsysteme. (2) Kognitive Aktivitäten bestehen in der Manipulation dieser Symbolsysteme. (3) Symbolstrukturen und Symbolmanipulationen können durch eine formale Beschreibung erfaßt werden. (4) Interne Symbole sind in einer Umgebung (Situation) aktiv. Eine formale Kognitionstheorie ist auf natürliche und künstliche Systeme gleichermaßen anwendbar (vgl. Jorna (1990, S. 5)).

Im Kontext der Symbolsystem-Hypothese läßt sich ein philosophischer Hintergrund für die Kognitionswissenschaft identifizieren. Es ist die computationale Theorie des Geistes, wie sie von Jerry Fodor und Zenon Pylyshin (1988) vorgestellt worden ist. Zentral für die computationale Theorie des Geistes ist der Begriff der mentalen Repräsentation. Mentale Repräsentationen werden syntaktisch strukturierten Symbolen gleichgesetzt, zu denen ein Organismus bzw. ein System in einer bestimmten intentionalen Beziehung steht. Die formalen syntaktischen Eigenschaften von Repräsentationen sowie die Bedeutung der atomaren Einheiten determinieren die semantische Struktur eines Ausdrucks. Denken wird als rein syntaktisch bestimmte Operation auf diesen atomaren Einheiten aufgefaßt.

Für das Anliegen des Aufsatzes ist das kognitivistische Paradigma in der Version von Newell und Simon bzw. in der von Vera und Simon (1993) von weitaus größerer Relevanz als die philosophische Variante von Fodor und Pylyshin. Vera und Simon formulieren die wichtige These, daß die Konstitution von Symbolen als bedeutungshaltigen Zeichen daran gebunden ist, daß ein kognitives System in seiner Umwelt handeln kann und über die Konsequenzen seines Handelns Rückmeldung hat. Diese These steht vor allem mit dem seit Ende der 80er Jahre von Suchman proklamierten Situationsbezug von Kognition in enger Beziehung. Die philosophische Version des kognitivistischen Paradigmas von Fodor und Pylyshin hingegen klammert Fragen des Situationsbezugs von Kognition aus.

Ein anderes Erklärungsmuster dafür, wie Kognition funktioniert, ist der Konnektionismus. Er teilt mit der Theorie der Symbolverarbeitung die Grundthese, daß Kognition Informationsverarbeitung ist, und auch, daß kognitive Prozesse Berechnungen über Strukturen darstellen, die ihrerseits als Repräsentationen (der Welt oder des eigenen Selbst) aufzufassen sind. Vom kognitivistischen Paradigma unterscheidet er sich zum einen durch die Architektur des Systems, die aus vielen sehr einfachen Verarbeitungseinheiten, den Knoten, besteht. Zum anderen werden Symbole abgelehnt, bzw. es wird ihnen keine dominierende Rolle zugewiesen. An die Stelle von symbolischer Repräsentation wird die sub-symbolische Repräsentation gesetzt. Sub-symbolische Verarbeitung bedeutet, daß das, was gemeinhin als ein Symbol dargestellt würde, durch einen Vektor von Werten repräsentiert wird, die erst in ihrer Gesamtheit die Repräsentation ergeben.

Konnektionisten bestreiten nicht, daß die Verwendung von Symbolstrukturen sowie bewußten Regeln zu den Fähigkeiten zählt, die uns als intelligent handelndes Wesen auszeichnen. Jedoch meinen sie, daß von symbolischen Modellen etwas Entscheidendes ausgelassen oder zumindest nur mit größten Schwierigkeiten inkludiert wird. Das sind assoziative und ganzheitliche Erkennungsvorgänge sowie Schlußfolgerungen, die nicht auf einem bewußten Niveau vor sich gehen. Konnektionisten vertreten die These, daß viele wesentliche Vorgänge intelligenten Handelns zu diesem unbewußten assoziativen Bereich gehören und daß mit symbolverarbeitenden Mechanismen allein eine Modellierung nicht oder nur sehr schwer möglich ist. Diese These besagt nicht, daß symbolische Vorgänge im symboltheoretischen Paradigma nicht adäquat behandelt werden könnten. Sie besagt vielmehr, daß auch symbolische Schlußfolgerungen auf höherer Ebene als in einen assoziativen Grundmechanismus eingebettet gesehen werden sollten. Künstliche Intelligenz unter diesem Gesichtspunkt ist das, was im Konnektionismus *sub-symbolische Künstliche Intelligenz* genannt wird.

Der sub-symbolische Ansatz will dreierlei erreichen:

(1) eine adäquatere Modellierung assoziativer und intuitiver Prozesse;
(2) eine ganzheitlichere Modellvorstellung der Intelligenz;
(3) die Betrachtung eines kognitiven Systems als lernendes und sich selbstorganisierendes System.

In diesen Ansatz sind die Untersuchungen zur Kognition von Paul Smolensky (1988) einzuordnen. Er unterscheidet drei Ebenen, auf denen man kognitive Vorgänge betrachten kann: die konzeptuelle (symbolische) Ebene, die sub-konzeptuelle Ebene und weiter die neurale Ebene. Während die neurale Ebene zur Beschreibung intelligenter Handlungen zum Großteil noch unzugänglich ist, beschreibt die konzeptuelle Ebene nur annäherungsweise, was im Zuge solcher Vorgänge vor sich geht. Daher wird eine dritte, dazwischenliegende Ebene angenommen, die als die adäquateste zur Beschreibung von kognitivem Handeln angesehen wird. Während auf der konzeptuellen Ebene Symbole die geeignetsten Mittel sind, um Wissen darzustellen, muß hier ein Formalismus existieren, der auch Information, die in reinen Symbolstrukturen ausgelassen wird, mit einschließt. Wissen wird in einer Form festgehalten, die gewissermaßen unterhalb der symbolischen Ebene liegt, in dem Sinn, daß sie eine feinere Struktur als streng voneinander abgetrennte Symbole enthält. Daher auch hier der Name *sub-symbolisch*.

Formal formuliert Smolensky eine sub-symbolische Hypothese, die die physikalische Symbolsystem-Hypothese ersetzen soll: Inferenzen und die Ableitung von Wissen sind die Interaktion von einer großen Anzahl von Prozessoren (units). Diese Interaktion erlaubt keine exakte Beschreibung auf konzeptueller Ebene, sondern muß direkt durch Modellprozessoren verwirklicht werden.

Der Zusammenhang zwischen der sub-konzeptuellen und der neuralen Ebene ist hier noch unklar, unter anderem deswegen, weil die Funktionsweisen biologischer neuronaler Netze noch viel zu wenig erforscht sind (ausführlicher dazu vgl. Dorffner (1991)). Den Zusammenhang zwischen sub-konzeptueller und konzeptueller Ebene könnte man wie folgt beschreiben: Die sub-konzeptuelle Ebene bildet die Basis für die konzeptuelle, muß also auch die Möglichkeit vorsehen, die Symbole zu realisieren, mit denen Vorgänge auf der konzeptuellen Ebene arbeiten. Hier ist wichtig anzumerken, daß Smolensky zufolge die Bedeutung von Symbolen kontextsensitiv ist. Damit unterscheidet er sich wesentlich von der oben charakterisierten Auffassung von Fodor und Pylyshyn, nähert sich aber der Ansicht von Newell, Simon und Vera an. Überhaupt kann man heute sagen, daß die Frage des Symbolischen versus Sub-Symbolischen weithin von einer Prinzipienfrage zu einer der Praktikabilität geworden ist.

Seit Ende der 80er Jahre hat eine Erklärung von Kognition Eingang in die Kognitionswissenschaft gefunden, die die zentrale These des Kognitivismus, daß die Außenwelt mittels interner Repräsentationen erfaßt werden kann, verworfen hat. Zentral ist der Gedanke, daß kognitive Systeme nicht isoliert betrachtet werden dürfen, sondern gerade sich hinsichtlich ihrer kognitiven Aspekte vor allem in der Interaktion mit der Umwelt konstituieren. Kognitive Vorgänge sind keine mentalen Phänomene, sondern soziale Handlungen. Umschrieben wird dieses Paradigma mit der Wendung *situated action*. Dieses Paradigma ist ebenso wie die zuvor beschriebenen keinesfalls durch Einheitlichkeit gekennzeichnet. Die einzige Grundannahme, in der die Proponenten situierter Kognition, wie Terry Winograd und Fernando Flores (1986), Lucy Suchman (1987), James Greeno und Joyce Moore (1993) übereinstimmen, ist, daß kognitive Systeme durch Handlungen konstituiert werden. Menschliches Handeln ist situationsbezogen. Zur Legitimation ihrer Positionen nehmen einige von ihnen ausdrücklich auf philosophische Positionen Bezug.

Winograd und Flores berufen sich auf die Existenzphilosophie Martin Heideggers. Die Annahme einer objektiven Außenwelt, die mittels interner Repräsentationen erfaßt werden kann, wird verworfen. Menschen sind Teil der Welt, und gerade dieses In-der-Welt-sein bestimmt ihr Wesen. Dadurch daß sie in die Welt „geworfen" sind, sind sie gezwungen zu handeln. Sprache und Erkenntnis sind keine mentalen Phänomene, sondern soziale Handlungen.

Wenngleich Suchman ihre kognitive Theorie auf andere philosophische Anschauungen als Winograd und Flores gründet, so ist aber auch für sie der Begriff der sozialen Handlung zentral. Diesen übernimmt sie von George Herbert Mead (1934). Dabei übersieht sie allerdings völlig, daß Mead zufolge soziales Handeln zugleich situiertes und symbolisches Handeln ist. Symbole sind immer Teile der Handlung des Individuums (vgl. Mead (1995, S. 114)). Suchman konzentriert sich in ihrer Arbeit vor allem auf die Untersuchung der Relation zwischen beobachtbarem Verhalten und den Prozessen, die direkter Beobachtung nicht zugänglich sind und die Verhalten bedeutungsvoll machen. Dabei will sie zeigen, daß die These von der Situiertheit des Handelns die klassische These des Planens überwinden muß. Ausgangsvoraussetzung ist die Annahme, daß die Akteure nicht dadurch zielgeleitet handeln, daß sie in symbolischer Form vorliegende Pläne abarbeiten, sondern daß sie aus Erfahrung Regeln entwickelt haben, die primär ihr Handeln abhängig von der aktuell vorliegenden Situation steuern. Jedoch klammert auch Suchman aus ihren Untersuchungen Symbole nicht völlig aus, obwohl nach ihrer Meinung eventuell vorliegende symbolische Pläne eher sekundäre Bedeutung als Komponente der aktuellen Situation haben, die das Handeln beeinflußt, ohne es (wie beispielsweise im klassischen Planen) zu determinieren. Handlungspläne werden neben anderen Informationsquellen für Konstellationen im Weltausschnitt genutzt. Handlungen erscheinen partiell planbar, müssen aber an die jeweilige Situation angepaßt sein oder angepaßt werden. Ergebnisse der visuellen Analyse, errechnete oder sprachlich gegebene Pläne, Weltwissen, eigene Intentionen, Annahmen über die Kooperationspartner usw. werden als Ressourcen aufgefaßt, aus denen eine zentrale kognitive Verarbeitungseinheit das der Informationslage am besten gerecht werdende Verhalten ermittelt.

Obgleich sich Greeno und Moore (1993) dem situated-action-Paradigma verpflichtet fühlen, so nehmen sie doch eher eine mehr vermittelnde Position zwischen diesem und dem symboltheoretischen Paradigma ein. Sie gehen davon aus, daß Symbole häufig wichtige Teile von Situationen sind, in denen Menschen interagieren. Hier befinden sie sich genau in dem Punkt in Übereinstimmung mit Mead - wenngleich sie sich auf diesen nicht ausdrücklich berufen -, den Suchman aus ihren Untersuchungen ausklammert. Ihre Überlegungen münden dann auch in die Forderung, daß eine kognitive Theorie untersuchen muß, wie Symbole in Handlungen konstruiert und gebraucht werden.

Auch Vera und Simon (1993) als explizite Vertreter des symboltheoretischen Paradigmas nehmen eine vermittelnde Position zwischen diesem und der situated-action-Position ein. So bestreiten sie keinesfalls, daß alles menschliche Handeln sozial ist. Allerdings betonen sie, daß für viele Zwecke kognitiver Simulation nicht notwendigerweise berücksichtigt werden muß, daß Handeln und Denken sozial sind. Solange, wie ein System mit einer Wissensbasis ausgestattet ist, die mit dem relevanten Wissen korrespondiert, das die Person besitzt, die es simuliert, muß man sich nicht unbedingt mit der ursprünglichen Quelle des Wissens beschäftigen (vgl. Vera und Simon (1993, S. 43)). Das Fazit ihrer Überlegungen lautet: Unabhängig davon, ob Verhalten als „situiert" oder „nicht situiert" bezeichnet wird, kann es in physikalischen Symbolsystemen beschrieben und simuliert werden. „The term ‚situated action' can best serve as a name for those symbolic systems that are spe-

cifically designated to operate adaptively in real time in complex environments. SA, so interpreted, has played and will continue to play an important role in the development of robotics, and in cognitive theories of human (and other animal) interactions with the environment. It will provide an essential component of the theory of physical symbol systems. It in no sense implies a repudiation of the hypothesis that intelligence is fundamentally a property of appropriately programmed symbol systems." (Vera/Simon (1993, S. 47))

Wenn man die im vorliegenden Aufsatz besprochenen drei kognitionswissenschaftlichen Paradigmen aus semiotischer Sicht noch einmal Revue passieren läßt, so wird offensichtlich, daß es zwischen den einzelnen Positionen mehr Gemeinsamkeiten gibt, als die jeweiligen Vertreter häufig zuzugeben bereit sind. Zunächst sind sie alle sich einig darin, daß die in der Kognitionswissenschaft untersuchten kognitiven Prozesse informationsverarbeitende Prozesse sind. Trotz unterschiedlicher Akzentuierungen verzichten sie alle bei der Erklärung kognitiver Vorgänge nicht auf den Begriff des Symbols, und sie nehmen an, daß Symbole wichtige Teile von Situationen und Kontexten sind, die wiederum handlungsrelevant sind. Diese Gemeinsamkeiten zwischen den einzelnen kognitionswissenschaftlichen Paradigmen sind eine gute Grundlage für ein integratives kognitives Modell. Ergänzt werden sollte es allerdings durch eine Berücksichtigung des Problems der Interpretation von Symbolen - ein Problem, das die meisten Kognitionsforscher häufig vernachlässigen. Versuche, über Formulierungen symbolischer Repräsentation hinauszugehen und die interpretative Komponente von Symbolen zu berücksichtigen, gehen auf Peirce zurück (vgl. Abschnitte 1 und 3). William Smythe (1990) greift diesen Ansatz auf und untersucht die sich daraus ergebenden Konsequenzen für die Kognitionstheorie. Sie werden im nächsten Abschnitt betrachtet.

Hier sei nur darauf verwiesen, daß eine wichtige Voraussetzung dafür, Repräsentation und Interpretation von Symbolen nicht als einander ausschließende Phänomene, sondern als gleichberechtigte Phänome in der Analyse kognitiver Vorgänge zu betrachten, eine Symbiose von strukturalistischen und pragmatischen Zeichenkonzeptionen ist. Diese Symbiose ist darüber hinaus auch die Basis für ein integratives kognitives Modell. So wäre durchaus vorstellbar, die Arbeiten der Strukturalisten de Saussure, Hjelmslev, Jakobson und Goodman sowie das pragmatische Konzept von Peirce, Morris und Mead als gemeinsame semiotische Basis für ein integratives kognitives Modell zu verwenden. Aus strukturalistischer Sicht könnten die Begriffe der Struktur, des Systems und der Funktion eingebracht werden (vgl. hierzu Andersen (1990)) - Begriffe, die in pragmatisch orientierten Zeichenkonzeptionen eine eher untergeordnete Rolle spielen. Aus pragmatischer Sicht sind die Begriffe des Verhaltens, des Handelns und des Interpretierens von Zeichen relevant (vgl. Smythe (1990), Glaser (1996)). Von besonderem Wert ist hier die Berücksichtigung von Morris' Untersuchung semiotischer Relationen sowohl aus der Sicht der Syntaktik und Semantik wie vor allem aber aus der der Pragmatik. Alle drei semiotischen Disziplinen sind eng aufeinander bezogen, zugleich aber stellen sie drei nichtreduzierbare und gleichwertige Perspektiven dar. „Jedes beliebige Zeichen darf aus jeder der drei Perspektiven untersucht werden, obwohl keine der Natur des Zeichenprozesses voll gerecht wird. So gesehen führt keine Dimension an eine Grenze, d.h. an einen Punkt, an dem ein Forscher die eine Perspektive aufgeben und eine andere einnehmen müßte. Einfach deshalb, weil es eben semiotische Untersuchungen von verschiedenen Gesichtspunkten sind ... Syntaktik, Semantik und Pragmatik sind Komponenten der einen Wissenschaft Semiotik, nichtreduzierbare Komponenten." (Morris (1972, S. 81/82))

3 Ein integratives kognitives Modell: Symbol, Repräsentation, Interpretation und situiertes Handeln

Da das angestrebte integrative kognitive Modell noch weit von seiner Realisierung entfernt ist, können im weiteren auch nur einige Aspekte diskutiert werden, die in ihm unbedingt Berücksichtigung finden sollten. Zentral ist die Annahme, kognitive Aktivität primär als Interaktion zwischen Handelnden und physikalischen Systemen und mit anderen Menschen anzusehen. Greeno und Moore (1993) weisen in diesem Zusammenhang darauf hin, daß Symbole häufig wichtige Teile der Situationen sind, in denen Menschen miteinander agieren, und daß das Verstehen von Symbolen, die in kognitiven Aktivitäten gebraucht und konstruiert werden, eines der Hauptprobleme einer kognitiven Theorie ist. Unter diesem Gesichtspunkt können Operationen auf und Interpretation von Symbolen wichtige Aspekte kognitiver Aktivität sein. Jedoch sollte nicht unbeachtet bleiben, daß es durchaus auch individuelle und soziale kognitive Phänomene gibt, die Hypothesen über Symbolprozesse nicht unbedingt einschließen müssen. Vera und Simon (1993) hingegen betrachten alle kognitiven Vorgänge als symbolisch und nur einige Prozesse als situiert. Die Theorie der Situiertheit von Kognition sowie die Forderung nach Berücksichtigung von Kontextsensitivität von Symbolen in konnektionistischen Modellen und das symboltheoretische Paradigma in der Version von Vera und Simon berücksichtigend, ergeben sich für das integrative Modell mindestens drei Fragen:

Erstens: Ist Kognition, die Symbole einschließt, als Spezialfall von kognitiver Aktivität unter der Voraussetzung zu behandeln, daß Situiertheit oder Kontextsensitivität in der kognitiven Aktivität fundamental ist?

Zweitens: Ist situierte Aktivität als ein Spezialfall kognitiver Aktivität zu behandeln unter der Voraussetzung, daß Symbolverarbeitung in jeder kognitiven Aktivität fundamental ist?

Drittens: Wie werden Symbole in Handlungen konstruiert und gebraucht? Oder anders gefragt: Wie läßt sich eine interpretationsbasierte Konzeption der Symbolrepräsentation begründen?

Hinsichtlich der ersten beiden Fragen favorisieren die Vertreter des situated-action-Paradigmas die erste Option, Vertreter des symboltheoretischen Paradigmas die zweite Option. Welche Sichtweise jedoch in der praktischen Forschung favorisiert wird, wird immer mehr eine Frage der Praktikabilität und immer weniger eine Prinzipienfrage. Im vorliegenden Aufsatz wird aus semiotischer Sicht gleichfalls für ein Zusammengehen der unterschiedlichen kognitionswissenschaftlichen Paradigmen plädiert.

Betrachten wir nun eine mögliche Antwort auf die dritte Frage. Sie wirft zahlreiche grundlegende semiotische Probleme auf, die hier nicht alle geklärt werden können. So müßte beispielsweise näher untersucht werden, wie der Handlungsbegriff von Mead und Morris für kognitionswissenschaftliche Untersuchungen fruchtbar gemacht werden kann unter Berücksichtigung des Umstands, daß Handeln symbolisches Handeln ist. Zugleich wäre zu fragen, ob die Begriffe des Handelns und der Repräsentation miteinander verbunden sind oder ob sie keinerlei Gemeinsamkeiten aufweisen. Vieles spricht für die erste Variante. Zu fragen ist aber insbesondere, was Symbolrepräsentation mit Interpretation zu tun hat. Für eine Antwort sind Überlegungen von Greeno und Moore (1993) zum einen und von Smythe (1990) zum anderen zu berücksichtigen.

Greeno und Moore beziehen in ihre Untersuchungen von Kognition explizit

Ausführungen von Dewey und Peirce hinsichtlich des Symbolbegriffs ein. So verstehen sie ganz in deren Sinn ein Symbol oder einen symbolischen Ausdruck als eine Struktur (physikalisch oder mental), die als eine Repräsentation von etwas interpretiert wird. Und sie fügen noch hinzu, daß semantische Interpretation als etwas zu betrachten ist, das Menschen tun. Interpretation symbolischer Ausdrücke wird so zu einem wichtigen Aspekt der Interaktionen Handelnder miteinander und mit der Welt. Hier handelt es sich um eine interessante semiotische Perspektive auf kognitive Vorgänge, die noch weiter auszuarbeiten ist.

Smythe beabsichtigt, ausgehend von der Peirceschen Semiotik, eine interpretationsbasierte Konzeption der Symbolrepräsentation zu begründen und ihre Auswirkungen für die Kognitionstheorie zu untersuchen. Er geht davon aus, daß keinem Symbol als empirischem Objekt oder Ereignis das Repräsentieren von etwas immanent ist; ob und was es repräsentiert, hängt vielmehr ab von seiner Verwendung oder seiner Interpretation. Diesem Prinzip entspricht es, die Interpretation als vom Symbol und auch vom Referenten unterschiedenen Faktor in der Struktur von Symbolprozessen anzusetzen. Die triadische Konzeption der Symbolrelation in Peirce (1955) bildet den Ausgangspunkt der weiteren Überlegungen. Sie besteht aus drei Faktoren: dem Repräsentamen, mit dem der Träger der Repräsentation gemeint ist; dem Gegenstand, der mit dem Referenten zu tun hat; und dem Interpretanten, der für die Interpretation verantwortlich ist. Das wesentliche Merkmal eines Interpretanten, ob mental oder nicht-mental realisiert, ist die Erzeugung „vermittelnder Repräsentationen“ für andere Symbole. Interpretanten haben nach Peirce ihre eigene repräsentationale Funktion und müssen daher durch weitere Interpretanten vermittelt werden. „Diese Sichtweise betrachtet repräsentationale Beziehungen als selbsterzeugend und offen; wenn ein Interpretant nämlich die gleiche Funktion erfüllt wie das Symbol, das er interpretiert, muß er seinerseits von einem Repräsentamen mit eigenem Interpretanten verkörpert werden, usw.“ (Smythe (1990, S. 55)) Der Interpretationsprozeß erreicht im tatsächlichen Verhalten sein Ende aufgrund der Tatsache, daß der Interpret unter den gegebenen Umständen eine Gewohnheit ausgebildet hat, nach der er handelt, wenn er ein bestimmtes Ergebnis erzielen will (vgl. Peirce (1955)). Gewohnheiten beziehen sich nicht nur auf individuelle, sondern auch auf allgemeine Neigungen, die von verschiedenen Individuen unter sehr unterschiedlichen Umständen aktualisiert werden können. Smythe zieht aus diesen Überlegungen von Peirce die Schlußfolgerung, daß dessen Erklärung der Intersubjektivität von Symbolinterpretation mittels konsensabhängiger Handlungen auf zwei Überlegungen beruht: Zum einen sind Interpretanten als Vermittler von Symbolinterpretationen häufig in öffentlich zugänglicher Weise realisiert; zum anderen sind Interpretationsprozesse letztendlich in allgemeinen Gewohnheiten oder regulierten Neigungen verankert, die von den Mitgliedern einer symbolverwendenden Gemeinschaft geteilt werden. „Die komplexen Verhaltenstendenzen oder ‚Gewohnheiten‘, mithilfe derer Repräsentationen Verhalten erzeugen, sind nie starre, mechanische Reaktionen; sie sind vielmehr selbst wieder Interpretationen unterworfen und erlauben daher eine flexible Anpassung an sich ändernde Umstände.“ (Smythe (1990, S. 59)) Das Credo von Smythe, das er aus diesen Überlegungen zieht, lautet: Das Problem der symbolischen Interpretation läßt sich also nicht einfach ignorieren. Diesem Credo ist hinzuzufügen: Symbolische Interpretation und symbolisches (situiertes) Handeln sind aus semiotischer Perspektive zentrale Begriffe in der Analyse kognitiver Vorgänge als Semioseprozesse.

Abschließend soll noch ein Aspekt betrachtet werden, der hinsichtlich des Entwurfs eines integrativen kognitiven Modells von Bedeutung ist. Er betrifft die Frage nach einer einheitlichen Sprache in einem solchen Modell. Greeno und Moore

(1993) formulieren explizit, daß symbolische Prozesse als eine Art von kognitiver Aktivität betrachtet werden sollten mit dem Ziel, symbolische Aktivität in Termen von allgemeinen individuellen und sozialen kognitiven Prinzipien zu erklären. Dafür ist erforderlich „the prospect of development scientific practices, including a language and research agenda, that would unify concepts and methods of ethnography and ethnomethodology, ecological psychology, and philosophical situation theory with those of cognitive and behavioral psychology, linguistics, and artificial intelligence. If such a synthesis can be achieved, it will not be wholly new, but it will have significantly new features that will emerge in the syntheses and extensions that will be needed". (Greeno/Moore (1993, S. 57))

Dieses Anliegen ist tatsächlich nicht neu, denn schon Morris (1938) hat gefordert, daß es eine Wissenschaft als Organon für andere Wissenschaften geben müsse. Diese Aufgabe ist von der Semiotik zu übernehmen. Er ließ sich dabei von der Überlegung leiten, daß jede empirische Wissenschaft bestrebt ist, Daten zu finden, die als zuverlässige Zeichen dienen können. Jede Wissenschaft muß ihre Resultate in sprachlichen Zeichen niederlegen. Aus diesen Gründen hat der Wissenschaftler auf seine sprachlichen Mittel ebenso große Sorgfalt zu verwenden wie auf den Entwurf seiner Geräte oder auf seine Beobachtungen. „Die Wissenschaften müssen sich bei der Semiotik nach den Begriffen und allgemeinen Prinzipien umsehen, die für die Analyse ihrer eigenen Darstellungsprobleme relevant sind. Die Semiotik ist darum nicht allein eine Wissenschaft unter Wissenschaften, sondern ein Organon oder Hilfsmittel für alle Wissenschaften." (Morris (1938/1972, S. 85)) Diese Aufgabe sollte sie freilich auch im Kanon kognitiver Wissenschaften übernehmen.

Literatur

Andersen, P. B.: *A Theory of Computer Semiotics.* Cambridge 1990.

Dölling, E.: Mentale Repräsentationen und Common-Sense-Ontologie. *Conceptus* 68/69 (1992/93), 59-78.

Dölling, E.: Zeichenprozesse in der Theorienbildung (am Beispiel der kognitiven Wissenschaften). In: M. Titzmann (Hrsg.): *Zeichen(theorie) in der Praxis.* Passau 1993, 187-198.

Dölling, E.; Dölling, J.: Logik, natürliche Sprache und Kognition. *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 11 (1988), 1003-1113.

Dorffner, G.: *Konnektionismus. Von neuronalen Netzwerken zu einer „natürlichen" KI.* Stuttgart 1991.

Fodor, J.: *Psychosemantics: The Problem of Meaning in the Mind.* Cambridge, MA. 1987.

Fodor, J.; Pylyshin, Z.: Connectionism and Cognitive Architecture: A Critical Analysis. *Cognition* 28 (1988), 3-71.

Gardner, H.: *The Mind's New Science. A History of the Cognitive Revolution.* New York 1985. Deutsch von E. D. Drolshagen. *Dem Denken auf der Spur: Der Weg der Kognitionswissenschaft.* Stuttgart 1989.

Glaser, W. R.: Repräsentation bei Maschinen. *Zeitschrift für Semiotik* 18 (1996) 2-3, 169-189.

Görz, G. (Hrsg.): *Einführung in die künstliche Intelligenz.* Bonn 1993.

Goschke, Th.: Wissen ohne Symbole? Das Programm des Neuen Konnektionismus. *Zeitschrift für Semiotik* 12 (1990) 1-2, 25-45.

Greeno, J. G.; Moore, J. L.: Situativity and Symbols: Response to Vera and Simon. *Cognitive Science* 17 (1993), 49-59.

Jorna, R. J.: Wissensrepräsentation in künstlichen Intelligenzen. Zeichentheorie und Kognitionsforschung. *Zeitschrift für Semiotik* 12 (1990) 1-2, 9-24.

Jorna, R. J.; van Heusden, B.; Posner, R. (Hrsg.): *Signs, Search and Communication.* Berlin / New York 1993.

Locke, J.: *An Essay Concerning Human Understanding* (1690). Deutsch: *Über den menschlichen Verstand*, Bd. 2. Berlin 1968.

Mead, G. H.: *Mind, Self and Society. From the Standpoint of a Social Behaviorist.* Chicago (1934). Deutsch von U. Pacher. *Geist, Identität und Gesellschaft aus der Sicht des Sozialbehaviorismus.* Frankfurt a. M. 1995.

Morris, Ch. W.: *Foundations of the Theory of Signs.* Chicago 1938. Deutsch von R. Posner. *Grundlagen der Zeichentheorie.* München 1972.

Morris, Ch. W.: *Signs, Language and Behavior.* New York 1946. Deutsch von A. Eschbach u. G. Kopsch. *Zeichen, Sprache und Verhalten.* Frankfurt a. M. / Berlin / Wien 1981.

Münch, D. (Hrsg.): *Kognitionswissenschaft.* Frankfurt a. M. 1992.

Newell; A., Simon, H.: Computer Science as Empirical Inquiry: Symbols and Searche. In: *Communications of the Association for Computing Machinery* 19 (1976), 113-126. Deutsch von D. Münch. In: D. Münch (Hrsg.): *Kognitionswissenschaft.* Frankfurt a. M. 1992.

Peirce, Ch. S.: *Collected Papers.* Cambridge 1931-58.

Peirce, Ch. S.: *Philosophical Writings of Peirce.* New York 1955.

Posner, R.: Was ist Kultur? Zur semiotischen Explikation anthropologischer Grundbegriffe. In: M. Landsch, H. Karnowski und I. Bystrina (Hrsg.): *Kultur-Evolution: Fallstudien und Synthese.* Frankfurt a. M. 1992, 1-65.

Sendlmeier, W. F. (Hrsg.): Mentale Repräsentation von Zeichen. *Zeitschrift für Semiotik* 18 (1996), 2-3.

Slikkerveer, L. J.; van Heusden, B.; Jorna, R. J.; van den Broek, G. (Eds.): *The Expert Sign: Semiotics of Culture and Expertise.* Leiden 1992.

Smolensky, P.: On the Proper Treatment of Connectionism. *Behavioral and Brain Sciences* 11 (1988), 1-74.

Smythe, W. E.: Wie sind Symbole zu interpretieren? Repräsentation bei Frege und Peirce. *Zeitschrift für Semiotik* 12 (1990) 1-2, 47-62.

Stilling, N. et al. (Hrsg.): *Cognitive Science. An Introduction.* Cambridge ^{2}1995.

Strube, G.: Kognition. In: G. Görz: *Einführung in die künstliche Intelligenz.* Bonn 1993, 303-366.

Strube, G. et al.: *Wörterbuch der Kognitionswissenschaft.* Stuttgart 1996.

Suchman, L.: *Plans and Situated Actions: The Problem of Human-machine Communication.* New York 1987.

Varela, F. J.: *Cognitive Science. A Cartography of Current Ideas.*, 1988. Deutsch von W. K. Köck. *Kognitionswissenschaft - Kognitionstechnik. Eine Skizze aktueller Perspektiven.* Frankfurt a. M. 1990.

Vera, A. H.; Simon H. A.: Situated Action: A Symbolic Interpretation. *Cognitive Science* 17 (1993), 7-48.

Winograd, T.; Flores, F.: *Understanding Computers and Cognition: A New Foundation for Design.* Norwood / N. J. 1986. Deutsch von L. Voet. *Erkenntnis - Maschinen - Verstehen. Zur Neugestaltung von Computersystemen.* Berlin 1989.

SIEGFRIED GOTTWALD

NAIVE VERSUS AXIOMATISCHE MENGENLEHRE

Der Terminus „naive Mengenlehre“ ist gegenwärtig, soweit er nicht rein methodisch gemeint ist, also eine solche Darstellung der mengentheoretischen Tatsachen – oder auch nur der Grundtatsachen – für den Anfänger meint, bei der Axiome oder Grundprinzipien nicht explizit an den Anfang der Erörterungen gestellt werden, wohl fast immer mit einer negativen Bewertung verknüpft. Das Ideal, nein – eher schon der Standard ist die axiomatische Herangehensweise an den Aufbau der Mengentheorie. Dabei ist es, jedenfalls aus der hier gewählten Perspektive, völlig gleichgültig, ob die in Betracht gezogene Axiomatisierung das Zermelo–Fraenkelsche System ZF (Fraenkel (1953), Fraenkel et al. (1973), Kuratowski/Mostowski (1976), Moschovakis (1994)) ist, das echte Klassen nicht kennt, oder ob es die Axiomatisierung NBG nach von Neumann–Bernays–Gödel (Bernays (1958), Fraenkel et al. (1973)) ist, die zwar echte Klassen kennt, darüber aber nicht quantifizieren kann, oder ob es schließlich das üblicherweise als Kelley–Morsesch bezeichnete System KM (Kelley (1955), Klaua (1964), Morse (1965)) mit Quantifizierung auch über echte Klassen ist. Ihre Unterschiede untereinander oder auch z.B. zum Ackermannschen axiomatischen System (Ackermann (1956)) oder gar den Quineschen „New Foundations“ (Quine (1937), Quine (1973)) sind in diesem Zusammenhang nicht wichtig. Es ist die prinzipielle, sowohl in der täglichen Praxis als auch in der wissenschaftstheoretisch-philosophischen Reflexion geübte Herangehensweise der deutlichen Höherbewertung des axiomatischen Zugangs gegenüber dem naiven, die ich problematisieren will.

Ich habe nicht die Absicht, dabei das Kind mit dem Bade auszuschütten und etwa dafür zu plädieren, den naiven Zugang über den axiomatischen zu stellen. Immerhin aber will ich doch für das naive Herangehen und für eine wenigstens partielle Aufwertung dieses Herangehens Partei ergreifen und verdeutlichen, daß naives – aber natürlich mathematisch sauberes – Ausgehen von dann mit Sicherheit nicht grundlagentheoretischen und mit hoher Wahrscheinlichkeit wohl auch nicht sonstigen innermathematischen Problemen doch auch heute noch zu interessanten mengentheoretischen Entwicklungen zu führen vermag.

Georg Cantors ursprüngliche Art, Mengentheorie zu begründen – im Sinne des historisch gesehenen Hervorbringens[1], nicht der systematischen Grundlegung – und sie zu betreiben, war natürlich die naive, in unserer heutigen Nutzungsweise dieses Wortes „naiv“. Es war der – in einem weit gefaßten Sinne dieses Wortes – Hilbert-Schüler Ernst Zermelo, der 1908 in seinen „Untersuchungen über

[1] Cantor (1932)

die Grundlagen der Mengenlehre I“[2] die erste, und zugleich – natürlich mit den Ergänzungen und Präzisierungen, die Abraham Fraenkel und Thoralf Skolem in den 20er Jahren hinzugefügt haben[3] – eine der am meisten benutzten Axiomatisierungen gegeben hat. Ich trage sicherlich Eulen nach Athen, wenn ich noch darauf verweise, daß natürlich die mengentheoretischen Antinomien einer der ganz wesentlichen Hintergründe für diese Axiomatisierung gewesen sind. Zugleich steht sie aber in der stark von David Hilbert geprägten Tendenz zur Axiomatisierung mathematischer Teildisziplinen und ist zum gewissen Grade auch Reaktion auf die Einwände gegen den ersten Beweis des Wohlordnungssatzes, den Ernst Zermelo 1904 unter relativ explizitem Rückgriff auf das Auswahlprinzip gegeben hatte[4].

In der Zeit bis zum 1. Weltkrieg bleibt das axiomatische Herangehen an mengentheoretische Problemstellungen aber eher marginal. Wobei ich einerseits die Diskussionen (vgl. Baire et al. (1905), Moore (1982)) um die Zulässigkeit des Auswahlprinzips in seiner allgemeinen Form, wie sie sich etwa bei den oft als Halbintuitionisten bezeichneten vor allem französischen Vertretern der Theorie der reellen Funktionen wie René Baire, Emile Borel oder Jaques Hadamard zeigt, nicht in den Rahmen axiomatischen Herangehens an Mengentheorie stellen kann: denn es geht zwar dabei letztlich um das Auswahlaxiom – die Einwände zielen aber nicht vordergründig auf ein anderes Axiomensystem, und die mathematischen Arbeiten dieser Mathematiker sind auch nicht oder jedenfalls nicht primär axiomatisch angelegt. Wobei aber auch andererseits natürlich nicht sofort ein Paradigmenwechsel geschieht: es sind nicht nur die Hausdorffschen Arbeiten[5] zu geordneten Mengen und Ordnungstypen aus dem Zeitraum 1905 bis 1908 vom naiven Standpunkt her geschrieben, es zeigt sich der naive Standpunkt auch deutlich als allein betrachteter etwa in den Arbeiten von Paul Mahlo von 1911 „Über lineare transfinite Mengen“ und von 1912 und 1913 „Zur Theorie und Anwendung der ρ_0-Zahlen“, in denen er die heute nach ihm benannten großen Kardinalzahlen betrachtet[6].

Wenn ich vom Intuitionismus (vgl. Heyting (1934), Fraenkel et al. (1973), Van Stigt (1990)) als – wenigstens in dem an dieser Stelle erörterten Zeitraum – marginaler Erscheinung ebenso absehe wie von der Russellschen Typentheorie (vgl. Russell (1903), Russell/Whitehead, Whitehead/Russell (1910-13)), die ja viel mehr eine Ausführung der auch Fregeschen Idee der Rückführung der Mathematik auf Logik war als ein Versuch der Axiomatisierung der Mengenlehre, dann sind es erst die Arbeiten von Abraham Fraenkel seit den frühen 20er Jahren, 1922 erschien ja seine Arbeit „Zu den Grundlagen der Cantor-Zermeloschen Mengenlehre“, sowie die im gleichen Jahr 1922 auf dem skandinavischen Mathematikerkongreß vorgetragenen (und 1923 publizierten) „Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der Mengenlehre“ von Thoralf Skolem, die wieder eine eindeutige Hinwendung zum axiomatischen Herangehen zeigen. Johann von Neumann folgte dann 1925 mit seiner Axiomatisierung der Mengentheorie, die aber zunächst wegen ihrer als eher exotisch empfundenen Ausgangspunkte keine dem Zermeloschen Axiomensystem vergleichbare breitere Aufmerksamkeit fand.[7]

Daneben findet man aber viele Arbeiten zur Mengenlehre, die sich nicht direkt auf eine axiomatische Basis stellen. Dies trifft z.B. überwiegend auf die Arbeiten zur mengentheoretisch orientierten Topologie zu und auf die mengentheoretischen Fragen, die dort eine Rolle spielen. Die Ausnahme ist natürlich immer das Aus-

[2] vgl. Zermelo (1908)
[3] vgl. etwa Fraenkel (1922), Skolem (1970), Fraenkel et al. (1973)
[4] vgl. Zermelo (1904)
[5] Hausdorff (1906/07), Hausdorff (1908)
[6] Mahlo (1911), Mahlo (1912/13)
[7] Fraenkel (1922), Skolem (1970), v. Neumann (1925)

wahlaxiom, weil es – wie die Diskussionen von allem Anfang an gezeigt haben – als das problematische Prinzip unter den Zermeloschen Grundprinzipien angesehen wurde. Aber auch Untersuchungen zum Auswahlaxiom, seien es Untersuchungen, die das Auswahlaxiom wesentlich voraussetzten und nutzten oder seien es Studien zu Äquivalenzen zum Auswahlaxiom, verhalten sich hinsichtlich der sonstigen mengentheoretischen Grundprinzipien in erster Linie naiv. Man braucht sich, um wenigstens einige Beispiele zu nennen, nur Wacław Sierpińskis „Leçons sur les nombres transfinis“ von 1928 oder sein späteres Buch „Hypothèse du Continu“ von 1934 anzusehen, oder man schaue etwa in die zusammenfassende Darstellung „Communication sur les recherches de la Théorie des Ensembles“ von Resultaten vor allem zur Kardinal- und Ordinalzahlarithmetik, die Adolf Lindenbaum und Alfred Tarski 1926 geben.[8]

Mit der Erwähnung von Sierpińskis „Hypothèse du Continu“ treffen wir nun auch auf einen zweiten, neben dem Problemkreis des Auswahlprinzips ganz zentralen jener Jahre: das Kontinuumproblem. Aber auch die in seinen Umkreis gehörenden Arbeiten sind in allererster Linie nichtaxiomatisch, also „naiv“ in meiner hier gewählten Sprachweise, ausgerichtet.

Auch die deskriptive Mengenlehre jener Zeit liefert in dieser Hinsicht kein anderes Bild: natürlich wird darauf geachtet, in welchen Überlegungen man den Bezug auf das Auswahlaxiom benötigt – aber sonst wird naiv argumentiert. Naiv im Rahmen der Vorstellungen, die vom Zermelo-Fraenkelschen System abgesichert werden, aber ohne expliziten Bezug darauf.

Erst mit der zweiten Hälfte der 30er und den frühen 40er Jahren erhielt die axiomatische Seite der Mengentheorie wieder deutlichen Auftrieb. Die 1937 publizierten „New foundations for mathematical logic“[9] von Willard van Orman Quine stehen dabei zwar eigentlich mit am Anfang, wurden aber an Bedeutung weit übertroffen von den epochalen Ergebnissen von Kurt Gödel[10], dessen Beweis der Nichtwiderlegbarkeit von Auswahlaxiom und Kontinuumhypothese, zuerst 1938 angezeigt in den Proceedings of the National Academy of Sciences der USA und dann 1940 in seinem berühmten Band der Princetoner Annals of Mathematics Studies ausführlich gegeben, mit seiner Bezugnahme auf das Modell der konstruktiblen Mengen – oder, klassischer gesprochen, mit seiner Herleitung von Auswahlaxiom und (sogar allgemeiner) Kontinuumhypothese aus dem ganz neuen Grundprinzip, alle Mengen als konstruktibel, also als in geeigneter Weise hereditär definierbar anzunehmen – das Gefühl für die eigenständige Bedeutung klar herausgestellter mengentheoretischer Grundprinzipien, also Axiome, für einen breiten Kreis von Mathematikern mit mengentheoretischen Interessen grundlegend beförderte bzw. stärkte.

Es ist übrigens eigentümlich und hier durchaus als interessant anzumerken, daß der bereits 1922 von Abraham Fraenkel gegebene Nachweis (in Fraenkel (1922a)) der Unbeweisbarkeit des Auswahlaxioms kaum auf größere Resonanz gestoßen ist, ein Unbeweisbarkeitsnachweis, d.h. – Konsistenz unterstellt – ein Unabhängigkeitsbeweis allerdings, der die zusätzliche Annahme der Existenz unendlich vieler Urelemente, also Objekte ohne eigene, interne mengentheoretische Struktur benötigte. Auch die 1939 von Andrzej Mostowski gegebene verbesserte und vereinfachte Version[11] der für diesen Beweis grundlegenden Fraenkelschen Permutationsmethode, eine Version, die allerdings immer noch den Rückgriff auf die Annahme der Existenz unendlich vieler Urelemente benötigte, und sogar die Mitte der 50er Jah-

[8] Sierpiński (1928), Sierpiński (1934), Lindenbaum/Tarski (1926)
[9] Quine (1937)
[10] Gödel (1938), Gödel (1939), Gödel (1940)
[11] Mostowski (1939)

re unabhängig voneinander von Ernst Specker, Elliott Mendelson und Joseph R. Shoenfield (in Mendelson (1958), Shoenfield (1955), Specker (1957)) publizierten Beweise, die statt auf Urelemente auf nichtfundierte Mengen zurückgriffen, änderten diese Situation der relativen Nichtbeachtung nicht. Das überrascht (mich) im letzteren Falle, also beim Rückgriff auf nichtfundierte Mengen, nicht, scheinen diese doch von fast allen Mathematikerkollegen als ziemlich exotische Objekte angesehen zu werden, das erstaunt (zumindest mich wiederum) aber mehr im Hinblick auf die Zulassung von Urelementen – sind doch eigentlich nicht weiter analysierte oder nicht weiter zu analysierende Grundobjekte einer mathematischen Theorie spätestens seit Hilberts oft zitierten (angeblichen) Bemerkungen über die – relativ uninteressante, eigentliche – Natur der Grundobjekte seiner axiomatisch gegründeten Geometrie nichts mathematisch Exotisches mehr.

Was die Gründe auch schließlich gewesen sein mögen, die Wirkung dieser Resultate jedenfalls blieb marginal.

Nicht so marginal geblieben, aber auch nur relativ langsam wirksam geworden sind die gründlichen Untersuchungen von Paul Bernays zur Axiomatisierung der Mengenlehre, die er in einer siebenteiligen Arbeit (vgl. Bernays (1937-54)) im wesentlichen zwischen 1937 und 1943 (mit den beiden letzten Teilen allerdings erst 1948 und 1954) vorlegte, und in denen er, um nur ein Beispiel zu nennen, u.a. das Axiom der bedingten Auswahlen, DC oder „dependent choice“ in der gängigeren englischen Terminologie, einführte, eine abgeschwächte Form des vollen Auswahlaxioms, das für jede in einer Menge M gegebene rechts-unbeschränkte binäre Relation R, also jede Relation $R \subseteq A \times A$ mit $\forall x \exists y(xRy)$, die Existenz einer R-Kette in M vom Ordnungstyp der natürlichen Zahlen verlangt. Die Lehrbuchfassung vieler dieser Resultate, Bernays' „Axiomatic Set Theory“ von 1958 mit ihrer ausführlichen historischen Einleitung von Abraham Fraenkel[12], hat die paradigmatische Hinwendung zur axiomatisch begründeten Mengenlehre weiter befördert, vor allem hat dies aber auch Fraenkels eigene, einflußreiche „Abstract Set Theory“[13] von 1953, die z.B. von 1961 bis 1968 drei weitere Auflagen erlebte, getan. Vergessen werden dürfen bei diesen Betrachtungen allerdings auch Gödels Bemerkungen „What is Cantor's continuum problem?“[14] von 1947 nicht, haben sie doch insbesondere auch die Konsequenzen der Annahme der Existenz großer Kardinalzahlen als von wohl wesentlicher Bedeutung herausgestellt. Und hinsichtlich großer Kardinalzahlen weiß man ja seit den späten 40er/frühen 50er Jahren, daß ihre Existenz im gängigen axiomatischen Rahmen, also etwa in ZFC, nicht bewiesen werden kann – also jedenfalls nur axiomatisch relativ explizit gefordert werden kann.

Es sind so letztlich die späten 40er Jahre, vor allem aber die 50er Jahre, die mir den Paradigmenwechsel hin zu einer jedenfalls axiomatisch zu gründenden Mengentheorie zu fixieren scheinen. Nicht vergessen werden darf an dieser Stelle auch, daß vor allem in die 50er Jahre eine erste Blüte modelltheoretischer Forschungen fällt, vgl. etwa Chang/Keisler (1973), wodurch der Boden mit bereitet wurde für eine freiere, weniger an Standardinterpretationen orientierte Sicht auf mathematische Theorien – eine Sicht allerdings, die eben auch die Bedeutung der Wahl von Grundprinzipien, also Axiomen als nicht nur methodologisch wichtige Festlegung akzentuiert. Und ebenfalls ins Auge gefaßt werden muß wohl der Einfluß des Bourbakismus in jenen Jahren.

Und dann war es natürlich Paul Cohens Erfindung der Forcing-Methode und sein Nachweis der Unbeweisbarkeit von Auswahlaxiom und (allgemeiner) Konti-

[12] Bernays (1958)
[13] Fraenkel (1953)
[14] Gödel (1947)

nuumhypothese von 1963[15], wodurch endgültig klargestellt wurde, daß zumindest diese beiden zentralen Probleme keine naheliegende „natürliche“ Lösung im traditionellen Sinne einer Rückführung auf ziemlich allgemein akzeptierte und von den intendierten Sachverhalten her als mehr oder weniger evident zu erweisende Grundprinzipien zulassen. Damit war auch geklärt, daß diese Probleme nur durch explizite Prinzipiensetzungen, also Axiomenwahlen, zu bewältigen sind – und zwar durch Wahlen von Axiomen, die entweder direkt gewisse Lösungen dieser Probleme favorisieren oder die weiterreichende Prinzipien fixieren wie etwa das Konstruktibilitätsaxiom, also die Forderung, daß alle Mengen konstruktibel seien. Alle derartigen weiterreichenden Prinzipien – z.B. das Determiniertheitsaxiom, die Forderung mit anderen Worten, daß es bei einem um Mengen A von Folgen natürlicher Zahlen derart gespielten Zweipersonenspiel, daß die Spieler abwechselnd natürliche Zahlen wählen, Spieler 1 gewinnt, wenn die so erzeugte Folge Element von A ist, und Spieler 2 andernfalls gewinnt, in jedem Falle entweder für Spieler 1 oder für Spieler 2 eine Gewinnstrategie geben soll – alle derartigen weiterreichenden Prinzipien also haben allerdings – wenigstens bis zum heutigen Tage – den Nachteil, daß sie intuitiv keineswegs plausibler erscheinen als die direkte axiomatische Entscheidung selbst, bildlich gesprochen: als das direkte Zerschlagen des gordischen Knotens, den das eigentliche Problem darstellt.

Die Cohenschen Resultate, sozusagen „die 2. Hälfte“ des vollen Unabhängigkeitsbeweises für Auswahlaxiom und Kontinuumhypothese nach den Gödelschen Resultaten von 1938 und damit u.a. die Lösung des 1. Problems aus David Hilberts berühmter Problemliste[16] von 1900, vor allem aber die von Cohen dazu ersonnene Forcingmethode bewirkten eine Art von Dammbruch: seit Mitte der 60er Jahre gibt es zahllose Arbeiten, in denen die Unabhängigkeit bzw. die relative Konsistenz sehr verschiedener sowohl rein mengentheoretischer als auch topologischer, mengentheoretisch-kombinatorischer oder auch z.B. zur Analysis zu zählender Aussagen bewiesen wird.

In all diesen im wesentlichen modelltheoretischen Arbeiten ist die klare Fixierung der axiomatischen Grundlagen naturgemäß unverzichtbar.

Diese Entwicklung hat über die Jahre hin die Auffassung immer mehr untermauert und dadurch wachsen lassen, daß seriöses mengentheoretisches Arbeiten *nur* noch im axiomatischen Rahmen möglich sei.

Es scheint mir allerdings unter sowohl wissenschafts- als auch erkenntnistheoretischen Gesichtspunkten angebracht, jener insgesamt zu einer Vereinseitigung tendierenden Auffassung einmal zu widersprechen. Und dies will ich an Hand zweier Beispiele tun, die – das muß ich allerdings zugeben – den hier zu formulierenden Einwand unterschiedlich gut stützen, daß auch heute noch aus weitgehend naiven Ansatzideen entstehende Anregungen mengentheoretische Entwicklungen anzustoßen in der Lage sind, die selbst in mehr oder weniger umfangreicher Weise durchaus brauchbar eine ganze Strecke weit naiv betrieben werden können.

Selbstverständlich sollte man nicht erwarten, daß die Anlässe für die Ansatzideen innermathematisch sein werden. Ich muß mich also für beide Beispiele auf jeweils außermathematische Überlegungen mit beziehen.

Mein erstes Beispiel nimmt Bezug auf die nichtfundierten Mengen, die ich schon im Zusammenhang mit den Hinweisen auf die Fraenkel–Mostowskische Permutationsmethode (vgl. Fraenkel (1922a), Mostowski (1939)) zum Nachweis der Unabhängigkeit des Auswahlaxioms erwähnt hatte. Die gewöhnlichen, „fundiert“ genannten, im kumulativen Mengenuniversum angesiedelten Mengen – und ebenso

[15] Cohen (1963/64), Cohen (1966)
[16] Hilbert (1900), Alexandrov (1971)

die gewöhnlichen echten Klassen als Zusammenfassungen „extrem großen“ Umfangs – haben alle die grundlegende Eigenschaft, daß absteigende $\in$-Ketten in ihnen endlich sind, Ketten also, die ausgehend von der jeweils betrachteten Menge als erstem Kettenglied mit jedem weiteren Kettenglied zu einem Element des gerade vorangegangenen Kettengliedes fortschreiten. Das Fundierungsaxiom (oder irgendeine ihm gleichwertige andere Forderung) verlangt gerade, daß es nur solche fundierten Mengen gibt.

Nichtfundierte Mengen sind erstmals 1917 von Dimitry Mirimanoff in einer Arbeit über „Les antinomies de Russell et de Burali-Forti et le problème fondamental de la théorie des ensembles“[17] explizit diskutiert worden. Die übliche Auffassung betrachtet sie als in gewisser Weise exotische Objekte, müssen sie doch Anfangsglieder unendlicher absteigender $\in$-Ketten sein – und jede solche Kette entweder wiederholungsfrei oder nicht. Es ist hierbei interessant, die absteigenden $\in$-Ketten auch daraufhin zu betrachten, ob das Ausgangsobjekt M in ihnen nochmals vorkommt oder nicht: ob sie also *M-wiederholungsfrei* sind oder nicht, wie ich dies nennen will. Ist eine nichtfundierte Menge M Anfangsglied einer nicht M-wiederholungsfreien absteigenden $\in$-Kette, so ist M entweder direkt oder indirekt „in sich selbst“ als Element, also als Konstituent enthalten; ist M dagegen nur Anfangsglied wiederholungsfreier unendlich absteigender $\in$-Ketten, so kommt offenbar eine zu immer „weiter innen“ liegenden Konstituenten von M fortschreitende Analyse nie zu einem Ziel. In beiden Situationen hat man zunächst das – recht naheliegende – Gefühl, daß solche nichtfundierten Mengen hinsichtlich ihrer mengentheoretischen Zusammensetzung nicht brauchbar analysierbar und somit verstehbar scheinen.

Nun scheint eine außermathematische Problematik diese Situation vielleicht ändern zu können. Um diesen Ausgangspunkt zu erläutern, muß ich etwas weiter ausholen und daran erinnern, daß sich die gewöhnlichen mengentheoretischen Vorstellungen als gut geeignet erwiesen haben, um z.B. für die übliche Sprache der Prädikatenlogik der 1. Stufe, aber auch für die Modallogik, für Systeme epistemischer Logik, für zeitlogische Systeme und die für die Informatik besonders interessante dynamische Logik geeignete Semantiken zu konstituieren – Semantiken nämlich, für die hinsichtlich der zugehörigen Logikkalküle geeignete Vollständigkeitssätze gelten, die z.B. die Äquivalenz der Begriffe „semantisch gültig“ und „kalkülableitbar“ besagen.

Allerdings haben alle diese formalisierten Logiksysteme, aufgefaßt als Instrumentarien zur Darstellung und Verarbeitung von Wissen oder – neutraler – von Informationen, den Vorteil und zugleich Nachteil gegenüber der natürlichen Sprache, daß sie weniger komplex, aber auch weniger leistungsfähig sind. Seit den 80er Jahren bemüht sich insbesondere Jon Barwise nun, eine weiterreichende und den Gegebenheiten des Gebrauchs der natürlichen Sprache besser angepaßte Semantik zu entwickeln, als es die erwähnten mengentheoretischen Semantiken für die verschiedenen Systeme formaler Logik bisher sind. Einer der grundlegenden Begriffe, auf die er dabei zurückgreift, ist derjenige der *Situation*. Situationen sind, grob gesagt, strukturierte Ausschnitte der uns umgebenden Realität. Eine genauere Erörterung dieses Begriffs will ich hier nicht vornehmen und nur auf die originalen Arbeiten und Bücher von Barwise (Barwise (1989), Barwise/Perry (1983)) und seinen Koautoren verweisen bzw. auf Keith Devlins „Logic and Information“ (Devlin (1991)), wo eine recht detaillierte Analyse und formale Fassung dieses Begriffs „Situation“ zu finden ist.

Mich interessiert ein recht spezieller Aspekt: Situationen können selbstbezüg-

[17] Mirimanoff (1917)

lich sein. Ob es sich beispielsweise darum handelt, daß Sie einen Brief vom Finanzamt oder Rentenversicherer erhalten mit der Bemerkung, diesen Brief zu Ihren Akten zu legen; ob es sich um die auf Ihren Namen ausgestellte und mit dem Vermerk „Diese Teilnahmeberechtigung ist nicht übertragbar" versehene Teilnahmeberechtigung an irgendeinem Gewinnspiel handelt; oder ob Sie, wie René Descartes, Ihre Überlegung „Ich denke, also bin ich" als (internes) Argument für Ihre Existenz nehmen – immer haben Sie ein mehr oder weniger explizites Element von Selbstbezug. Selbstbezüglichkeit „in Reinkultur" repräsentiert natürlich die moderne Fassung der dem Eubulides zugeschriebenen Lügnerantinomie, jener Typ von Sätzen also, die die eigene Falschheit besagen, repräsentieren aber ebenso weniger direkte Selbstbezüge, wie etwa eine zweiseitig beschriftete Karte, auf deren einer Seite nur der Satz steht: „Der Satz auf der anderen Seite dieser Karte ist wahr", und auf deren anderer Seite nur der Satz steht: „Der Satz auf der anderen Seite dieser Karte ist falsch". Letzteres ein Beispiel für einen sogenannten Lügnerzyklus. Ganz direkten Selbstbezug stellt aber auch der sog. „Wahrheitssager" dar, ein Typ von Sätzen, die ihr eigenes Wahrsein besagen. Diese und andere Beispiele legen es nahe, die Selbstbezüglichkeit von Situationen ernst zu nehmen, also zulassen zu wollen, daß Situationen Konstituenten von sich selbst sein können.

Die mengentheoretisch orientierte Modellierung von Situationen – die Arbeiten von Barwise, speziell sein mit John Etchemendi geschriebenes Buch „The Liar" (Barwise/Etchemendi (1987)), Untertitel: „An Essay on Truth and Circularity", zeigen es – vermag vorteilhaften Gebrauch von nichtfundierten Mengen zu machen.

Es sei hier angemerkt, daß die Hinwendung von Jon Barwise zur Betrachtung nichtfundierter Mengen im Kontext seiner Situationssemantik, vorbereitet durch die Einsicht in die Möglichkeit der Selbstbezüglichkeit von Situationen, wesentlich mit ausgelöst wurde durch ein fast gleichzeitiges Interesse von Peter Aczel (Aczel (1988)) an diesem Thema der nichtfundierten Mengen. Er allerdings war dazu geführt worden durch Untersuchungen (Milner (1983)) von Robin Milner zu kommunikativ verbundenen Systemen, also etwa parallel arbeitenden Rechnern. Milner hatte dazu Anfang der 80er Jahre einen „synchronous calculus of communicating systems" entworfen und dazu zur mathematischen Modellierung eine einigermaßen komplizierte Quotientenkonstruktion betrachtet. Aczel sah, daß diese Konstruktion mengentheoretisch einfacher gestaltet werden konnte – dann aber den Rückgriff auf nichtfundierte Mengen brauchte.

Man hat an dieser Stelle für das Interesse an nichtfundierten Mengen also zugleich zwei anwendungsbezogene Quellen. Den von Peter Aczel gesehenen Zugang als „naiv" zu klassifizieren mag ein wenig unpassend scheinen: vordergründig axiomatisch war er aber auch nicht. Der bei Jon Barwise zu findende durchaus „naive" Zugang macht den von mir hier vertretenen Gesichtspunkt besser deutlich. Er dürfte – ein ganz und gar pragmatischer Aspekt, aber deswegen keinesfalls ein unwichtiger – wohl auch dafür sorgen, daß das Thema der nichtfundierten Mengen bei philosophisch oder linguistisch interessierten Nicht-Mathematikern und Nicht-Informatikern auf steigendes Interesse rechnen kann. Dabei tut es dieser Einschätzung des Barwiseschen Zugangs auch keinen Abbruch, wenn man weiß, daß Barwise seine naiv zu nehmenden Ansatzideen recht rasch in die Form grundlegender Prinzipien, also Axiome zu gießen bestrebt ist: die intuitiven Bedürfnisse des naiven Zugangs haben jedenfalls Priorität. Gleiches gilt für die entsprechenden Arbeiten von Peter Aczel, der in Aczel (1988) auch viele Vorgängerarbeiten erwähnt, in denen aus grundlagentheoretischer Sicht mit nichtfundierten Mengen gearbeitet wurde, die aber keinen sichtbaren außermathematischen Anwendungsbezug hatten – und auch innermathematisch nur grundlagentheoretische Anwendungen intendierten.

Wie gestaltet sich nun formal die Behandlung nichtfundierter Mengen?

Ich will hier der Terminologie z.B. von Barwise/Etchemendi (aus Barwise/Etchemendi (1987)) folgen, die den Begriff *Hypermenge* als Oberbegriff nehmen, unter dem die fundierten und die nichtfundierten Mengen gefaßt werden. Innerhalb jeder Hypermenge M hat man dann ihre Elementstruktur, eine binäre Relation in der – geeignet zu fassenden und um M vermehrten – transitiven Hülle von M. Entsprechend der – wiederum geeignet zu fassenden – Extensionalitätsvorstellung sollte die Elementrelation von M die Hypermenge M charakterisieren. Binäre Relationen kann man sich aber vermittels ihrer Relationsgraphen veranschaulichen. Dies führt von einer Hypermenge M zu einem zugeordneten gerichteten Graphen mit einem ausgezeichneten Knoten, der die Ausgangshypermenge M symbolisiert. Solch ein Graph möge kurz als ein *punktierter Graph* bezeichnet werden. Die Kantenrichtung soll dabei jeweils zu den Elementen zeigen – von den Zusammenfassungen ausgehend, denen sie angehören. Die weiteren, nicht-ausgezeichneten Knoten symbolisieren dann natürlich die von M verschiedenen Objekte aus der um M erweiterten transitiven Hülle von M.

Um ein Beispiel für diese Darstellungsart zu liefern, ist in Abb. 1 zunächst eine naheliegende Repräsentation der Ordinalzahl $3 = \{0, 1, 2\}$ angegeben – und dazu noch zwei weitere Graphen, die die gleiche Ordinalzahl, also die gleiche Hypermenge darstellen.

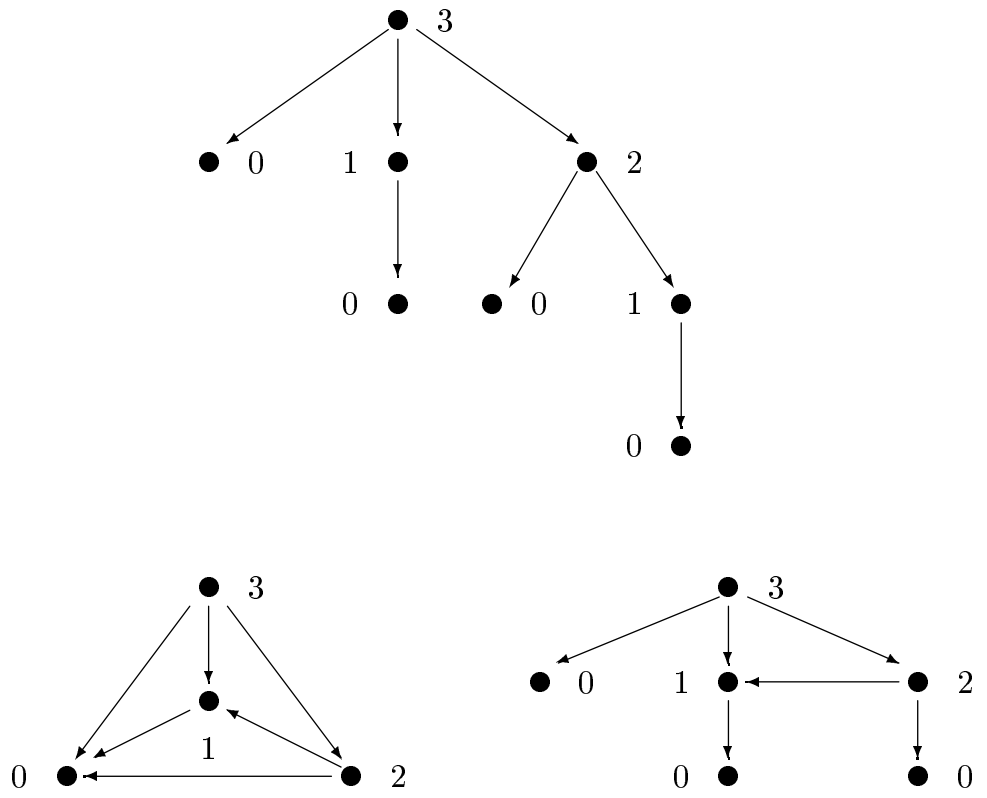


Abb. 1

Diese Darstellungsart ist offensichtlich simpel. Die den Hypermengen zugeordneten Graphen sind aber selbstverständlich nicht eindeutig bestimmt.

Beispiele für Graphen, die nichtfundierten Mengen entsprechen, zeigen auch Abb. 2 und Abb. 3.

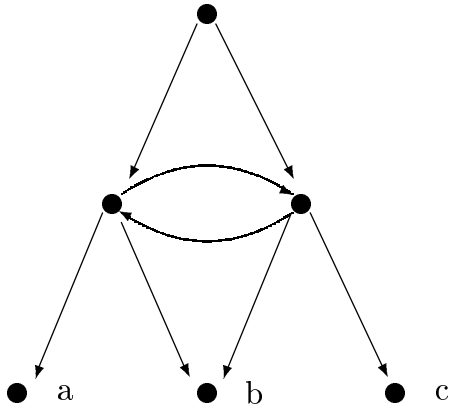


Abb. 2

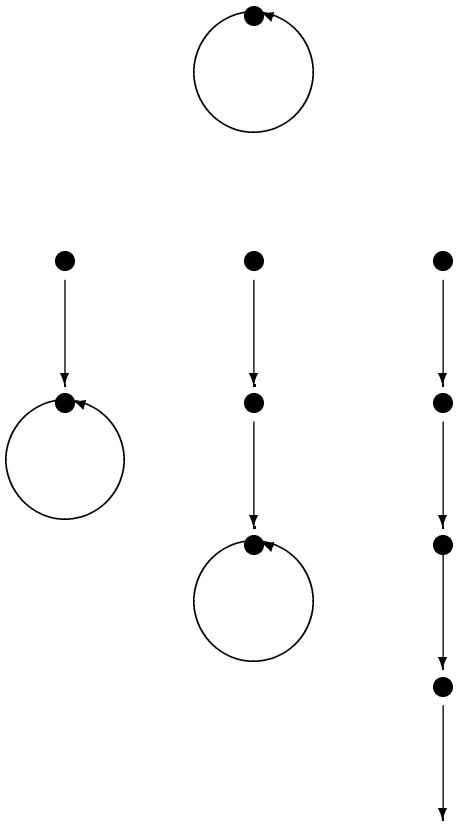


Abb. 3

Dabei ist die Abb. 2 die Darstellung einer Hypermenge, zu deren „Konstituenten", d.h. zu deren transitiver Hülle Urelemente gehören – während dies bei den Beispielen von Abb. 3 nicht der Fall ist.

Natürlich können aus diesen punktierten Graphen die zugehörigen Hypermengen noch nicht rekonstruiert werden. Zumindest muß man wissen, welche Objekte die Senken dieser Graphen symbolisieren sollen, jedenfalls dann, wenn man – was für die hier intendierten Anwendungen sinnvoll ist – Urelemente zuläßt, also von der leeren Menge verschiedene Objekte ohne interne Elementstruktur. Zur Rekonstruktion von Hypermengen braucht man also zumindest senkenbewertete punktierte Graphen.

Aber reicht die Senkenbewertung eines punktierten Graphen aus, um von ihm ausgehend eindeutig eine zugehörige Hypermenge zu rekonstruieren – und gibt es überhaupt zu jedem senkenbewerteten punktierten Graphen eine zugehörige Hypermenge?

Es zeigt sich, daß die Antwort auf diese Fragen eine gewisse Freiheit erlaubt. Sowohl Peter Aczel als auch Barwise/Etchemendi bevorzugen als Antwort das *Antifundierungsaxiom*[18]:

Jedem senkenbewerteten punktierten Graphen entspricht genau eine Hypermenge.

Die Durchführung zeigt, daß dies für die Anwendungen auf die Situationssemantik hinreicht. Eine der Konsequenzen dieses Antifundierungsaxioms ist dann,

[18] Aczel (1988), Barwise/Etchemendi (1987)

daß die senkenfreien punktierten Graphen von Abb. 3 alle dieselbe Hypermenge repräsentieren, die üblicherweise mit Ω bezeichnet wird und die einzige Hypermenge ist, die mit ihrer Einermenge übereinstimmt.

Ein Beispiel möge noch zeigen, wie diese nichtfundierten Mengen bzw. diese punktierten Graphen zur Analyse von normalsprachlich angezeigten Situationen benutzt werden können. Gegeben sei der Satz

(S) Diese Proposition ist in Deutsch nicht mit zehn Worten ausdrückbar.

Mit Proposition sei hier das mit einem Satz Gemeinte, Fregesch gesprochen also der dadurch ausgedrückte Gedanke gemeint. Diese Proposition ist natürlich invariant unter geeigneten Umformulierungen der sie ausdrückenden Sätze. Lassen wir zudem E die Eigenschaft einer Proposition sein, in Deutsch mit zehn Worten ausdrückbar zu sein, und nehmen wir das Tripel (Tripel im gewöhnlichen Sinne verstanden) $\langle E, p, 0\rangle$ als Code dafür, daß die Proposition p die Eigenschaft E nicht hat, so ist dieses Tripel als Hypermenge repräsentierbar durch den Graphen von Abb. 4, dessen Teilgraph G_p eine Repräsentation der p entsprechenden Hypermenge sei.

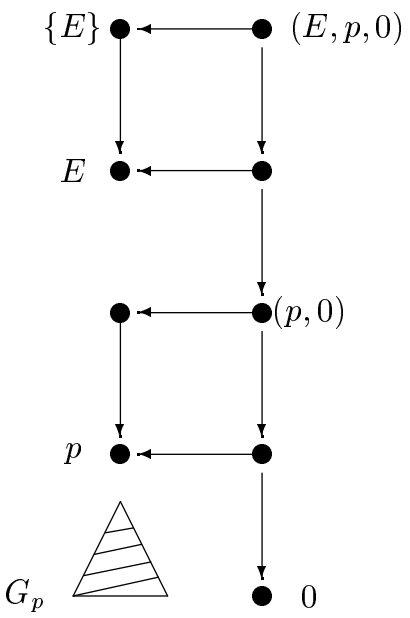


Abb. 4

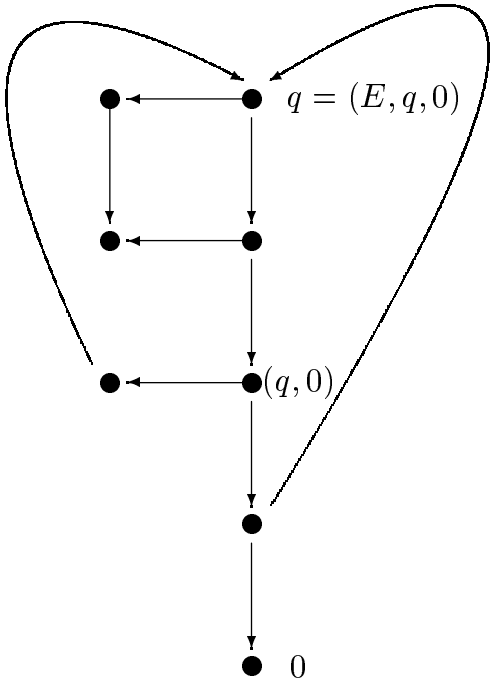


Abb. 5

Die dabei in Abb. 4 zunächst unterstellte Lesart ist, daß „diese Proposition“ in (S) auf eine irgendwie gegebene Proposition p verweist. Meint „diese Proposition“ aber selbstbezüglich die von (S) selbst ausgedrückte Proposition, jetzt mit q bezeichnet, so ergibt sich eine leicht abgeänderte Repräsentation wie in Abb. 5, der man deutlich die Nichtfundierung ansieht.

Formal kann die diesem letzten punktierten Graphen von Abb. 5 zugeordnete Hypermenge auch über die Lösung einer Reihe geeigneter Gleichungen bestimmt werden, diese technischen Details will ich aber hier nicht weiter ausführen. Der interessierte Leser konsultiere etwa Barwise/Etchemendi (1987), Aczel (1988).

Wichtiger ist es mir, noch anzumerken, daß die erwähnte Fassung eines Antifundierungsaxioms nicht die einzig denkbare ist – und vor allem nicht die einzige

schon früher diskutierte. Man stellt nämlich bald fest, daß innermathematisch doch schon seit den 50er Jahren immer wieder einmal das Fundierungsaxiom verletzende Mengenuniversen vor allem unter modelltheoretischen Aspekten untersucht worden sind, vgl. etwa Aczel (1988), Boffa (1968), Boffa (1969), Felgner (1971), Hajek (1965), Mendelson (1958), Specker (1957). Und in ihnen sind auch vom oben erwähnten Antifundierungsaxiom verschiedene, dem Fundierungsaxiom widersprechende Prinzipien grundlegend gewesen.

Der naive, intuitionsgeleitete Zugang zu nichtfundierten Mengen über die Idee der Situationssemantik hat somit recht unmittelbar Anschluß gefunden an grundlagentheoretisch schon aufbereitetes Gebiet. Der von ihm her erzielte Gewinn liegt somit in erster Linie in einer außermathematischen Fruchtbarmachung der nichtfundierten Mengen, sicher einem ganz wesentlichen Beitrag zu ihrer Popularisierung, und erst in zweiter Linie in daraus resultierenden wichtigen und weitgehend neuen mengentheoretischen Problemstellungen.

Das ist der früher erwähnte leichte Nachteil dieses Beispiels für meine These der fortwirkenden Bedeutsamkeit auch naiven mengentheoretischen Vorgehens.

Mein zweites Beispiel ist in dieser Hinsicht deutlicher. Es handelt sich dabei um das Thema der unscharfen Mengen.

Es ist eine alte Erfahrung, die immer wieder auch in philosophisch orientierten Erörterungen reflektiert worden ist, daß es Eigenschaften von Objekten gibt, über deren Zutreffen oder Nichtzutreffen in konkreten Fällen u.U. nicht vernünftig entschieden werden kann. Die antike philosophische Tradition schreibt wiederum dem im 4. Jahrhundert v.u.Z. lebenden Eubulides von Milet, auf den ich schon im Zusammenhang mit der Lügnerantinomie verwiesen hatte, das Haufenparadoxon zu: sei es in der Version des Sand- oder Kornhaufens, sei es in der Version des Kahlkopfes. Das Prinzip ist jedesmal, daß ein aus sehr vielen Einzelbestandteilen bestehendes Objekt – ein Korn- oder Sandhaufen bzw. ein voller Haarschopf in den traditionellen Beispielen – eine für dieses Objekt konstitutive Eigenschaft auch dann behält, wenn eines seiner Einzelbestandteile aus ihm entfernt wird, daß aber nach hinreichend vielen sukzessiven Entfernungen solcher Einzelbestandteile das verbliebene Restobjekt sicher nicht mehr jene Eigenschaft hat. Hinzu kommt, daß man in diesen Situationen auch nicht in der Lage ist, einigermaßen genau zu sagen, wann die fragliche Eigenschaft verloren geht – man ist nur überzeugt, die Fälle ihres vollen Vorliegens und ihres definitiven Nichtvorliegens zu beherrschen: dazwischen bleibt eine „Grauzone“, deren genauerer Erörterung man oft lieber aus dem Wege geht.

Man muß aber keineswegs dieses vielleicht etwas künstlich konstruierte Haufenproblem betrachten. Im Alltag finden sich viele Beispiele für Begriffe, die nicht genau abgegrenzt sind und bei denen zudem zwischen ihrem Zutreffen und ihrem Nichtzutreffen eine Art „gleitender Übergang“ vorzuliegen scheint: man denke an Kochrezepte mit ihren gehäuften Eßlöffeln, ihren Prisen und Messerspitzen; man denke an den Straßenverkehr mit seinen angemessenen bzw. überhöhten Geschwindigkeiten oder seinen ausreichenden Sicherheitsabständen; oder man denke an einen schwierig zu verstehenden Beweis, eine große Anzahl von Variablen in einem Problem (etwa einer Optimierungsaufgabe), einen leistungsfähigen PC mit ein bißchen zu kleiner Festplattenkapazität.

Auch daß ich oben von einer Grauzone gesprochen habe, kann man fast wörtlich nehmen: wenn man nämlich z.B. an Grautonbilder dreidimensionaler Objekte denkt, für die ein zweidimensionales Schwarz-Weiß-Bild zu finden ist, so kann man solch ein Grautonbild direkt ansehen als eine unscharfe Variante des gesuchten Schwarz-Weiß-Bildes, also als eine unscharfe Punktmenge etwa der Zeichenebene.

Unter den Philosophen unseres Jahrhunderts, die sich zu diesem Thema geäus-

sert haben, finden sich z.B. Bertrand Russell (1923) mit einer „Vagueness“ überschriebenen Arbeit, Max Black (1937) mit einer interessanten Studie „Vagueness: an exercise in logical analysis“, ein Thema, das er auch 1963 wieder aufnimmt (Black (1963)), und auch Karl Hempel (1939), der das Thema „Vagueness and logic“ diskutierte.

Die Mathematiker hat dieses philosophische Problem i.allg. nicht berührt: ihre traditionelle Herangehensweise, umgangssprachlich nur ungenau abgegrenzte Begriffe im Falle ihrer Übernahme in mathematische Betrachtungen mit einer präzisen Definition zu versehen, war eine erfahrungsgemäß erfolgreiche Strategie und gestattete es ihnen, das Problem der Begriffsunschärfe als mathematisch irrelevant beiseite zu lassen.

Es war in den Technikwissenschaften, genauer: in der angewandten Systemtheorie, wo in der Mitte der 60er Jahre ein Stein ins Rollen gebracht wurde. Ausgangspunkt war eine „Fuzzy Sets“[19] überschriebene Arbeit des US-amerikanischen Systemtheoretikers Lotfi Zadeh, die 1965 erschien. Hintergrund und Motiv auch zahlreicher weiterführender Ansätze (vgl. Zadeh (1987), Zadeh (1996)) war die Idee, daß es z.B. für komplizierte Anwendungen in der Robotik bzw. bei Automatisierungsaufgaben in sehr komplexen Systemen entscheidend sei, die bis dato geübte traditionelle mathematische Art der Modellierung zu ergänzen durch eher qualitative als quantitative Beschreibungsweisen, wie sie die industrielle Praxis z.B. in Bedienungsanleitungen oder Handlungsanweisungen seit eh und je kennt und nutzt. Menschen können derartige qualitative Beschreibungen, die wesentlich umgangssprachlich gegebene und nur unscharf begrenzte Begriffe benutzen, sowohl verstehen als auch in der Form von Handlungsanweisungen befolgen – normalerweise mit hinreichend gutem Erfolg.

Wenn man, um nochmals ein möglichen Automatisierungsaufgaben nicht zu fernliegendes Beispiel anzuführen, sich daran erinnert, wie in der Fahrschule das wirkliche Lenken eines Autos etwa im Falle des Einparkens in eine – mehr oder weniger enge – Parklücke, vielleicht auch noch parallel zur Fahrtrichtung, vermittelt wird, dann ist wohl unstrittig, daß dies eine wesentlich nur qualitative Beschreibung ist. Wenn man sich zudem weitergehend vorstellt, daß diese qualitative Beschreibung noch in einen in gewöhnlichen geometrischen Termini formulierten Algorithmus umformuliert werden sollte, dann sieht man leicht, daß dabei eine doch recht kurze qualitative Beschreibung in eine wohl ziemlich umfangreiche quantitative zu transformieren wäre. Dieses Beispiel ist übrigens insofern noch recht einfach, als das eigentliche Einparkproblem ein rein geometrisches ist und seine mathematische Beschreibung somit keine prinzipiellen Probleme aufwirft. Denkt man statt an das Parken an chemische Prozesse, und zwar in ihrer industriellen Dimension, ist teilweise die Kenntnis der realen Prozeßabläufe nur fragmentarisch oder sind evtl. für die theoretische Prozeßbeschreibung wesentliche Größen meßtechnisch nicht zugänglich, etwa die Temperatur einer Glasschmelze, um deren Fließverhalten es gehen möge.

Die traditionelle Regelungstheorie, an die man natürlich in diesem Kontext sofort denkt, vermag im Falle brauchbarer linearer bzw. stückweis linearer Prozeßbeschreibungen oder Prozeßapproximationen mit ihrem Methodeninstrumentarium hier erfolgreich zu arbeiten. Auch im nichtlinearen Falle hat sie, Prozeß- oder Steuerungsbeschreibungen in Form z.B. geeigneter Differentialgleichungen vorausgesetzt, ihre Methoden. Die Anwendererfahrungen allerdings besagen, daß teils aus prinzipiellen und teils aus Effektivitätsgründen zahlreiche Steueraufgaben bleiben, die sich dem Zugriff der traditionellen Regelungstheorie nicht oder vielleicht auch

[19] Zadeh (1965)

nur noch nicht öffnen.

Hier mit neuen Methoden Neuland für Anwendungen zu erschließen ist ein legitimes Vorhaben. Und, wenigstens im Erfolgsfalle, die dabei benutzten Methoden genauer ins Auge zu fassen, sollte der Mathematiker als Aufgabe ernst nehmen.

So wie die klassischen, scharf abgegrenzten Begriffe üblicherweise durch Mengen, als die entsprechenden Begriffsumfänge nämlich, modelliert werden, so sollte man verallgemeinerte, „unscharfe" Mengen wohl benutzen können, um unscharf abgegrenzte Begriffe mit ihrem irgendwie als gleitend empfundenen Übergang vom Zutreffen zum Nichtzutreffen zu modellieren. Was sollte aber dann – mathematisch – eine unscharfe Menge sein?

Die einfache Idee, die nach kurzem Nachdenken als ganz besonders natürlich erscheint und die die gewohnte Darstellbarkeit von Mengen durch ihre charakteristischen Funktionen unmittelbar verallgemeinert, ist es, unscharfe Mengen durch verallgemeinerte charakteristische Funktionen zu beschreiben, durch sogenannte *Zugehörigkeitsfunktionen*. Wie bei den üblichen charakteristischen Funktionen liest man den Funktionswert Eins als Code der vollen Zugehörigkeit (des entsprechenden Argumentpunktes zur betrachteten – nun eben unscharfen – Menge) und liest man den Funktionswert Null als Code der entsprechenden definitiven Nichtzugehörigkeit. Die anderen, zusätzlichen Zugehörigkeitsgrade, die man bei unscharfen Mengen nun zuläßt, sollen dann (in der Regel) zwischen 0 und 1 liegen – was auch immer „zwischen" hier genau meinen mag.

So gut wie ein Standard für die Anwender und schon in Zadehs allererster Arbeit[20] zu finden ist die Wahl des offenen reellen Einheitsintervalls als Menge der zusätzlichen Zugehörigkeitswerte zwischen Null und Eins. Dies ist aber keineswegs zwingend: eine endliche Menge äquidistanter Punkte dieses Intervalls oder z.B. auch Elemente irgendeines Verbandes (natürlich mit Null- und Einselement) können diese Funktion der zusätzlichen Zugehörigkeitswerte in gleicher Weise übernehmen. Im Prinzip kann man die passendste Wahl sogar dem jeweiligen Anwendungsfall überlassen.

Aus theoretischer Sicht kann man auf diesen verallgemeinerten Mengenbegriff z.B. so blicken, daß man die Zugehörigkeitsgrade als verallgemeinerte Wahrheitswerte einer ebenfalls verallgemeinerten Elementbeziehung ansieht. Dies führt zur Auffassung, daß die unscharfen Mengen die Mengen im Rahmen einer auf der mehrwertigen Logik gründenden Mengentheorie sind. Wie natürlich diese Sichtweise ist, sieht man bei ihrer genaueren Durchführung wie etwa in Bandemer/Gottwald (1994), Gottwald (1993): es stellen sich z.B. zwischen mengenalgebraischen Operationen für unscharfe Mengen und aussagenlogischen Junktoren der mehrwertigen Logik dieselben kanonischen Beziehungen ein, wie man sie zwischen mengenalgebraischen Operationen für gewöhnliche Mengen und den Junktoren der klassischen Aussagenlogik bestens kennt. Zudem lassen sich bei dieser Betrachtungsart verschiedene anwenderseitig eingeführte und wenig motivierte Begriffe als natürliche Analoga bekannter mengentheoretischer Begriffe verstehen. Ich will auf Details hier aber nicht eingehen.

Unterstellt ist dabei zunächst ein semantisch orientiertes Verständnis mehrwertiger Logik, also ein Verständnis, das Kalküle nicht in den Vordergrund der Betrachtung stellt.

Nahe liegt es zu fragen, wie gängige mengentheoretische Begriffe auf unscharfe Mengen auszudehnen sind: Was sind Kardinalzahlen unscharfer Mengen? Gibt es einen vernünftigen Begriff unscharfer Zahlen? In welchem Sinne kann man von unscharfen Äquivalenzrelationen oder unscharfen Anordnungsrelationen sprechen?

[20] Zadeh (1965)

Und so weiter.

Dies sind zum Teil rein theoretische Fragen, aber sie haben mitunter recht rasch doch direkten Anwendungsbezug. Zur Illustration erwähne ich nur, daß erst kürzlich eine interessante anwendungsorientierte Monographie (Fodor/Roubens (1994)) über „Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support“ erschienen ist, in der z.B. unterschiedliche Typen unscharfer Relationen eine wichtige Rolle spielen.

Auch auf neuartigere Problemstellungen wird man geführt, verglichen mit dem mengentheoretischen Standardrepertoire: so zeigt es sich z.B., vgl. Gottwald (1993), daß eine gewisse Art von Mengengleichungen und Systemen derartiger Gleichungen – im Prinzip sind dabei unscharfe Relationen zu bestimmen mit einem vorgegebenen Verhalten bezüglich gewisser voller Bilder für gegebene unscharfe Mengen – und ihre (genauen oder approximativen) Lösungen in engem Zusammenhang stehen mit der Realisierbarkeit gewisser Regelsysteme, die unscharfe Eingangsinformationen in unscharfe Ausgangsinformationen transformieren sollen und in natürlicher Weise bei qualitativ formulierten Steueraufgaben oder Prozeßbeschreibungen auftreten.

Systematisch gesprochen, sind alle in diesen Anwendungen bzw. einfacheren theoretischen Fragestellungen auftretenden unscharfen Mengen unscharfe Mengen 1. Stufe über einem vorgegebenen Individuenbereich.

Wenn man an einer Theorie unscharfer Mengen interessiert ist, wird man sich aber auch fragen müssen, wie eine oder die Gesamtheit aller unscharfen Mengen aussehen sollte, etwa im Sinne eines kumulativen Mengenuniversums, das dann abgeschlossen sein sollte unter dem Prozeß der Bildung unscharfer Mengen; oder wie die Kategorie aller unscharfen Mengen beschaffen sein sollte; oder auch, welche axiomatische Basis es sein sollte, auf der die Theorie der unscharfen Mengen gründet.

Im Hinblick auf diese zuletzt angedeuteten Problemstellungen gibt es eine Reihe sehr verschiedener Lösungsvorschläge. Sie reichen von einer ganz einfachen kumulativen Konstruktion (Klaua (1966)), die – natürlich durch alle Ordinalzahlen iteriert – als entscheidenden Konstruktionsschritt jeweils die Bildung aller unscharfen Mengen über der Gesamtheit aller bis dato gebildeten Objekte nimmt, über eine Variante (Gottwald (1979), Gottwald (1980)) davon, in der zusätzlich eine verallgemeinerte, selbst graduell abgestufte Gleichheit eine wesentliche Rolle spielt insbesondere bei der Anschauung, daß Aufnahme eines Objekts a als Element in eine unscharfe Menge A zu einem gewissen Zugehörigkeitsgrad α nach sich zieht, daß auch andere, mit jenem Objekt a zu gewissen Graden gleiche Objekte b in dieselbe unscharfe Menge A zu einem Grade $\leq \alpha$ aufzunehmen sind, bis hin zu Konstruktionen kumulativer Gesamtheiten aller unscharfen Mengen, die die Grundideen der Konstruktionen Booleschwertiger Modelle der gewöhnlichen Mengenlehre geeignet imitieren wie etwa Weidner (1981), Zhang (1980).

Unter kategorientheoretischen Gesichtspunkten begann die Diskussion mit Betrachtungen (Goguen (1974)) zu kategorientheoretisch charakteristischen Eigenschaften der unscharfen Mengen 1. Stufe und gewisser naheliegender Arten von Abbildungen zwischen ihnen. Allerdings änderte sich relativ rasch die Perspektive, weil auch aus dieser kategorientheoretischen Sicht natürlich ein gesamtes, gegenüber Bildung neuer unscharfer Mengen von unscharfen Mengen abgeschlossenes Mengenuniversum beschrieben werden sollte. Eine Zeitlang wurde die von Untersuchungen zur intuitionistischen Mengenlehre her bekannte Kategorie der Heyting-Algebra-wertigen Mengen als Kandidat diskutiert. Aktuell aber geht die Tendenz dahin, die Wahl von Heyting-Algebren als Zugehörigkeitsgradestrukturen als unzureichend anzusehen und an ihre Stelle bestimmte Arten von Monoiden

treten zu lassen, die zusätzlich noch eine Verbandshalbordnung tragen; vgl. etwa Höhle (1992), Höhle (1994), Höhle (1995), Höhle (1996).

Wieder soll hier auf formale Details nicht eingegangen, aber der Hintergrund für diesen Auffassungswandel erläutert werden. Dazu erinnere ich an die obige Bemerkung, daß es den gewohnten kanonischen Zusammenhang zwischen Mengenalgebra und – hier nun mehrwertiger – Aussagenlogik auch bei unscharfen Mengen gibt, den man von der klassischen Mengenlehre her kennt. Im Bereich mehrwertiger Aussagenlogik gibt es aber normalerweise mehrere, voneinander verschiedene Verallgemeinerungen klassischer Junktoren, etwa der Konjunktion. Nimmt man das reelle Einheitsintervall als Quasiwahrheitswertemenge – und damit als Zugehörigkeitsgrademenge, so entspricht z.B. die Minimumbildung, aber auch die Produktbildung einer verallgemeinerten Konjunktionsbildung. Die Minimumbildung und die auf ihr gründende Durchschnittsbildung für unscharfe Mengen pflegt man in jedem Falle zu betrachten. Unter den Anwendern wächst aber immer mehr die Überzeugung, daß auch wenigstens eine weitere Konjunktions- und damit Durchschnittsbildung in die Diskussion einzubeziehen ist, und zwar dann notwendigerweise eine Konjunktionsbildung, deren zugehörige Quasiwahrheitswertfunktion keine idempotente Operation ist. Diese Situation können aber Heyting-Algebren nicht adäquat widerspiegeln.

Das Thema der axiomatischen Grundlegung, um auch diesen Gesichtspunkt nicht zu vergessen, hat in den bisher angedeuteten, vor allem anwendungsorientierten Arbeiten, die die Entwicklung wesentlich initiiert und befördert haben, nur eine untergeordnetere Rolle gespielt. Mitte der 70er Jahre gab es immerhin einen interessanten Ansatz (Chapin (1974/75)), der aber wohl u.a. deshalb wenig Anklang gefunden hat, weil er unscharfe Mengen selbst als Zugehörigkeitsgrade fast unbeschränkt zulies. Die Standardvorstellung mit dem reellen Einheitsintervall als Menge der Zugehörigkeitsgrade und übrigens auch mit einer nicht-idempotenten Konjunktion hat 1992 auch Gaisi Takeuti (Takeuti/Titani (1992)) axiomatisiert: er braucht aber 46 Axiome und eine infinitäre Ableitungsregel – was seinem System kaum zu besonders großer Popularität verhelfen dürfte.

Die hinsichtlich einer geschlosseneren Theorie unscharfer Mengen hier immer wieder registrierte Unentschiedenheit hat einen sehr handfesten Hintergrund: Anwendungserfahrungen und Anwenderbedürfnisse reichen momentan nicht über den Bereich unscharfer Mengen 1. Stufe hinaus – danach beginnt das Feld mathematischer Spekulationen mit ihrer notwendigerweise größeren Zahl von Freiheitsgraden für konkrete Festlegungen. Und an dieser Stelle hat sich mangels ganz besonderer mathematischer Vorzüge eines ganz bestimmten Ansatzes und auch mangels anwendungsgesteuerter Auswahlkriterien noch keine relative Kanonisierung eines bestimmten Ansatzes eingestellt.

Das ist eine ganz normale Situation. Sie soll hier nicht weiter interessieren als bis zu der Feststellung, daß sie Raum läßt für weiteres Forschen.

Mir ist an diesen beiden ausführlicher diskutierten Beispielen anderes wesentlich, was durch die vielen und äußerst interessanten modelltheoretischen Untersuchungen zur Mengenlehre, die seit Cohens bahnbrechenden Resultaten Cohen (1963/64), Cohen (1966) das Bild von der Mengentheorie vorzugsweise prägen, manchmal fast in Vergessenheit geraten zu sein scheint:

Es sind nicht nur grundlagentheoretische Überlegungen und Problemstellungen, es sind auch heute noch Probleme, die eher der naiven Anschauung oder einer mehr traditionell, will sagen nicht-axiomatisch orientierten und durch starken außermathematischen Anwendungsbezug geprägten Art von Mathematikauffassung entspringen, die zu interessanten Ansätzen und Resultaten auch in der Mengenlehre Anlaß geben.

Literatur

Ackermann, W.: Zur Axiomatik der Mengenlehre. *Math. Ann.* 131 (1956), 363-345.

Aczel, P.: *Non-Well-Founded Sets.* CSLI Lecture Notes 14, Stanford 1988.

Alexandrov, P. S. (Hrsg.): *Die Hilbertschen Probleme* Ostwalds Klassiker der exakten Wiss. 252, Leipzig 1971.

Baire, R.; Borel, E.; Hadamard, J.; Lebesgue, H.: Cinq lettres sur la théorie des ensembles. *Bull. Soc. Math. France* 33 (1905), 261-273.

Bandemer, H.; Gottwald, S.: *Einführung in Fuzzy-Methoden. Theorie und Anwendung unscharfer Mengen.* Berlin ^{4}1994.

Barwise, J.: *The Situation in Logic.* CSLI Lecture Notes 15, Stanford 1989.

Barwise, J.; Etchemendi, J.: *The Liar.* New York 1987.

Barwise, J.; Perry, J.: *Situations and Attitudes.* Cambridge/MA 1983.

Bernays, P.: A system of axiomatic set theory. I - VII *J. Symbolic Logic* I: 2 (1937), 65-77; II: 6 (1941), 1-17; III: 7 (1942), 65-89; IV: 7 (1942), 133-145; V: 8 (1943), 89-106; VI: 13 (1948), 65-79; VII: 19 (1954), 81-96.

Bernays, P.: *Axiomatic Set Theory.* Amsterdam 1958.

Black, M.: Vagueness: an exercise in logical analysis. *Philosophy of Science* 4 (1937), 427-455.

Black, M.: Reasoning with loose concepts. *Dialogue* 2 (1963), 1-12.

Boffa, M.: Les ensembles extraordinaire. *Bull. Soc. Math. Belgique* 20 (1968), 3-15.

Boffa, M.: Sur la thèorie des ensembles sans axiome de Fondement. *Bull. Soc. Math. Belgique* 21 (1969), 16-56.

Cantor, G.: *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts.* (E. Zermelo Hrsg.), Berlin 1932.

Chang, C. C.; Keisler, H. J.: *Model Theory.* Amsterdam 1973.

Chapin, E. W.: Set-valued set theory. I, II. *Notre Dame J. Formal Logic* I: 15 (1974), 614-634; II: 16 (1975), 255-267.

Cohen, P.: The independence of the continuum hypothesis. I - II. *Proc. Nat. Acad. Sci.* (U.S.A.) I: 50 (1963), 1143-1148; II: 51 (1964), 105-110.

Cohen, P.: *Set Theory and the Continuum Hypothesis.* New York 1966.

Devlin, K.: *Logic and Information.* Cambridge 1991.

Felgner, U.: *Models of ZF-Set Theory.* Lecture Notes Math., Bd. 223, Berlin 1971.

Fodor, J. und M. Roubens, *Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support*, Theory and Decision Libr., Ser. D, 14, Dordrecht 1994.

Fraenkel, A.A.: Zu den Grundlagen der Cantor-Zermeloschen Mengenlehre. *Math. Ann.* 86 (1922), 230-237.

Fraenkel, A.A.: Über den Begriff „definit“ und die Unabhängigkeit des Auswahlaxioms. *Sitzungsber. Preuß. Akad. Wiss. Berlin,* Math.-Phys. Kl., 1922a, 253-257.

Fraenkel, A.A.: *Abstract Set Theory.* Amsterdam 1953.

Fraenkel, A. A.; Bar-Hillel, Y.; Levy, L.: *Foundations of Set Theory.* Amsterdam 1973.

Gödel, K.: The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum-hypothesis. *Proc. Nat. Acad. Sci.* (U.S.A.) 24 (1938), 556-557.

Gödel, K.: Consistency-proof for the generalized continuum-hypothesis. *Proc. Nat. Acad. Sci.* (U.S.A.) 25 (1939), 220-224.

Gödel, K.: *The Consistency of the Axiom of Choice and of the Generalized Continuum Hypothesis.* Ann. Math. Studies 3, Princeton 1940.

Gödel, K.: What is Cantor's continuum problem? *Amer. Math. Monthly* 54 (1947), 515-525.

Goguen, J.A.: Concept representation in natural and artificial languages: axioms, extensions, and applications for fuzzy sets. *Internat. J. Man-Machine Stud.* 6 (1974), 513-561.

Gottwald, S.: Set theory for fuzzy sets of higher level. *Fuzzy Sets Syst.* 2 (1979), 125-151.

Gottwald, S.: Fuzzy uniqueness of fuzzy mappings. *Fuzzy Sets Syst.* 3 (1980), 49-74.

Gottwald, S.: *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic.* Braunschweig / Wiesbaden 1993.

Hajek, P.: Modelle der Mengenlehre, in denen Mengen gegebener Gestalt existieren. *Zeitschr. math. Logik Grundl. Math.* 11 (1965), 103-115.

Hausdorff, F.: Untersuchungen über Ordnungstypen. *Berichte Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig*, Math.-Phys. Kl., 58 (1906), 106-169; 59 (1907), 84-159.

Hausdorff, F.: Grundzüge einer Theorie der geordneten Mengen. *Math. Ann.* 65 (1908), 435-505.

Hempel, C.G.: Vagueness and logic. *Philosophy of Science* 6 (1939) 163-180.

Heyting, A.: *Mathematische Grundlagenforschung, Intuitionismus, Beweistheorie.* Berlin 1934.

Hilbert, D.: Mathematische Probleme. *Nachr. Gesellsch. Wiss. Göttingen*, Math.-Phys. Kl., 1900, 253-297.

Höhle, U.: M-valued sets and sheaves over integral commutative CL-monoids. In: *Applications of Category Theory to Fuzzy Subsets* (S. Rodabaugh et al. Hrsg.), Dordrecht 1992, 33-72.

Höhle, U.: Monoidal logic. In: *Fuzzy Systems in Computer Science* (R. Kruse; J. Gebhardt; R. Palm Hrsg.), Wiesbaden 1994, 233-243.

Höhle, U.: Commutative, residuated l-monoids. In: *Non-Classical Logics and Their Applications to Fuzzy Subsets* (U. Höhle; E. P. Klement Hrsg.), Dordrecht 1995, 53-106.

Höhle, U.: On the fundamentals of fuzzy set theory. *J. Math. Anal. Appl.* 201 (1996), 786-826.

Kelley, J.L.: *General Topology.* New York 1955.

Klaua, D.: *Allgemeine Mengenlehre.* Berlin 1964.

Klaua, D.: Über einen zweiten Ansatz zur mehrwertigen Mengenlehre. *Monatsber. Deut. Akad. Wiss. Berlin* 8 (1966), 161-177

Kuratowski, K. und A. Mostowski: *Set Theory.* Amsterdam 1976.

Lindenbaum, A.; Tarski, A.: Communications sur les recherches de la théorie des ensembles. *Comptes Rendus Soc. Sci. Lettr. Varsovie*, cl. III, 19 (1926), 299-330.

Mahlo, P.: Über lineare transfinite Mengen. *Berichte Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig*, Math.-Phys. Kl., 63 (1911), 187-225.

Mahlo, P.: Zur Theorie und Anwendung der ρ_0-Zahlen. *Berichte Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig*, Math.-Phys. Kl., 64 (1912), 108-112; 65 (1913), 268-282.

Mendelson, E.: The axiom of Fundierung and the axiom of choice. *Arch. math. Logik Grundlagenforsch.* 4 (1958), 67-70.

Milner, R.: Calculi for synchrony and asynchrony. *Theoret. Computer Sci.* 25 (1983), 267-310.

Mirimanoff, D.: Les antinomies de Russell et de Burali-Forti et le problème fondamental de la théorie des ensembles. *L'Enseignement Math.* 19 (1917), 37-52.

Moore, G. H.: *Zermelo's Axiom of Choice.* New York 1982.

Morse, A. P.: *A Theory of Sets.* New York 1965.

Moschovakis, Y. N.: *Notes on Set Theory.* New York 1994.

Mostowski, A.: Über die Unabhängigkeit des Wohlordnungssatzes vom Ordnungsprinzip. *Fund. Math.* 32 (1939), 201-252.

Neumann, J. von: Eine Axiomatisierung der Mengenlehre. *J. reine u. angew. Math.* 154 (1925), 219-240.

Quine, W. V. O.: New foundations of mathematical logic. *Amer. Math. Monthly* 44 (1937), 80-101.

Quine, W. V. O.: *Mengenlehre und ihre Logik.* Braunschweig 1973.

Russell, B.: *The Principles of Mathematics.* I. Cambridge 1903.

Russell, B.: Vagueness. *Australasian J. Philos.* 1 (1923), 84-92.

Russell, B.; Whitehead, A. N.: *Einführung in die Mathematische Logik.* München 1932.

Shoenfield, J. R.: The independence of the axiom of choice. *J. Symbolic Logic* 20 (1955), 202.

Sierpiński, W.: *Leçons sur les nombres transfinis.* Paris 1928.

Sierpiński, W.: *Hypothèse du Continu.* Warschau 1934.

Skolem, Th.: *Selected Works in Logic* (J. E. Fenstad Hrsg.). Oslo 1970.

Specker, E.: Zur Axiomatik der Mengenlehre (Fundierungs- und Auswahlaxiom). *Zeitschr. math. Logik Grundl. Math.* 3 (1957), 173-210.

Stigt, W.P. van: *Brouwer's Intuitionism.* Amsterdam 1990.

Takeuti, G.; Titani, S.: Fuzzy logic and fuzzy set theory. *Arch. Math. Logic* 32 (1992), 1-32.

Weidner, A. J.: Fuzzy sets and boolean-valued universes. *Fuzzy Sets Syst.* 6 (1981), 61-72.

Whitehead, A. N.; B. Russell: *Principia Mathematica.* 3 Bde., Cambridge 1910-1913.

Zadeh, L. A: Fuzzy sets. *Information and Control* 8 (1965), 338-353.

Zadeh, L. A.: *Fuzzy Sets and Applications.* Selected papers by L. A. Zadeh (R.R. Yager et al. Hrsg.). New York 1987.

Zadeh, L. A.: *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems.* Selected papers by L. A. Zadeh (G. J. Klir, B. Yuan Hrsg.). Singapore 1996.

Zermelo, E.: Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann. *Math. Ann.* 59 (1904), 514-516.

Zermelo, E.: Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre. I. *Math. Ann.* 65 (1908), 261-281.

Zhang, Jin-Wen: A unified treatment of fuzzy set theory and Boolean-valued set theory – fuzzy set structures and normal fuzzy set structures. *J. Math. Anal. Appl.* 76 (1980), 297-301.

ERNST WOLFGANG ORTH

GEORG SIMMEL UND DIE DISKURSETHIK

Das Thema ‚Ethik zwischen Verantwortung und Kontingenz' könnte auch lauten: ‚Kontingente Momente in unserem Verantwortungsbegriff'. Dann würde deutlicher werden, daß rationales Handeln einen Entschluß voraussetzt, der unter dem Schlagwort gerade der Verantwortlichkeit ein dezisionistisches Moment bekundet und im Grunde auf einer metaphysischen Selbstinterpretation des Menschen beruht. Die patente Unterscheidung zwischen Verantwortungsethik und Gesinnungsethik, die auf Max Weber zurückgeführt wird, macht das deutlich. Webers Unterscheidung ist zwar sehr wohl geeignet, positiv zur Kultivierung sozialer Interaktion beizutragen; aber sie bezeichnet lediglich soziale Rollenspiele — eben die Typen des Verantwortungsethikers und des Gesinnungsethikers —, ohne nach den Fundamenten von solchen sozialen Funktionen näher zu fragen, die sich einer soziologischen Betrachtungsweise eben entziehen. Dieser Mangel wird greifbar, wenn man sich die Frage stellt, ob einer unserer bedeutendsten Moralphilosophen, nämlich Kant, ein Verantwortungsethiker oder ein Gesinnungsethiker gewesen ist.

Kants Moralphilosophie ist eines der frühesten Beispiele für die tragende Rolle, die dem Verantwortungsbegriff in Moral und Ethik zugewiesen wird.[1] Aber seine 1785 erschienene ‚Grundlegung zur Metaphysik der Sitten' beginnt mit dem durch und durch gesinnungsethisch klingenden Satz: „Es ist überall nichts in der Welt, ja überhaupt auch außerhalb derselben zu denken möglich, was ohne Einschränkung für gut könnte gehalten werden, als allein ein guter Wille." Und gut ist dieser Wille „allein durch das Wollen", „nicht durch seine Tauglichkeit zur Erreichung irgendeines Zweckes" (Akad. Ausg. IV, 393, 394). Dieser gute, auch heilige Wille als „Idee von dem absoluten Werte des Willens" (394) erweist sich nun aber bei Kant als gleichursprünglich mit Verantwortlichkeit, und zwar über die Formel des praktischen Imperativs: „Handle so, daß du die Menschheit sowohl in deiner Person als in der Person eines jeden anderen jederzeit zugleich als Zweck, niemals bloß als Mittel brauchst" (Akad. Ausg. IV, 429). ‚Die Metaphysik der Sitten' von 1797 präzisiert den Gedanken, indem Kant darauf verweist, daß der Mensch zwar „sein eigener Herr, aber nicht Eigentümer von sich selbst" sei, „weil er der Menschheit in seiner eigenen Person verantwortlich ist" (Akad. Ausg. VI, 270). Diese Menschheit ist nun offensichtlich nicht irgendeine quantifizierbare Menschheit, sondern das Wesen des Menschen, das sich in jedem Menschen bekundet, sofern „von der Pflicht des Menschen gegen sich selbst, als de(m) angeborenen Richter über sich selbst" (Akad. Ausg. VI, 437) gesprochen werden kann. Kant identifiziert diesen Richter mit dem

[1] Vgl. Walch (1775). Hier ist der Terminus Verantwortung noch nicht gebucht.

„Gewissen“ (Akad. Ausg. VI, 438); und bei dieser „Gewissenhaftigkeit“ handelt es sich nach Kant um die „Verantwortlichkeit vor einem von uns selbst unterschiedenen, aber doch innigst gegenwärtigen heiligen Wesen“ (Akad. Ausg. VI, 440), das auch als „moralisches Selbstbewußtsein“ gilt (Akad. Ausg. VI, 339). In diesem „erkenne ... dich selbst“ manifestiert sich — im Blick auf Kants kritische Philosophie merkwürdig genug — die „Substanz des Menschen“ (Akad. Ausg. VI, 441). Das „Gewissen“ ist „das Bewußtsein eines inneren Gerichtshofes im Menschen“ (Akad. Ausg. VI, 338). Kant merkt an, es sei eine „zwiefache Persönlichkeit“, „in welcher der Mensch, der sich im Gewissen anklagt und richtet, sich selbst denken muß“ (Akad. Ausg. VI, 439).[2] Dieser moralisch-metaphysische Gedanke ist auch für Kants Vernunftkritik mit ihrem Bild vom ‚Gerichtshof‘ grundlegend (vgl. KdrV, A Vorr., S. XI f.).

Auf dem Hintergrund dieser Kantischen Überlegungen (eine Art anthropologische Säkularisierung des jüdisch-christlichen Gottesbegriffs) erweist sich Webers Kontrastierung von Verantwortungsethik und Gesinnungsethik — im durchaus unpolemischen Sinne des Wortes — als zweit-rangig. Was bei Kant zunächst ein innermenschlicher Grundverhalt ist, wird bei dem Soziologen Weber zu einem sozialen Rollenspiel. Als solches Rollenspiel hat die Webersche Unterscheidung durchaus ihren guten Sinn, wenn es um die Analyse und Beschreibung kulturell manifester, faktischer Verhaltenszusammenhänge geht. Als philosophisch-anthropologische Unterscheidung ist sie jedoch sekundär. Das heißt: sie beruht auf dem vorausliegenden Grundverhalt, daß der Mensch überhaupt Rollenträger sein und auch — gleichursprünglich — ein Bewußtsein davon haben kann.

Verantwortung erweist sich nämlich als die unableitbar vorausgesetzte, gleichsam nur phänomenologisch aufweisbare Grundstruktur des Menschen. Es ist die Einstellung, ansprechbar zu sein und überhaupt antworten zu können, den Impetus zu Frage und Antwort zu haben.[3] Man mag dies in einen Zusammenhang bringen mit Platons Bestimmung des Denkens als eines Gesprächs der Seele mit sich selbst (Sophistes 263e). Die Formel besagt ja nichts anderes, als daß der Mensch ansprechbar ist — und zwar zunächst von sich selbst —; aufgeschlossen für ein Spiel von Frage und Antwort, dem er sich nicht entziehen kann, d.h., unter dessen Anspruch er immer schon zu stehen meint. In diesem Sinne ist der Mensch *Person*, was gerade bedeutet, daß er im Kantischen Sinne ‚zwiefache Persönlichkeit‘ ist und ‚sich selbst denken muß‘. Dieses ‚sich selbst denken‘ mag man geradezu in der Richtung interpretieren, daß es ein ‚sich selbst konstituieren‘ bedeutet. Die fundamentale Fähigkeit des Selbstbesprächs als einer Art Selbstadjustierung (meiner zwiefachen Persönlichkeit) scheint dabei sowohl die Ermöglichung als auch die Forderung des interaktiven Gesprächs mit anderen zu implizieren.

Wichtig scheint mir, daß man diesen Befund sowohl mit dem Begriff der Verantwortlichkeit wie mit dem der Gesinnung näher charakterisieren kann. Der erste Begriff hebt mehr auf das Fragen und Antworten im Angesprochensein ab; der zweite auf das notwendig involvierte Moment der Einstellung, als einer Einstellung auf Sinn. So hat auch — beiläufig bemerkt — Husserl die Begriffe *Verantwortung*

[2] Dieses ‚sich selbst denken‘ könnte auch als ein ‚sich selbst konstituieren‘ verstanden werden. Für die philosophische Anthropologie erweist sich hier — was die Bestimmung des Menschen (und seine ‚Identität‘) betrifft — ein originärer Doppelaspekt als grundlegend, der im frühen 16. Jahrhundert bei Bovillus mit der Formel vom Menschen als *homo-homo* erfaßt wird und im 20. Jahrhundert bei Plessner als ‚exzentrische Positionalität‘.

[3] Ein Sachverhalt, den man alltagsphänomenologisch studieren kann, wenn man sich vor die Unausweichlichkeit von vergleichsweise ‚unwichtigen‘ Fragen gestellt sieht, die man mangels Kompetenz nicht beantworten kann und von denen man gleichwohl ‚behelligt‘ wird. Man mag sich solchen Fragen ungeduldig-unhöflich oder freundlich ‚entziehen‘; unbetroffen bleibt man nicht, sonst müßte man sich nicht entziehen.

und *Einstellung* korrelativ verwendet.[4] Das würde bedeuten: Wer einem Menschen die Gesinnung abspricht, spricht ihm auch die Verantwortung ab — und umgekehrt. Wer ihm aber dies beides abspricht, entzieht ihm jede Gesprächsgrundlage und beraubt ihn geradezu seines Menschseins. Daß hier von einem anthropologischen Radikal die Rede ist, d.h. von philosophischer Anthropologie, erweist sich mit der Möglichkeit, daß man Verantwortlichkeit, Gesinnung, Einstellung und Gesprächsfähigkeit im Sinne der Schelerschen ‚Weltoffenheit' und ‚Wortfähigkeit' des Menschen interpretieren darf.[5]

Spätestens an dieser Stelle wird aber auch unser Diskursthema einschlägig. Der Grundgedanke der Diskursethik scheint mir nämlich in dem Rekurs auf die Gesprächsfähigkeit des Menschen zu bestehen, auf seine Fähigkeit, Einstellungen zu haben und zu organisieren, Rollen zu übernehmen und sie interpretieren zu können. *Verantwortungsgesinnung* ist durchaus das anthropologische Radikal dieser Ethik. Die metaphysische Grundlage dieser Anthropologie, die man auch Kulturanthropologie nennen darf, ist eine humanistische Bestimmung des Menschen, die auf Cicero und Augustin zurückweist und die in Kant eine versuchsweise säkularisierte Gestalt erhält.[6] In diesem Sinne darf Kant als ein Diskursethiker aufgefaßt werden. Das Modell seines Diskurses ist allerdings der innere Gerichtshof, der nicht nur jene Gesprächsfähigkeit, jenes In-Anspruch-genommen-werden-Können in Ansatz bringt, sondern eine ‚allgemeine Gesetzgebung' insinuiert, die dadurch ermöglicht wird, daß die ursprüngliche konkrete Gesprächsfähigkeit extrem formalisiert und rationalisiert wird. Gerade damit geht Kant über die bloße ‚Gesprächs*fähigkeit*' hinaus und setzt auf einen manifesten Diskurs, dessen tatsächliches Funktionieren die Funktionstüchtigkeit einer konsistenten Grammatik als einer rationalen Systematik voraussetzt. Der ethische Diskurs steht so (auch bei Kant) nicht nur auf dem Fundament einer ursprünglichen Gesprächsfähigkeit; es wird für sein Funktionieren auch eine universal funktionstüchtige und allgemeingültige Grammatik des ethischen Diskurses verbindlich antizipiert, eine Antizipation, die möglicherweise eine Illusion — wenn vielleicht auch eine unvermeidbare Illusion — bleibt. In diesem Sinne hat man in Kants Sollensethik eine geradezu lebensfeindliche und realitätsfremde Form von Moral gesehen — bis hin zu einer ‚unsittlichen Wirklichkeit' und einer ‚unwirklichen Sittlichkeit'.[7]

Es ist Georg Simmel, der in seinem Spätwerk ‚Lebensanschauung' in der Abhandlung ‚Das individuelle Gesetz' den Begriff des Sollens aufgreift. Und dieses Sollen stellt nur eine andere Form für Verantwortlichkeit und Verantwortungsgesinnung dar.[8] Dabei hat Simmel nicht den Weg gewählt, den Sollensbegriff als solchen zu denunzieren. Er versucht vielmehr, dessen Tragweite zu präzisieren.

Simmel geht dabei von jener Instanz aus, für die es überhaupt nur ein Sollen — und damit Verantwortlichkeit — geben kann. Diese Instanz ist das sich seiner selbst als Individuum, als menschliches Individuum bewußt werdende Leben. Das individuelle Leben als Subjekt und Objekt seiner selbst hat nach Simmel eine

[4] Am deutlichsten wird dies in Husserls posthum publiziertem Spätwerk aus 1936 ‚Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendentale Phänomenologie' (Hua VI und Hua XXIX). Für das, was Husserl (die Selbst und Welt eröffnende) Einstellung nennt, gibt es kein objektives Analogon; es ist vielmehr die Voraussetzung jeder Objektivierung (vgl. Hua IV, S. 179 ff.).

[5] Max Scheler (1978, S. 36 passim); ders.: Zur Idee des Menschen (1915), in: Gesammelte Werke Bd. 3, 171-195, bes. S. 180 ff.

[6] Es ist dabei auf Ciceros Formel von der *cultura animi* zu verweisen und auf die theologisch-zirkuläre Floskel von Augustin: *Nos colimus deum, deus nos colit.* Die Säkularisierung der Augustinischen Formel prägt noch den Humanismus Kants.

[7] Vgl. Litt (1930, S. 196 f.).

[8] Simmel (1918); das 4. Kap. ‚Das individuelle Gesetz', S. 154-245.

doppelte kategoriale Auszeichnung: Es ist Wirklichkeit und es ist als Wirklichkeit zugleich Sollen. Dabei ist der Wirklichkeitscharakter des Lebens im Vergleich zur dinglichen Wirklichkeit von unvergleichlicher Eigentümlichkeit. Wird den Dingen die Wirklichkeit nur als eine kategoriale Form zugesprochen im Sinne eines „angebbaren Inhalts", dem man „Konstanz" und „eine Art Absolutheit" unterstellt, so ist dem Leben „die Form der Wirklichkeit so organisch eingewachsen, daß es sich, auch wo sein Inhalt unter eine andere Kategorie tritt, von jener nicht lösen kann" (S. 155). Der Vollzug des Lebens selbst ist wirklich, und die Wirklichkeit hat damit Vollzugscharakter, das heißt: soweit Leben Vollzug ist, ist es ex definitione wirklich. Dem Leben — zumal in seiner Gestalt als menschliche Individualität (als Person) — kommt nun noch eine zweite Kategorie zu. Und diese zweite Kategorie nennt Simmel das *Sollen*. Dieses Sollen gehört nun dergestalt in die Wirklichkeit des Lebens, daß es diesem als einem kontinuierlichen Fließen und als einem Vollzug eine Art innerer Selbstbestimmung gibt. Sollen ist eine unabdingbare ‚Funktion des Lebens'. Verdeutlichen kann man sich diese Simmelsche Ansicht, indem man an Plessners Analysen erinnert, denen gemäß das Leben auf der Stufe des Menschen — als exzentrische Positionalität des Organischen — gezwungen ist, sich selbst zu gestalten. Der Mensch muß von Natur — so sagt Plessner — sein Leben *führen*.[9] Eben in diesem anthropologischen *Müssen* ist der Simmelsche Sollensbegriff zu sehen. Im Sollen, das ein „primärer Modus" des Lebens als individuelles Bewußtsein ist, nimmt sich das Leben gleichsam auf seine eigenen möglichen Gestaltungen hin zusammen (vgl. S. 157). Es handelt sich hier nicht um etwas, was das Leben unter anderem auch noch tut; es ist vielmehr eine konstitutive Eigentümlichkeit des Lebens selbst. Deshalb ist das Sollen zunächst auch nicht bloß auf das Ethische allein einzuschränken. Vielmehr erwächst das, was wir ethisch nennen, erst auf diesem Grundverhalt des Lebens, dem Sollen.[10] Wichtig ist, daß dieses Sollen die gesamte Lebenswirklichkeit des Menschen durchwaltet. Von hier aus formuliert Simmel seinen Einwand gegen Kants einseitige Festlegung auf die Vernunft als das Wesen des Menschen und kritisiert die vorschnelle Ausschließung des Sinnlichen in Kants Sollensbegriff. Denn im Sinnlichen selbst steht bereits das organische Leben unter dem konstitutiven Selbst-Gebot, sich sinnhaft organisieren zu müssen.[11] Nach Simmels Auffassung treten Sollen und Verantwortung deshalb bei Kant dem Menschen gleichsam wie fremde und unausweichliche Mächte gegenüber. Zudem werde das moralische Gesetz auf diese Weise in die Nähe des Mechanismus gerückt. Simmel meint hier wohl den ‚Mechanismus' einer formal antizipierten und so gleichsam von außen kommenden — aus sich selbst von selbst funktionierenden — rationalen Systematik.

Simmel bestimmt dabei das Sollen durchaus als etwas Ideales; er versucht aber zu zeigen, daß solche Idealität nur aus der Eigentümlichkeit der menschlichen Lebenswirklichkeit selbst erwachsen kann und nicht als fremde Größe dem lebendigen und konkreten Individuum von außen vorzusetzen ist. Gleichzeitig dynamisiert und funktionalisiert Simmel diese Sollens-Idealität. Er will damit sowohl den Charakter des Von-außen-Kommens der Ideen beseitigen als auch den Psychologismus vermeiden, dem er zu verfallen droht, wenn er Sollensvorschriften sich aus dem Subjekt entwickeln läßt.[12] Denn gerade gegen den Subjektivismus will Simmel

[9] Plessner (1981, S. 383, 391)

[10] Einen ähnlich weiten und zugleich fundierenden Sollens- (und Wert-) Begriff findet man bereits bei Lotze. Vgl. Orth (1986).

[11] Vgl. Plessner (1980).

[12] Hier ist Simmels Dialektik zwischen der Lebendigkeit des kreativen Lebens einerseits und seiner ihm wie Objekte entfremdend gegenübertretenden Produkte andererseits zu beachten. Auch die grammatisch fixierte Sprache ist ein solches Produkt, das — nach Ernst Cassirer — seine lebendige Einsetzbarkeit im Diskurs nur um den Preis der Metaphorizität erfüllen kann, eine

sich wenden. Die Gestaltung des Lebens ist nach ihm vielmehr selbst ideal — nicht im Sinne von Ideen-Substraten, sondern im Sinne ideal-funktionaler Strukturen, die das Leben selbst generiert. Hier handelt es sich um einen Gedanken, der sowohl an Ernst Cassirers Begriff der symbolischen Formung als auch an die Intentionalitätstheorie des späten Husserl erinnert.[13]

Auf dem Hintergrund dieser Überlegungen plädiert Simmel für ein sogenanntes *Drittes*, nämlich ein Drittes zwischen dem Bloß-Subjektiven und dem Bloß-Objektiven. Danach entspringt das Ethische weder aus dem Bloß-Subjektiven (dem Psychologisch-Willkürlichen) noch aus dem Bloß-Objektiven als einer vom menschlichen Individuum unabhängigen Realität, sei sie naturhaft oder ideal. Es ist vielmehr jenes Dritte, in welchem sich das Sollen findet als das „objektive Sollen eben dieses Individuums, die aus *seinem* Leben heraus an *sein* Leben gestellte Forderung, die prinzipiell unabhängig davon ist, ob es selbst sie richtig erkennt oder nicht" (S. 225 f.). Dieses Leben als Individuum manifestiert sich jeweils in eigentümlichen Konfigurationen als Lebensform. Zu diesen Konfigurationen gehört nach Simmel ausdrücklich auch die Geschichte des Individuums. Gerade auf diese Weise glaubt Simmel den Ernst und das Gewicht des Kantischen Pflichtbegriffs zu erfassen. Pflicht kann nur begriffen werden, wenn ich sie als **meine** Pflicht erfahre — im Zusammenhang meiner eigenen geschichtlichen Kontinuität und Diskontinuität.

Es ist bemerkenswert und vielleicht auch irritierend, daß Simmel, den wir doch auch als Soziologen kennen, in seiner Abhandlung kein Wort darüber verliert, wie es eigentlich um die interaktive und inter-individuelle Komponente des Ethischen steht. Ich vermute, daß dies zwei Gründe hat. Simmel will die Eigentümlichkeit und personale Kontingenz unserer Moral herausarbeiten, die ihr Fundament im individuell (-gesetzlichen!) Sollen hat, und er will verhindern, daß Elaborate, die allenfalls erst aus dem individuellen Leben erwachsen oder generiert werden, vielleicht auch generiert werden sollen, als patente, von außen kommende Maßstäbe des ethischen Verhaltens dekretiv eingesetzt werden.

Nun scheint mir allerdings ein interpretierender Zusatz notwendig zu sein, den Simmel in seiner Abhandlung explizit nicht nennt, obwohl er ihn als Autor, der sich an mögliche Adressaten wendet, implizit voraussetzt. Bei aller Unvergleichbarkeit des lebendigen Individuums, bei aller „qualitativen Einsamkeit des persönlichen Lebens" (S. 234) mit seinem „Cachet des Unvergleichbaren" ist es doch wohl prinzipiell vorauszusetzen, daß eine lebendige und personale Individualität, die sich „mit einem Bewußtsein sui generis" ‚weiß' (S. 190), auch ein Bewußtsein von eben dieser Situation bei anderen lebendigen Individuen hat. Zwar ist die „Gegebenheit" jeweils „dieses individuellen Lebens" „die Prämisse" (S. 232), und es gilt, daß „Sollen" „eine Funktion des totalen Lebens der individuellen Persönlichkeit" ist (S. 225); aber es handelt sich hier — wie Simmel selbst sagt — nicht um eine „Einzigkeit", sondern um eine „Eigenheit" (S. 233). Und so darf meiner Ansicht nach angenommen werden, daß das „Wachsen aus eigener Wurzel" (S. 233), welches für das individuelle Sollen gilt, auch am anderen Individuum erfaßt und respektiert werden kann.

Diese Interpretation, die ich Simmels Erörterungen angedeihen lasse, ist Voraussetzung für meine abschließenden Überlegungen. Es scheint mir für die philoso-

---

Metaphorizität, die freilich auf dem Hintergrund lebendiger Ansprechbarkeit eine bewußte sein muß. Zu Cassirers Simmel-Kritik vgl. Cassirer (1961), V. Die ‚Tragödie der Kultur', S. 103-127.

[13] ‚Symbol' bei Cassirer und ‚Intentionalität' bei Husserl haben den elementaren Bezug auf ein konkretes, lebendiges und weltoffenes Bewußtsein gemeinsam, das sich in einer re-präsentativen Synthesis der Momente seiner inneren Zeitlichkeit als ein elementares Paradigma des Sollens manifestiert.

phischen und zumal für die moralphilosophischen Auseinandersetzungen unserer Zeit charakteristisch zu sein, daß sie sich in der Tat am Diskursmodell orientieren.[14] Dabei stehen sich zwei Alternativen scheinbar unvereinbar gegenüber. Auf der einen Seite steht die Konzeption *eines* universalen Diskurses, der sich in je speziell dimensionierte Spezialdiskurse gliedern mag, die sich aber alle in einer übergreifenden, ideal-antizipierten Grammatik des Gesamtdiskurses vereinigen (das Projekt der Moderne). Verbunden ist damit der Anspruch einer großen, tatsächlich schwer einholbaren Verantwortung. Auf der anderen Seite steht die Behauptung einer Pluralität der Diskurse, ja ihrer prinzipiellen Widersprüchlichkeit bis hin zur Leugnung jeder Verantwortung (Postmoderne). Dabei ziehen offensichtlich beide gern ihre Kraft aus den jeweiligen Argumentationsschwächen der anderen Seite, die sie geistvoll bekämpfen. Die Universalisten können des Formalismus, der Überanstrengung und gar des Totalitarismus geziehen werden; den antagonistischen Pluralisten ist der Selbstwiderspruch vorzuwerfen, vergleichbare Diskursfähigkeit zu leugnen und eben doch das angeblich Unvergleichliche vergleichend zu benennen; zudem werden sie überführt, ein leichtfertiges Spiel mit der Forderung verantwortlichen Handelns zu treiben. Im übrigen werden sie gerne des Anarchismus geziehen.[15]

Simmel scheint mir demgegenüber wieder auf eine Eingangsbedingung hinzuweisen. Die Alternative zwischen dem universalen Diskurs einerseits und der Pluralität sich fremd gegenüberstehender Diskurse andererseits wird dann zweitrangig, wenn man sich auf die fundamentale Diskursbedingung besinnt: die jedem Menschen ex definitione zuzubilligende Gesprächsfähigkeit; es handelt sich um jene Verantwortlichkeit, die in der tatsächlich unvergleichlichen Fähigkeit besteht, überhaupt ansprechbar zu sein und Antworten versuchen zu können, genauer: zu meinen, sie versuchen zu sollen. Diese Fähigkeit ist nicht identisch mit dem kompetenten Besitz einer allgemein verbindlichen Sprache. Im glückenden Fall dokumentiert sie sich als *Lebensform*. Ich möchte dafür plädieren, Lebensformen schätzen und einschätzen zu lernen. Sie sind zwar nicht das mögliche Endergebnis aller Moral, aber als gewachsene Diskursversuche sicherlich deren Boden, von dem aus sich Horizonte und Perspektiven eröffnen.

Die Diskursethik teilt ein Problem mit der klassischen Transzendentalphilosophie. Sie ist wie diese nicht frei von der Gefahr, das Apriori (das Transzendentale) zu hypostasieren, indem sie es ausformuliert. Gerade dadurch aber droht die transzendentale Eröffnungsfunktion für jeden Diskurs oder Argumentationszusammenhang verschüttet zu werden, nämlich die Eigentümlichkeit dessen, was man in stets unvollkommenen Annäherungen ‚Weltoffenheit' oder ‚Ansprechbarkeit' des Menschen nennt; auch von ‚Einstellungs'- oder ‚Verantwortungslagen' mag man sprechen. Die Verlegenheiten, diesen Grundverhalt auch nur befriedigend zu bezeichnen, sowie die Vielfalt von Bezeichnungen, die sich einstellen, sind ein Indiz für die Relativität der jeweils nachkommenden, sich ausformulierenden Sprache. Das, was aus der Ansprechbarkeit und Gesprächsfähigkeit folgt — nicht wie ein Schluß, sondern eher im Sinne des Herauswachsens —, kann nicht als abschließend begründende Norm fungieren. Solche nachträglichen, ausformulierten Normen könnten eher die fundierenden Möglichkeitsbedingungen jener Sprachspiele, welche Diskurse auch sind, verschütten und dem Vergessen überantworten. Zwar sind Diskurse ernstzunehmen; denn in ihnen bilden sich Strukturformen

[14] Man mag dies mit dem seit den sechziger Jahren dieses Jahrhunderts diagnostizierten ‚linguistic turn' in Zusammenhang bringen. Dieser linguistic turn als Motiv der neueren Philosophie ist aber bereits seit dem 18. Jahrhundert in Rechnung zu stellen. In den zwanziger Jahren des 20. Jahrhunderts hatte er eine besondere Konjunktur.

[15] Eine andersgeartete, aber vergleichbare Konfrontation zwischen ‚Staatspositivismus' und ‚Anarchismus' thematisiert und kritisiert Ottfried Höffe, vgl. Höffe (1987).

für das Verständnis der Wirklichkeit und für die Bestimmung der die Wirklichkeit erfassenden Instanz selbst. Aber diese Strukturen dürfen nicht hypostasiert werden — schon deshalb nicht, weil wir es stets mit einer Pluralität von Diskursen zu tun haben, die sich aneinander relativieren und die zudem relativ sind zu vor-sprachlichem Verhalten und sprach-ermöglichender Weltoffenheit, auch zu der Möglichkeit, sich dem Diskurs zu entziehen.

Auch hier hat Simmel einen bemerkenswerten Hinweis gegeben: Er empfiehlt, den Gedanken des Apriori unabdingbar ernstzunehmen und gleichzeitig dessen jeweilige historische Ausformulierungen der Kritik und möglicher Modifikation anheimzustellen.[16]

Literatur

Cassirer, E.: *Zur Logik der Kulturwissenschaften. Fünf Studien* (1942). Darmstadt 1961.

Höffe, O.: *Politische Gerechtigkeit. Grundlegung einer kritischen Philosophie von Recht und Staat.* Frankfurt a.M. 1987.

Litt, T.: *Kant und Herder als Deuter der geistigen Welt.* Leipzig 1930.

Orth, E. W.: Rudolf Hermann Lotze. Das Ganze seines Welt- und Selbstverständnisses. In: J. Speck (Hrsg.): *Grundprobleme der großen Philosophen. Philosophie der Neuzeit IV*, Göttingen 1986, 9-51.

Plessner, H.: *Die Einheit der Sinne. Grundlinien einer Ästhesiologie des Geistes* (1923), Gesammelte Schriften Bd. III. Frankfurt 1980.

Plessner, H.: *Die Stufen des Organischen und der Mensch. Einleitung in die philosophische Anthropologie* (1928), Gesammelte Schriften Bd. IV. Frankfurt 1981.

Scheler, M.: *Die Stellung des Menschen im Kosmos* (1928). Bern ^{9}1978.

Scheler, M.: Zur Idee des Menschen (1915). In: M. Scheler: *Gesammelte Werke* Band 3.

Simmel, G.: *Philosophie des Geldes* (1900). Berlin ^{8}1987.

Simmel, G.: *Lebensanschauung. Vier metaphysische Kapitel.* München / Leipzig 1918.

Walch, J. G.: *Philosophisches Lexikon* 2 Bde. Leipzig ^{4}1775.

[16] Vgl. Simmel (1987, S. 581 ff.).

REINHARD KLEINKNECHT

REFERENTIELLE UND SUBSTITUTIONELLE LOGIK

1 Einleitung

Der für die Prädikatenlogik zentrale Begriff ist der semantische Folgerungsbegriff. Der syntaktische Folgerungsbegriff, d.h. der Ableitbarkeitsbegriff, orientiert sich am semantischen Folgerungsbegriff und ist diesem gegenüber insofern nachgeordnet.

Der semantische Folgerungsbegriff wird heute meistens im Rahmen der Tarski-Semantik eingeführt. Die semantische Rolle der Ausdrücke wird dabei in *referentieller* Weise aufgefaßt. Die Gegenstands- und Prädikatenausdrücke werden hier unter Bezugnahme auf einen nichtleeren Gegenstandsbereich „interpretiert", indem den Gegenstandsausdrücken Gegenstände aus diesem Bereich und den Prädikatenausdrücken Relationen über diesem Bereich zugeordnet werden. Daraus, welche Relationen zwischen den Gegenständen bestehen, ergibt sich dann die Wahrheit oder Falschheit der atomaren sowie der komplexen Sätze. Eine Interpretation, bei der ein Satz wahr ist, ist ein *Modell* dieses Satzes, sie *erfüllt* diesen Satz. Ist jede Interpretation ein Modell eines Satzes, so ist dieser *allgemeingültig* (*logisch wahr*). Und ein Satz *folgt semantisch* aus einer Satzmenge, wenn jede Interpretation, die alle Elemente dieser Satzmenge erfüllt, auch den betreffenden Satz erfüllt.

Bereits hier erheben sich erste Bedenken: Stellt nicht die Bezugnahme auf Gegenstandsbereiche und die in diesen bestehenden Verhältnisse eine Überschreitung der rein logischen Sphäre dar? Rein logisch gilt beispielsweise, daß ein Satz genau dann wahr ist, wenn seine Negation falsch ist. Worin jedoch die Wahrheit oder Falschheit eines Satzes besteht, geht über den Kompetenzbereich der reinen Logik hinaus. Im eigentlichen Sinne zuständig sind hierfür die Epistemologie und die Ontologie. Tatsächlich kann die Frage, inwiefern die Wahrheit oder Falschheit eines Satzes durch die Wahrheit oder Falschheit seiner Teilsätze bestimmt ist, unabhängig davon beantwortet werden, *ob* diese Teilsätze wahr sind. Insbesondere muß man hierfür nicht wissen, ob die atomaren Teilsätze des betreffenden Satzes wahr sind. Vielmehr ist nur vorauszusetzen, *daß* diese entweder wahr oder falsch sind.

Sofern dabei der Wahrheitswert von Allsätzen lediglich vom Wahrheitswert ihrer Einsetzungen (Instanzen) abhängt, handelt es sich um eine *substitutionelle Semantik*.

Weitere Bedenken gegen die referentielle Semantik erwachsen aus der Zulassung von Interpretationen mit Gegenstandsbereichen beliebiger Größe. Im Falle

überabzählbarer Gegenstandsbereiche treten dann notwendigerweise „namenlose" Gegenstände auf, d.h. Gegenstände, die nicht durch einen der (abzählbar unendlich vielen) Gegenstandsausdrücke „benannt" werden. Allerdings können solche „namenlosen" Gegenstände auch bei Verwendung abzählbarer Gegenstandsbereiche vorkommen. Sie fungieren dann aber im Grunde genommen nicht als „Gegenstände" der Interpretation von Zeichen. Im Zusammenhang mit überabzählbaren Bereichen ist die Situation freilich besonders problematisch. Das Überabzählbare ist philosophisch alles andere als harmlos. Bekanntlich erfolgt die Einführung des Überabzählbaren mit Hilfe des Cantorschen Diagonalverfahrens. Dieses ist aber keineswegs unbedenklich. Vor allem die konstruktivistischen Einwände gegen das Cantorsche Diagonalverfahren lassen dieses als außerordentlich suspekt erscheinen.

Im übrigen zeigt das Theorem von Löwenheim-Skolem, daß die Bezugnahme auf überabzählbare Gegenstandsbereiche in gewissen Sinne als fiktiv anzusehen ist: Es gibt keine Satzmenge, die nur in einem überabzählbaren Gegenstandsbereich erfüllbar ist. Jede erfüllbare Satzmenge ist also über einem abzählbaren Gegenstandsbereich erfüllbar. In einer formalen Sprache, die nur abzählbar unendlich viele Zeichen enthält, lassen sich daher keine für überabzählbare Gegenstandsbereiche spezifischen Aussagen repräsentieren.

Dieses Ergebnis hat insbesondere für die formalisierte Fassung ZF der Mengentheorie von Zermelo-Fraenkel bedeutsame Konsequenzen. Wenn ZF konsistent ist, dann ist ZF auf Grund des Vollständigkeitstheorems erfüllbar, und man kann zeigen, daß ZF dann auch ein Modell über N besitzt. Freilich erhalten die Sätze von ZF im Rahmen dieses Modells eine Bedeutung, die von ihrer ursprünglichen, auf Mengen bezogenen Bedeutung völlig verschieden ist. Diese Sätze charakterisieren nun nicht mehr Verhältnisse zwischen Mengen, sondern zwischen natürlichen Zahlen. Und das Prädikatzeichen „ϵ" wird nun nicht mehr als Elementschaftsrelation, sondern als eine zahlentheoretische Relation gedeutet.

Aufgrund der verstärkten Fassung des Theorems von Löwenheim-Skolem, die auf Tarski-Vaught zurückgeht, kann man - allerdings mit Hilfe des Auswahlaxioms - sogar folgendes zeigen: Wenn ZF erfüllbar ist, dann gibt es für ZF auch ein abzählbares *mengentheoretisches* Modell! Denn wenn I ein Modell einer Satzmenge ist, dann gibt es für diese Satzmenge auch ein Modell I', dessen Gegenstandsbereich eine abzählbare Teilmenge des Gegenstandsbereichs von I ist und dessen Relationen aus Relationen von I durch Beschränkung auf den Gegenstandsbereich von I' hervorgehen. Hieraus ist ersichtlich, daß die Bezugnahme auf überabzählbare Gegenstandsbereiche trügerischen Charakter hat. Im Grunde genommen handelt es sich dabei um eine Art ontologischer Blähung, die philosophisch kaum akzeptabel ist.

Bereits die Existenz überabzählbarer Bereiche ist höchst fragwürdig. Soweit solche Bereiche mit Hilfe des Cantorschen Theorems erschlossen werden, wird von einer imprädikativen, konstruktivistisch unzulässigen Begriffsbildung Gebrauch gemacht. Um das Theorem von Cantor zu beweisen, muß man zeigen, daß eine Menge x nicht mit ihrer Potenzmenge $P(x)$ gleichmächtig ist. Dabei geht man indirekt vor: Gäbe es eine 1-1-Funktion f von x auf $P(x)$, so wäre die Menge $\{w = y : y \in x \text{ und } y \notin f(y)\}$ ein Element von $P(x)$. Also gäbe es ein y_0 mit $y_0 \in x$ und $f(y_0) = w$. Dann wäre $y_0 \in w$ gdw. $y_0 \notin w$. Da jedoch f eine Funktion auf $P(x)$ ist, wird hier w unter Bezugnahme auf eine Menge (nämlich $P(x)$) definiert, der w selbst angehört. Dieses Vorgehen ist in logischer Hinsicht Nonsens. Denn „$y_0 \in w$" wäre dann bedeutungsabhängig von „$y_0 \notin f(y_0)$", also auch von „$y_0 \notin w$" und somit schließlich auch von „$y_0 \in w$". Die Bedeutung von „$y_0 \in w$" könnte also nicht zirkelfrei ermittelt werden. Damit ist klar, daß der Beweis des Cantorschen Theorems in semantischer Hinsicht unhaltbar ist.

Unter diesen Umständen liegt der Gedanke nahe, die Semantik von vornherein auf abzählbare Gegenstandsbereiche zu beschränken und darüber hinaus keine „namenlosen" Gegenstände zuzulassen. Man kann die Semantik sogar so fassen, daß überhaupt keine Gegenstandsbereiche vorkommen. Hinsichtlich der atomaren Sätze wird dann nur vorausgesetzt, daß sie wahr oder falsch sind, und der Wahrheitswert der komplexen Sätze wird auf den Wahrheitswert ihrer Teilsätze zurückgeführt. Eine solche - substitutionelle - Semantik ist formal einfacher und intuitiv überzeugender als die referentielle Semantik.

Im folgenden werden die Beziehungen zwischen referentieller und substitutioneller Semantik systematisch untersucht, wobei insbesondere die jeweiligen Folgerungsbegriffe sowie die entsprechenden Ableitbarkeitsbegriffe einander gegenübergestellt werden. Es zeigt sich dabei, daß diese Folgerungsbegriffe in Bezug auf endliche und bestimmt geartete unendliche Prämissenmengen übereinstimmen.

2 Referentielle Semantik

Im folgenden wird eine Sprache der Prädikatenlogik erster Stufe ohne Identität zugrundegelegt, in der die logischen Konstanten $\neg$, $\rightarrow$, $\bigwedge$ vorkommen und die abzählbar unendlich viele *Gegenstandsvariablen* (GV) sowie abzählbar unendlich viele *Gegenstandskonstanten* (GK) enthält. Die GV werden durch $x, y, z, u, ..., x_i, ...$ und die GK durch $a, b, c, ..., a_i, ...$ mitgeteilt. Wir wollen annehmen, daß die GK alphabetisch geordnet sind. Ein *Term* ist eine GV oder eine GK. Zu jeder Stellenzahl > 0 seien abzählbar unendlich viele *Prädikatkonstanten* (PK) gegeben, die durch $F, G, H, ...$ mitgeteilt werden. Atomformeln vom Grad 1 seien die Ausdrücke $Ft_1...Ft_n$, wobei jedes t_i ein Term ist; und sind A, B Formeln vom Grad m, n, so seien $\neg A$, $\bigwedge xA$ Formeln vom Grad $m+1$ und $(A \rightarrow B)$ eine Formel vom Grad $m+n+1$. *Sätze* sind Formeln ohne freie GV. Ferner sei $[A, x/c]$ das Ergebnis der Substitution der GK c für die GV x in A.

Die *referentielle Semantik* (Standard-Semantik gemäß Tarski) beruht darauf, daß den Konstanten Gegenstände bzw. Relationen zwischen Gegenständen eines vorgegebenen Gegenstandsbereichs zugeordnet werden.

I ist eine *Interpretation* gdw. I eine Funktion ist, die dem Zeichen „$\bigwedge$" einen nichtleeren Gegenstandsbereich $|I|$ zuordnet, einer GK ein Element von $|I|$ und einer n-stelligen PK eine Teilmenge von $|I|^n$.

Ist I eine Interpretation, c eine GK und ξ ein Element von $|I|$, so sei I^c_ξ diejenige Interpretation, die allen von c verschiedenen Konstanten dasselbe zuordnet wie I und der GK c den Gegenstand ξ.

Wir setzen nun fest, unter welchen Umständen eine Interpretation I ein Modell eines Satzes A ist (kurz: $\|\!-_I A$):

(a) $\|\!-_I Fc_1...Fc_n$ gdw. $\langle I(c_1), ..., I(c_n)\rangle \in I(F)$;
(b) $\|\!-_I \neg A$ gdw. nicht $\|\!-_I A$;
(c) $\|\!-_I A \rightarrow B$ gdw. nicht $\|\!-_I A$ oder aber $\|\!-_I B$;
(d) $\|\!-_I \bigwedge xA$ gdw. für alle ξ aus $|I|$ gilt: $\|\!-_{I^c_\xi} [A, x/c]$, wobei c die erste GK ist, die nicht in A vorkommt.

Ein Satz ist *erfüllbar*, wenn es ein Modell für ihn gibt. Eine Interpretation I ist ein Modell einer Satzmenge T ($\|\!-_I T$), wenn I ein Modell aller Elemente von T ist. Und T ist (*simultan*) *erfüllbar*, wenn es ein Modell für T gibt. Ein Modell von A (bzw. von T) *über* einer Menge M ist ein Modell von A (bzw. von T), dessen Gegenstandsbereich M ist.

Der entscheidende Begriff der Folgerung wird im Rahmen der referentiellen Semantik folgendermaßen festgelegt: Ein Satz A ist eine *Folgerung* aus einer Satzmenge T ($T||\!-A$) gdw. jedes Modell von T auch ein Modell von A ist. Unter der Annahme, daß der Gegenstandsbereich keine „namenlosen" Gegenstände enthält, keine Gegenstände also, denen nicht eine GK als „Name" zugeordnet ist, erscheint der folgende Schluß korrekt:

Voraussetzung: Der durch die erste GK benannte Gegenstand hat die Eigenschaft soundso.
Der durch die zweite GK benannte Gegenstand hat ebenfalls diese Eigenschaft. Usw.

Also: Alle Gegenstände des zugrundeliegenden Gegenstandsbereiches haben die betreffende Eigenschaft.

Zieht man auch namenlose Gegenstände in Betracht, so ist dieser Schluß nicht folgerichtig. Gegen die Annahme namenloser Gegenstände spricht aber, daß man über solche Gegenstände gar nicht im eigentlichen Sinne sprechen kann. Man kann ihre Existenz höchstens erschließen, sie stellen eine ontologische Fiktion dar, sind aber kein Faktum.

Sei im folgenden $c^0, c^1, c^2, ...$ eine feste Abzählung sämtlicher GK und $\Im$ eine bestimmte einstellige PK. Der obige Schluß kann dann wie folgt wiedergegeben werden.:

Wenn $\Im c^0$ wahr ist, $\Im c^1$ wahr ist, $\Im c^2$ wahr ist, usw., dann ist $\bigwedge x \Im x$ wahr.

In der referentiellen Semantik ist dieser Schluß allerdings nicht folgerichtig, da hier - in ontologisch höchst bedenklicher Weise - auch namenlose Gegenstände zugelassen werden.

Sei T^∞ die Prämissenmenge $\{\Im c^0, \Im c^1, \Im c^2, ...\}$. Es gilt nicht $T^\infty ||\!- \bigwedge x \Im x$. Denn man kann leicht zeigen, daß $T^\infty \cup \{\neg \bigwedge x \Im x\}$ erfüllbar ist. Ist I etwa eine Interpretation mit $|I| = \{0,1\}$, $I(\Im) = \{0\}$ und $I(c^i) = 0$ für alle $i \geq 0$, so gilt $||\!-_I T^\infty$. Sei a die erste GK. Dann ist $I_1^a(a) \notin I_1^a(\Im)$. Also gibt es ein ξ aus $|I|$ derart, daß nicht $||\!-_{I_\xi^a} \Im a$. Es gilt folglich $||\!-_I \neg \bigwedge x \Im x$.

Die Erfüllbarkeit von $T^\infty \cup \{\neg \bigwedge x \Im x\}$ ist ein starkes Argument gegen die referentielle Semantik. Ein weiteres Argument beruht darauf, daß für $||\!-$ das *Kompaktheitstheorem* gilt, demzufolge jeder Satz, der aus einer unendlichen Satzmenge folgt, auch aus einer endlichen Teilmenge dieser Satzmenge folgt. Vom intuitiven Standpunkt aus ist dieser Schluß aber keineswegs zwingend. Intuitiv würde man z.B. erwarten, daß $\bigwedge x \Im x$ zwar aus T^∞ folgt, aber nicht aus einer endlichen Teilmenge von T^∞. Die Tatsache, daß $||\!-$ eine kompakte Konsequenzrelation ist, zeigt insofern, daß $||\!-$ nicht völlig adäquat ist. Dies hängt auch in diesem Fall damit zusammen, daß in der referentiellen Semantik bedenkenlos namenlose Gegenstände zugelassen werden.

Es ist daher naheliegend, die Prädikatenlogik im Rahmen einer alternativen Semantik zu entwickeln, die den intuitiven Erfordernissen besser Rechnung trägt als die referentielle Semantik. Eine solche Alternative ist die substitutionelle Semantik. Diese kann sowohl auf der Grundlage von Wahrheitsmengen als auch auf der Grundlage von Belegungen aufgebaut werden.

3 Substitutionelle Semantik

Die substitutionelle Semantik beruht auf dem Gedanken, daß die Wahrheit bzw. Falschheit eines Satzes sich aus der Wahrheit bzw. Falschheit seiner Teilsätze ergibt, wobei aber nicht auf einen Bereich von Gegenständen Bezug genommen zu werden braucht. Am einfachsten ist es, mit Wahrheitsmengen zu operieren.

Eine Satzmenge T ist eine *Wahrheitsmenge* (WM) gdw. gilt:

(1) sind A, B Sätze, so ist
  (a) $\neg A \in T$ gdw. $A \notin T$;
  (b) $A \to B \in T$ gdw. $\neg A \in T$ oder $B \in T$;
(2) ist A eine Formel und x eine GV, so ist $\bigwedge xA \in T$ gdw. für jede GK c gilt: $[A, x/c] \in T$.

Ein Satz A ist eine *WM-Folgerung* aus einer Satzmenge T ($T \models A$) gdw. für jede WM T' mit $T \subseteq T'$ gilt: $A \in T'$. Eine Satzmenge T ist *WM-erfüllbar* gdw. es eine WM T' mit $T \subseteq T'$ gibt.

Man beachte, daß der Begriff der Wahrheitsmenge nicht induktiv definiert ist. Gelegentlich ist es jedoch vorteilhaft, einen entsprechend induktiv definierten Begriff zur Verfügung zu haben. Das kann mit Hilfe des folgenden Belegungsbegriffs erreicht werden. α ist eine *Belegung* gdw. α eine Funktion von der Menge der Atomsätze in $\{0, 1\}$ ist. Daß ein Satz A bei einer Belegung α wahr ist ($\triangleright_\alpha A$), wird induktiv so definiert:

(1) $\triangleright_\alpha A$ gdw. $\alpha(A) = 1$, falls A ein Atomsatz ist;
(2) $\triangleright_\alpha \neg A$ gdw. nicht $\triangleright_\alpha A$;
(3) $\triangleright_\alpha A \to B$ gdw. nicht $\triangleright_\alpha A$ oder $\triangleright_\alpha B$;
(4) $\triangleright_\alpha \bigwedge xA$ gdw. für jede GK c gilt: $\triangleright_\alpha [A, x/c]$.

Ein Satz A ist eine *belegungssemantische Folgerung* aus einer Satzmenge T ($T \triangleright A$) gdw. A bei jeder Belegung wahr ist, bei der alle Elemente von T wahr sind. Und T ist *belegungssemantisch erfüllbar* gdw. es eine Belegung gibt, bei der alle Elemente von T wahr sind.

Ist α eine Belegung, so ist $\{A : \triangleright_\alpha A\}$ trivialerweise eine Wahrheitsmenge. Zwischen Belegungen und Wahrheitsmengen besteht eine umkehrbar eindeutige Zuordnung gemäß folgendem Theorem:

T1. **(a)** Zu jeder Belegung α gibt es genau eine WM T derart, daß für jeden Satz A gilt: $A \in T$ gdw. $\triangleright_\alpha A$.
(b) Zu jeder WM T gibt es genau eine Belegung α derart, daß für jeden Satz A gilt: $\triangleright_\alpha A$ gdw. $A \in T$.

Hieraus folgt:

T2. **(a)** $T \models A$ gdw. $T \triangleright A$.
(b) T ist WM-erfüllbar gdw. T belegungssemantisch erfüllbar ist.

Erwartungsgemäß gilt ferner $T^\infty \models \bigwedge x\Im x$ und somit auch $T^\infty \triangleright \bigwedge x\Im x$. Also ist $T^\infty \cup \{\neg \bigwedge x\Im x\}$ weder WM-erfüllbar noch belegungssemantisch erfüllbar. Im Unterschied zu $\|\!-$ sind ferner die Konsequenzrelationen $\models$ und $\triangleright$ nicht kompakt. Denn $\bigwedge x\Im x$ ist weder eine WM-Folgerung noch eine belegungssemantische Folgerung aus einer endlichen Teilmenge von T^∞. Für $\triangleright$ kann man das indirekt so zeigen: Angenommen, es gäbe eine endliche Teilmenge $S = \{\Im c^{i_1}, ..., \Im c^{i_n}\}$ von T^∞ derart, daß $S \triangleright \bigwedge x\Im x$. Sei α diejenige Belegung, die allen Sätzen von S den Wert 1 und allen anderen Atomsätzen den Wert 0 zuordnet. Voraussetzungsgemäß wäre dann $\triangleright_\alpha \bigwedge x\Im x$. Also gäbe es eine nicht in S enthaltene GK c mit $\triangleright_\alpha \Im c$ und somit auch $\alpha(\Im c) = 1$.

4 Das semantische Generalisierungstheorem

Für jede prädikatenlogische Semantik ist ein spezifisches Generalisierungstheorem erforderlich. Angenommen, ein Satz $[A, x/c]$ ist eine semantische Konsequenz aus einer Satzmenge T. Die Frage ist dann, unter welchen Umständen man darauf schließen kann, daß auch $\bigwedge xA$ eine semantische Konsequenz aus T ist.

Im Rahmen der referentiellen Semantik muß hier zusätzlich nur vorausgesetzt werden, daß die GK c weder in T noch in A vorkommt.

T3. Sei $T \cup \{\bigwedge xA\}$ eine Satzmenge und c eine darin nicht vorkommende GK. Dann gilt: Wenn $T \| \!- [A, x/c]$, dann $T \| \!- \bigwedge xA$.

Für $\models$ (und $\triangleright$) gilt T3 nicht. Dies kann folgendermaßen gezeigt werden. Sei etwa $T^* = \{\neg \bigwedge x \Im x, \Im c^1, \Im c^2, \Im c^3, ...\}$. Dann kommt c^0 nicht in $T^* \cup \{\bigwedge x \neg \Im x\}$ vor. Es gilt jedoch:

(1) $T^* \models \neg \Im c^0$.

Denn angenommen, T' ist eine WM mit $T^* \subseteq T'$. Wegen $\neg \bigwedge x \Im x \in T^*$ ist $\neg \bigwedge x \Im x \in T'$ und also $\bigwedge x \Im x \notin T'$. Folglich gibt es eine GK b mit $\Im b \notin T'$. Es gilt also $\neg \Im b \in T'$. Wäre $\neg \Im c^0 \notin T'$, so gäbe es ein $i > 0$ mit $b = c^i$. Wegen $\neg \Im c^i \in T'$ wäre dann $\Im c^i \notin T'$ und somit auch $\Im c^i \notin T^*$.

(2) $T^* \not\models \bigwedge x \neg \Im x$.

Dann sei α diejenige Belegung, die $\Im c^0$ den Wert 0 zuordnet und allen anderen Atomsätzen $\Im c^i$ $(i > 0)$ den Wert 1. Dann ist jeder Satz von T^* wahr bei α, während $\bigwedge x \neg \Im x$ bei α nicht wahr ist. Also ist $T^* \not\models \bigwedge x \neg \Im x$ und also $T^* \not\models \bigwedge x \neg \Im x$.

Damit ist gezeigt, daß das Generalisierungstheorem für $\models$ (und $\triangleright$) nur unter einer zusätzlichen Voraussetzung gelten kann. Es genügt der Zusatz, daß es abzählbar unendlich viele GK gibt, die nicht in T vorkommen. Eine Satzmenge, in der abzählbar unendlich viele GK nicht vorkommen, heiße *beschränkt.*

Um zu zeigen, daß das Generalisierungstheorem für beschränkte Satzmengen im Rahmen der substitutionellen Semantik gilt, benötigen wir den Begriff der *Termabbildung.* Wir verstehen darunter eine Funktion von der Menge der GK in die Menge der GK. Ist φ eine Termabbildung und A ein Satz, so sei $\overline{\varphi}(A)$ derjenige Satz, der aus A dadurch entsteht, daß jede in A enthaltene GK c an allen Stellen durch $\varphi(c)$ ersetzt wird. Man kann unschwer zeigen, daß gilt:

T4. Ist φ eine Termabbildung, so ist $\overline{\varphi}([A, x/c]) = [\overline{\varphi}(A), x/\varphi(c)]$.

Das Generalisierungstheorem für $\models$ lautet nun so:

T5. Sei $T \cup \{\bigwedge xA\}$ eine beschränkte Satzmenge und c eine darin nicht vorkommende GK. Dann gilt: Wenn $T \models [A, x/c]$, dann $T \models \bigwedge xA$.

Beweis: Angenommen, es gelten die Voraussetzungen des Theorems. Ferner sei T' eine WM mit $T \subseteq T'$ und b eine beliebige GK. Dann ist $[A, x/c] \in T'$. Falls $b = c$, folgt unmittelbar $\bigwedge xA \in T'$. Falls $b \neq c$, so gibt es voraussetzungsgemäß abzählbar unendlich viele GK $c_2, c_3, c_4, ...$, die nicht in $T \cup \{\bigwedge xA\}$ vorkommen und verschieden von b und c sind. Sei $c_0 = b$ und $c_1 = c$. Ferner sei φ diejenige Termabbildung, für die gilt: $\varphi(a) = c_i$, falls $a = c_{i+1}$ $(i \geq 0)$; ansonsten sei $\varphi(a) = a$. Zu jeder GK a gibt es dann eine GK d mit $\varphi(d) = a$. Sei nun $T^* = \{B : \overline{\varphi}(B) \in T'\}$. Unter Verwendung von T4 folgt, daß T^* eine WM mit $T \subseteq T^*$ ist. Voraussetzungsgemäß ist dann $[A, x/c] = [A, x/c_1] \in T^*$, d.h. $\overline{\varphi}([A, x/c]) = [\overline{\varphi}(A), x/\varphi(c_1)] \in T'$, also $[A, x/c_0] = [A, x/b] \in T'$. Folglich ist $\bigwedge xA \in T'$.

5 Beziehungen zwischen referentieller und substitutioneller Semantik

Wir befassen uns zunächst mit der Frage, unter welchen Umständen jene Sätze, die bei einer Interpretation wahr sind, eine Wahrheitsmenge bilden. Es hat sich gezeigt, daß ein Charakteristikum der Interpretationssemantik in der Zulassung namenloser Gegenstände besteht. Solche Gegenstände werden hier dem Gegenstandsbereich der jeweiligen Interpretation einverleibt, ohne daß sie durch GK bezeichnet werden. Das ist zweifellos eine überaus künstliche und intuitiv kaum annehmbare Situation. Es überrascht daher nicht, daß Interpretationen, in deren Gegenstandsbereich keine namenlosen Gegenstände vorkommen, gerade jene semantischen Eigenschaften haben, die für Wahrheitsmengen (und Belegungen) charakteristisch sind. Eine Schlüsselrolle spielt in diesem Zusammenhang das folgende Lemma.

T6. Sei I eine Interpretation derart, daß für jedes ξ aus $|I|$ eine GK c existiert mit $I(c) = \xi$. Dann ist $\|\!-_I \bigwedge xA$ gdw. für jede GK c: $\|\!-_I [A, x/c]$.

Der Beweis für dieses Lemma ergibt sich in einfacher Weise aus dem sog. *Überführungstheorem* der Prädikatenlogik. Dieses lautet so:
Sei a eine nicht in dem Satz $\bigwedge xA$ vorkommende GK. Dann ist I ein Modell von $[A, x/b]$ gdw. $I^a_{I(b)}$ ein Modell von $[A, x/a]$ ist.

Interpretationen von der in T6 beschriebenen Art wurden zuerst von L. Henkin systematisch untersucht. Wir definieren dementsprechend: Eine Interpretation I ist eine *Henkin-Interpretation* gdw. für jedes ξ aus $|I|$ eine GK c existiert mit $I(c) = \xi$. Der Gegenstandsbereich einer Henkin-Interpretation kann höchstens abzählbar unendlich viele Gegenstände enthalten. Während also eine Interpretation i. allg. die Menge der GK *in* die Menge $|I|$ abbildet, bildet eine Henkin-Interpretation die Menge der GK *auf* $|I|$ ab. Unter Verwendung von T6 ergibt sich nun leicht das folgende Theorem.

T7. Ist I eine Henkin-Interpretation, so ist $\{A : \|\!-_I A\}$ eine WM.

Für den Zusammenhang zwischen referentieller und substitutioneller Semantik sind die sog. Herbrand-Interpretationen besonders wichtig. Eine Interpretation I ist eine *Herbrand-Interpretation* gdw. $|I|$ die Menge der GK ist und für jede GK c gilt: $I(c) = c$.

Offenbar ist jede Herbrand-Interpretation eine Henkin-Interpretation. Das Umgekehrte gilt selbstverständlich nicht. Jeder Henkin-Interpretation entspricht genau eine äquivalente WM. Das zeigt das folgende Theorem, welches leicht mit T7 bewiesen werden kann.

T8. Zu jeder Henkin-Interpretation I gibt es genau eine WM T derart, daß für jeden Satz A gilt: $A \in T$ gdw. $\|\!-_I A$.

Nach T8 gibt es trivialerweise auch für jede Herbrand-Interpretation eine äquivalente WM. Daß auch das Umgekehrte gilt, zeigt das nächste Theorem.

T9. Zu jeder WM T gibt es genau eine Herbrand-Interpretation I derart, daß für jeden Satz A gilt: $\|\!-_I A$ gdw. $A \in T$.

Um zu beweisen, daß es *mindestens* eine solche Herbrand-Interpretation gibt, betrachten wir diejenige Herbrand-Interpretation I, die einer n-stelligen PK F die Menge $\{\langle c_1, ..., c_n\rangle : Fc_1...c_n \in T\}$ zuordnet. Die Äquivalenzbehauptung ergibt sich dann leicht durch vollständige Induktion nach dem Grad von A. Um zu beweisen, daß es *höchstens* eine mit T äquivalente Herbrand-Interpretation gibt, nehmen wir an, daß I_1 und I_2 Herbrand-Interpretationen sind, die mit T äquivalent sind. Für eine n-stellige PK F ergibt sich dann, daß $||\!-_{I_1} Fc_1...c_n$ gdw. $||\!-_{I_2} Fc_1...c_n$, wobei $c_1...c_n$ beliebige GK sind. Dann ist $\langle c_1, ..., c_n\rangle \in I_1(F)$ gdw. $\langle c_1, ..., c_n\rangle \in I_2(F)$ und also auch $I_1(F) = I_2(F)$.

Die nach T9 mit T äquivalente Herbrand-Interpretation verdient wegen ihrer „kanonischen" Eigenschaft besonders hervorgehoben zu werden. Wir definieren: I ist die *kanonische Interpretation* einer Satzmenge T gdw. I diejenige Herbrand-Interpretation ist mit $I(F) = \{\langle c_1, ..., c_n\rangle : Fc_1...c_n \in T\}$ für jede n-stellige PK F.

Hinsichtlich der Erfüllbarkeit stimmen Henkin-Interpretationen und Herbrand-Interpretationen überein. Wir sagen, daß eine Satzmenge T *Henkin-erfüllbar* bzw. *Herbrand-erfüllbar* ist gdw. es eine Henkin-Interpretation bzw. eine Herbrand-Interpretation gibt, welche T erfüllt.

T10. T ist Henkin-erfüllbar gdw. T Herbrand-erfüllbar ist.

Der Beweis für dieses Theorem ergibt sich leicht unter Verwendung von T7 und T9. Das nächste Theorem folgt aus T8 und T9.

T11. T ist Henkin-erfüllbar gdw. T WM-erfüllbar ist.

Henkin- und Herbrand-Interpretationen stimmen auch hinsichtlich ihrer Folgerungseigenschaften überein. Wir definieren: A ist eine *Henkin-Folgerung* aus T ($T||\!-^* A$) gdw. jede Henkin-Interpretation, die ein Modell von T ist, auch ein Modell von A ist. A ist eine *Herbrand-Folgerung* aus T ($T||\!-^{**} A$) gdw. jede Herbrand-Interpretation, die ein Modell von T ist, auch ein Modell von A ist.

Aufgrund von T10 gilt nun:

T12. $T||\!-^* A$ gdw. $T||\!-^{**} A$.

Das folgende Theorem ergibt sich mit Hilfe von T8 und T9.

T13. $T||\!-^* A$ gdw. $T \models A$.

Dieses Theorem unterstreicht noch einmal die Tatsache, daß die Semantik der Henkin-Interpretationen äquivalent mit einer Semantik ohne Gegenstandsbezug ist. Soweit also in der Henkin-Semantik auf Gegenstände Bezug genommen wird, handelt es sich - salopp gesprochen - um einen ontologischen Luxus.

Zusammenfassend ergibt sich aus T2, T12 und T13, daß die Folgerungsrelationen $\models$, $\triangleright$, $||\!-^*$und $||\!-^{**}$ miteinander äquivalent sind. Was das Verhältnis zwischen diesen Folgerungsrelationen und $||\!-$ angeht, so ist folgendes zu bemerken.

Der Begriff der Henkin-Interpretation ist enger als der Begriff der Interpretation. Die Menge der Henkin-Interpretationen ist eine echte Teilmenge der Menge aller Interpretationen. Daher ist jede Folgerung aus einer Satzmenge auch eine Henkin-Folgerung aus dieser Satzmenge. Es gibt aber Satzmengen mit Henkin-Folgerungen, die nicht zugleich Folgerungen sind. Wie wir bereits gesehen haben, gilt beispielsweise $T^\infty||\!-^* \bigwedge x\Im x$, aber nicht $T^\infty||\!- \bigwedge x\Im x$.

Entsprechend ist jede Henkin-erfüllbare Satzmenge auch erfüllbar, aber nicht jede erfüllbare Satzmenge ist Henkin-erfüllbar. Beispielsweise ist die Satzmenge $T^{\infty} \cup \{\neg \bigwedge x \Im x\}$ zwar erfüllbar, aber nicht Henkin-erfüllbar. Es stellt sich daher die Frage, unter welchen Umständen man aus der Erfüllbarkeit einer Satzmenge auf ihre Henkin-Erfüllbarkeit schließen kann. Eine hinreichende Bedingung für diesen Schluß besteht in der Beschränktheit der betreffenden Satzmenge. Es zeigt sich nämlich, daß jede erfüllbare Satzmenge, die darüber hinaus beschränkt ist, auch Henkin-erfüllbar ist. Dies kann auf rein semantische Weise nachgewiesen werden. Als besonders einfach und durchsichtig erweist sich dabei die von R. Smullyan entwickelte Beweismethode, die auf „analytic consistency properties" Bezug nimmt.[1] Der Beweisgang soll hier nur skizziert werden. Dabei ist es zweckmäßig, anstelle der „analytic consistency properties" bestimmte Mengen („Smullyanmengen") zu verwenden. Wir definieren: Eine Menge Θ von Satzmengen ist eine *Smullyanmenge* gdw. für alle T aus Θ und alle A, B, x folgendes gilt:

(1) wenn $A \in T$ und A atomar ist, dann ist $\neg A \notin T$;
(2) wenn $\neg\neg A \in T$, dann $T \cup \{A\} \in \Theta$;
(3) wenn $A \to B \in T$, dann $T \cup \{\neg A\} \in \Theta$ oder $T \cup \{B\} \in \Theta$;
(4) wenn $\neg(A \to B) \in T$, dann $T \cup \{A, \neg B\} \in \Theta$;
(5) wenn $\bigwedge xA \in T$, dann gilt für alle c: $T \cup \{[A, x/c]\} \in \Theta$;
(6) wenn $\neg \bigwedge xA \in T$, dann gibt es ein c mit $T \cup \{\neg [A, x/c]\} \in \Theta$.

Man kann nun zeigen, daß jedes Element einer Smullyanmenge Teilmenge einer Herbrand-erfüllbaren Satzmenge ist.[2] Ferner ergibt sich, daß die Menge der erfüllbaren und zugleich beschränkten Satzmengen eine Smullyanmenge ist. Ist also eine Satzmenge erfüllbar und beschränkt, so ist sie Teilmenge einer Herbrand-erfüllbaren Satzmenge und daher auch Henkin-erfüllbar. Es gilt also:

T14. Jede erfüllbare und beschränkte Satzmenge ist Henkin-erfüllbar.

Das nächste Theorem enthält das Fazit der bisherigen Betrachtungen.

T15. Sei T eine beschränkte Satzmenge und A ein Satz. Dann gilt:

(a) T ist erfüllbar gdw. T ist Henkin-erfüllbar gdw. T ist Herbrand-erfüllbar gdw. T ist WM-erfüllbar gdw. T ist belegungssemantisch erfüllbar.
(b) $T \| \!\!- A$ gdw. $T \| \!\!-^{*} A$ gdw. $T \| \!\!-^{**} A$ gdw. $T \models A$ gdw. $T \triangleright A$.

6 Ableitbarkeit: Standard-Ableitbarkeit und ω-Ableitbarkeit

Die bisherigen Überlegungen haben gezeigt, daß die substitutionelle Semantik der referentiellen Semantik sowohl in intuitiver als auch in technischer Hinsicht überlegen ist. Für die referentielle Semantik scheint aber die Tatsache zu sprechen, daß der Tarskische Folgerungsbegriff exakt durch den üblichen Ableitbarkeitsbegriff repräsentiert werden kann: Die Folgerungen aus einer Satzmenge T sind genau diejenigen Sätze, die aus T ableitbar sind. Dieser Ableitbarkeitsbegiff besitzt daher, ebenso wie der Tarskische Folgerungsbegriff $\| \!\!-$, die Kompaktheitseigenschaft.

Wenn wir uns also von der Idee leiten lassen, daß der Ableitbarkeitsbegriff dem jeweiligen Folgerungsbegriff der zugrundeliegenden Semantik zu entsprechen hat,

[1] Vgl. Smullyan (1968), chap. VI.
[2] Vgl. Andrews (1986), § 25 A.

so erwächst hieraus die Aufgabe, einen Ableitbarkeitsbegriff zu finden, der genau den substitutionellen Folgerungsbegriff repräsentiert. Ein solcher Begriff hätte freilich nicht die Kompaktheitseigenschaft. Diese darf jedoch nicht als ein logisches Dogma angesehen werden; vielmehr ist auf Grund der semantischen Situation auch in beweistheoretischer Hinsicht ein gewisses Umdenken erforderlich.

Im folgenden wird der übliche Ableitbarkeitsbegriff einem Ableitbarkeitsbegriff gegenübergestellt, der genau dem Begriff der WM-Folgerung entspricht.

Eine formale (axiomatische) Ableitung eines Satzes A aus einer Satzmenge T wird traditionell als eine endliche, mit A endende Satzfolge aufgefaßt, für die gilt, daß jedes Glied ein Axiom oder Element von T ist, oder aber es ergibt sich durch Anwendung einer Ableitungsregel aus vorhergehenden Gliedern der Folge. Als *Axiome* wollen wir hier die Sätze der folgenden Form zugrundelegen:

Ax1 $A \to (B \to A)$
Ax2 $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
Ax3 $(\neg A \to \neg B) \to (B \to A)$
Ax4 $\bigwedge x(A \to B) \to (A \to \bigwedge xB)$
Ax5 $\bigwedge xA \to [A, x/c]$

ax sei die Menge aller Axiome. Die Standard-Definition des Begriffs der formalen Ableitung lautet nun so: Eine Satzfolge $A_1, ..., A_n$ ist eine *formale Ableitung* (der Länge n) von A aus T gdw. T eine endliche Satzmenge ist, $A = A_n$ und für alle k $(1 \leq k \leq n)$ gilt: $A_k \in T \cup ax$, oder es gibt i, j $(1 \leq i, j < k)$ mit $A_i = A_j \to A_k$, oder aber es gibt i $(1 \leq i < k)$, B, x und c derart, daß $A_i = [B, x/c]$, $A_k = \bigwedge xB$ und c nicht in $T \cup \{B\}$ vorkommt. A ist aus T (in n Schritten) *formal ableitbar* gdw. es eine formale Ableitung (der Länge n) von A aus einer endlichen Teilmenge von T gibt.

Für formale Ableitungen gilt folgendes Lemma.

T16. Seien a, b beliebige GK und sei φ diejenige Termabbildung, für die gilt: $\varphi(e) = b$, falls $e = a$; ansonsten sei $\varphi(e) = e$. Angenommen ferner, es gibt eine formale Ableitung der Länge n von A aus T. Dann gibt es eine formale Ableitung der Länge n von $\overline{\varphi}(A)$ aus $\overline{\varphi}(T)$.[3]

Beim Beweis für dieses Lemma ist nur der Induktionsschritt von Interesse, wo wir voraussetzen, daß es eine formale Ableitung der Länge $k+1$ von A aus T gibt. Angenommen nun, A hat die Gestalt $\bigwedge xB$, und es gibt eine formale Ableitung der Länge i $(1 \leq i \leq k)$ von $[B, x/c]$ aus T, wobei c nicht in $T \cup \{B\}$ vorkommt. Sei nun d eine nicht in $\overline{\varphi}(T) \cup \{\overline{\varphi}(B)\}$ vorkommende GK, die verschieden von a ist. Ferner sei σ diejenige Termabbildung, für die gilt: $\sigma(e) = d$, falls $e = c$; ansonsten sei $\sigma(e) = e$. Nach Induktionsvoraussetzung gibt es dann eine formale Ableitung der Länge i von $\overline{\sigma}([B, x/c])$ aus $\overline{\sigma}(T)$, d.h. von $[B, x/d]$ aus T. Hieraus ergibt sich durch abermalige Anwendung der Induktionsvoraussetzung, daß es eine formale Ableitung der Länge i von $\overline{\varphi}([B, x/d])$, d.h. von $[\overline{\varphi}(B), x/d]$ aus $\overline{\varphi}(T)$ gibt. Also gibt es eine formale Ableitung der Länge $k+1$ von $\bigwedge x\overline{\varphi}(B)$, d.h. von $\overline{\varphi}(A)$ aus $\overline{\varphi}(T)$.

Anstelle des Begriffs der formalen Ableitbarkeit kann auch ein anderer extensionsgleicher Begriff verwendet werden. Der Grundgedanke ist dabei der, daß A aus T ableitbar ist, wenn A in jeder Satzmenge enthalten ist, die T sowie sämtliche Axiome umfaßt und außerdem in bezug auf die Ableitungsregeln abgeschlossen ist. Wir definieren zunächst: Eine Satzmenge T' ist eine *deduktive Schließung* von T $(\mathrm{DS}(T', T))$ gdw. gilt:

[3] $\overline{\varphi}(T)$ ist selbstverständlich die Menge der $\overline{\varphi}(B)$ mit $B \in T$.

(1) $T \cup ax \subseteq T'$;
(2) für alle A, B mit $A \in T'$ und $A \to B \in T'$ ist $B \in T'$;
(3) für alle A, x, c mit $[A, x/c] \in T'$ und c nicht in $T \cup \{A\}$ ist $\bigwedge xA \in T'$.

Der folgende Ableitungsbegriff ist äquivalent mit dem Begriff der formalen Ableitbarkeit.

A ist aus T *ableitbar* ($T \vdash A$) gdw. es eine endliche Teilmenge T^* von T gibt, derart, daß A ein Element jeder deduktiven Schließung von T^* ist.

T17. $T \vdash A$ gdw. A formal ableitbar aus T ist.

Denn ist $T \vdash A$, so gibt es eine endliche Teilmenge T^* von T derart, daß A ein Element jeder deduktiven Schließung von T^* ist. Sei $T' = \{B :$ Es gibt eine formale Ableitung von B aus $T^*\}$. Dann ist $\mathrm{DS}(T', T^*)$, und es gilt voraussetzungsgemäß $A \in T'$. Also gibt es eine formale Ableitung von A aus T^*, d.h. A ist aus T formal ableitbar.

Ist umgekehrt A formal ableitbar aus T, so gibt es eine formale Ableitung von A aus einer endlichen Teilmenge T^* von T. Durch Induktion nach der Länge dieser Ableitung ergibt sich, daß A ein Element jeder deduktiven Schließung von T^* ist. Also gilt $T \vdash A$.

Der Begriff der (formalen) Ableitung ist bekanntlich äquivalent mit dem Tarskischen Folgerungsbegriff.

T18. $T \vdash A$ gdw. $T||\!-\!A$.

Die Korrektheit („Wenn $T \vdash A$, dann $T||\!-\!A$“) beweist man, indem man zeigt, daß die Menge der Folgerungen aus einer endlichen Teilmenge T^* von T eine deduktive Schließung von T^* ist. Legt man dagegen den Begriff der formalen Ableitbarkeit zugrunde, so ist durch Induktion nach der Länge der vorausgesetzten formalen Ableitung von A aus einer endlichen Teilmenge T^* von T zu zeigen, daß A eine Folgerung aus T^* ist. In beiden Fällen benötigt man das semantische Generalisierungstheorem T3. Die *Vollständigkeit* („Wenn $T||\!-\!A$, dann $T \vdash A$“) beweist man nach der bekannten Methode von Henkin, indem man zeigt, daß jede konsistente Satzmenge (über der Menge GK) erfüllbar ist. Dabei ist auch der Fall zu berücksichtigen, daß T nicht beschränkt ist. In diesem Fall gewinnt man eine beschränkte Satzmenge T^+, wenn man den Index jeder in T enthaltenen GK verdoppelt. Ist nun T konsistent, so ist auch T^+ konsistent. Gemäß der Methode von Henkin ergibt sich dann, daß T^+ zu einer WM erweitert werden kann. Also ist T^+ WM-erfüllbar und somit nach T11 auch Henkin-erfüllbar. Hieraus folgt, daß T (über der Menge der GK) erfüllbar ist.

T18 zeigt, daß der Begriff der (formalen) Ableitbarkeit den gleichen Bedenken ausgesetzt ist, die oben in bezug auf den Tarskischen Folgerungsbegriff geltend gemacht worden sind. Es ist daher angezeigt, einen anderen Ableitbarkeitsbegriff einzuführen, der so beschaffen sein muß, daß er mit dem Begriff der Henkin-Folgerung äquivalent ist.

Da es Sätze gibt, die zwar Henkin-Folgerungen aus einer unendlichen Satzmenge, aber nicht aus einer ihrer endlichen Teilmengen sind, wird der einzuführende neue Ableitbarkeitsbegriff den Fall einschließen, daß unendlich viele Prämissen auftreten. Insofern müßte man Ableitungen von unendlicher Länge zulassen.[4] In technischer Hinsicht ist es jedoch wesentlich vorteilhafter, den betreffenden Ableitbarkeitsbegriff stattdessen unter Verwendung einer geeigneten Schließungseigenschaft zu charakterisieren. Es muß z. B. gelten, daß $\bigwedge x\, \Im x$ aus T^∞, aber

[4] Vgl. dazu Leblanc et. al. (1991).

nicht aus einer endlichen Teilmenge von T^∞ ableitbar ist. In diesem Zusammenhang ist die sog. *ω-Regel* von Bedeutung. Sie wird im folgenden aber nicht wie üblich zur Konstruktion unendlich langer Ableitungen angewendet, sondern in den Schließungsbegriff eingebettet. Im Unterschied zu dem früher angegebenen Schließungsbegriff sprechen wir nun von ω-Schließungen.

Eine Satzmenge T' ist eine *deduktive ω-Schließung* von T ($\mathrm{DS}^\omega(T', T)$) gdw. gilt:

(1) $T \cup ax \subseteq T'$;
(2) für alle A, B mit $A \in T'$ und $A \to B \in T'$ ist $B \in T'$;
(3) für alle A, x gilt: ist $[A, x/c] \in T'$ für alle c, so ist $\bigwedge xA \in T'$.

A ist aus T *ω-ableitbar* ($T \vdash^\omega A$) gdw. A ein Element jeder deduktiven ω-Schließung von T ist.

Offenbar gilt beispielsweise $T^\infty \vdash^\omega \bigwedge x\Im x$. Ferner gilt trivialerweise:

T19. Wenn $T \vdash^\omega [A, x/c]$ für alle c, dann $T \vdash^\omega \bigwedge xA$.

Die Relation $\vdash^\omega$ist ferner, wie leicht zu zeigen ist, *monoton*: Ist eine Satzmenge T_1 Teilmenge einer Satzmenge T_2, so ist jeder aus T_1 ω-ableitbare Satz auch aus T_2 ω-ableitbar.

Hinsichtlich des Verhältnisses zwischen $\vdash$ und $\vdash^\omega$ zeigen wir zunächst, daß die ω-Ableitbarkeit eine notwendige Bedingung der Ableitbarkeit ist.

T20. Wenn $T \vdash A$, dann $T \vdash^\omega A$.

Beweis: Gemäß T17 können wir voraussetzen, daß es eine formale Ableitung von A aus einer endlichen Teilmenge T^* von T gibt. Wenn diese Ableitung die Länge 1 hat, so ergibt sich die Behauptung unter Berücksichtigung der Tatsache, daß $T^* \cup ax$ Teilmenge jeder deduktiven ω-Schließung von T^* ist. Angenommen nun, die formale Ableitung hat im Induktionsschritt die Länge $k+1$. Wir betrachten nur den Fall, daß A die Gestalt $\bigwedge xB$ hat und eine formale Ableitung der Länge i ($1 \leq i \leq k$) von $[B, x/c]$ aus T^* existiert, wobei c nicht in $T^* \cup \{B\}$ vorkommt. Ferner sei d eine beliebige GK und φ diejenige Termabbildung, für die gilt: $\varphi(e) = d$, falls $e = c$; ansonsten sei $\varphi(e) = e$. Gemäß T16 gibt es dann eine formale Ableitung der Länge i von $\overline{\varphi}([B, x/c])$ aus $\overline{\varphi}(T^*)$, d.h. von $[B, x/d]$ aus T^*. Nach Induktionsvoraussetzung ist folglich $T^* \vdash^\omega [B, x/d]$ für jede GK d. Mit T19 erhält man hieraus $T^* \vdash^\omega \bigwedge xB$. Wegen $T^* \subseteq T$ ergibt sich somit $T \vdash^\omega A$.

Die Umkehrung von T20 gilt nicht. Beispielsweise ist $T^\infty \vdash^\omega \bigwedge x\Im x$, aber nicht $T^\infty \vdash \bigwedge x\Im x$. Wäre nämlich $T^\infty \vdash \bigwedge x\Im x$, so gäbe es aufgrund von T17 eine endliche Teilmenge T' von T^∞ mit $T' \vdash^\omega \bigwedge x\Im x$. Nach T18 und T15 wäre dann $T' \triangleright \bigwedge x\Im x$. Dies ist aber, wie wir bereits früher gezeigt haben, unmöglich.

Die Umkehrung von T20 gilt, wie zu erwarten ist, unter der zusätzlichen Bedingung der Endlichkeit von T.

T21. Wenn $T \vdash^\omega A$ und T endlich ist, dann $T \vdash A$.

Denn angenommen, es gelten die Voraussetzungen des Theorems, und es ist $\mathrm{DS}(T', T)$. Dann ist auch $\mathrm{DS}^\omega(T', T)$. Wir betrachten hierzu nur den Fall, daß für jedes c gilt: $[B, x/c] \in T'$. Da $T \cup \{B\}$ voraussetzungsgemäß endlich ist, gibt es eine nicht in $T \cup \{B\}$ enthaltene GK a mit $[B, x/a] \in T'$. Wegen $\mathrm{DS}(T', T)$ ist folglich $\bigwedge xB \in T'$.

Im folgenden wird gezeigt, daß $\vdash^\omega$ mit $\models$ (und also auch mit $\triangleright$, $\|\!-^*$, $\|\!-^{**}$) äquivalent ist. Wir betrachten zunächst die *Korrektheit* von $\vdash^\omega$.

T22. Wenn $T \vdash^{\omega} A$, dann $T \models A$.

Der Beweis dieses Theorems ist einfach: Unter der Voraussetzung $T \vdash^{\omega} A$ ist nur zu zeigen, daß jede WM, die T umfaßt, eine deduktive ω-Schließung von T ist.

Zum Beweis der Vollständigkeit von $\vdash^{\omega}$, d.h. der Umkehrung von T22, sind einige Vorbereitungen erforderlich. Wir sagen, daß eine Satzmenge T *ω-logisch konsistent*[5] ist, wenn es keinen Satz A gibt mit $T \vdash^{\omega} A$ und $T \vdash^{\omega} \neg A$. Aufgrund von T20 ist jede ω-logische konsistente Satzmenge auch konsistent.[6] Ferner gilt das folgende Lemma.

T23. Wenn $T \cup \{\neg \bigwedge xA\}$ ω-logisch konsistent ist, dann gibt es ein c derart, daß auch $T \cup \{\neg \bigwedge xA, \neg [A, x/c]\}$ ω-logisch konsistent ist.

Beweis: Angenommen, für jedes c ist $T \cup \{\neg \bigwedge xA, \neg [A, x/c]\}$ nicht ω-logisch konsistent. Dann ist $T \cup \{\neg \bigwedge xA\} \vdash^{\omega} [A, x/c]$ für jedes c. Nach T19 ist also $T \cup \{\neg \bigwedge xA\} \vdash^{\omega} \bigwedge xA$. Folglich ist $T \cup \{\neg \bigwedge xA\}$ nicht ω-logisch konsistent.

Eine Satzmenge heiße wie üblich *ω-vollständig*, wenn für alle A, x gilt: ist $[A, x/c] \in T$ für alle c, dann ist $\bigwedge xA \in T$. Und T ist *maximal-konsistent*, wenn T konsistent ist und es keinen nicht in T enthaltenen Satz A gibt derart, daß die Menge $T \cup \{A\}$ konsistent ist. Eine Satzmenge, welche maximal-konsistent und ω-vollständig ist, nennen wir eine *Henkinmenge*. Man kann leicht zeigen, daß der Begriff der Henkinmenge mit dem der Wahrheitsmenge äquivalent ist.

T24. T ist eine Wahrheitsmenge gdw. T eine Henkinmenge ist.

Wir kommen nun zum Vollständigkeitstheorem für die ω-Logik.

T25. Wenn $T \models A$, dann $T \vdash^{\omega} A$.

Dieses Theorem ergibt sich aus dem folgenden Lemma.

T26. Wenn T ω-logisch konsistent ist, dann ist T WM-erfüllbar.

Beweis: Sei T ω-logisch konsistent und $A_0, A_1, A_2, \ldots$ eine Abzählung aller Sätze. Nun definieren wir induktiv eine Folge $T_0, T_1 T_2, \ldots$ von Satzmengen:

$T_0 = T$.

$$T_{k+1} = \begin{cases} T_k \cup \{\neg A_k\}\text{, falls } T_k \cup \{A_k\} \text{ nicht } \omega\text{-logisch konsistent ist;} \\ T_k \cup \{A_k\}\text{, falls } T_k \cup \{A_k\} \ \omega\text{-logisch konsistent ist und} \\ A_k \text{ nicht die Negation eines Allsatzes ist;} \\ T_k \cup \{\neg \bigwedge xA, \neg [A, x/c]\}\text{, falls } T_k \cup \{A_k\} \ \omega\text{-logisch konsistent} \\ \text{ist und } A_k \text{ die Gestalt } \neg \bigwedge xA \text{ hat, wobei } c \text{ die erste GK derart} \\ \text{ist, daß } T_k \cup \{\neg \bigwedge xA, \neg [A, x/c]\} \ \omega\text{-logisch konsistent ist.}[7] \end{cases}$$

Es gilt zunächst:

(1) Jedes T_n $(n \geq 0)$ ist ω-logisch konsistent.

Hieraus folgt mit T20:

(2) Jedes T_n $(n \geq 0)$ ist konsistent.

Sei nun $T^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} T_i$. Dann gilt trivialerweise

---

[5] Dieser Begriff ist nicht zu verwechseln mit dem in anderen Kontexten wichtigen Begriff der ω-Konsistenz.

[6] Eine Satzmenge T ist *konsistent*, wenn es keinen Satz A mit $T \vdash A$ und $T \vdash \neg A$ gibt.

[7] Eine solche GK c muß es nach T23 geben.

(3) $T \subseteq T^*$.

Ferner gilt:

(4) T^* ist maximal-konsistent.

Denn wäre T^* inkonsistent, so gäbe es eine endliche, inkonsistente Teilmenge T' von T^*. Also gäbe es ein n mit $T' \subseteq T_n$. Folglich wäre - im Widerspruch zu (2) - auch T_n inkonsistent. Sei nun $A \notin T^*$. Dann gibt es ein k ($k \geq 0$) mit $A = A_k$ und $A_k \notin T^*$. Wäre $T_k \cup \{A_k\}$ ω-logisch konsistent, so wäre $A_k \in T_{k+1}$ und also $A \in T^*$. Infolgedessen ist $T_k \cup \{A_k\}$ nicht ω-logisch konsistent, und es gilt daher $\neg A_k \in T_{k+1}$, also $\neg A \in T^*$. Folglich ist $T^* \vdash \neg A$, und $T^* \cup \{A\}$ ist somit inkonsistent.

(5) T^* ist ω-vollständig.

Denn sei $[A, x/c] \in T^*$ für alle c. Wäre $\bigwedge xA \notin T^*$, so wäre wegen (4) $\neg \bigwedge xA \in T^*$. Voraussetzungsgemäß gibt es ein k ($k \geq 0$) mit $A_k = \neg \bigwedge xA$. Da T^* konsistent ist, wäre folglich $T_{k+1} \neq T_k \cup \{\neg A_k\}$. Definitionsgemäß wäre also $T_k \cup \{A_k\}$ ω-logisch konsistent, und es gäbe somit ein c mit $\neg [A, x/c] \in T^*$. Also wäre T^* inkonsistent. Damit ist gezeigt, daß $\bigwedge xA \in T^*$.

Nach (4) und (5) ist T^* somit eine Henkinmenge. Wegen T24 ist T^* also auch eine Wahrheitsmenge. Im Hinblick auf (3) ist damit gezeigt, daß T WM-erfüllbar ist.

Aufgrund von T22 und T25 ist die Menge der WM-Folgerungen aus einer Satzmenge T identisch mit der Menge derjenigen Sätze, die aus T ω-ableitbar sind. Hieraus folgt unter Verwendung von T15:

T27. Sei T eine beschränkte Satzmenge. Dann ist $T \| \!\!- A$ gdw. $T \vdash^{\omega} A$.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß T26 auch unter Verwendung des Hauptsatzes für Smullyanmengen („Jedes Element einer Smullyanmenge ist WM-erfüllbar“) beweisbar ist. Hierzu ist nur zu zeigen, daß die Menge Θ der ω-logisch konsistenten Satzmengen eine Smullyanmenge ist. Wir betrachten dabei nur den Fall, daß $\neg \bigwedge xA \in T$, wobei $T \in \Theta$. Dann ist $T \cup \{\neg \bigwedge xA\}$ ω-logisch konsistent, und es gibt nach T23 ein c derart, daß $T \cup \{\neg \bigwedge xA\} \cup \{\neg [A, x/c]\}$ ω-logisch konsistent ist. Infolgedessen ist $T \cup \{\neg [A, x/c]\} \in \Theta$.

Literatur

Andrews, P. B.: *An Introduction to Mathematical Logic and Type Theory: To Truth Through Proof.* Orlando 1986.

Leblanc, H.: *Truth-Value Semantics.* Amsterdam 1976.

Leblanc, H.; Roeper, P.; Thau, M.; Weaver, G.: Henkin's Completeness Proof: Forty Years Later, *Notre Dame Journal of Formal Logic* 32 (1991), 212-232.

Smullyan, R. M.: *First-Order Logic.* Berlin / Heidelberg / New York 1968.

ANDRZEJ PIETRUSZCZAK

ZUR AXIOMATISIERUNG DER STRIKTEN LOGISCHEN FOLGEBEZIEHUNG HORST WESSELS

1 Einleitung

In seiner *Logik* (vgl. Wessel (1984, S. 164 ff.)) baute Horst Wessel das *System der strikten logischen Folgebeziehung* F^s auf. Dieses System sollte die strikte logische Folgebeziehung im Aussagenkalkül, die wir durch $\models_{\mathrm{s}}$ bezeichnen wollen, axiomatisieren. Sei $\models$ die klassische Folgerungsbeziehung des Aussagenkalküls. Die Relation $\models_{\mathrm{s}}$ ist folgendermaßen definiert:

$$\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi \overset{\mathrm{df}}{\iff} \begin{array}{l} \varphi \models \psi, \text{ jede Variable aus } \psi \text{ kommt in } \varphi \text{ vor,} \\ \varphi \text{ ist keine Kontradiktion, und } \psi \text{ ist keine Tautologie.} \end{array}$$

Es ist offensichtlich, daß mit $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$ auch φ keine Tautologie und ψ keine Kontradiktion ist.

In dieser Arbeit* wird gezeigt, daß das so definierte System F^s nicht vollständig ist.[1] Weiter wird eine neue Axiomatisierung der Relation $\models_{\mathrm{s}}$ angegeben und deren Vollständigkeit nachgewiesen.

2 Das System $\mathbf{F^s}$

Sei $\mathcal{L} = \langle \mathsf{L}, \vee, \wedge, \neg \rangle$ die Sprache der klassischen Aussagenlogik. Die Formeln der Sprache $\mathcal{L}$ (d.h. die Elemente der Menge L) sind auf die übliche Art und Weise aus den abzählbar vielen Elementen der Menge $\mathsf{V} \overset{\mathrm{df}}{=} \{p, q, r, p_1, p_2, \ldots\}$ sowie aus

*Mein herzlicher Dank gilt Max Urchs für die Übersetzung der Arbeit und für seine Hinweise zur Redaktion.

[1] Wie mir nach Fertigstellung der Arbeit bekannt wurde, ist Uwe Scheffler in einer unveröffentlichten Schrift von 1992 (Scheffler (Manuskript)) zur selben Behauptung gekommen. Er gibt eine entsprechende Formel an und argumentiert intuitiv, daß diese in F^s nicht ableitbar ist. Allerdings enthält das mir vorliegende Manuskript keinen Beweis seiner Behauptung.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des zentralen polnischen Forschungsprojektes KBN H 01A 01909 angefertigt.

Klammern und den Junktoren $\vee$, $\wedge$ und $\neg$ aufgebaut, die jeweils als wahrheitsfunktionale Alternative, Konjunktion und Negation verstanden werden.

Sei $\mathsf{V}(\varphi)$ die Menge der in φ vorkommenden Aussagevariablen.

Sei T (und entsprechend F) die Menge aller aussagenlogischen Tautologien (bzw. Kontradiktionen). Wir nennen eine gegebene Formel *kontingent* gdw. sie zur Menge $\mathsf{K} \stackrel{\text{df}}{=} \mathsf{L} \setminus (\mathsf{T} \cup \mathsf{F})$ gehört.

Das System F^s ist ein (hinsichtlich des üblichen Beweisbegriffes) deduktives System in der Sequenzenmenge $\{\varphi \vdash \psi : \varphi, \psi \in \mathsf{L}\}$.

Axiome des Systems F^s sind genau jene Sequenzen, welche die folgenden drei Bedingungen erfüllen:

(*E1*) das Antezedens der gegebenen Sequenz ist keine Kontradiktion und sein Sukzedens keine Tautologie;

(*E2*) jede im Sukzedens der Sequenz vorkommende Variable kommt auch im Antezedens vor;

(*E3*) die Sequenz hat eine der folgenden neun Formen:

(*A1*) $\varphi \vdash \neg\neg\varphi$

(*A2*) $\neg\neg\varphi \vdash \varphi$

(*A3*) $\varphi \wedge \psi \vdash \varphi$

(*A4*) $\varphi \wedge \psi \vdash \psi \wedge \varphi$

(*A5*) $\neg(\varphi \wedge \psi) \vdash \neg\varphi \vee \neg\psi$

(*A6*) $\neg\varphi \vee \neg\psi \vdash \neg(\varphi \wedge \psi)$

(*A7*) $(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\varphi \wedge \chi) \vee \psi$

(*A8*) $(\varphi \wedge \chi) \vee (\psi \wedge \chi) \vdash (\varphi \vee \psi) \wedge \chi$

(*A9*) $\varphi \vdash \varphi \wedge (\psi \vee \neg\psi)$

Darüber hinaus besitzt das System F^s drei Beweisregeln:

(*R1*) $$\frac{\varphi \vdash \psi \qquad \psi \vdash \chi}{\varphi \vdash \chi}$$

(*R2*) $$\frac{\varphi \vdash \psi \qquad \varphi \vdash \chi}{\varphi \vdash \psi \wedge \chi}$$

(*R3*) $$\frac{\varphi \vdash \psi \qquad \psi \vdash \varphi}{\chi \vdash \chi(\varphi/\psi)}$$, wobei $\chi \notin \mathsf{F}$ und $\chi(\varphi/\psi) \notin \mathsf{T}$

Eine gegebene Sequenz ist These des Systems F^s dann und nur dann, wenn sie in endlich vielen Schritten aus den Axiomen mittels der Beweisregeln hergeleitet werden kann.

Man kann zeigen (vgl. Wessel (1984), *MT1*, *MT2* und *MT3*, S. 170), daß für die Thesen $\varphi \vdash \psi$ des Systems F^s jeweils $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$ gilt.

3 Die Unvollständigkeit von F^{s}

In Wessel (1984) wurde auf S. 172 ein Vollständigkeitssatz *MT7* formuliert, demzufolge auch umgekehrt für $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$ die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ These des Systems F^s ist. Wir zeigen nun, daß dieser Satz nicht gilt. Beispielsweise ist die Sequenz

$$(p \wedge (\neg q \vee q)) \wedge (\neg r \vee r) \vdash p \wedge ((\neg q \vee q) \wedge (\neg r \vee r))$$

keine These des Systems F^s, weil sie folgendes Kriterium nicht erfüllt:

KRITERIUM. *Wenn die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ These von F^s ist und die Tautologie $(\tau_1 \wedge \tau_2)$ Subformel von ψ, dann ist $(\tau_1 \wedge \tau_2)$ ebenfalls Subformel von φ.*

Beweis. Induktion über die Beweislänge.

(I) Natürlich erfüllen die Axiome der Form *(A1)*–*(A6)*, *(A8)*, *(A9)* das Kriterium. Gleiches gilt für Axiome der Form *(A7)*, denn die Tautologie $(\tau_1 \wedge \tau_2)$ muß Subformel der Formeln sein, von denen im jeweiligen Schema die Rede ist. Das Sukzedens kann nicht die Gestalt $(\tau_1 \wedge \tau_2) \vee \psi$ haben, weil es sonst Tautologie wäre (ähnlich wird im Fall der Axiome argumentiert, die die Form *(A4)* und *(A6)* haben).

(II) Induktionsannahme: das Kriterium gilt für alle Sequenzen mit einer Beweislänge kleiner n. Die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ habe einen Beweis der Länge n, und die Tautologie $(\tau_1 \wedge \tau_2)$ sei Subformel von ψ.

(i) Wenn die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ vermittels der Regel *(R1)* abgeleitet war, so haben für ein gewisses χ die Sequenzen $\varphi \vdash \chi$ und $\chi \vdash \psi$ Beweislängen kleiner n. Nach Induktionsvoraussetzung ist die Tautologie $(\tau_1 \wedge \tau_2)$ also Subformel von φ.

(ii) Wenn die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ vermittels der Regel *(R2)* abgeleitet war, so haben wir für gewisse $\chi_1 \neq \tau_1$ und $\chi_2 \neq \tau_2$ auch $\psi = \chi_1 \wedge \chi_2$, wobei die Sequenzen $\varphi \vdash \chi_1$ und $\varphi \vdash \chi_2$ Beweislängen kleiner n haben. Somit ist die Tautologie $(\tau_1 \wedge \tau_2)$ Subformel entweder von χ_1 oder von χ_2. Daher ist, nach Induktionsvoraussetzung, diese Tautologie auch Subformel von φ.

(iii) Wenn die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ vermittels der Regel *(R3)* abgeleitet war, so haben wir für gewisse φ' und ψ' auch $\psi = \varphi(\varphi'/\psi')$, wobei die Sequenzen $\varphi' \vdash \psi'$ und $\psi' \vdash \varphi'$ Beweislängen kleiner n haben. Da die Tautologie $(\tau_1 \wedge \tau_2)$ Subformel von ψ ist, gilt zumindest einer der folgenden Fälle: (a) diese Tautologie ist Subformel von φ, (b) diese Tautologie ist Subformel von ψ', und die Substitution φ'/ψ' war wesentlich (d.h., φ' kam in φ vor). Im Fall (b) gilt, wegen Induktionsvoraussetzung, daß diese Tautologie auch Subformel von φ' ist. Also ist sie auch Subformel von φ. □

In Wessel (1984) wurde auf S. 167 gezeigt, daß die Sequenz $(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$ ohne weitere als die in *(E1)* und *(E2)* für die Formeln φ, ψ und χ angegebenen Beschränkungen These des Systems F^s ist (Satz *T4*). Allerdings wurden im Beweis nicht jene Fälle analysiert, in denen φ, ψ oder χ Tautologien sind, während Antezedens und Sukzedens kontingent sind. Wir verfolgen den genannten Beweis unter der Annahme, daß $\varphi, \psi, \chi \notin \mathsf{T}$ (daraus und aus *(E1)* folgt, daß $\varphi, \psi, \chi \in \mathsf{K}$). Im Beweis benutzen wir die These:

$$(1) \qquad \varphi \wedge \psi \vdash \psi$$

welche die Bedingungnen *(E1)* und *(E2)* erfüllt. Sie läßt sich mittels *(A3)*, *(A4)* und *(R1)* herleiten.

1a.	$\varphi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
2a.	$\psi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
3a.	$\chi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
4a.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \chi$	(1), *(E1)*, 3a
5a.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi \wedge \psi$	*(A3)*, *(E1)*, 1a, 2a
6a.	$\varphi \wedge \psi \vdash \varphi$	*(A3)*, *(E1)*, 1a
7a.	$\varphi \wedge \psi \vdash \psi$	(1), *(E1)*, 2a
8a.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi$	5a, 6a, *(R1)*

9a.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \psi$	5a, 7a, (*R1*)
10a.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \psi \wedge \chi$	9a, 4a, (*R2*)
11a.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$	8a, 10a, (*R2*)

Aus obigem KRITERIUM ergibt sich, daß jede der Voraussetzungen 1a–3a wesentlich ist.

Ähnliche Lücken lassen sich in Wessel (1984) in den Beweisen der Thesen *T5* (S. 167) und *T12* (S. 168) finden.

Wir bemerken, daß sich in den Beweisen der Thesen *T6–T8*, welche jeweils die Form $\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg\varphi \wedge \neg\psi$, $\neg\varphi \wedge \neg\psi \vdash \neg(\varphi \vee \psi)$ und $\varphi \vee \psi \vdash \psi \vee \varphi$ haben, eine andere Art Lücke findet. Indem man nämlich die Regel (*R3*) verwendet, nimmt man an, daß die Sequenzen $\varphi \vdash \neg\neg\varphi$ und $\neg\neg\varphi \vdash \varphi$ Thesen des Systems F^s sind. Jedoch ist nicht ausgeschlossen, daß φ gar nicht zu K gehört (und ähnlich für ψ).

Wir merken noch an, daß im Beweis von These *T18* bei Verwendung der Regel (*R3*) vorausgesetzt wird, daß die Sequenz $\neg(\psi \vee \neg\psi) \vdash \neg\psi \wedge \psi$ mit kontradiktorischem Antezedens und tautologischem Sukzendens These von F^s ist. Außerdem wird beim Beweis von $\varphi \vee (\neg\psi \wedge \psi) \vdash \varphi$ das Axiom (*A9*) benutzt, in dem man jedenfalls annimmt, daß (*E2*) gilt, also daß jede Variable von ψ in φ vorkommt (das muß im gegebenen Fall nicht so sein).

4 Das System VF^s

In der Sequenzenmenge zeichnen wir ein neues System VF^s aus. Es verfügt über sechs Schlußregeln. Dafür erweitern wir F^s um die Regeln:

(*R4*) $$\frac{\varphi \vdash \psi}{\varphi \vdash \psi \wedge \tau} \quad \text{wenn } \tau \in \mathsf{T} \text{ und } \mathsf{V}(\tau) \subseteq \mathsf{V}(\varphi)$$

(*R5*) $$\frac{\varphi \vdash \psi}{\varphi \vdash \psi \vee \phi} \quad \text{wenn } \phi \in \mathsf{F} \text{ und } \mathsf{V}(\phi) \subseteq \mathsf{V}(\varphi)$$

(*R6*) $$\frac{\varphi \vdash \psi}{\varphi \vdash \phi \vee \psi} \quad \text{wenn } \phi \in \mathsf{F} \text{ und } \mathsf{V}(\phi) \subseteq \mathsf{V}(\varphi)$$

Axiome von VF^s sind genau jene Sequenzen, welche (*E1*), (*E2*) und die folgende Bedingung erfüllen:

(*E3′*) die Sequenz hat die Gestalt eines der folgenden zehn Schemata: (*A1*)–(*A8*) sowie

(*A10*) $\varphi \vee \phi \vdash \varphi$

(*A11*) $\phi \vee \varphi \vdash \varphi$

wobei ϕ Kontradiktion ist.[2]

Wir beweisen den folgenden Satz über Korrektheit der Axiomatisierung:

THEOREM 1. *Wenn die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ These von VF^s ist, so gilt $\varphi \models_s \psi$.*

[2] In der schon erwähnten Arbeit Scheffler (Manuskript) schlägt Scheffler vor, zum Erhalt eines vollständigen Systems auf der Basis von F^s die Regel (*R3*) durch folgende Regel zu ersetzen:

Wenn $\varphi \models \psi$, $\psi \models \varphi$, $\chi \notin \mathtt{F}$ und $\chi(\varphi/\psi) \notin \mathtt{T}$, so ist $\chi \vdash \chi(\varphi/\psi)$ Axiom von F^s.

Das ist ein fliegender Teppich! Der brächte uns auf der Stelle ans Ende von Lemma 8 auf S. 226, weil für $\varphi \models\!\!\!\models \psi$ und $\varphi \in \mathtt{K}$ die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ jeweils neues Axiom von F^s wird.

Beweis. Für Axiome folgt die Aussage aus (*E1*), (*E2*) und daraus, daß jede dieser Sequenzen in einen wahren Satz übergeht, wenn man '$\vdash$' durch '$\models$' ersetzt.

Es ist selbstverständlich, daß die Relation $\models_{\mathrm{s}}$ transitiv ist (weil $\models$ transitiv ist). Mithin erhält (*R1*) die strenge Ableitbarkeit.

Wenn $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$ und $\varphi \models_{\mathrm{s}} \chi$, so gilt $\psi \wedge \chi \notin \mathsf{T}$ und $\varphi \models \psi \wedge \chi$. Somit erhält die Regel (*R2*) ebenfalls die strenge Ableitbarkeit.

Wenn $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$ und $\psi \models_{\mathrm{s}} \varphi$, so $\varphi \models\!\!\models \psi$. Wegen der Extensionalität der Aussagenlogik erhält also auch (*R3*) die strenge Ableitbarkeit.

Gleiches gilt für (*R4*), (*R5*) und (*R6*), weil aus $\varphi \models \psi$ auch $\varphi \models \psi \wedge \tau$, $\varphi \models \psi \vee \phi$ und $\varphi \models \phi \vee \psi$ folgt. □

Wir zeigen nun, daß für VF^s der Vollständigkeitssatz gilt, d.h., die Sequenz $\varphi \vdash \psi$ ist These des Systems VF^s gdw. $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$.

Beim Beweis verwenden wir einige spezielle Thesen von VF^s. Alle erfüllen die Bedingungen (*E1*) und (*E2*), was nicht mehr extra angemerkt werden wird.

Mittels (*A1*), (*A2*) und (*R1*) leiten wir die folgende Sequenz ab:

(2) $$\varphi \vdash \varphi$$

Daraus erhalten wir dank (*R2*), (*R5*), (*R6*) und (*R4*):

(3) $$\varphi \vdash \varphi \wedge \varphi$$
(4) $$\varphi \vdash \varphi \vee \phi$$
(5) $$\varphi \vdash \phi \vee \varphi$$
(6) $$\varphi \vdash \varphi \wedge \tau$$

wobei $\phi \in \mathsf{F}$ und $\tau \in \mathsf{T}$. Somit sind Sequenzen der Gestalt (*A9*), die (*E1*) und (*E2*) erfüllen, Thesen von VF^s.

Wir führen eine Sekundärregel für VF^s (die auch für F^s gilt) ein:

(*R7*) $$\frac{\chi_1 \vdash \chi_2 \qquad \varphi_1 \vdash \psi_1 \qquad \psi_1 \vdash \varphi_1 \qquad \varphi_2 \vdash \psi_2 \qquad \psi_2 \vdash \varphi_2}{\chi_1(\varphi_1/\psi_1) \vdash \chi_2(\varphi_2/\psi_2)}$$

1.	$\chi_1 \vdash \chi_2$	A. d. B.
2.	$\varphi_1 \vdash \psi_1$	A. d. B.
3.	$\psi_1 \vdash \varphi_1$	A. d. B.
4.	$\varphi_2 \vdash \psi_2$	A. d. B.
5.	$\psi_2 \vdash \varphi_2$	A. d. B.
6.	$\chi_2 \vdash \chi_2(\varphi_2/\psi_2)$	4, 5, (*R3*)
7.	$\chi_1 \vdash \chi_2(\varphi_2/\psi_2)$	1, 6, (*R1*)
8.	$\chi_1(\varphi_1/\psi_1) \vdash \chi_1$	$\chi_1 = \chi_1(\varphi_1/\psi_1).(\psi_1/\varphi_1)$, 2, 3, (*R3*)
9.	$\chi_1(\varphi_1/\psi_1) \vdash \chi_2(\varphi_2/\psi_2)$	8, 7, (*R1*)

Dank der neuen Regel (*R4*) kann nun für Sequenzen der Form

(7) $$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$$
(8) $$\varphi \wedge (\psi \wedge \chi) \vdash (\varphi \wedge \psi) \wedge \chi$$

deren Antezedens und Sukzedens die Bedingung (*E1*) erfüllen, der Beweis „abgeschlossen werden“:

1b.	$\varphi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
2b.	$\psi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
3b.	$\chi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
4b.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \psi \wedge \chi$	2b=2a, 3b, 9a, $(R4)$
5b.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$	1b=1a, 8a, 4b, $(R2)$
1c.	$\varphi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
2c.	$\psi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
3c.	$\chi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
4c.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$	1c=1a, 8a, 2c, 3c, $(R4)$
1d.	$\varphi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
2d.	$\psi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
3d.	$\chi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
4d.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash (\psi \wedge \chi) \wedge \varphi$	2d=2b, 3d=3b, 4b, 1d, $(R4)$
5d.	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \chi \vdash \varphi \wedge (\psi \wedge \chi)$	$(A4)$, $(R7)$

Analog werden die übrigen Alternativen behandelt. Einen ähnlichen Beweis führen wir im Fall der Sequenz (8).

Wir zeigen nun, daß in VF^s jeweils gilt:

(9) $\varphi \vdash \varphi \vee \varphi$

1.	$\neg\neg\varphi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\varphi)$	$(A3)$, (3), $(R3)$
2.	$\neg\neg\varphi \vdash \neg\neg\varphi \vee \neg\neg\varphi$	1, $(A5)$, $(A6)$, $(R7)$
3.	$\varphi \vdash \varphi \vee \varphi$	2, $(A1)$, $(A2)$, $(R7)$

(10) $\varphi \vee \varphi \vdash \varphi$

1.	$\neg\neg\varphi \vdash \neg\neg\varphi$	(2)
2.	$\neg(\neg\varphi \wedge \neg\varphi) \vdash \varphi$	1, $(A3)$, (3), $(A1)$, $(A2)$, $(R7)$
3.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\varphi \vdash \varphi$	2, $(A5)$, $(A6)$, $(R7)$
4.	$\varphi \vee \varphi \vdash \varphi$	3, $(A1)$, $(A2)$, $(R7)$

(11) $\varphi \vee \psi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$

1.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$	$(A6)$
2a.	$\varphi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.
3a.	$\psi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.
4a.	$\varphi \vee \psi \vdash \neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi$	2a, 3a, (2), $(A1)$, $(A2)$, $(R7)$
2b.	$\varphi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.
3b.	$\psi \in \mathsf{F}$	z. A. d. B.
4b.	$\varphi \vee \psi \vdash \varphi$	2b, 3b, $(A10)$
5b.	$\varphi \vee \psi \vdash \varphi \vee \neg\neg\psi$	4b, $(R5)$
6b.	$\varphi \vee \psi \vdash \neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi$	5b, 2b, $(A1)$, $(A2)$, $(R7)$
2c.	$\varphi \in \mathsf{F}$	z. A. d. B.
3c.	$\psi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.
4c.	$\varphi \vee \psi \vdash \psi$	2b, 3b, $(A11)$
5c.	$\varphi \vee \psi \vdash \neg\neg\varphi \vee \psi$	4c, $(R6)$
6c.	$\varphi \vee \psi \vdash \neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi$	5c, 2c, $(A1)$, $(A2)$, $(R7)$
7.	$\varphi \vee \psi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$	4a=6b=6c, 1, $(R1)$

(12) $\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) \vdash \varphi \vee \psi$

1.	$\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) \vdash \neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi$	$(A5)$
2a.	$\varphi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.

3a.	$\psi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.
4a.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \varphi \vee \psi$	2a, 3a, (2), (*A1*), (*A2*), (*R7*)
2b.	$\varphi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.
3b.	$\psi \in \mathsf{F}$	z. A. d. B.
4b.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \neg\neg\varphi$	2b, 3b, (*A10*)
5b.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \neg\neg\varphi \vee \psi$	4b, (*R5*)
6b.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \varphi \vee \psi$	5b, 2b, (*A1*), (*A2*), (*R7*)
2c.	$\varphi \in \mathsf{F}$	z. A. d. B.
3c.	$\psi \notin \mathsf{F}$	z. A. d. B.
4c.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \neg\neg\psi$	2b, 3b, (*A11*)
5c.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \varphi \vee \neg\neg\psi$	4c, (*R6*)
6c.	$\neg\neg\varphi \vee \neg\neg\psi \vdash \varphi \vee \psi$	5c, 2c, (*A1*), (*A2*), (*R7*)
7.	$\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) \vdash \varphi \vee \psi$	4a=6b=6c, 1, (*R1*)

(13) $\varphi \vee \psi \vdash \psi \vee \varphi$

1.	$\varphi \vee \psi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$	(11)
2.	$\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) \vdash \neg(\neg\psi \wedge \neg\varphi)$	(*A4*), (*R3*)
3.	$\neg(\neg\psi \wedge \neg\varphi) \vdash \psi \vee \varphi$	(12)
4.	$\varphi \vee \psi \vdash \psi \vee \varphi$	1–3, (*R1*)

(14) $\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg\varphi \wedge \neg\psi$

1.	$\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$	(11), (12), (*R3*)
2.	$\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg\varphi \wedge \neg\psi$	1, (*A2*), (*R1*)

(15) $\neg\varphi \wedge \neg\psi \vdash \neg(\varphi \vee \psi)$

1.	$\neg\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) \vdash \neg(\varphi \vee \psi)$	(11), (12), (*R3*)
2.	$\neg\varphi \wedge \neg\psi \vdash \neg(\varphi \vee \psi)$	(*A1*), 1, (*R1*)

(16) $(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\varphi \wedge \chi) \vee (\psi \wedge \chi)$

1.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\varphi \wedge \chi) \vee \psi$	(*A7*)
2a.	$\chi \notin \mathsf{T}$	z. A. d. B.
3a.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash \chi$	2a, (1)
4a.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash ((\varphi \wedge \chi) \vee \psi) \wedge \chi$	1, 3a, (*R2*)
2b.	$\chi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
3b.	$(\varphi \wedge \chi) \vee \psi \vdash ((\varphi \wedge \chi) \vee \psi) \wedge \chi$	2b, (6)
4b.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash ((\varphi \wedge \chi) \vee \psi) \wedge \chi$	1, 3b, (*R1*)
5.	$((\varphi \wedge \chi) \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\psi \vee (\varphi \wedge \chi)) \wedge \chi$	(13), (*R3*)
6.	$(\psi \vee (\varphi \wedge \chi)) \wedge \chi \vdash (\psi \wedge \chi) \vee (\varphi \wedge \chi \wedge \chi)$	(*A7*)
7.	$(\psi \vee (\varphi \wedge \chi)) \wedge \chi \vdash (\psi \wedge \chi) \vee (\varphi \wedge \chi)$	(*A3*), (3), (*R7*)
8.	$(\psi \wedge \chi) \vee (\varphi \wedge \chi) \vdash (\varphi \wedge \chi) \vee (\psi \wedge \chi)$	(13)
9.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\varphi \wedge \chi) \vee (\psi \wedge \chi)$	4a=4b, 5, 7, 8, (*R1*)

(17) $(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \varphi \vee (\psi \vee \chi)$

1a.	$\varphi \vee \psi \in \mathsf{K}$	z. A. d. B.
2a.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \neg\neg((\varphi \vee \psi) \vee \chi)$	(*A1*)
3a.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \neg((\neg\varphi \wedge \neg\psi) \wedge \neg\chi)$	1a, 2a, (14), (15), (*R7*)
4a.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \neg(\neg\varphi \wedge (\neg\psi \wedge \neg\chi))$	3a, (7), (8), (*R7*)
5aa.	$\psi \vee \chi \in \mathsf{K}$	z. A. d. B.
6aa.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \neg\neg(\varphi \vee (\psi \vee \chi))$	5aa, 4a, (14), (15), (*R7*)

7aa.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \varphi \vee (\psi \vee \chi)$	6aa, $(A2)$, $(R1)$
5ab.	$\psi \vee \chi \in \mathsf{F}$	z. A. d. B.
6ab.	$\psi \in \mathsf{F}$	5ab
7ab.	$\chi \in \mathsf{F}$	5ab
8ab.	$\varphi \in \mathsf{K}$	1a, 6ab
9ab.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \varphi$	8ab, 6ab, 7ab, $(A10)$, $(R1)$
10ab.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \varphi \vee (\psi \vee \chi)$	5ab, 9ab, $(R5)$
1b.	$\varphi \vee \psi \in \mathsf{F}$	z. A. d. B.
2b.	$\varphi \in \mathsf{F}$	1b
3b.	$\psi \in \mathsf{F}$	1b
4b.	$\chi \in \mathsf{K}$	1b, $(E1)$
5b.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \chi$	1b, 4b, $(A11)$
6b.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \psi \vee \chi$	3b, 5b, $(R6)$
7b.	$(\varphi \vee \psi) \vee \chi \vdash \varphi \vee (\psi \vee \chi)$	2b, 6b, $(R6)$

Auf gleiche Weise leiten wir die Sequenz ab:

(18) $$\varphi \vee (\psi \vee \chi) \vdash (\varphi \vee \psi) \vee \chi$$

Wir benötigen weitere Hilfsthesen:

(19) $$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash (\varphi \vee \chi) \wedge (\psi \vee \chi)$$

1.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg\neg((\varphi \wedge \psi) \vee \chi)$	$(A1)$
2.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg(\neg(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg\chi)$	1, (14), (15), $(R7)$
3a.	$\varphi \wedge \psi \in \mathsf{K}$	z. A. d. B.
4a.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg((\neg\varphi \vee \neg\psi) \wedge \neg\chi)$	3a, 2, $(A5)$, $(A6)$, $(R7)$
3b.	$\varphi \wedge \psi \in \mathsf{F}$	z. A. d. B.
4b.	$\neg(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg\chi \vdash \neg\chi$	3b, (1)
5b.	$\neg(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg\chi \vdash (\neg\varphi \vee \neg\psi) \wedge \neg\chi$	4b, $(R4)$, $(A4)$, $(R7)$
6b.	$(\neg\varphi \vee \neg\psi) \wedge \neg\chi \vdash \neg(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg\chi$	(1), 3b, $(R4)$, $(A4)$, $(R7)$
7b.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg((\neg\varphi \vee \neg\psi) \wedge \neg\chi)$	5b, 6b, 2, $(R7)$
8.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg((\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi))$	4a=7b, (16), $(A8)$, $(R7)$
9a.	$\varphi \vee \chi \in \mathsf{K}$	z. A. d. B.
10a.	$\psi \vee \chi \in \mathsf{K}$	z. A. d. B.
11a.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg(\neg(\varphi \vee \chi) \vee \neg(\psi \vee \chi))$	9a, 10a, 8, (14), (15), $(R7)$
9b.	$\varphi \vee \chi \in \mathsf{K}$	z. A. d. B.
10b.	$\psi \vee \chi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
11b.	$(\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi) \vdash \neg\varphi \wedge \neg\chi$	9b, 10b, $(A10)$
12b.	$(\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi) \vdash (\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee \neg(\psi \vee \chi)$	10b, 11b, $(R5)$
13b.	$(\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee \neg(\psi \vee \chi) \vdash (\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi)$	9b, 10b, $(A10)$, $(R5)$
14b.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg((\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee \neg(\psi \vee \chi))$	12b, 13b, 8, $(R7)$
15b.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg(\neg(\varphi \vee \chi) \vee \neg(\psi \vee \chi))$	14b, 10b, (14), (15), $(R7)$
9c.	$\varphi \vee \chi \in \mathsf{T}$	z. A. d. B.
10c.	$\psi \vee \chi \in \mathsf{K}$	z. A. d. B.
11c.	$(\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi) \vdash \neg\psi \wedge \neg\chi$	9c, 10c, $(A11)$
12c.	$(\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi) \vdash \neg(\varphi \vee \chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi)$	9c, 11c, $(R6)$
13c.	$\neg(\varphi \vee \chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi) \vdash (\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee (\neg\psi \wedge \neg\chi)$	9c, 10c, $(A11)$, $(R6)$
14c.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg((\neg\varphi \wedge \neg\chi) \vee \neg(\psi \vee \chi))$	12c, 13c, 8, $(R7)$
15c.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg(\neg(\varphi \vee \chi) \vee \neg(\psi \vee \chi))$	14c, 10c, (14), (15), $(R7)$
16.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash \neg\neg((\varphi \vee \chi) \wedge (\psi \vee \chi))$	11a=15b-c, $(A5)$, $(A6)$, $(R7)$
17.	$(\varphi \wedge \psi) \vee \chi \vdash (\varphi \vee \chi) \wedge (\psi \vee \chi)$	16, $(A2)$, $(R1)$

Auf gleiche Weise erhalten wir:

(20) $$(\varphi \vee \chi) \wedge (\psi \vee \chi) \vdash (\varphi \wedge \psi) \vee \chi$$

Schließlich leiten wir ab:

(21) $$\varphi \vdash \varphi \vee \psi$$

1.	$\varphi \vdash (\psi \wedge \neg\psi) \vee \varphi$	(5)
2.	$\varphi \vdash (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \neg\psi)$	1, (13), (19), (20), (*R7*)
3.	$\varphi \vdash \varphi \vee \psi$	2, (*A3*), (*R1*)

5 Vollständigkeit des Systems VF^{s}

Wir zeigen nun den Satz über Vollständigkeit für VF^s:

THEOREM 2. *Wenn $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$, so ist $\varphi \vdash \psi$ These von VF^s.*

Der Beweis besteht aus einer Reihe von Hilfssätzen:

Zunächst benötigen wir einige Verallgemeinerungen bereits bekannter Sätze.

LEMMA 1. *Wenn $(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n) \wedge \psi, \varphi_i \wedge \psi \in \mathsf{K}$, dann sind die folgenden Sequenzen Thesen von VF^s:*

$$(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n) \wedge \psi \ \vdash \ (\varphi_1 \wedge \psi) \vee \ldots \vee (\varphi_n \wedge \psi)$$
$$(\varphi_1 \wedge \psi) \vee \ldots \vee (\varphi_n \wedge \psi) \ \vdash \ (\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n) \wedge \psi$$

Beweis. Für $n = 1$ gilt die Beziehung dank (2). Wir setzen induktiv die Gültigkeit für $n-1$ voraus. Wegen (13), (*A8*), (16) und (*R7*) erhalten wir:
$(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n) \wedge \psi \vdash ((\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \psi) \vee (\varphi_n \wedge \psi)$ und
$((\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \psi) \vee (\varphi_n \wedge \psi) \vdash (\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n) \wedge \psi$.
Wegen der Induktionsvoraussetzung gilt: $(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \psi \in \mathsf{K}$. In der Tat, für $(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \psi \notin \mathsf{K}$ gilt $(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \psi \in \mathsf{F}$, also auch $\varphi_i \wedge \psi \in \mathsf{F}$ für $i \leq n-1$, entgegen der Annahme. Mithin erhalten wir beide Sequenzen dank (*A8*), (16), (*R7*). □

LEMMA 2. *Wenn $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \in \mathsf{K}$, so sind die folgenden Sequenzen Thesen von VF^s:*

$$\neg(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \ \vdash \ \neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_n$$
$$\neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_n \ \vdash \ \neg(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n)$$

Beweis. Für $n = 1$ gilt das Lemma dank (2). Sei $n > 1$. Dann leiten wir aus (*A5*), (*A6*) und (*R7*) die Sequenzen ab:
(*a*) $\neg((\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}) \wedge \varphi_n) \vdash \neg(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}) \vee \neg\varphi_n$ und
(*b*) $\neg(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}) \vee \neg\varphi_n \vdash \neg((\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}) \wedge \varphi_n)$.
Wir setzen induktiv die Gültigkeit der Bedingung für $n-1$ voraus. Für den Fall $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \in \mathsf{K}$ erhalten wir aus der Induktionsvoraussetzung und wegen (*R7*) die These. Falls $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \in \mathsf{T}$, so ergibt sich $\varphi_1, \ldots, \varphi_{n-1} \in \mathsf{T}$ und $\varphi_n \in \mathsf{K}$. Somit erhalten wir aus (*a*), (*A11*) und (*R1*) die Sequenz $\neg((\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}) \wedge \varphi_n) \vdash \neg\varphi_n$. Daraus ergibt sich unter Beachtung von (*R6*) die erste nachzuweisende Sequenz. Ähnlich leiten wir aus (*A11*) und (*R6*) die Sequenz $\neg\varphi_1 \vee \ldots \vee \neg\varphi_{n-1} \vee \neg\varphi_n \vdash \neg(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}) \vee \neg\varphi_n$ ab. Daraus und aus (*b*) erhalten wir wegen (*R1*) die zweite Sequenz.

Obiges Vorgehen kann für beliebige Klammerungen wiederholt werden, indem entsprechend (7) und (8) oder (17) und (18) zum Einsatz kommen. □

LEMMA 3. *Wenn* $\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n \in \mathsf{K}$, *so sind folgende Sequenzen Thesen von* VF^s:

$$\neg(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n) \vdash \neg\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \neg\varphi_n$$
$$\neg\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \neg\varphi_n \vdash \neg(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n)$$

Beweis. Für $n = 1$ gilt das Lemma kraft (2). Sei $n > 1$. Dann leiten wir mittels (14), (15) und (*R7*) die Sequenzen ab:
(*a*) $\neg((\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \vee \varphi_n) \vdash \neg(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \neg\varphi_n$ und
(*b*) $\neg(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \neg\varphi_n \vdash \neg((\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \vee \varphi_n)$.
Wir setzen induktiv voraus, daß die Bedingung für $n-1$ gilt. Somit erhalten wir für den Fall $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \in \mathsf{K}$ kraft der Induktionsvoraussetzung und (*R7*) die These. Falls $\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1} \in \mathsf{F}$, erhalten wir $\varphi_1, \ldots, \varphi_{n-1} \in \mathsf{F}$ und $\varphi_n \in \mathsf{K}$. Somit leiten wir aus (*a*), (1) und (*R1*) die Sequenz $\neg((\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \vee \varphi_n) \vdash \neg\varphi_n$ ab. Daraus folgt wegen (*A4*) und (*R4*) die erste der nachzuweisenden Sequenzen. Ähnlich ergibt sich aus (1), (*A4*) und (*R4*) die Sequenz $\neg\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \neg\varphi_{n-1} \wedge \neg\varphi_n \vdash \neg(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_{n-1}) \wedge \neg\varphi_n$. Daraus und aus (*b*) und (*R1*) erhalten wir die andere Sequenz. □

Sei $\mathsf{E}^\wedge$ die Menge der *elementaren Konjunktionen*. Dazu rechnen wir Aussagenvariablen und deren Negationen sowie Konjunktionen aus Variablen und deren Negationen. Sei weiter $\mathsf{L}^{\vee\wedge}$ die Menge aller Konjunktionen aus $\mathsf{E}^\wedge$ und aller Alternativen derartiger Konjunktionen. Die Elemente der Menge $\mathsf{L}^{\vee\wedge}$ stehen also in *alternativ-konjunktiver Normalform*. Wir beweisen einige Lemmata über Formeln aus $\mathsf{L}^{\vee\wedge}$.

LEMMA 4. *Für jedes* $\kappa \in \mathsf{E}^\wedge \cap \mathsf{K}$ *gibt es ein* $\varphi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$ *derart, daß die Sequenzen* $\neg\kappa \vdash \varphi$ *und* $\varphi \vdash \neg\kappa$ *Thesen des Systems sind.*

Beweis. Kraft Lemma 2, (*A1*), (*A2*) und (*R7*). □

LEMMA 5. *Sei* $\varphi_1, \ldots, \varphi_n \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$ *für* $n > 0$. *Wenn* $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \in \mathsf{K}$, *so gibt es ein* $\psi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$ *derart, daß die folgenden Sequenzen Thesen von* VF^s *sind:*

$$\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \vdash \psi$$
$$\psi \vdash \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$$

Beweis. Induktion über n.

(I) Für $n = 1$: kraft (2) und Induktionsvoraussetzung setzen wir $\psi = \varphi_1$.

(II) Für $n = 2$: wir nehmen an, daß $\varphi_1 = \kappa_1 \vee \ldots \vee \kappa_m$, $\varphi_2 = \lambda_1 \vee \ldots \vee \lambda_l$, wobei $m, l > 0$ und $\kappa_i, \lambda_i \in \mathsf{E}^\wedge$. Wir betrachten drei Fälle:

(i) Sei $l = 1 = m$. Dann gilt nach Induktionsvoraussetzung $\kappa_1 \wedge \lambda_1 \in \mathsf{E}^\wedge \cap \mathsf{K} \subseteq \mathsf{L}^{\vee\wedge}$. Daher können wir gemäß (2) annehmen, daß $\psi = \kappa_1 \wedge \lambda_1$.

(ii) Sei $m + l = k > 1$ und $m > 1$. Dann gelten nach Induktionsvoraussetzung, (2), (7), (8) und (*R7*) die Sequenzen: $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \vdash (\kappa_1 \vee (\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m)) \wedge \varphi_2$ und $(\kappa_1 \vee (\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m)) \wedge \varphi_2 \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2$. Daraus und aus (*A8*) und (16) erhalten wir wegen (*R7*) die Sequenzen: (*a*) $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \vdash (\kappa_1 \wedge \varphi_2) \vee ((\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2)$ und (*b*) $(\kappa_1 \wedge \varphi_2) \vee ((\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2) \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2$.

Wir nehmen an, daß das Lemma für $n = 2$ für sämtliche m und l gilt, die $m + l < k$ erfüllen. Wegen Induktionsvoraussetzung und Theorem 1 gilt einer der drei Fälle:

(a) $\kappa_1 \wedge \varphi_2, (\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2 \in \mathsf{K}$. Nach Induktionsvoraussetzung gibt es ein $\psi_1, \psi_2 \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$, für das die Sequenzen $\kappa_1 \wedge \varphi_2 \vdash \psi_1$, $\psi_1 \vdash \kappa_1 \wedge \varphi_2$, $(\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2 \vdash \psi_2$ und $\psi_2 \vdash (\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2$ Thesen von VF^s sind. Nach Anwendung von (*R7*) auf die Sequenzen (*a*) und (*b*) erhalten wir: $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \vdash \psi_1 \vee \psi_2$ und $\psi_1 \vee \psi_2 \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2$.

(b) $\kappa_1 \wedge \varphi_2 \in \mathsf{K}$ und $(\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2 \in \mathsf{F}$. Nach Induktionsvoraussetzung gibt es ein $\psi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$ derart, daß die Sequenzen: $\kappa_1 \wedge \varphi_2 \vdash \psi$ und $\psi \vdash \kappa_1 \wedge \varphi_2$ Thesen von VF^s sind. Somit leiten wir aus den Sequenzen (a) und (b) unter Verwendung von $(R7)$ die Sequenzen ab: (a') $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \vdash \psi \vee ((\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2)$ und (b') $\psi \vee ((\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2) \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2$. Aus (a') erhalten wir mittels $(A10)$ und $(R1)$ die Sequenz: $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \vdash \psi$. Daraus ergibt sich wegen $(R5)$ weiter $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \vdash \psi \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j})$, wobei $p_{i_1}, \ldots, p_{i_j}$ alle Variablen aus $\mathsf{V}(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \setminus \mathsf{V}(\psi)$ sind. Ferner ist $\psi \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j}) \vdash \psi$ Spezialfall des Axioms $(A10)$. Daraus erhalten wir mittels (R6): $\psi \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j}) \vdash \psi \vee ((\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2)$. Daher und wegen (b') erhalten wir angesichts $(R1)$ schließlich $\psi \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j}) \vdash \varphi_1 \wedge \varphi_2$.

(c) $\kappa_1 \wedge \varphi_2 \in \mathsf{F}$ und $(\kappa_2 \vee \ldots \vee \kappa_m) \wedge \varphi_2 \in \mathsf{K}$. Analog zu (b).

(iii) Sei $m + l > 2$ und $l > 1$. Analog zu (ii).

(III) Für $n > 2$ setzen wir induktiv die Richtigkeit des Lemmas für alle $m < n$ voraus. Wir unterscheiden zwei Fälle:

(i) $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \in \mathsf{K}$. Dann gibt es nach Induktionsvoraussetzung ein solches $\psi' \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$, daß die Sequenzen $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \vdash \psi'$ und $\psi' \vdash \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}$ Thesen von VF^s sind. Daraus und aus (2) ergeben sich kraft Voraussetzung und $(R7)$ die Sequenzen $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \vdash \psi' \wedge \varphi_n$ und $\psi' \wedge \varphi_n \vdash \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$. Durch erneute Verwendung der Induktionsvoraussetzung erhalten wir ein solches $\psi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$, daß die Sequenzen $\psi' \wedge \varphi_n \vdash \psi$ und $\psi \vdash \psi' \wedge \varphi_n$ Thesen von VF^s sind. Wegen $(R1)$ erhalten wir also die gesuchten Thesen.

(ii) $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \notin \mathsf{K}$. Dann ist $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \in \mathsf{T}$ und $\varphi_n \in \mathsf{K}$. Folglich leiten wir dank $(R5)$ aus der These $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \wedge \varphi_n \vdash \varphi_n$ mit dem Schema (1) die Sequenz $\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1} \wedge \varphi_n \vdash \varphi_n \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j})$ ab, in der $p_{i_1}, \ldots, p_{i_j}$ alle Variablen der Menge $\mathsf{V}(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1}) \setminus \mathsf{V}(\varphi_n)$ sind. Ferner ist $\varphi_n \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j}) \vdash \varphi_n$ ein Spezialfall des Axioms $(A10)$. Daraus ergibt sich wegen $(R4)$ auch $\varphi_n \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j}) \vdash \varphi_n \wedge (\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_{n-1})$. Hieraus und aus $(A4)$ erhalten wir dank $(R7)$ schließlich $\varphi_n \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_j} \wedge \neg p_{i_j}) \vdash \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$.

Die Überlegungen aus (III) lassen sich für beliebige Klammerungen wiederholen. □

LEMMA 6. *Für jedes $\varphi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$ gibt es ein solches $\psi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$, daß die Sequenzen $\neg\varphi \vdash \psi$ und $\psi \vdash \neg\varphi$ Thesen von VF^s sind.*

Beweis. Wir nehmen an, daß $\varphi = \kappa_1 \vee \ldots \vee \kappa_n$, wobei $\kappa_i \in \mathsf{E}^{\wedge}$ für $i = 1, \ldots, n \geq 1$. Dank Lemma 3 erhalten wir die Thesen $\neg(\kappa_1 \vee \ldots \vee \kappa_n) \vdash \neg\kappa_1 \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_n$ und $\neg\kappa_1 \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_n \vdash \neg(\kappa_1 \vee \ldots \vee \kappa_n)$.

Sei nun $\kappa_{i_1}, \ldots, \kappa_{i_m} \in \mathsf{K}$ für $0 < m \leq n$. Kraft Lemma 4 gibt es solche $\varphi_{i_1}, \ldots, \varphi_{i_m} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$, daß für $j = 1, \ldots, m$ die Sequenzen $\neg\kappa_{i_j} \vdash \varphi_{i_j}$ und $\varphi_{i_j} \vdash \neg\kappa_{i_j}$ Thesen von VF^s sind.

Wir bemerken, daß mit $\varphi, \neg\kappa_{i_j} \in \mathsf{K}$ für $1 \leq j \leq m$ auch $\neg\kappa_{i_1} \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_{i_m} \in \mathsf{K}$ gilt. Mithin erhalten wir, gemäß $\neg\kappa_{i_1} \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_{i_m} \vdash \neg\kappa_{i_1} \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_{i_m}$ und unter Benutzung von $(R7)$, die Thesen: (a) $\neg\kappa_{i_1} \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_{i_m} \vdash \varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m}$ und (b) $\varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m} \vdash \neg\kappa_{i_1} \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_{i_m}$.

Aus $(A3)$, (1), (7), (8) und $(R1)$ leiten wir die Sequenz $\neg\varphi \vdash \neg\kappa_{i_1} \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_{i_m}$ ab. Daraus und aus (a) ergibt sich die Sequenz $\neg\varphi \vdash \varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m}$. Somit ergibt sich wegen $(R4)$ auch $\neg\varphi \vdash \varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m} \wedge (p_{k_1} \vee \neg p_{k_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{k_l} \vee \neg p_{k_l})$, wobei $p_{k_1}, \ldots, p_{k_l}$ alle Variablen der Menge $\mathsf{V}(\varphi) \setminus \mathsf{V}(\varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m})$ sind.

Aus (b), $(A3)$ und $(R1)$ erhalten wir $\varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m} \wedge (p_{k_1} \vee \neg p_{k_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{k_l} \vee \neg p_{k_l}) \vdash \neg\kappa_{i_1} \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_{i_m}$. Da die anderen in φ auftretenden elementaren

Konjunktionen zu F gehören, ergibt sich nach $(R4)$ schließlich $\varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m} \wedge (p_{k_1} \vee \neg p_{k_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{k_l} \vee \neg p_{k_l}) \vdash \neg\kappa_1 \wedge \ldots \wedge \neg\kappa_n$. Deshalb gilt, wegen $(R1)$, auch $\varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m} \wedge (p_{k_1} \vee \neg p_{k_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{k_l} \vee \neg p_{k_l}) \vdash \neg\varphi$.

Wendet man auf $\varphi_{i_1} \wedge \ldots \wedge \varphi_{i_m} \wedge (p_{k_1} \vee \neg p_{k_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{k_l} \vee \neg p_{k_l})$ das Lemma 5 an, so ergibt sich ein $\psi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$ derart, daß wegen $(R7)$ die Thesen $\neg\varphi \vdash \psi$ und $\psi \vdash \neg\varphi$ folgen. □

LEMMA 7. *Für jedes $\varphi \in \mathsf{K}$ gibt es ein $\varphi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$ derart, daß die Sequenzen $\varphi \vdash \varphi^{\mathrm{a}}$ und $\varphi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi$ Thesen von VF^s sind.*

Beweis. Induktion über Formelaufbau von φ.

(I) $\varphi \in \mathsf{V}$. Dann gilt $\varphi \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$, und $\varphi \vdash \varphi$ ist These der Form (2).

(II) $\varphi = \neg\psi$. Mithin $\psi \in \mathsf{K}$. Für ψ setzen wir induktiv die Gültigkeit der fraglichen Beziehung voraus, also die Existenz solcher $\psi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$, daß die Sequenzen $\psi \vdash \psi^{\mathrm{a}}$ und $\psi^{\mathrm{a}} \vdash \psi$ Thesen von VF^s sind. Indem man auf $\varphi \vdash \varphi$ die Regel $(R7)$ anwendet, erhält man Sequenzen $\neg\psi \vdash \neg\psi^{\mathrm{a}}$ und $\neg\psi^{\mathrm{a}} \vdash \neg\psi$. Nach Anwendung von Lemma 6 auf ψ^{a} ergibt sich ein solches $\varphi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$, daß die Sequenzen $\neg\psi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi^{\mathrm{a}}$ und $\varphi^{\mathrm{a}} \vdash \neg\psi^{\mathrm{a}}$ Thesen von VF^s sind. Wegen $(R1)$ erhalten wir daraus die gesuchten Thesen.

(III) $\varphi = \psi \vee \chi$. Wir untersuchen drei Fälle. (i) $\psi, \chi \in \mathsf{K}$. Nach Induktionsvoraussetzung gibt es solche $\psi^{\mathrm{a}}, \chi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$, welche die Ableitungen der Thesen $\psi \vdash \psi^{\mathrm{a}}$, $\psi^{\mathrm{a}} \vdash \psi$, $\chi \vdash \chi^{\mathrm{a}}$ und $\chi^{\mathrm{a}} \vdash \chi$ gestatten. Daraus erhalten wir wegen $(R7)$: $\varphi \vdash \psi^{\mathrm{a}} \vee \chi^{\mathrm{a}}$ und $\psi^{\mathrm{a}} \vee \chi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi$. Natürlich ist $\psi^{\mathrm{a}} \vee \chi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$. (ii) $\psi \in \mathsf{K}$ und $\chi \in \mathsf{F}$. Dank $(A10)$ ergibt sich $\varphi \vdash \psi$. Wegen der Induktionsvoraussetzung gibt es ein $\psi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$ derart, daß die Sequenzen $\psi \vdash \psi^{\mathrm{a}}$ und $\psi^{\mathrm{a}} \vdash \psi$ Thesen von VF^s sind. Kraft $(R1)$ und $(R5)$ haben wir die These $\varphi \vdash \psi^{\mathrm{a}} \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_k} \wedge \neg p_{i_k})$, wobei $p_{i_1}, \ldots, p_{i_k}$ alle Variablen der Menge $\mathsf{V}(\varphi) \setminus \mathsf{V}(\psi)$ sind. Ferner erhalten wir wegen des Axioms $\psi^{\mathrm{a}} \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_k} \wedge \neg p_{i_k}) \vdash \psi^{\mathrm{a}}$, der Form $(A10)$ und der Regeln $(R1)$ und $(R5)$ die These $\psi^{\mathrm{a}} \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_k} \wedge \neg p_{i_k}) \vdash \psi \vee \chi$. (iii) $\psi \in \mathsf{F}$ und $\chi \in \mathsf{K}$. Analog zu (ii), unter Verwendung von $(A11)$ i $(R6)$.

(IV) $\varphi = \psi \wedge \chi$. Wir betrachten erneut drei Fälle (i) $\psi, \chi \in \mathsf{K}$. Nach Induktionsvoraussetzung gelten für einige $\psi^{\mathrm{a}}, \chi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$ die Thesen: $\psi \vdash \psi^{\mathrm{a}}$, $\psi^{\mathrm{a}} \vdash \psi$, $\chi \vdash \chi^{\mathrm{a}}$ und $\chi^{\mathrm{a}} \vdash \chi$. Daraus und aus $(R7)$ erhalten wir die Thesen: $\varphi \vdash \psi^{\mathrm{a}} \wedge \chi^{\mathrm{a}}$ und $\psi^{\mathrm{a}} \wedge \chi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi$. Kraft Lemma 5 gibt es solche $\varphi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$, daß die Sequenzen $\psi^{\mathrm{a}} \wedge \chi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi^{\mathrm{a}}$ und $\varphi^{\mathrm{a}} \vdash \psi^{\mathrm{a}} \wedge \chi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi^{\mathrm{a}}$ Thesen von VF^s sind. Aus $(R1)$ erhalten wir mithin die Sequenzen $\varphi \vdash \varphi^{\mathrm{a}}$ und $\varphi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi$. (ii) $\psi \in \mathsf{K}$ und $\chi \in \mathsf{T}$. Nach Induktionsvoraussetzung gelten für einige $\psi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge}$ die Thesen $\psi \vdash \psi^{\mathrm{a}}$ und $\psi^{\mathrm{a}} \vdash \psi$. Damit erhalten wir aus dem Axiom $\varphi \vdash \psi$, der Form $(A3)$ und $(R1)$ auch $\varphi \vdash \psi^{\mathrm{a}}$. Daraus ergibt sich kraft $(R1)$ und $(R5)$ die These $\varphi \vdash \psi^{\mathrm{a}} \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_k} \wedge \neg p_{i_k})$, wobei $p_{i_1}, \ldots, p_{i_k}$ alle Variablen aus der Menge $\mathsf{V}(\varphi) \setminus \mathsf{V}(\psi)$ sind. Ferner erhalten wir dank des Axioms $\psi^{\mathrm{a}} \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_k} \wedge \neg p_{i_k}) \vdash \psi^{\mathrm{a}}$, der Form $(A10)$ und der Regeln $(R1)$ sowie $(R4)$ die These $\psi^{\mathrm{a}} \vee (p_{i_1} \wedge \neg p_{i_1}) \vee \ldots \vee (p_{i_k} \wedge \neg p_{i_k}) \vdash \psi \wedge \chi$. (iii) $\psi \in \mathsf{T}$ und $\chi \in \mathsf{K}$. Analog zu (ii), unter Nutzung von (1) und $(A4)$. □

Für Formeln φ aus K bezeichnen wir durch φ° ihre *kanonische konjunktiv-alternative Normalform* (Asser (1959)). Sei $\mathsf{V}(\varphi) = \{p_{i_1}, \ldots, p_{i_n}\}$ für $i_1 < \ldots < i_n$. Dann sei $\varphi^\circ \stackrel{\mathrm{df}}{=} \kappa_1^{\mathrm{k}} \vee \ldots \vee \kappa_m^{\mathrm{k}}$, wobei 1° $\kappa_i^{\mathrm{k}} = p_{i_1}^{b_{i_1}} \wedge \ldots \wedge p_{i_n}^{b_{i_n}}$, 2° die Belegung $\mathsf{V}(\varphi) \ni p_{i_j} \mapsto b_{i_j} \in \{0,1\}$ verifiziert φ und 3° $p_{i_j}^{b_i}$ ist p_{i_j}, falls $b_{i_j} = 1$, und $\neg p_{i_j}$ andernfalls. Ferner ist die Reihenfolge der Elementarkonjunktionen in φ° durch die wachsende Folge der Zahlen $b_{i_1} \ldots b_{i_n}$ im Binärsystem ausgezeichnet.

LEMMA 8. *Wenn $\varphi \in \mathsf{K}$, dann sind die Sequenzen $\varphi \vdash \varphi^\circ$ und $\varphi^\circ \vdash \varphi$ Thesen von VF^s.*

Beweis. Für $\varphi \in \mathsf{K}$ sei $\mathsf{V}(\varphi) = \{p_{i_1}, p_{i_2}, \ldots, p_{i_n}\}$, wobei $i_1 < i_2 < \ldots < i_n$.

Kraft Lemma 7 gibt es ein $\varphi^{\mathrm{a}} \in \mathsf{L}^{\vee\wedge} \cap \mathsf{K}$ derart, daß die Sequenzen $\varphi \vdash \varphi^{\mathrm{a}}$ und $\varphi^{\mathrm{a}} \vdash \varphi$ Thesen von VF^s sind. Seien $\kappa_1, \ldots, \kappa_m$ $(m > 0)$ alle zu K gehörenden Elementarkonjunktionen in φ^{a}.

Für $1 \leq i \leq m$ können wir dank $(A4)$, (7), (8), (3), $(R1)$ und $(R7)$ die Sequenzen $\kappa_i \vdash \kappa_i'$ und $\kappa_i' \vdash \kappa_i$ ableiten, wobei $\mathsf{V}(\kappa_i') = \mathsf{V}(\kappa_i)$ und κ_i' sich nur dadurch von κ_i unterscheiden, daß sich kein Konjunktionsglied von κ_i' wiederholt und daß sie in steigender Indexfolge auftreten. Sei nun $l_1 < \ldots < l_j$ und $\{p_{l_1}, \ldots, p_{l_j}\} = \mathsf{V}(\varphi) \setminus \mathsf{V}(\kappa_i)$. Kraft $(A4)$, (16), $(A8)$, (7), (8) und $(R7)$ erhalten wir die Sequenzen $\kappa_i' \wedge (p_{l_1} \vee \neg p_{l_1}) \vdash (\kappa_i')_1^1 \vee (\kappa_i')_1^0$ und $\kappa_1^1 \vee \kappa_1^0 \vdash \kappa_i' \wedge (p_{l_1} \vee \neg p_{l_1})$, wobei $(\kappa_i')_1^1$ und $(\kappa_i')_1^0$ sich nur dadurch von $\kappa_i' \wedge p_{l_1}$ bzw. $\kappa_i' \wedge \neg p_{l_1}$ unterscheiden, daß ihre Glieder nach steigenden Indizes der Variablen geordnet sind. Im zweiten Schritt erhalten wir für die Variable p_{l_2} analog die Sequenzen $(\kappa_i')_1^1 \wedge (p_{l_2} \vee \neg p_{l_2}) \vdash (\kappa_i')_{12}^{11} \vee (\kappa_i')_{12}^{10}$, $(\kappa_i')_{12}^{11} \vee (\kappa_i')_{12}^{10} \vdash (\kappa_i')_1^1 \wedge (p_{l_2} \vee \neg p_{l_2})$, $(\kappa_i')_1^0 \wedge (p_{l_2} \vee \neg p_{l_2}) \vdash (\kappa_i')_{12}^{01} \vee (\kappa_i')_{12}^{00}$ und $(\kappa_i')_{12}^{01} \vee (\kappa_i')_{12}^{00} \vdash (\kappa_i')_1^0 \wedge (p_{l_2} \vee \neg p_{l_2})$. Mithin, dank (16), $(A8)$, $(R1)$ und $(R7)$, ergibt sich $\kappa_i' \wedge (p_{l_1} \vee \neg p_{l_1}) \wedge (p_{l_2} \vee \neg p_{l_2}) \vdash (\kappa_i')_{12}^{11} \vee (\kappa_i')_{12}^{10} \vee (\kappa_i')_{12}^{01} \vee (\kappa_i')_{12}^{00}$ und $(\kappa_i')_{12}^{11} \vee (\kappa_i')_{12}^{10} \vee (\kappa_i')_{12}^{01} \vee (\kappa_i')_{12}^{00} \vdash \kappa_i' \wedge (p_{l_1} \vee \neg p_{l_1}) \wedge (p_{l_2} \vee \neg p_{l_2})$. Dieses Verfahren wiederholen wir bis hin zu j und erhalten so die Sequenzen $\kappa_i' \wedge (p_{l_1} \vee \neg p_{l_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{l_j} \vee \neg p_{l_j}) \vdash (\kappa_i')_{12\ldots j}^{11\ldots 1} \vee (\kappa_i')_{12\ldots j}^{11\ldots 0} \vee \ldots \vee (\kappa_i')_{12\ldots j}^{00\ldots 0}$ und $(\kappa_i')_{12\ldots j}^{11\ldots 1} \vee (\kappa_i')_{12\ldots j}^{11\ldots 0} \vee \ldots \vee (\kappa_i')_{12\ldots j}^{00\ldots 0} \vdash \kappa_i' \wedge (p_{l_1} \vee \neg p_{l_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{l_j} \vee \neg p_{l_j})$. Wir bezeichnen die erhaltene 2^j–gliedrige Alternative durch κ_i^{ka}. Aus ihrer Konstruktion bekommt man $\mathsf{V}(\kappa_i^{\mathrm{ka}}) = \mathsf{V}(\varphi)$.

Wir bemerken, daß sich dank $(A10)$, $(A11)$, (13), (17), (18), $(R1)$ und $(R7)$ die Sequenz $\varphi^{\mathrm{a}} \vdash \kappa_1' \vee \ldots \vee \kappa_m'$ ableiten läßt. Daraus und aus $(R4)$, (13), (17), (18), (16), $(A8)$, $(R1)$ und $(R7)$ erhalten wir $\varphi^{\mathrm{a}} \vdash \kappa_1^{\mathrm{ka}} \vee \ldots \vee \kappa_m^{\mathrm{ka}}$. Ferner finden wir wegen (19), (20), (13), (17), (18), $(R1)$, $(R5)$, $(R7)$ und Lemma 1 die Sequenz $\kappa_1^{\mathrm{ka}} \vee \ldots \vee \kappa_m^{\mathrm{ka}} \vdash \varphi^{\mathrm{a}}$.

Schließlich können wir dank (17), (18), (9), (10) und (13) aus der Alternative $\kappa_1^{\mathrm{ka}} \vee \ldots \vee \kappa_m^{\mathrm{ka}}$ die sich wiederholenden Elementarkonjunktionen entfernen und die anderen in die für φ° gemäße Ordnung bringen.

Es bleibt zu zeigen, daß eine so erhaltene Alternative in der Tat die Formel φ° ist.

In der Klassischen Aussagenlogik ist diese Alternative zu φ äquivalent. Somit verifiziert eine beliebige Belegung $p_{i_1} \mapsto b_{i_1}, \ldots, p_{i_n} \mapsto b_{i_n}$ die Formel φ genau dann, wenn sie die Alternative verifiziert, d.h. zumindest eines ihres Glieder. Daraus folgt einerseits, daß in der Alternative alle Elementarkonjunktionen vorkommen, die durch die die Formel φ verifizierenden Belegungen ausgezeichnet werden, und andererseits, daß nur solche Konjunktionen vorkommen. □

Wir können nun den Beweis des Vollständigkeitssatzes beenden.

Sei $\varphi \models_{\mathrm{s}} \psi$. Dann gilt $\varphi \models \psi$, $\mathsf{V}(\psi) \subseteq \mathsf{V}(\varphi)$ sowie $\varphi, \psi \in \mathsf{K}$. Sei weiterhin $\psi' = \psi \wedge (p_{i_1} \vee \neg p_{i_1}) \wedge \ldots \wedge (p_{i_n} \vee \neg p_{i_n})$, wobei $p_{i_1}, \ldots, p_{i_n}$ sämtliche Variablen aus $\mathsf{V}(\varphi) \setminus \mathsf{V}(\psi)$ sind. Also gilt $\mathsf{V}(\psi') = \mathsf{V}(\varphi)$.

Kraft Lemma 8 erhalten wir die Thesen $\varphi \vdash \varphi^\circ$ und $\psi'^\circ \vdash \psi'$. Wegen $\varphi \models \psi$, ergibt sich $\varphi^\circ \models \psi'^\circ$. Also kommen alle Alternativglieder φ° auch in ψ'° vor. Wegen (21) und $(R1)$ leiten wir $\varphi^\circ \vdash \psi'^\circ$ ab. Ferner erhalten wir aus $(A3)$ und $(R1)$ die These $\psi' \vdash \psi$. Mithin ergibt sich, dank der Regel $(R1)$ und der bereits bewiesenen Thesen, $\varphi \vdash \psi$.

Bemerkung. Der Umstand, daß die Schema $(A7)$ entsprechenden Axiome nur zur Ableitung von Thesen der Form (16) benutzt wurden, deutet darauf hin, daß VF^s

einem System äquivalent ist, in welchem die dem Schema $(A7)$ entsprechenden Axiome gegen Axiome ausgetauscht sind, die dem Schema (16) entsprechen.

Es genügt nämlich, $(A7)$ unter Benutzung von (16) abzuleiten:

1.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\varphi \wedge \chi) \vee (\psi \wedge \chi)$	(16)
2.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\psi \wedge \chi) \vee (\varphi \wedge \chi)$	1, (13), $(R7)$
3.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\psi \vee (\varphi \wedge \chi)) \wedge (\chi \vee (\varphi \wedge \chi))$	2, (20), (19), $(R7)$
4.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash \psi \vee (\varphi \wedge \chi)$	3, $(A3)$, $(R1)$
5.	$(\varphi \vee \psi) \wedge \chi \vdash (\varphi \wedge \chi) \vee \psi$	4, (13), $(R7)$ $\square$

Postscriptum

Auf Wessels *Logik* traf ich Mitte der achtziger Jahre. Seine Relation der strikten logischen Folgebeziehung inspirierte mich zur Konstruktion einer anderen Beziehung, die ähnlicher Art ist. Ich definierte nämlich eine die logische Information erhaltende Inferenzrelation:

$\varphi \models_{\mathrm{i}} \psi$ gdw. (a) die Information von ψ ist Teil der Information von φ,
(b) $\varphi \notin \mathsf{F}$ und $\psi \notin \mathsf{T}$.

Die Bedingung (b) stammt aus der Definition von $\models_{\mathrm{s}}$. Die in (a) vorkommenden Begriffe *Teil einer Information* und *Information einer Formel* sind in Pietruszczak (1994) definiert. Wenn die Information von ψ Teil der Information von φ ist, so gilt $\varphi \models \psi$, jedoch nicht umgekehrt. Es gilt aber nicht die Bedingung $\mathsf{V}(\psi) \subseteq \mathsf{V}(\varphi)$ aus der Definition von $\models_{\mathrm{s}}$. Aus (a) folgt lediglich, daß $\emptyset \neq \mathsf{V}_{\mathrm{e}}(\psi) \subseteq \mathsf{V}_{\mathrm{e}}(\varphi)$, wobei $\mathsf{V}_{\mathrm{e}}(\psi)$ die Menge der wesentlichen Variablen von ψ ist.[3] Die Relation $\models_{\mathrm{i}}$ wurde in Pietruszczak (im Druck) axiomatisiert.

Literatur

Asser, G.: *Einführung in die mathematische Logik*, Teil I. Leipzig 1959.

Pietruszczak, A.: Informacja logiczna i jej zastosowanie w teorii wynikania (Logische Information und Konsequenztheorie). *Ruch Filozoficzny* LI 1994, 341–348.

Pietruszczak, A.: Consequence and logical information. *Logic and Logical Philosophy* (im Druck).

Scheffler, U.: Deontische Paradoxien der Strikten Folgebeziehung. Unv. Manuskript 1992.

Wessel, H.: *Logik*. Berlin 1984.

[3] Intuitiv ausgedrückt ist eine gegebene Variable in ψ genau dann wesentlich, wenn der Wert der Formel ψ vom Wert dieser Variablen abhängt. Natürlich gilt $\mathtt{V}_{\mathrm{e}}(\psi) \neq \emptyset$ gdw. $\psi \in \mathsf{K}$.

UWE SCHEFFLER & YAROSLAV SHRAMKO*

EINE GENERELLE INFORMATIONSSEMANTIK FÜR SYSTEME DER LOGISCHEN FOLGEBEZIEHUNG

Horst Wessel zum sechzigsten Geburtstag

1 Vorbemerkungen

Es gibt eine ganze Reihe logisch–philosophischer Arbeiten, die der Kritik an den sogenannten „Paradoxien der klassischen Folgebeziehung“ gewidmet sind. Viele Autoren haben diese Paradoxien auf unterschiedliche Weise analysiert, zahlreiche Eliminierungsstrategien vorgeschlagen und entsprechende paradoxienfreie Systeme konstruiert.

In diesem Aufsatz möchten wir die Aufmerksamkeit auf diejenige Richtung der nichtklassischen Theorie der logischen Folgebeziehung lenken, die in den 60er und 70er Jahren von A. Sinowjew initiiert wurde. In seinen Arbeiten und in denen seiner Schüler und Anhänger wurden Kriterien für die Gültigkeit von Aussagen über die logische Folgebeziehung formuliert und eine Reihe entsprechender Kalküle aufgebaut. Mit unserem Beitrag beabsichtigen wir, eine semantische Interpretation für einige von diesen Systemen vorzuschlagen. Insbesondere werden uns das System der strengen logischen Folgebeziehung von A. Sinowjew und das System der strikten logischen Folgebeziehung von H. Wessel interessieren. Der zentrale Begriff unserer Interpretation ist der Begriff der *Information*.

2 Ein informationstheoretischer Zugang zur Deduktion

Traditionell kann *logische Folgebeziehung* folgendermaßen definiert werden:

Definition 1
Aus der Aussage A folgt die Aussage B dann und nur dann, wenn B immer wahr ist, falls A wahr ist.

*Die Arbeit entstand während eines Forschungsaufenthaltes an der Humboldt–Universität Berlin, der dank eines großzügig gewährten Stipendiums der *Alexander von Humboldt–Stiftung* möglich wurde.

Häufig wurde jedoch darauf hingewiesen, daß diese Definition unzureichend ist (vgl. beispielsweise Sinowjew/Wessel (1975), S. 211), weil das übliche, natürlichsprachliche Verständnis von Folgebeziehung auch eine bestimmte Verbindung der Aussagen dem Inhalt nach voraussetzt. Das ist in der Definition oben ausgeklammert. In diesem Zusammenhang wurden verschiedene Kriterien angeboten, die diese Verbindung ausdrücken sollen. In Sinowjew/Wessel (1975) und Wessel (1984) beispielsweise wird die Forderung nach einem „Sinnzusammenhang" zwischen Prämissen und Konklusion betrachtet. Diese Bedingung entspricht unseren Intentionen, wir möchten ihr aber eine neue Auslegung geben.

Zunächst möchten wir anmerken, daß die explizite Berufung auf die Wahrheitswerte eigentlich überflüssig ist (vgl. Orlov (1928), S. 264). Die Deduktion bleibt schließlich die gleiche, unabhängig davon, ob die Aussagen, die sie verbindet, wahr oder falsch sind. Im Kontrast dazu scheint das Vorhandensein oder Fehlen der oben erwähnten Verbindung zwischen Prämissen und Konklusion dagegen viel wichtiger zu sein. Wir schlagen daher vor, informationstheoretische Begriffe zu ihrer Interpretation zu benutzen.

Die logische Folgebeziehung kann auf recht natürliche Weise als Informationsbeziehung zwischen den entsprechenden Aussagen erklärt werden. Ein solches Verständnis ist eng mit der generellen Explikation der Deduktion als einem Prozeß des Informationserwerbs verbunden. In einem solchen Prozeß passiert tatsächlich nichts anderes als ein Übergang von Voraussetzungen zu der einen oder der anderen Folgerung. Dieser Übergang ist dadurch begründet, daß wir in der Folgerung Wissen *aktualisieren*, was in den Voraussetzungen *implizit* bereits vorhanden ist. Mit anderen Worten, wenn wir eine Folgerung ziehen, ziehen wir eine bestimmte Information aus den Prämissen heraus. Das gehört zum Zweck des logischen Schließens: Neben der Behauptung, daß aus A die Aussage B logisch folgt, schreibt Wessel (Wessel (1984), S. 159), muß man dann B akzeptieren, nachdem man A als etwas Verarbeitetes beiseite läßt — dies gewährleistet ein Fortschreiten der Erörterungen. Genau darum geht es. Die Vorstellung, daß Sätze eng mit Informationen verbunden sind, ist übrigens nicht neu. Russell schreibt schon 1914 (vgl. Russell (1993), S. 52 f.), daß man, um einen Satz zu verstehen, Kenntnis sowohl von seinen Konstituenten als auch von seiner konkreten logischen Form haben muß — denn dies sei die Art, in der ein Satz Information übermittelt: er sagt, welche Objekte entsprechend welcher konkreten logischen Form in Relation zueinander stehen. Konstituenten sind für ihn dabei all jene Entitäten, deren sprachliche Entsprechungen im Satz ausgetauscht werden können, ohne die logische Form zu ändern; so etwa „Sokrates", „Xanthippe" oder „sterblich" und „verheiratet" in *Sokrates ist sterblich, Sokrates ist verheiratet, Xanthippe ist sterblich* und so weiter. Russell betont auch dort schon, daß in jedem Schluß allein die Form wesentlich ist und der konkrete Stoff irrelevant, außer als Garant für die Wahrheit der Prämissen. Die logische Form, der logische Teil der Information garantiert die Gültigkeit der Schlüsse, und diese Form ist (aussagenlogisch) mit den entsprechenden aussagenbildenden Operatoren gegeben. Zugrundeliegend ist hier ein Semantikverständnis, was so bis zum scheinbar unaufhaltsamen Siegeszug der Mögliche–Welten–Semantiken unbestritten war: Eine Semantik ist eine Interpretation der logischen Konstanten und eine Bewertung der atomaren Aussagen. Eine Formel ist dementsprechend logisch wahr (Tautologie), wenn sie bei jeder Re-Interpretation der Variablen wahr ist (das ist die erwähnte Ersetzung der Konstituenten). Wir werden darauf zurückkommen.

Es ist in Hinsicht auf die vorhandene Information offenbar eine der wichtigsten Anforderungen an eine Deduktion, daß es im Prozeß des Schließens zu keinem Informationszuwachs (zu keiner Informationserweiterung) kommen darf. Die Gesamtinformation, die in den Voraussetzungen vorhanden ist, muß größer als die

(oder gleich der) Information in der Folgerung sein. Diese Forderung drückt den Kern der *deduktiven* Argumentation aus und macht Schließen zu dem, was es ist. Sie garantiert die Richtigkeit des logischen Schlusses, denn unkontrolliert neu hinzukommende Information kann offenbar aus bisher gesichert geltendem Wissen herausführen. Da diese Forderung die entscheidende Rolle in der nachfolgenden Analyse spielt, formulieren wir sie in Form eines metalogischen, nicht-formalen Postulates:

Postulat 1
Eine Aussage der logischen Folgebeziehung $\Gamma \vdash A$ *ist dann und nur dann korrekt, wenn der Informationsgehalt der Folgerung* A *ein Teil der gesamten Information ist, die in den Voraussetzungen* Γ *enthalten ist.*

Dieses Postulat ist natürlich keine Definition der logischen Folgebeziehung und erhebt auch keinen Anspruch darauf, eine zu sein. So, wie es formuliert ist, ist es eine nicht-formale Forderung, die den Kern des informationstheoretischen Zugangs zur logischen Deduktion darstellt. Zweifellos benötigt sie eine weitere Konkretisierung (insbesondere muß die Bedeutung des Terminus *Information* präzisiert werden). Es ist an dieser Stelle zu bemerken, daß mit Hilfe einer ganz intuitiven zusätzlichen Annahme die traditionelle Auffassung der logischen Folgebeziehung aus dem eben genannten Postulat folgt: *Wenn eine Information Teil einer wahren Information ist, ist sie selbst wahr* impliziert zusammen mit dem Postulat das sogenannte Grundprinzip der Deduktion (wenn $A \vdash B$ eine gültige Aussage der logischen Folgebeziehung und A wahr ist, dann ist auch B wahr, vgl. Sinowjew/Wessel (1975), S. 211).

Wir werden nun eine semantische Konstruktion vorschlagen, in deren Rahmen auf der Basis des Postulates 1 präzise Definitionen für die logische Folgebeziehung einiger Systeme gegeben werden können. Damit werden diese Systeme Semantiken bekommen, die wir als „Informationssemantiken“ bezeichnen können.

3 Aktuelle und potentielle Information

Bevor wir zum formalen Aufbau übergehen, erläutern wir einige intuitive Voraussetzungen der nachfolgenden Analyse. Betrachten wir zwei Aussagen mit der logischen Struktur A und $A \vee B$. Folgende Frage ist zu klären: welche dieser Aussagen enthält *mehr* Information? Die traditionelle Antwort lautet, daß der Informationsgehalt von A größer ist als der von $A \vee B$. Man sagt: die Aussage $A \vee B$ ist eine Abschwächung der Aussage A. Immerhin, auch auf rein intuitivem Niveau kann diese Antwort nicht ganz befriedigen. Einerseits ist sie durch die logischen Eigenschaften der Adjunktion wesentlich vorherbestimmt: wir wissen schließlich, daß klassisch die eine Aussage die andere (aber nicht umgekehrt) impliziert. Andererseits finden wir aber in der Aussage $A \vee B$ zumindest eine *Erwähnung* der Aussage B, von der doch in A keine Rede ist. Daher kann man mit Recht den Eindruck bekommen, daß bei einem Übergang von A zu $A \vee B$ dennoch eine Erweiterung der Information vor sich geht, zumindest bezüglich der Russellschen Konstituenten: Wenn in B Gegenstände oder Eigenschaften erwähnt werden, die nicht in A schon erwähnt werden, dann ist $A \vee B$ auch über diese, aber nicht A.

Um dieses Problem zu klären, schlagen wir vor, zwischen *aktueller* und *potentieller* Information von Aussagen zu unterscheiden. Dieser Unterschied bildet den Kern unseres Zugangs. Nicht-formal kann man ihn folgendermaßen erklären: Die aktuelle Information einer Aussage A sind die konkreten Angaben, die in

der Aussage gemacht werden. Die potentielle Information von A ist alle mögliche Information, die aus dieser Aussage zu erhalten ist (beispielsweise auch nach Erscheinen neuerer, präzisierter weiterer Angaben). Eine solche Unterscheidung vorausgesetzt, kann man annehmen, daß die aktuelle Information von A größer ist als die der Aussage $A \vee B$, aber die potentielle Information von $A \vee B$ größer ist als die potentielle Information von A. Und wirklich: wenn wir über eine Aussage $A \vee B$ verfügen (als *bewiesenem* Satz), können wir nach dem Erscheinen eines Datums $\sim A$ im Rahmen sogar der relevanten Logik die Aussage B erhalten (obwohl der sogenannte disjunktive Syllogismus dort keine gültige Schlußregel ist). Aus A mit $\sim A$ kann man B jedoch nicht relevant erhalten. Mit anderen Worten, wir verstehen $A \vee B$ so, daß es — im Gegensatz zu A — die Information B potentiell enthält.

Mit Bezug auf diese Auffassung kann auch das Postulat 1 präzisiert werden. Jetzt formulieren wir es wie folgt:

Postulat 2
Eine Behauptung über die logische Folgebeziehung ist gültig dann und nur dann, wenn sowohl die aktuelle Information der Folgerung ein Teil der gesamten aktuellen Information der Voraussetzungen als auch die potentielle Information der Folgerung ein Teil der potentiellen Information der Voraussetzungen ist.

4 Ein Informationsmodell für die logische Folgebeziehung

In den folgenden Erörterungen wird die bekannte Theorie der semantischen Information von Bar–Hillel und Carnap (Carnap/Bar-Hillel (1952)) verwendet. Auf die Möglichkeit, diese Theorie für die semantische Analyse der logischen Folgebeziehung zu verwenden, hat beispielsweise Wojschwillo hingewiesen (vgl. Voishvillo (1988)), der durch eine Modifikation der grundlegenden Ideen dieses Ansatzes eine Semantik für die sogenannte relevante Folgebeziehung konstruiert hat. Entsprechend der Theorie der semantischen Information ist die Information der Aussage A bezüglich einer Menge von Möglichkeiten X ($I[A, X]$) als das Maß der Tatsache definiert, wie die Annahme von A die Menge X beschränkt. Hier ist „Information“ also ein *binäres* Prädikat: jede Information teilt etwas auf einem bestimmten Hintergrund mit und schränkt dadurch diese Ausgangsmöglichkeiten ein. Je mehr eine Aussage diese Ausgangsmenge einschränkt, desto größer ist die Information, die sie enthält. Solche Situationen kommen häufig vor.

Stellen wir uns beispielsweise einen Satz Spielkarten mit 32 Karten vor. Ziehen wir eine (verdeckte) Karte und fragen: *Welche Karte ist das?* Es gibt offensichtlich 32 mögliche Antworten, *Grün As* vielleicht, oder *Eichel Sieben* und so weiter. Dies sind unsere Ausgangsmöglichkeiten. Aussagen über die Karte können diese Ausgangsmöglichkeiten einschränken; so beschränkt die Aussage *Die Karte ist Schell* die möglichen Antworten auf 8, *Die Karte ist ein Bild* beschränkt sie auf 16 (sofern das As mitgezählt wird), die Konjunktion beider Aussagen läßt noch 4 mögliche Antworten zu und ist damit am „informativsten“. Selbstverständlich ändern sich die möglichen Antworten nicht nur nach zusätzlichen Informationen, sondern auch, wenn anstelle eines Skat–Blattes eines für Doppelkopf, Bridge oder Canasta verwendet wird. Anzumerken ist weiterhin, daß es Aussagen gibt, die die Ausgangsmenge gar nicht einschränken (*Die Karte ist eine Spielkarte*, *Die Karte ist nicht sowohl ein As als auch kein As*) und daß es Aussagen gibt, die keine Antwortmöglichkeiten mehr offenlassen (*Die Karte ist ein Eisenbahnwaggon*).

Wir werden $I[A, X]$ als die *aktuelle* Information von A bezüglich der Menge X betrachten.

Es sei $\langle W, i, \models\rangle$ ein *Informationsmodell*, wobei

W eine Ausgangsmenge von Möglichkeiten (möglichen Situationen, Ereignissen, also „möglichen Welten") ist;

i eine „Informationsfunktion" ist, die den Aussagen der Sprache Untermengen von W zuschreibt und die den folgenden Bedingungen genügt:

(i) $i(A) = i(\sim A)$

(ii) $i(A \wedge B) = i(A \vee B) = i(A) \cup i(B)$;

und

$\models$ eine Modell–Relation zwischen Elementen von W und Aussagen der Sprache ist. Für Aussagenvariablen ist diese Relation jedesmal im Modell definiert.

Für zusammengesetzte Aussagen haben wir die üblichen Definitionen:

(iii) $\alpha \models A \wedge B \rightleftharpoons \alpha \models A$ und $\alpha \models B$

(iv) $\alpha \models A \vee B \rightleftharpoons \alpha \models A$ oder $\alpha \models B$

(v) $\alpha \models \sim A \rightleftharpoons \alpha \not\models A$.

Die Menge $i(A)$ heißt *Informationsraum* der Aussage A oder *potentielle Information* der Aussage A. Die Bedingungen (i) und (ii) entsprechen ohne Zweifel dem Sinn von *potentieller Information*, schließlich wird in A über dasselbe gesprochen wie in $\sim A$, und *potentiell* müssen die Konjunktion und Adjunktion zweier Aussagen dieselbe Information enthalten wie ihre Glieder gemeinsam. Man kann das auch so verstehen, daß die Aussagen A und $\sim A$ denselben Informationsraum haben und daß der Informationsraum einer Konjunktion oder Adjunktion die Verbindung der Informationsräume ihrer Glieder ist. Die Menge $i(A) \cup i(B)$ nennen wir den *gesamten Informationsraum* der Aussagen A und B.

Eine jede Mögliche–Welten–Semantik ist durchaus ein Schritt weg von der oben kurz beschriebenen traditionellen Semantikauffassung. Eine Semantik ist hier nicht nur eine Interpretation für die logischen Konstanten und *eine* Bewertung für die Aussagenvariablen, sondern vor allem eine solche Bewertung von bestimmten möglichen Standpunkten aus: für jedes Element α von W. Daraus ergibt sich die Frage nach der Natur der sogenannten möglichen Welten — wieso sind wir überhaupt berechtigt, zu einem derart unintuitiven Wahrheitsbegriff wie „A ist wahr bezüglich folgender Wertezuschreibung für die Aussagenvariablen in folgender Welt" überzugehen? Für das Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine solche Semantikauffassung bequem, da der intuitive Informationsbegriff eine Reihe von Eigenschaften hat, die sich hier gut modellieren lassen. Information ist häufig unvollständig, bedingt oder schlimmstenfalls gar widersprüchlich. Man kann diese Situation mit der in einem ganz gewöhnlichen Kartenspiel vergleichen: man kennt seine eigenen Karten ganz genau, dazu kennt man (zumindest nach einer Weile) alle gespielten Karten und einige Karten der Mitspieler (aus den unterschiedlichsten ehrbaren und unlauteren Gründen). Wenn man erschließen will, wo der fehlende Trumpf noch sitzt, muß man verschiedene mögliche Kartenverteilungen in Betracht ziehen. Ganz zu Anfang des Spiels werden viele Karten nicht lokalisiert werden

können, später wird man Karten bei allen noch möglichen Kombinationen beim selben Spieler erwarten müssen. Diese Information ist dann offensichtlich korrekt erschlossen. Wir wissen weiterhin manchmal, daß ein Spieler eine (oder mehrere) bestimmte Karte(n) besitzen muß, wenn er eine bestimmte andere Karte besitzt, und können unser eigenes Spiel danach ausrichten. Manchmal (hoffentlich selten) erhalten wir auch widersprüchliche Signale: teils wegen eigener Fehlschlüsse, deren Ergebnis dann fälschlicherweise weiterverwendet wird, teils wegen vorkommender Fehler in der Wahrnehmung oder Erinnerung (damit werden wir uns in dieser Arbeit aber nicht beschäftigen). Was wir tun, ist, einfach aus unvollständigem Wissen über die Welt mit Hilfe aller möglichen Kartenverteilungen über eine Situation zu urteilen, die zwar als einzelne vorliegt, die wir aber (noch) nicht überblicken. Es ist klar, daß die möglichen Welten den Part der Kartenverteilungen zu übernehmen haben und „logisch wahre Kartenspielsätze" die sind, die für beliebige Kartenverteilungen und für beliebige Spielverläufe gelten (*Jemand nimmt immer den letzten Stich*). Man kann (und sollte) also über mögliche Welten stets so sprechen, daß die Ordnung der Begriffe gewahrt bleibt: Wir können unterschiedliche Situationen erleben, auch hypothetische Situationen erörtern, und *dies* erlaubt es uns, entsprechende Modelle zu verwenden. Wir wissen, was „möglich" in „mögliche Welt" bedeutet, falls wir „es ist möglich, daß" verstehen (und verwenden mögliche Welten daher nicht bei der Definition des Prädikates *möglich, daß*). Um es mit einer Abwandlung eines Zitates von Burgess (vgl. Burgess (1994), S. 228) zu sagen: ich *befinde* mich in meinem gegenwärtigen, wirklichen Kartenspiel in einer bestimmten Spielsituation. Ich *habe* mich in der Vergangenheit in mehreren anderen *befunden*, wenn auch niemals in mehr als einer auf einmal. Es gibt mehrere, in denen ich mich später *befinden kann*, obwohl ich mich, wenn dieser Zeitpunkt gekommen sein wird, *bestimmt* zu keiner Zeit in mehr als einer davon *befinden werde*. Ich *könnte* mich jetzt in merkwürdigen Situationen *befinden*, oder ich *hätte* es *können*, wenn die Vergangenheit anders verlaufen wäre; aber sie ist es nicht und ich tue es nicht.

Es ist auch ganz klar, daß normalerweise Sätze über die Farbe der Kleidung der Spieler, ihre Gewohnheiten beim Schuheputzen oder über das Geburtsdatum der Katze des Nachbarn keine relevanten Informationen sind. Die Einführung der Funktion i ist genau auf diesen intuitiven Erwägungen begründet. Wenn wir den Informationsgehalt einer Aussage untersuchen, ist es wichtig, nicht alle in der Welt vorhandenen Möglichkeiten zu berücksichtigen, sondern nur die, über die die Aussage überhaupt etwas mitteilen kann. Alle vorhandenen Möglichkeiten können also in solche, die für die entsprechende Aussage relevant sind, und solche, die das nicht sind, aufgeteilt werden. Die Funktion i wählt für jede Aussage die Menge der relevanten Möglichkeiten aus. Weiter unten werden anstelle der möglichen Welten andere semantische Konstruktionen benutzt, die diesen Intuitionen noch besser entsprechen. Wie wir sehen werden, ist $i(A)$ beispielsweise als diejenige Menge aller möglichen Welten zu interpretieren, in denen nur die Konstituenten von A (im Russellschen Sinne) eine Rolle spielen.

Es genügt also, nur $I[A, i(A)]$ als aktuelle Information der Aussage A zu betrachten (und nicht $I[A, W]$).

Bei der folgenden Analyse der logischen Folgebeziehung geht es, wie wir nochmals betonen, *nicht* um die Informationen in den Aussagen selbst, sondern um die Relationen zwischen diesen Informationsgehalten. Wir definieren:

Definition 2
Es sei X eine Menge so, daß $X \subseteq W$, und $X_A = \{\alpha \in X : \alpha \models A\}$.

(i) $I[A, X] \geq I[B, X] \rightleftharpoons X_A \subseteq X_B$.

(ii) $i(A) \geq i(B) \rightleftharpoons i(B) \subseteq i(A)$.

Mit Hilfe dieser Definition kann jetzt eine präzise Definition der logischen Folgebeziehung auf der Basis des Postulates 2 gegeben werden:

Definition 3
$A \vdash B \rightleftharpoons$ *(1)* $I[A, i(A) \cup i(B)] \geq I[B, i(A) \cup i(B)]$, *und*
(2) $i(A) \geq i(B)$

Diese Definition entspricht offensichtlich dem oben erläuterten intuitiven Verständnis: die Aussage B folgt dann und nur dann logisch aus der Aussage A, wenn die *ganze* Information von B ein Teil der *ganzen* Information von A ist. Sie besagt nichts anderes, als daß die Möglichkeiten, unter denen A wahr ist, auch solche sind, unter denen B wahr ist. Weiterhin besagt die Definition, daß was für B eine Rolle spielt, auch für A eine Rolle spielen muß.

Betrachten wir den Teil (1) der Definition 3 etwas ausführlicher. Prinzipiell könnte dieser Teil allgemeiner formuliert werden, etwa $I[A, W] \geq I[B, W]$ (oder $\forall X \subseteq W : (I[A, X] \geq I[B, X])$). Solch eine Formulierung wäre aber überflüssig, wie schon bemerkt wurde. Wie es in dem Fall, in welchem wir den Informationsgehalt von A allein untersuchen, ausreicht, den eigenen Informationsraum von A allein zu berücksichtigen, reicht es bezüglich der Informationsrelation zwischen A und B aus, ihren gemeinsamen Informationsraum in Betracht zu ziehen.

Es ist vielleicht interessant, an dieser Stelle unseren Zugang mit dem von Wojschwillo zu vergleichen, der ebenfalls die Theorie der semantischen Information zur Analyse der logischen Folgebeziehung benutzt. Allerdings besteht seine Idee wesentlich darin, die Menge der Ausgangsmöglichkeiten bei der Betrachtung der in einer Aussage vorhandenen Information um sogenannte „unmögliche mögliche Welten“ zu erweitern (um widersprüchliche und unvollständige Situationsbeschreibungen). Auf diese Weise versucht er, die relevante logische Folgebeziehung zu modellieren. Es ist jedoch ziemlich irritierend, daß ausgerechnet bei der Explikation der *relevanten* logischen Folgebeziehung *noch mehr irrelevante* Welten, nämlich neben allen möglichen Welten auch noch die unmöglichen, herangezogen werden. Im Unterschied dazu wird durch die Anwendung der Funktion i die Anzahl der Ausgangsmöglichkeiten nicht größer, sondern kleiner. Offenbar entspricht das besser einer Idee von Relevanz.

5 Einige Systeme der logischen Folgebeziehung

Mit Hilfe der Definition 3 erhält man eine präzise Explikation der logischen Folgebeziehung als einer *analytischen* Relation. Einige Autoren haben darauf hingewiesen, daß dieses Verständnis in einem offensichtlichen Zusammenhang zur Kantschen Konzeption der analytischen Aussagen steht (vgl: Dunn (1972), S. 195, Angell (1989), S. 119). Mehrfach wurde versucht, die zugrunde liegende Idee auf einer nichtformalen Ebene auszudrücken; so finden sich in der Literatur Bemerkungen wie die, daß B keinen neuen *Inhalt* („content“) zu A hinzufügen darf, wenn B aus A folgt (Myhill (1989), S. 157), oder daß aus A die Formel B nur dann folgt, wenn die Bedeutung von B in der Bedeutung von A enthalten ist (Angell (1989), S. 119). Die Definition 3 hat gegenüber solchen Versuchen den Vorteil, daß die zugrunde liegende Idee nicht mit Hilfe von unklaren und halbmetaphorischen Begriffen wie „Inhalt“ ausgedrückt wird, sondern mittels eines intuitiv begründeten, aber korrekten semantischen Modells. Die Idee selbst kann auch auf der Syntax–Ebene formuliert werden. Die von Sinowjew und Wessel ausgearbeiteten Kriterien für die Gültigkeit von Aussagen über die logische Folgebeziehung enthalten beispielsweise die Forderung, daß in der Konklusion nur solche Aussagenvariablen vorkommen

dürfen, die auch in der Prämisse vorkommen. Wir werden darauf mehrfach zurückkommen. Parry, der eine solche Bedingung erstmals 1932 gestellt hat, hat zur Axiomatisierung dieser Idee das sogenannte System der analytischen Implikation konstruiert (vgl. Parry (1933)). Auf das Verhältnis dieses Systems zu den Systemen der Folgebeziehung, mit denen wir uns hier beschäftigen, werden wir nicht näher eingehen. Ein offensichtlicher Unterschied besteht darin, daß das Symbol der logischen Folgebeziehung als Prädikat nur einmal in jeder Aussage vorkommen kann, während die analytische Implikation in vielen Formeln mehrfach und auch verschachtelt vorkommt.

Die Autoren dieser Arbeit sind sich einig, daß Systeme wie das von Parry (oder auch die traditionellen relevanzlogischen Systeme E und R) eigentlich keine Systeme der logischen Folgebeziehung sind. Theoreme sind dort schließlich nicht nur Aussagen über die Folgebeziehung, sondern auch Konjunktionen, Adjunktionen und Negationen, selbst Formeln, in denen gar kein implikativer Operator vorkommt. Systeme der logischen Folgebeziehung sollten tatsächlich Aussagen der logischen Folgebeziehung — und nur solche — zu Theoremen haben. Selbstverständlich müssen auch Aussagen über die Folgebeziehung zwischen Aussagen über die logische Folgebeziehung betrachtet werden. Jedoch sind diese auch schon in den Systemen der logischen Folgebeziehung erster Stufe berücksichtigt, und zwar als Schlußregeln (die ja nichts anderes sind als „Aussagen über die Folgebeziehung zweiter Stufe"). Im übrigen hat Meyer in Meyer (1979) gezeigt, daß alle Folgebeziehungen von höherer als zweiter Stufe durch Aussagen über die logische Folgebeziehung von nicht mehr als zweiter Stufe ausgedrückt werden können. Wir behaupten also, daß die Folgebeziehungen erster Stufe (die Axiome) und die zweiter Stufe (die Schlußregeln) in den Systemen der logischen Folgebeziehung erster Stufe ausreichen, um alle wichtigen Prinzipien der Deduktion zu repräsentieren. Aus diesem Grund sind die Systeme von Sinowjew und Wessel (und nicht etwa Parrys) der Gegenstand unserer Analyse. Außerdem enthält Parrys System ein strittiges Axiom, nach dem eine Formel der Folgebeziehung aus einer Aussage folgt, die keine Formel der Folgebeziehung ist. Das scheint kontraintuitiv zu sein, wie schon Ackermann bemerkt hat (vgl. Ackermann (1956), S. 127).

Kehren wir nun zu den Systemen von Sinowjew und Wessel zurück.

Die logische Folgebeziehung, die mit der Definition 3 definiert wurde, ist mit dem System S^S von A. Sinowjew axiomatisiert (vgl. Sinowjew/Wessel (1975), S. 219 f.):

Das System S^S

Das Alphabet von S^S besteht aus

1. den Aussagenvariablen $p,\ q,\ r,\ \ldots$ mit und ohne Indizes;

2. den Operatoren Negation $\sim$, Konjunktion $\wedge$, Adjunktion $\vee$;

3. den Klammern (,);

4. dem Zeichen für die logische Folgebeziehung $\vdash$.

Der Begriff der aussagenlogischen Formel ist wie üblich definiert, ebenso eventuell nützliche weitere aussagenlogische Operatoren. Zur Formeldefinition kommt ein Punkt hinzu:

Definition 4
Ein Ausdruck $A \vdash B$ ist Formel der logischen Folgebeziehung genau dann, wenn A und B aussagenlogische Formeln sind.

Axiom von S^S ist jede Formel der logischen Folgebeziehung, die folgenden Formelschemata genügt:

A1.	A	$\vdash$	$\sim\sim A$
A2.	$\sim\sim A$	$\vdash$	A
A3.	$A \wedge B$	$\vdash$	A
A4.	$A \wedge B$	$\vdash$	$B \wedge A$
A5.	$\sim(A \wedge B)$	$\vdash$	$\sim A \vee \sim B$
A6.	$\sim A \vee \sim B$	$\vdash$	$\sim(A \wedge B)$
A7.	$(A \vee B) \wedge C$	$\vdash$	$(A \wedge C) \vee B$
A8.	$(A \wedge C) \vee (B \wedge C)$	$\vdash$	$(A \vee B) \wedge C$
A9.	A	$\vdash$	$B \vee \sim B$, wobei in B nur Variable vorkommen, die auch in A vorkommen.

Die Schlußregeln von S^S sind die Transitivität, Konklusionsverschmelzung und eine Ersetzbarkeitsregel:
R1. Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash C$, so $A \vdash C$.
R2. Wenn $A \vdash B$ und $A \vdash C$, so $A \vdash B \wedge C$.
R3. Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash A$, so $C \vdash C[A/B]$. (Dabei ist $C[A/B]$ das Resultat der Ersetzung von A durch B in C an 0 oder mehr Stellen seines Vorkommens.)

Zum Beweis der Adäquatheit ist es ausreichend zu zeigen, daß zunächst alle Axiome von S^S gültig bezüglich Definition 3 sind und die Regeln die Gültigkeit vererben. Das ist wegen Bedingung (1) einfach zu zeigen. Weiterhin ist die Funktion i entsprechend zu interpretieren (da *jede* Funktion mit den entsprechenden Eigenschaften in Frage kommt). Dazu benötigen wir folgende Aussage:

Satz 1
Sei A eine beliebige Formel, und $p_1, \ldots, p_n$ seien alle (und nur die) Aussagenvariablen, die in A vorkommen. Dann gilt: $i(A) = i(p_1) \cup \ldots \cup i(p_n)$.

Der Beweis erfolgt einfach als Induktion über den Formelaufbau.

Eine Funktion, die jeder Aussage die Menge der in ihr vorkommenden Aussagenvariablen zuschreibt, genügt also offensichtlich den Bedingungen für i und garantiert die Gültigkeit der Variablenbedingung aus S^S. Für den Beweis der Vollständigkeit nutzen wir das Vollständigkeitsresultat aus Wessel (1984) (das dort für F^S gezeigt wird und leicht abgewandelt auch für S^S gilt) und zeigen, daß jede Aussage über die logische Folgebeziehung $A \vdash B$, die gültig nach Definition 3 ist, folgende Eigenschaften hat:

(i') $A \supset B$ ist Tautologie der klassischen Aussagenlogik.

(ii') In B kommen keine Aussagenvariablen vor, die nicht auch in A vorkommen.

Die Bedingung (i') folgt aus den beiden vorhergegangenen Definitionen. Wenn i wie eben beschrieben interpretiert wird, ist (ii') ein Spezialfall von (ii) aus Definition 2. Es gilt also:

Satz 2
Das System S^S ist widerspruchsfrei und vollständig bezüglich der angegebenen Informationssemantik.

Wie wir oben bereits erwähnt haben, wurden im Rahmen des von Sinowjew und Wessel initiierten Zugangs Kriterien für die Gültigkeit von Aussagen über die logische Folgebeziehung formuliert. Diese Kriterien spielen die Rolle von semantischen Konstruktionen (beispielsweise sind die Widerspruchsfreiheit und die Vollständigkeit der entsprechenden Systeme bezüglich dieser Kriterien bewiesen). Allerdings sind diese Kriterien nicht komplett semantische, weil mit der Variablenbedingung — einer Bedingung zum Vorkommen von Aussagenvariablen — syntaktische Terminologie explizit und ausdrücklich benutzt wird. Es hat sich gezeigt, daß die Kriterien von Sinowjew und Wessel in beiden Punkten *verallgemeinert* wurden: Anstelle des klassischen Tautologiebegriffs (der auf die Ersetzbarkeit aller Aussagenvariablen hinausläuft) wird eine definierte Relation zwischen Mengen von abstrakten Ausgangsmöglichkeiten verwendet, anstelle der Relation zwischen Mengen von Aussagenvariablen die Funktion i. So erhalten wir eine rein semantische Interpretation, die außerdem zur intuitiven und sogar philosophischen Begründung des gesamten Zugangs dienen kann. Die Grundlage dafür ist die oben durchgeführte nichtformale und plausible Betrachtung zum Wesen der Deduktion und deren Relation zum Begriff der Information. Andere Systeme der Folgebeziehung werden sich demnach beispielsweise durch andere Interpretationen von X_A oder von i ergeben können. Damit wollen wir uns jetzt beschäftigen.

Um einen schwächeren oder stärkeren Begriff der logischen Folgebeziehung zu erhalten, können die in der Definition gesetzten Bedingungen also variiert werden. Man kann beispielsweise die folgenden Definitionen akzeptieren:

Definition 5

(i) $I[A, X] = 0 \rightleftharpoons \forall \alpha \in X(\alpha \models A)$

(ii) $I[A, X] = 1 \rightleftharpoons \forall \alpha \in X(\alpha \not\models A)$

Die Zweckmäßigkeit eines deduktiven Prozesses kann offensichtlich bezweifelt werden, wenn die Voraussetzungen bereits alle mögliche Information (bezüglich einer gegebenen Menge) enthalten, beziehungsweise wenn die Folgerung gar keine Information (bezüglich dieser Menge) enthält. Gerade diese Zweifel sind der Grund für die Modifizierung von S^S, die zum System der strikten logischen Folgebeziehung F^S von H. Wessel geführt hat (vgl. Wessel (1984), S. 165 f.):

Das System F^S

Das System F^S kann durch einige Modifikationen des Systems S^S erhalten werden:

1. Die Axiome müssen folgender Einschränkung genügen:
   In einer Formel der logischen Folgebeziehung $A \vdash B$ ist A keine Kontradiktion und B keine Tautologie.

2. Axiomenschema 9 wird durch das folgende Axiomenschema ersetzt:
   A9'. $A \vdash A \wedge (B \vee \sim B)$, wobei in B keine Variablen vorkommen, die nicht in A vorkommen.

3. Die Ersetzbarkeitsregel R3 wird so eingeschränkt, daß C keine Kontradiktion und $C[A/B]$ keine Tautologie ist.

Die in diesem System axiomatisierte Folgebeziehung ist in unserer Terminologie folgendermaßen zu definieren:

Definition 6

$$A \vdash_{F^S} B \rightleftharpoons \begin{array}{l} (1)\ I[A, i(A) \cup i(B)] \geq I[B, i(A) \cup i(B)] \\ (2)\ i(A) \geq i(B) \\ (3)\ I[A, i(A) \cup i(B)] \neq 1 \\ (4)\ I[B, i(A) \cup i(B)] \neq 0 \end{array}$$

Ohne Schwierigkeiten läßt sich der Beweis der Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit von S^S an die Bedingungen des folgenden Satzes anpassen:

Satz 3
Das System F^S ist widerspruchsfrei und vollständig bezüglich der mit Definition 6 gegebenen Informationssemantik.

Weiterhin kann die Forderung (2) aus Definition 3 für einige Zwecke zu streng sein. Es ist möglich, sie soweit zu beschränken, daß Voraussetzungen und Folgerung lediglich einen Informationsraum gemeinsam haben. Das entspricht dem Begriff der abgeschwächten logischen Folgebeziehung (axiomatisiert im System S^W, vgl. Sinowjew/Wessel (1975), S. 232).

Definition 7

$$A \vdash_{S^W} B \rightleftharpoons \begin{array}{l} (1)\ I[A, i(A) \cup i(B)] \geq I[B, i(A) \cup i(B)] \\ (2)\ i(A) \cap i(B) \neq \emptyset \end{array}$$

6 Sinowjews Zustandsbeschreibungen

In diesem Abschnitt werden wir unsere semantische Rekonstruktion noch weiter konkretisieren und eine Semantik in der Terminologie von Zustandsbeschreibungen formulieren. Für diese Zwecke können einige Ideen, die die Grundlage der nichttraditionellen Prädikationstheorie bilden, verwendet werden (vgl. beispielsweise Sinowjew/Wessel (1975), Wessel (1984)).

6.1 Über Zustandsbeschreibungen

Zustandsbeschreibungen als eine Methode der semantischen Analyse wurden von R. Carnap für die klassische Logik vorgeschlagen. Diese Methode reicht einerseits zur Leibnizschen Idee von den „möglichen Welten“ (in der „Monadologie“ beispielsweise schreibt Leibniz von unendlich vielen *gleicherweise möglichen* Universen im Geist Gottes und den Gründen, die Gott hat, eines auszuwählen — vgl. Leibniz (1979), Satz 53) und andererseits zur ontologischen Konzeption des „Tractatus Logico-Philosophicus“ zurück. Bekanntlich gehören die Begriffe der Tatsache und des Sachverhaltes zu den wichtigsten Begriffen im Tractatus. Die Tatsachen und Sachverhalte bilden die strukturelle Basis der Welt:

1. Die Welt ist alles, was der Fall ist.

1.1 Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge.

1.11 Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, daß es alle Tatsachen sind.

1.12 Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.

1.13 Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.

1.2 Die Welt zerfällt in Tatsachen.

1.21 Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben.

2. Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten. (Wittgenstein (1989), S. 11)

Diese Struktur der Wirklichkeit findet eine ziemlich genaue Widerspiegelung in der logischen Struktur der Sprache, in welcher jedem Sachverhalt eine elementare (atomare) Aussage entspricht und Tatsachen die logischen Produkte von Sachverhalten sind, falls diese wahr sind (vgl. dazu die Bemerkungen von Schulte, auch bezüglich eines Briefes von Wittgenstein an Russell: Schulte (1989), S. 67 ff.). Eine einfachere Interpretation, die zumindest ebenfalls mit den zitierten Worten Wittgensteins im Einklang ist und die auch der gewöhnlichen Verwendung der Worte „Sachverhalt“ und „Tatsache“ nahekommt, führt zu den möglichen Welten: Tatsachen sind Sachverhalte, die tatsächlich geschehen. Sachverhalte sind möglicherweise Tatsachen. Beide sind durch Aussagenvariablen logisch repräsentiert. Man kann sich also eine vollständige Beschreibung der Welt vorstellen, die auf der Ebene der Sachverhalte und Tatsachen realisiert ist, und eine solche Beschreibung soll die Carnapsche Zustandsbeschreibung sein. Wenn wir dazu auch die erwähnte Möglichkeit von alternativen Entwicklungen in der Welt berücksichtigen, so kommen wir zur Idee der Gesamtheit der Zustandsbeschreibungen.

Betrachten wir die gebräuchlichste formale Definition der Zustandsbeschreibung:

> A state–description is a conjunction containing for every atomic statement either it or its negation but not both, and no other statememts. (Carnap (1988), S. 224)

Hier ist die Zustandsbeschreibung als ein *konjunktiver Satz* $\hat{p}_1 \wedge \hat{p}_2 \wedge \ldots \wedge \hat{p}_n$ (wobei $\hat{p}_i$ eine Aussagenvariable oder die Negation einer Aussagenvariablen ist) definiert. Solch eine Definition scheint uns methodologisch nicht ganz korrekt zu sein. Bei dieser Definition enthalten die Zustandsbeschreibungen Elemente der Objektsprache, beispielsweise die Konjunktion. Der Gebrauch von Elementen aus der Objektsprache als Bestandteile semantischer Konstruktionen verletzt offensichtlich die Forderung nach der Trennung von Objektsprache und Metasprache. Wenn man dann die Wahrheitsbedingungen für Konjunktionen definiert (unter Verwendung von Zustandsbeschreibungen im rechten Teil der Definition), bekommt man einen Zirkel in dieser Definition — was natürlich unzulässig ist.

Es gibt aber bei Carnap noch eine andere Definition von Zustandsbeschreibungen, die — unseres Erachtens — treffender ist:

> A class of sentences ..., which contains for every atomic sentence either this sentence or its negation, but not both, and no other sentences, is called a state–description ... (Carnap (1988), S. 9)

Jetzt ist jede Zustandsbeschreibung als eine *Menge* $\{\hat{p}_1, \hat{p}_2, \ldots, \hat{p}_n\}$ definiert. Auf diese Weise verschwindet die objektsprachliche Konjunktion aus den Zustandsbeschreibungen, und statt dessen verwendet man das metasprachliche Komma.

Trotzdem gibt es hier noch einen kritischen Punkt, der im immer noch verwendeten Negationsoperator besteht. Dazu können wir alle kritischen Bemerkungen wiederholen, die eben bezüglich der Konjunktion gemacht wurden. Außerdem scheint es, daß solche Zustandsbeschreibungen den Ideen von Wittgenstein nicht genau entsprechen, weil eine „Wittgensteinsche“ Zustandsbeschreibung die Beschreibung der Welt auf der Ebene der *atomaren* Tatsachen sein sollte. Die „richtigen“ Zustandsbeschreibungen sollten also nur atomare Aussagen enthalten. Die Aussage $\sim p$ ist aber auf jeden Fall keine atomare, sondern eine komplexe Aussage!

Es entsteht hier eine komplizierte philosophische Frage, nämlich, ob die Existenz von negativen Tatsachen überhaupt möglich ist. Wenn wir auf diese Frage positiv antworten wollen, so müssen wir in die Zustandsbeschreibungen etwas einschließen, das solchen negativen Tatsachen entspricht. Der Satz 1.21 von Wittgenstein (Eines kann der Fall sein ...) besagt, daß die Tatsachen voneinander logisch unabhängig sind. Das ist ein eindeutiges Argument für negative Tatsachen und gegen objektsprachliche Negationen in Zustandsbeschreibungen. Wenn wir komplexe Aussagen haben, dann hängen Tatsachen voneinander ab (das ist der Sinn der logischen Konstanten). Negative Tatsachen sind aber zunächst erst einmal Tatsachen wie alle anderen auch und können anderen Tatsachen ohne weitere logische Operatoren *nicht* widersprechen.

Die Sinowjewsche innere Negation scheint ganz passend zu sein, um diese Idee auf der semantischen Ebene zu realisieren. Die Aussage $\neg p$ ist eine atomare Aussage und hat genau den gleichen Status wie die propositionale Variable p. Beide entsprechen einfachen prädikativen Aussagen. Da die Objektsprache der Kalküle, die wir bisher betrachteten, nur die äußere Negation enthält, ist die Forderung nach der Trennung der Objektsprache von der Metasprache erfüllt. Die Sinowjewschen Zustandsbeschreibungen, die wir hier vorschlagen, sind dann fast völlig metasprachliche Konstruktionen. Auf das „fast“ werden wir sogleich zurückkommen.

6.2 Nichttraditionelle Zustandsbeschreibungen

Die wichtigste Eigentümlichkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie besteht in der Unterscheidung zwischen äußerer und innerer Negation. Die innere Negation ist ein Teil des *Prädikationsoperators des Absprechens*, mit dem — wie mit dem Operator des Zuschreibens — einfache Aussagen gebildet werden. Dabei bilden die einfachen Sätze $P(a)$ und $\neg P(a)$ (wobei „$\neg$“ die innere Negation ist), adjunktiv verbunden, keine erschöpfende Adjunktion und sind nicht dem Gesetz des ausgeschlossenen Dritten unterworfen. Wir werden die innere Negation zunächst nur auf der semantischen Ebene verwenden, um die Zustandsbeschreibungen aufzubauen.

Es sei P^* die Menge der Aussagenvariablen einer gegebenen Sprache und ihrer inneren Negationen: $P^* = \{p_1, \neg p_1, p_2, \neg p_2, \ldots\}$. Dann legen wir fest:

Definition 8
Die Menge α ist eine Sinowjewsche Zustandsbeschreibung genau dann, wenn gilt $\alpha \subseteq P^*$, $\alpha \neq \emptyset$ und $\forall p_i (p_i \notin \alpha$ oder $\neg p_i \notin \alpha)$.

Definition 9
Die Sinowjewsche Zustandsbeschreibung α ist streng relevant bezüglich der Aussage A genau dann, wenn für alle Aussagenvariablen p_i gilt: wenn $p_i \in \alpha$ oder $\neg p_i \in \alpha$, dann kommt p_i in A vor.

Ein Informationsmodell für die logische Folgebeziehung ist ein Tripel $\langle W, i, \models \rangle$, wobei

(i) W — die Menge der Sinowjewschen Zustandsbeschreibungen ist;

(ii) $i(A) = \{\alpha : \alpha$ ist streng relevant bezüglich $A\}$;

(iii) $\alpha \models p_i \rightleftharpoons p_i \in \alpha$.

Alle bisher aufgeführten Definitionen bleiben in Kraft (wobei jetzt selbstverständlich unter W die Menge der Zustandsbeschreibungen zu verstehen ist).

Mit den erwähnten Definitionen bekommen wir Zustandsbeschreibungs–Semantiken für die jeweiligen Systeme der logischen Folgebeziehung.

Betrachten wir ein Beispiel. Es soll überprüft werden, ob $p \vdash p \vee q$ vom Standpunkt der Definition 3 her eine gültige Aussage über die logische Folgebeziehung ist. Angenommen, sie ist das nicht, dann müßte also gelten:
$p \nvdash p \vee q$,
das heißt:
$I[p, i(p) \cup i(p \vee q)] \not\geq I[p \vee q, i(p) \cup i(p \vee q)]$, oder
$i(p) \not\geq i(p \vee q)$. (*)

Gegeben sind:

$$\begin{array}{lcl} i(p) & = & \{\langle p\rangle, \langle \neg p\rangle\} \\ i(p \vee q) & = & \{\langle p\rangle, \langle \neg p\rangle, \langle q\rangle, \langle \neg q\rangle, \langle p, q\rangle, \langle p, \neg q\rangle, \langle \neg p, q\rangle, \langle \neg p, \neg q\rangle\} \\ I[p, i(p) \cup i(p \vee q)] & = & \{\langle p\rangle, \langle p, q\rangle, \langle p, \neg q\rangle\} \\ I[p \vee q, i(p) \cup i(p \vee q)] & = & \{\langle p\rangle, \langle p, q\rangle, \langle p, \neg q\rangle, \langle q\rangle, \langle \neg p, q\rangle\} \end{array}$$

Wir haben also nach Definition 2 auf Seite 234:

(i) $I[p, i(p) \cup i(p \vee q)] \geq I[p \vee q, i(p) \cup i(p \vee q)]$, aber

(ii) $i(p) \not\geq i(p \vee q)$.

Also gilt (*), und $p \vdash p \vee q$ ist keine gültige Formel der logischen Folgebeziehung. Da mit Definition 3 die Folgebeziehung des Systems S^S definiert ist, ist $p \vdash p \vee q$ kein Theorem in S^S.

Wir wollen an dieser Stelle kurz einen möglichen Einwand bei der Behandlung des Beispieles entkräften. Weiter oben wurde die *aktuelle* Information als Relation, die *potentielle* dagegen als Menge eingeführt. Im Beispiel oben sind jedoch auch die $I[p, i(p) \cup i(p \vee q)]$ und $I[p \vee q, i(p) \cup i(p \vee q)]$ Mengen. Intuitiv soll es ja um ein Maß gehen, in dem die Bezugsmenge durch die Aussage eingeschränkt wird. Dann ist es aber — bei gleicher Bezugsmenge — für zwei Aussagen ganz korrekt, die Menge von Zustandsbeschreibungen, *auf* die die Ausgangsmenge eingeschränkt wurde, als ein solches Maß zu betrachten.

7 Wessels Welten

Sinowjewsche Zustandsbeschreibungen sind aus mehreren Gründen noch unbefriedigend. Offensichtlich wird bei Sinowjew und Wessel die sogenannte innere Negation *in der Sprache* gebraucht und nicht, wie oben, ausschließlich in der Metasprache. Daher ist die definierte Semantik auch keine Informationssemantik für die logische Folgebeziehung in der nichttraditionellen Prädikationstheorie — es wäre aber schön, eine zu haben. Außerdem ist da noch das „fast“: die Sinowjewschen Zustandsbeschreibungen sind fast vollständig semantische Entitäten. Sie sind es nur fast, weil die Aussagenvariablen sowohl in der Sprache als auch in der Metasprache vorkommen und weil die Verwendung von $\neg$ in der Sprache auch die „innen–negierten“ Aussagenvariablen in doppelter Position vorkommen läßt. Damit soll sich dieser Abschnitt unserer Arbeit beschäftigen.

Formulieren wir noch einmal die intuitiven Anforderungen an Zustandsbeschreibungen. Sie sind Beschreibungen einer Situation, einer Geschichte oder eines

Vorkommnisses, über das wir eventuell aus den verschiedensten Gründen nicht komplett informiert sind. Ontologisch kann man sie sich also als Mengen von Sachverhalten vorstellen, wobei stets höchstens eine solche Menge allein aus Tatsachen besteht — aus Sachverhalten, die wirklich existieren. Sobald wir hypothetisch die eine oder andere Situation erörtern (*Was würde passieren, wenn ich Grün As ausspiele? Was hat der eine Mitspieler, wenn der andere den Schell König besitzt?*), nehmen wir die Wahrheit bestimmter Sätze an. Wir nehmen an, die Sachverhalte wären Tatsachen. Wir können Zustandsbeschreibungen also auch der Einfachheit halber als Mengen von Tatsachen beschreiben, wobei stets mitgedacht wird: Tatsache *in der jeweiligen Zustandsbeschreibung*. Das erleichtert die Auswahl der Syntax. Dann sind diese Tatsachen echte Wahrmacher in den Zustandsbeschreibungen, denn wenn eine Tatsache in einer Zustandsbeschreibung vorkommt, dann ist die korrespondierende Aussage wahr bezüglich dieser Zustandsbeschreibung. Wir wollen weiterhin Sinowjewsche Zustandsbeschreibungen haben, das heißt solche, die negative Tatsachen zulassen. Auch wenn die folgenden Zustandsbeschreibungen nur sprachlich eingeführte, kleine und hypothetische Ausschnitte aus der Welt repräsentieren, wollen wir sie „Wessels Welten“ nennen.

7.1 Eine nichttraditionelle Korrespondenztheorie

In einer Arbeit, in der die These von der Nichtexistenz intensionaler Kontexte vertreten wird, führt Wessel eine Reihe terminibildender Operatoren ein, die auf Aussagen operieren (vgl. Wessel (1995), S. 373 f.). Der Grund dafür ist, daß es in epistemischen Kontexten nicht so offensichtlich und klar ist, auf welcher Sorte von Entitäten die epistemischen Prädikate definiert sind. Das gleiche gilt für Korrespondenztheorien. In der einfachsten Form bauen Korrespondenztheorien auf Sätzen auf, wie *Der Satz p ist wahr genau dann, wenn q*. Das q ist dann entweder der Name einer Tatsache, „ein anderer Name der Proposition p“, eine Behauptung über das Bestehen eines Faktes oder sonst etwas Interessantes und meist recht Unklares. Tatsächlich produziert das ganz ähnliche Schwierigkeiten wie die, auf die Wessel in seinem zitierten Aufsatz hinweist. So zeigt Kolàř im Anschluß an Davidson (in Kolàř (1993), S. 40), daß selbst aus einer recht schwach verstandenen korrespondenztheoretischen These „Die Aussage, daß s, entspricht dem Fakt, daß s“ die Existenz eines einzigen Superfaktes folgt, dem alle wahren Aussagen korrespondieren. (Ganz ähnlich gibt übrigens Mellor ein Argument an, nach dem Kausalität alle oder keine Fakten verbindet (vgl. Mellor (1995), S. 113 f.).) Ein Ausweg aus diesen Problemen liegt, wie Wessel für die epistemischen Prädikate gezeigt hat, in sauberen Definitionen für die unterschiedlichen Subjekttermini, die aus Aussagen gebildet werden können, und in kritischer Reflexion über die Ersetzbarkeitsregeln.

Wessel führt den Operator, der aus einer Aussage einen Tatsachen–Terminus bildet, auf folgende Weise ein (da wir hier nicht den gesamten Apparat übernehmen können, verweisen wir für Details und die wortgetreue Definition auf die oben zitierte Arbeit):

Definition 10

(i) Die Tatsache, daß A, (kurz: $\downarrow A$) existiert genau dann, wenn die Aussage A wahr ist.

(ii) Zwei Tatsachen–Termini $t^* \downarrow A$ und $t^* \downarrow B$ sind bedeutungsgleich, wenn es eine wahre Aussage oder eine wahre Konjunktion von Aussagen C so gibt,

daß C eine Aussage (eine Konjunktion von Aussagen) über den Bedeutungseinschluß von Termini ist, und $A \wedge C \dashv\vdash B \wedge C$.

Wir nennen die Aussage A, die als graphischer Teil im Subjektterminus $\downarrow A$ vorkommt, *konstituierende Aussage* der Tatsache. Damit kann festgelegt werden:

Definition 11
Die Tatsache ϕ heißt elementar, wenn ihre konstituierende Aussage eine einfache prädikative Aussage ist.
Die elementare Tatsache ϕ heißt positiv, wenn ihre konstituierende Aussage eine zuschreibende ist.
Die elementare Tatsache ϕ heißt negativ, wenn ihre konstituierende Aussage eine absprechende ist.
Eine positive Tatsache entspricht einer negativen (und umgekehrt), wenn die eine konstituierende Aussage zuschreibt, was die andere abspricht.

Offenbar sind alle elementaren Tatsachen entweder positiv oder negativ. Daß zwei Tatsachen einander entsprechen, werden wir künftig im Zweifelsfalle dadurch kenntlich machen, daß wir den gleichen Variablenbuchstaben einmal mit und einmal ohne Tilde verwenden.

Es sei $P^\star$ die Menge der elementaren Tatsachen in einer Erörterung gemeinsam mit den ihnen entsprechenden Tatsachen. Parallel zu den Sinowjewschen Zustandsbeschreibungen lassen sich nun Wessels Welten definieren:

Definition 12
Die Menge α ist genau dann eine von Wessels Welten, wenn gilt $\alpha \subseteq P^\star$, $\alpha \neq \emptyset$ und $\forall \phi_i (\phi_i \notin \alpha$ oder $\tilde{\phi}_i \notin \alpha)$.

In Wessels Welten kommen *keine* Aussagen mehr vor, genausowenig wie logische Operatoren. Wir haben die Welten hier als Mengen definiert, um die gut eingeführte Terminologie der Inklusions- und Element–Beziehungen ohne weitere Erläuterungen nutzen zu können. Genausogut kann man aber beispielsweise Aufzählungen von Tatsachen verwenden. In Wessels Welten kommen auch keine logisch komplexen Tatsachen vor (obwohl er solche anerkennt und obwohl sie leicht einzubeziehen wären). Dafür lassen sich beliebig komplexe Aussagen in Wessels Welten bewerten (und damit der Anschluß zu den oben gewählten Definitionen wiederherstellen), indem das zentrale korrespondenztheoretische Postulat gesetzt wird:

Postulat 3
Es sei ϕ eine elementare Tatsache und a die sie konstituierende Aussage. Dann gilt: Die Aussage a ist wahr in jeder von Wessels Welten und nur in denen, in welchen ϕ vorkommt (für alle α: $\alpha \models a$ dann und nur dann, wenn $\phi \in \alpha$).

Sätze über die Eigenschaften komplexer Tatsachen lassen sich leicht finden.

7.2 Eine Informationssemantik für die logische Folgebeziehung in der nichttraditionellen Prädikationstheorie

Wie in den Vorbemerkungen angekündigt wurde, besteht das Hauptziel dieser Arbeit in einer informationssemantischen Begründung für einige Sinowjew–Wessel–Systeme der logischen Folgebeziehung. Diese Systeme sind *nichtklassische* Theorien für *traditionelle* Aussagen. Das heißt, daß in Aussagen der logischen Folgebeziehung $A \vdash B$ die Aussagen A und B in der Sprache der klassischen Aussagenlogik formuliert sind. Man kann und muß auch Aussagen betrachten, die

aufgrund der Regeln der nichttraditionellen Prädikationstheorie formuliert worden sind. Für solche Aussagen sollten beispielsweise die folgenden Prinzipien nicht gelten: $\sim \neg A \vdash A$, $\sim(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$ und andere. Dazu wird die bisher verwendete Sprache mit dem Zeichen für die innere Negation so erweitert, daß diese nur vor Aussagenvariablen vorkommen kann. Die bisher verwendeten Definitionen können auf offensichtliche Weise angepaßt werden. Eine mögliche Axiomatisierung für solche nichttradionellen Systeme der Folgebeziehung wird in Wessel (1984), S. 188, als Erweiterung der Standardsysteme um die Axiome:

A1. $A \vdash \sim \neg A$ und

A2. $\neg A \vdash \sim A$

angegeben. Offen bleibt, welcher Art das Sinnzusammenhangskriterium sein soll.

Der Übergang zu Wessels Welten einschließlich des zentralen Postulates und der Definition der strengen Relevanz (Definition 9 mit offensichtlichen Abwandlungen) produziert semantische Systeme der gewünschten logischen Folgebeziehung. Die Variablenbedingung ist hier jedoch so gefaßt, daß p und seine innere Negation $\neg p$ als *gleiche* Variablen interpretiert werden: $p \vdash p \vee \neg p$ gilt sowohl streng als auch strikt. Zum Beweis dieser Behauptung reicht es, das Beispiel oben zu betrachten und zu bemerken, daß unter den Bedingungen der strengen Relevanz $i(p) = i(p \vee \neg p)$ gilt. Hier können unterschiedliche Intuitionen ansetzen, die wir formulieren und der Reihe nach diskutieren:

1. Das ist ganz in Ordnung so. Natürlich konstituieren ein Zuschreiben und ein Absprechen unterschiedliche Tatsachen, aber entsprechende. Daß es entsprechende sind, besagt genau, daß sie die gleichen Konstituenten haben — und daher potentiell Informationen über dieselben Gegenstände und Beziehungen liefern. Die Informationsräume sind gleich, wenn sich auch der konkrete Inhalt der Information unterscheidet. Daher ist die Formel oben erwünscht.

2. Eine Formel wie die oben kann ganz und gar nicht erwünscht sein, da es kaum einen größeren Informationsunterschied als den zwischen Zuschreiben und Absprechen geben kann. Also ist im Folgerungsteil Information (potentiell) enthalten, die nicht in den Prämissen ist. Es muß ein Weg gefunden werden, die Formel zu verwerfen.

3. Nicht nur Formeln wie die oben sollten erlaubt sein, sondern auch alle Formeln vom Typ „Einführung der Adjunktion“, in der das neue Adjunktionsglied ausschließlich aus Prädikat- und Subjekt–Termini gebildet ist, die auch in der Prämisse vorkommen. Schließlich gehört zur potentiellen Information auch jeder Satz mit einer Neukombination der Konstituenten.

Durch Variieren der Relevanzbedingung können die zweite und dritte beschriebene Intuition in die Informationssemantik eingebaut werden. Strenge Relevanz ist praktisch ein aussagenlogisches Prinzip, da die innere Struktur der prädikativen Aussagen nur insofern berücksichtigt wird, als daß entsprechende elementare Tatsachen „in einen Topf“ geworfen werden. Das ließe sich verhindern, indem man anstelle der strengen so etwas wie die starke Relevanz benutzen würde, die ebenfalls auf der Ebene der prädikativen Aussagen definiert ist:

Definition 13 (Definitionsversuch 1)
Eine Wessel–Welt α ist stark relevant bezüglich einer Aussage A genau dann, wenn für alle elementaren Tatsachen ϕ gilt: wenn $\phi \in \alpha$, dann kommt die ϕ konstituierende prädikative Aussage in A vor.

Da nunmehr Zuschreiben und Absprechen beim Aufbau von Wessels Welten unterschieden werden, die für die potentielle Information betrachtet werden, ist die zweite eben formulierte Intuition getroffen. Wenn in den Prämissen einer Aussage über die logische Folgebeziehung über den Besitz bestimmter Eigenschaften gesprochen wurde (ohne woanders diese Eigenschaften abzusprechen), können diese in der Folgerung auch potentiell nicht abgesprochen werden. Die Formel $p \vdash p \vee \neg p$ ist nicht gültig. Allerdings sind bei dieser Fassung des Sinnzusammenhangs beide charakteristischen Axiome für die Prädikationstheorie verloren gegangen. Ob zugeschrieben oder abgesprochen wurde, kann also — beim hier gewählten Aufbau und bei der zugrunde liegenden Prädikationstheorie — nicht Teil der potentiellen Information sein. Ein der zweiten formulierten Intuition entsprechendes Sinnzusammenhangskriterium ist demnach abzulehnen.

Strenge (und starke) Relevanz modellieren Sinnzusammenhangskriterien, die sich auf die *elementaren Aussagen* als kleinste betrachtbare Einheiten beziehen. Wenn wir die Idee Russells über die Konstituenten von Aussagen ernsthaft in Betracht ziehen wollten, würden wir uns in Übereinstimmung mit der dritten Intuition befinden. Dazu muß der Sinnzusammenhang auf der Ebene der Prädikat- und Subjekttermini definiert werden, ein Kandidat für eine solche Definition könnte die folgende sein:

Definition 14 (Definitionsversuch 2)
Eine Wessel–Welt α ist schwach relevant bezüglich einer Aussage A genau dann, wenn für alle elementaren Tatsachen ϕ gilt: wenn $\phi \in \alpha$, dann kommen in A prädikative Aussagen vor, in denen der Prädikatterminus der ϕ konstituierenden Aussage vorkommt, und es kommen für jeden Subjektterminus der ϕ konstituierenden Aussage prädikative Aussagen vor, in denen der Subjektterminus vorkommt.

Nach dieser Definition wären freie Rekombinationen der vorkommenden Termini möglich, was beispielsweise den Schluß von *Die erste Karte ist grün; und die zweite Karte ist ein As; und der Spielpartner hat ein Zeichen gegeben* auf *Die erste Karte ist grün; oder der Spielpartner ist ein As; oder die erste Karte hat kein Zeichen gegeben* erlauben würde. Was noch wesentlicher ist als diese intuitiven Schwierigkeiten: schwache Relevanz erfüllt nicht mehr die Bedingungen für die Funktion i, da — im Gegensatz zur strengen (und auch starken) Relevanz — $i(A \wedge B) = i(A \vee B) = i(A) \cup i(B)$ nicht gilt. *Strenge* Relevanz scheint uns deshalb die angemessene und auch formal allein korrekte Sinnzusammenhangsforderung zu sein, die für die Folgebeziehungstheorie der nichttraditionellen Prädikationstheorie zu setzen ist. Die entsprechende Variablenbedingung im Stil der von Sinowjew und Wessel gegebenen Semantiken lautet daher:

Definition 15
Wenn $A \vdash B$ ein Theorem der logischen Folgebeziehung für die nichttraditionelle Prädikationstheorie ist, so kommen in B nur solche prädikativen Formeln vor, die selbst oder deren entsprechende Formeln in A vorkommen.

Die Formel $p \vdash p \vee \neg p$ ist Theorem in den durch A1 und A2 axiomatisierten Systemen der logischen Folgebeziehung, wenn die Variablenbedingung aus Definition 15 angenommen wird. Sie wird vielleicht von manchen als paradox empfunden, die intuitiv die Art der Prädikation in die potentielle Information einer Aussage einschließen möchten. Man könnte einwenden, so wird nicht geschlossen. Diese Kritiker haben dann jedoch einen Sinnzusammenhangsbegriff zu definieren, der ähnlich gut formal und intuitiv funktioniert wie der in S^S, in F^S und aus

Definition 15. Wir weisen jedoch darauf hin, daß schon rein aussagenlogische Folgebeziehungstheorien Formeln beinhalten, nach denen sicherlich niemals praktisch geschlossen wird: $A \wedge B \vdash A \vee \sim B$ gilt klassisch, streng und auch strikt.

Literatur

Ackermann, W.: Begründung einer strengen Implikation. *Journal of Symbolic Logic*, 21 (1956) 113–128.

Angell R. B.: Deducibility, entailment and analytic containment. In: J. Norman; R. Sylvan (Hrsg.): *Directions in Relevant Logic.* Dordrecht / Boston / London 1989. 119–143.

Burgess, J. P.: Die unwirkliche Zukunft. In: B. Kienzle (Hrsg.): *Zustand und Ereignis*, Frankfurt a. M. 1994. 210–235.

Carnap, R.; Bar-Hillel, Y.: *An Outline of the Theory of Semantic Information.* Cambridge/Mass. 1952.

Carnap, R.: *Meaning and Necessity.* Chicago 1988.

Dunn, J. M.: A modification of Parry's analytic implication. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 13 (1972) 195–205.

Kolàř, P.: The big FACT and its tiny rivals. In: *Logica '92.* Prag 1993.

Leibniz, G. W.: *Monadologie.* Stuttgart 1979.

Mellor, D.: *The Facts of Causation.* Oxford 1995.

Meyer, R. K.: Career induction stops here (and here = 2). *Journal of Philosophical Logic*, 8 (1979) 361–371.

Myhill, J.: Real implication. In: J. Norman; R. Sylvan (Hrsg.): *Directions in Relevant Logic.* Dordrecht / Boston / London 1989. 157–165.

Orlov, I. E.: Ischisleniye sovmestnosti predlozshenij (russ.). *Matematicheski sbornik* 35 (1928) 263–286.

Parry, W. T.: Ein Axiomensystem für eine neue Art von Implikation (analytische Implikation). *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* 4 (1933) 5–6.

Russell, B.: *Our Knowledge of the External World.* London / New York 1993.

Schulte, J.: *Wittgenstein. Eine Einführung.* Stuttgart 1989.

Sinowjew, A.; Wessel, H.: *Logische Sprachregeln.* Berlin 1975.

Voishvillo, E. K.: *Filosofsko-metodologicheskiye aspekty relevantnoj logiki (russ.).* Moskau 1988.

Wessel, H.: *Logik.* Berlin 1984.

Wessel, H.: Wider den Mythos intensionaler Kontexte. *Zeitschrift für Semiotik*, 3-4 (17) (1995) 369–378.

Wittgenstein, L.: *Tractatus Logico-Philosophicus.* Frankfurt a. M. 1989.

WERNER STELZNER

MINIMALKALKÜLE LOGISCHER FOLGERUNG

1 Logik und Argumentationstheorie

Seit jeher wird zwischen Logik und der Theorie der Argumentation eine enge Verbindung gesehen. Das Streben nach kontrollierbarer Argumentation war sicher einer der wichtigsten Ansatzpunkte zur Entwicklung der Logik. Der Logik wurde und wird in diesem Rahmen üblicherweise keine deskriptive Rolle zugegedacht, sondern sie soll normativ wirken: Die Logik soll angeben, in welchem Rahmen ein logisch idealer Argumentationsteilnehmer argumentieren soll und in welchem Rahmen einem logisch idealen Argumentationsteilnehmer gegenüber argumentiert werden soll, ohne daß man sich dem Vorwurf aussetzen muß, zur Aufnahme oder Produktion logisch geregelter Argumentation nicht fähig zu sein. Mit dem Verschwinden des Ideals der einen richtigen Folgerungstheorie kam noch das Problem hinzu, daß unterschiedliche logische Ideale der Argumentation zu befolgen waren. In diesem Umfeld stellt sich dann auch für die am logischen Ideal orientierte Argumentationslehre das Problem, wenn sie sich schon nicht für eine der alternativen Logiken entscheiden will, ob nicht eine Minimallogik vorhanden ist, die als Kern in den unterschiedlichen alternativen Logiken enthalten ist.

Daß diese Frage wieder nur bezüglich einer Auswahl alternativer Logiken zu beantworten ist, versteht sich von selbst. Selbst die Auswahl der maximalen Logik ist nicht problemlos, denn obwohl die meisten nichtklassischen Folgebeziehungen sich in die klassische Folgebeziehung einordnen (und die entsprechenden Systeme logischer Folgebeziehung Teilsysteme der klassischen Folgebeziehung sind), gibt es formal durchaus auch Alternativen zur klassischen Folgebeziehung, die sich nicht als Teilsystem letzterer darstellen lassen. Erinnert sei hier nur an die konnexe Logik.

Ein minimallogisches System der charakterisierten Art stellt z.B. das Sinowjewsche System der maximalen Folgebeziehung dar, das bezüglich der Strengen (konklusionenrelevanten) und der konversen (prämissenrelevanten) Folgebeziehung minimal ist.[1] Andere minimale Systeme sind die Systeme der tautologischen Strengen Folgebeziehung, der auf Erfüllungsmengen bezogenen semantischen tautologischen Folgebeziehung, für die jeweils adäquate Semantiken aufgebaut wurden.[2]

[1] Vgl. Sinowjew/Wessel (1975), Sinowjew (1970), Zinov'jev (1982), Stelzner (1992b).
[2] Stelzner (1996).

Alles in allem hat das bisher beschriebene normative Herangehen an die Explikation argumentationslogischer Folgebeziehungen außer dem Namen nach keinerlei Bezug zur Rolle der Logik in der Argumentation und in einer auch empirisch gehaltvollen Argumentationstheorie. Denn die zur Erfüllung der gesetzten logischen Normen notwendigen logisch allwissenden und allmächtigen Argumentationspartner existieren nicht. Und wenn sie existieren würden, wäre deduktive Argumentation, ob nun minimal oder maximal, auf jeden Fall überflüssig: Die logisch omnipotenten Argumentationspartner kennen sowieso alle logischen Folgen aus den bisher vorliegenden Behauptungen und Zustimmungen, jedes Verweisen auf solche Folgen ist in diesem Umkreis redundant.

Trotzdem hat die Logik natürlich auch in diesem Fall ihren Platz in der Argumentationstheorie, aber dieser Platz unterscheidet sich dann nicht vom Platz logischer Untersuchungen zu und in anderen Theorien: Gegenstand der Logik ist hier die *Analyse logischer Strukturen der Theorie*, woraus sich mitunter auch Anregungen zu einer Umgestaltung der Theorie oder zumindest zu einer veränderten Darstellung der Theorie ergeben können. Das könnten veränderte Definitionen von Termini der Theorie, aber auch axiomatische oder semantische Charakterisierungen der in der Theorie behandelten Begriffsrelationen sein, also „Logiken“ der entsprechenden Begriffsnetze. Wesentlich geht es hier um interbegriffliche logische Analysen.

Eine andere, wenn auch mit der oben genannten verbundene Aufgabenstellung zur Argumentationstheorie wird darin gesehen, begriffsinterne Identitätskriterien und Folgerungs- bzw. Ableitungskriterien logischer Art zu explizieren. Und hierauf zielt gerade die eingangs angesprochene Suche nach sogenannten Argumentationslogiken, genauer innerbegrifflichen logischen Folgebeziehungen für argumentationstheoretisch interessante Begriffe, die sich auf die Behauptbarkeit bzw. Zustimmungsfähigkeit von Argumenten in Relation zu solchen Argumenten beziehen, die bereits behauptet wurden bzw. denen bereits zugestimmt wurde. Damit ist die so intendierte Argumentationslogik oder argumentationslogische Folgebeziehung unmittelbar auf das konstitutive Ziel der Argumentation bezogen, das darin besteht, Zustimmung zu einer These durch den/die Argumentationspartner zu erzielen, die auf freiwilliger Einsicht und vom Partner übernommenen und erfüllten Verpflichtungen besteht. Daß die Partner in einer Argumentation neben diesem konstitutiven Ziel ganz andere kontextuelle Ziele verfolgen, zu deren Erreichen der Eintritt in die Argumentation lediglich als geeignetes Mittel verstanden wird, liegt auf der Hand. So kann das primäre Ziel der Argumentation in der Wissensvermittlung oder in der Überzeugung des Argumentationspartners oder des Auditoriums von bestimmten Thesen bestehen. Argumentativ wäre das verbunden mit der Begründung/Widerlegung/Prüfung einer These und dem Finden interessierender Folgerungen. Eine andere Gruppe von kontextuellen Argumentationszielen zielt auf inhaltliches Verständnis, auf die Klarstellung von Positionen, auf Wecken oder Präzisieren eines bestimmten Problemverständnisses. Und nicht zuletzt geht es in vielen Argumentationen um die Stärkung oder Schwächung von sozialen Rollen, insbesondere eigener und fremder Autorität.

Wenn von Logik in der Argumentation die Rede ist, dann nicht bezüglich dieser pragmatischen Argumentationsziele, sondern bezogen auf das konstitutive Argumentationsziel, Zustimmung/Ablehnung einer These durch den Argumentationspartner zu erzielen, die auf freiwilliger Einsicht und vom Partner übernommenen und erfüllten Verpflichtungen basiert und nicht auf äußerem Druck beruht.

Wenn wir uns differenzierter den epistemischen bzw. kommunikativen Einstellungen und Akten zuwenden, die für die Bestimmung und das Erreichen des konstitutiven Argumentationszieles relevant sind, und uns dabei in unserer Analyse-

sprache auf die Sprache epistemischer Subjekte beziehen, die als Akteure der Argumentation erscheinen, wird deutlich, daß die in unserer Analysesprache vorausgesetzte Logik nicht unmittelbar auf die Sprache des Argumentationsteilnehmers übertragen werden kann, wenn die Basis der dem konstitutiven Ziel entsprechenden Argumentation nicht verlassen werden soll. Diese Basis beinhaltet zumindest zwei wichtige Konstituenten: Einmal gehören zu ihr die für den Partner unmittelbar zustimmungsfähigen Argumente/Prämissen der Argumentation. Zum anderen wird diese Basis durch den zustimmungsfähigen Einsatz dieser Argumente oder daraus abgeleiteter Argumente für die Gewinnung und Begründung der These bzw. Schlußfolgerung der Argumentation über eine Reihe von argumentativen Schritten bestimmt. Welche Argumentationsschritte sich als zustimmungsfähig erweisen, wird nicht durch die in unserer Analysesprache gewissermaßen von außen an das kommunikative Verhalten der Argumentationspartner angelegte „objektive" Logik entschieden, sondern durch die „subjektive" „Logik" der Argumentationspartner, die sich in deren Sprachverwendung und ihrem kommunikativen Verhalten ausdrückt.

Das, was man mit Recht eine „argumentationslogische Folgebeziehung" nennen kann, müßte auf der Erfassung von Folgerungsrelationen beruhen, die wie auch immer geartete Formalisierungen der „inneren" Logik der Kommunikationspartner darstellen. Die argumentationslogische Folgebeziehung richtet sich nicht primär auf die „Gesetze des Wahrseins", nach Frege einziger Gegenstand logischer Folgebeziehungen, sondern zu deren Bestimmung müssen Varianten epistemischer Charakterisierungen wie Behauptung, Zustimmung, Akzeptation mit herangezogen werden, denn genau auf derartige Charakterisierungen ist das konstitutive Ziel der Argumentation ausgerichtet: Auf der deskriptiven und logischen Basis der Argumentation soll Zustimmung bzw. Ablehnung zu einer These erreicht werden.

Gibt es dann überhaupt Möglichkeiten zur Entwicklung von verbindlichen Formalisierungsansätzen, die auf die Explikation der inneren Logik hyperintensionaler argumentationstheoretischer Begriffe wie „Behauptung", „Zustimmung", „Akzeptation" zielen? Offensichtlich verfügen Argumentationspartner über höchst unterschiedliche logische Fähigkeiten bzw. sind in höchst unterschiedlichem Maße bereit, sich bestimmten nachvollziehbaren logischen Reglementierungen zu unterwerfen, die sie verpflichten würden, auf der Basis getätigter Behauptungen oder Zustimmungen zur Behauptung anderer Sätze bereit zu sein. Da es keinen logischen Zwang zur Übernahme und Erfüllung derartiger Reglementierungen gibt, ist die minimale Variante der argumentationslogischen Folgebeziehung offensichtlich die, keinerlei logische Regeln der Argumentation anzunehmen. Eine deskriptiv orientierte Logik der Argumentation, die logische Regeln dafür angibt, wann ein Argumentationspartner auf Basis getätigter Behauptungen oder Akzeptationen bestimmte andere Behauptungen oder Akzeptationen zu tätigen bereit ist, existiert nicht, bzw. die von ihr erfaßte Regelmenge ist leer.

Trotzdem gibt es natürlich Möglichkeiten, um die volle Logik der Analysesprache als „innere Logik" derartiger Begriffe darzustellen: Man kann sich auf die logische Analyse impliziter Zustimmungsprädikate (nicht zu verwechseln mit Prädikaten stillschweigender Zustimmung) verlegen, die ausdrücken, was ein Argumentationsteilnehmer mit seinen Behauptungen im Sinne der Analysesprache in einem objektiven Sinne mitbehauptet: Es wird eine potentiell logisch erreichbare Zustimmmungsfähigkeit betrachtet; die Zuordnung solcher impliziter Zustimmungsprädikate sagt aber noch nicht viel über in der Argumentation (sowohl gegenüber dem Argumentationspartner als auch gegenüber dem Auditorium) effektiv erreichbare Resultate aus. Möglicherweise ist das Zuordnen solcher impliziter Prädikate für das Abschätzen der in der gegebenen Argumentation „objektiv" erreichten Re-

sultate sinnvoll, wobei sich die Argumentationsteilnehmer dieser implizit objektiv erreichten Resultate nicht unbedingt bewußt sind oder bewußt werden.

Die faktische Annahme voll rationaler Argumentationspartner im Sinne der Analysesprache, mit denen diese implizit gegebenen Zustimmungen auch tat sächlich erreicht werden können, bleibt natürlich eine nicht einlösbare Illusion. Als Hypothese, die zur Gestaltung der eigenen Argumentationsschritte anleiten soll, wird sie sich zumindest schnell als zu stark erweisen. Andererseits muß man sich aber bei der Gestaltung der Argumentation von Hypothesen darüber leiten lassen, welche Argumentationsschritte für die Partner zustimmungsfähig sind. Solche Hypothesen können auch darin bestehen, Differenzierungen zwischen der bezüglich des Argumentationspartners vorausgesetzten Folgebeziehung und der in der Analysesprache zugrunde liegenden Folgebeziehung vorzunehmen. Das könnte sich z.B. so gestalten, daß der Analysesprache die klassische Folgebeziehung zugrunde liegt, während mit den Argumentationspartnern auf Basis einer bestimmten relevanten Folgebeziehung argumentiert wird. Die klassische Logik ist sicher auch bei voll rationalen Argumentationspartnern nicht der einzige Kandidat für die Rolle der argumentationslogischen Folgebeziehung.

Für die Charakterisierung einer logischen Folgebeziehung werden semantische und syntaktische Verfahren häufig als gleichberechtigt betrachtet. Das gilt sicher auch für die Darstellung der Folgebeziehungen, die impliziten Zustimmungsbegriffen zugrunde gelegt werden. Bei der Charakterisierung einer effektiven argumentationslogischen Folgebeziehung ist die semantische Charakterisierung in vielen Fällen nicht feinkörnig genug, denn für semantische Folgerungsbegriffe ist die Distanz zwischen Prämissen und ableitbarer Konklusion stets gleich, ob es sich z.B. um ganz elementare klassische Schlüsse wie den von $p \wedge q \vdash p$ handelt oder um kompliziertere prädikatenlogische Schlüsse, für die womöglich gar ein Entscheidungsverfahren fehlt. Bei über ein System von Ableitungsregeln charakterisierten Folgebeziehungen ist zwar der semantischen Charakterisierung entsprechend der Begriff der Ableitbarkeit definierbar, der ebenfalls nicht auf die Distanz zwischen Prämissen und Konklusionen ezug nimmt, es ist aber auch der Begriff der Ableitbarkeitsstufe einführbar, durch den ausgedrückt wird, über wie viele Ableitbarkeitsschritte aus gegebenen Prämissen eine bestimmte Konklusion gewinnbar ist. Diese Charakterisierung über Ableitbarkeitsstufen ist nun diejenige, die der effektiven Gestaltung von Ableitungsprozessen in der Argumentation analog ist. Die Argumentation ist, wie eine konkrete Ableitung, eine Schritt-für-Schritt-Prozedur. Es geht hierbei um das Einlösen potentieller Zustimmung (die bereits als implizite Zustimmung gegeben sein kann, aber noch nicht effektiv vollzogen wurde) durch explizite Zustimmung, der sich im Normalfall schrittweise genähert wird: Auch wenn die Zustimmung zu einer These H auf Basis der von einem Argumentationspartner akzeptierten Prämissen der Argumentation und der von ihm erfüllten argumentationslogischen Voraussetzungen erreichbar ist, heißt das nicht, daß diese Zustimmung unmittelbar in einem Frage/Aufforderungs-Antwort-Schritt zu erzielen wäre. Im Normalfall müssen dazu entsprechende für den Partner überblickbare und deshalb akzeptierbare elementarere Ableitungsschritte vollzogen werden. Auf jedem dieser Argumentationsschritte ist potentielle Zustimmung durch effektiv vollzogene Zustimmung einzulösen.[3]

Es geht also um die Erreichbarkeit expliziter Zustimmung in einem schrittweisen Vorgehen, das im Wechsel von Zustimmungsaufforderung (Frage) und effektiver Zustimmung besteht.

Ein diesem Vorgehen entsprechendes epistemisches Prädikat ist folgendes:

[3] Vgl. Stelzner (1984).

„Auf Basis der Menge der von x im Argumentationsintervall t bezüglich y explizit behaupteten/akzeptierten Sätze ist in n Argumentationsschritten (Frage/Aufforderung - Antwort/Reaktion) die Zustimmung von x zum Satz p zu erreichen." (Symbolisch: $A_n(x,p,t,y)$).

In 0 Schritten ist die Zustimmung zum Satz p erreichbar ($A_0(x,p,t,y)$), wenn x die explizite Zustimmung zum Satz p in t gegenüber y vollzogen hat. p gehört dann zu den Sätzen, die als Basis für die Gewinnung weiterer expliziter Zustimmung in der Argumentation verwendet werden können. Unmittelbar einlösbare erreichbare Zustimmung ist dann eine solche Zustimmung, die in einem Frage-Antwort-Schritt erreicht werden kann. Die Deduktionsregeln argumentationslogischer Systeme beziehen sich auf unmittelbar erreichbare Zustimmung.

Argumentationen sind nicht monoton: Was in einem bestimmten Intervall der Argumentation zustimmungsfähig ist bzw. explizit akzeptiert wird, muß nicht unbedingt in einem folgenden Intervall zustimmungsfähig sein. Die Rücknahme von bereits vollzogener expliziter Zustimmung ist möglich, allerdings nicht ohne Konsequenzen für die Basis der Argumentation, auf der die explizite Zustimmung vormals erreicht wurde.

Will man die Frage, unter welchen Deduktionsregeln die unmittelbar einlösbaren Zustimmungen in einer konkreten Argumentation geschlossen sind, konkret beantworten, gibt es darauf sicher keine gültige allgemeine Antwort. Wie schon oben beschrieben, können lediglich hypothetische Annahmen über Fähigkeit und Gewilltheit des Argumentationspartners geliefert werden, kommunikative Akte entsprechend logischer Regeln zu vollziehen, d.h. bestimmte (möglicherweise extrem primitive) logische Normalitätsforderungen zu erfüllen.

Wenn unter „Logik der Argumentation" das universell argumentativ wirksame Deduktionssystem verstanden wird, dann gibt es keine Logik der Argumentation.

Auch minimale Deduktionssysteme, die sich als Abschwächung der klassischen Logik darstellen, sind nicht in jeder Argumentation argumentativ angemessen.

Als Ausweg bleibt die systematische Klassifikation möglicher Argumentationspartner nach von ihnen erfüllten logischen Normalitätsforderungen, die aber nicht den Anspruch erhebt, konkrete Argumentationspartner würden in der Gestaltung ihrer argumentativen Akte gerade eine der explizierten Arten minimaler Logizität erfüllen. Die explizierten Systeme bieten lediglich weiter systematisch ausgearbeitetes Material für die Hypothesenbildung bezüglich der Logizität eines bestimmten Argumentationsteilnehmers bzw. einer Menge von Argumentationsteilnehmern.

Wenn wir unsere Aufmerksamkeit in diesem Zusammenhang auf Minimalsysteme richten, dann aus zwei Gründen: Einmal, weil die unmittelbare Zustimmungsbereitschaft einzelner Argumentationsteilnehmer vielfach nur unter Systeme mit sehr einfach zu durchschauenden Deduktionsregeln geschlossen sind, und zweitens, weil in einer Argumentation als direkte Argumentationspartner oder als Auditorium im Normalfall mehrere Teilnehmer auftreten, die möglicherweise unterschiedliche Systeme logischer Zustimmungsregeln erfüllen, gemeinsam aber nur auf bezüglich dieser unterschiedlichen Ableitungssysteme minimale Systeme als ableitungstheoretische Basis festzulegen sind. Und sicher wird es in vielen Fällen nicht sinnvoll sein, selbst nach einem minimalen Ableitungssystem mit verbindlicher argumentativer Wirkung zu suchen, da sich die Partner in ihren Zustimmungen nicht auf bestimmte Regeln festlegen lassen.

Deshalb ist sicher auch das schwächste der im nachfolgenden zu explizierenden Minimalsysteme logischer Folgebeziehung nicht universell wirksam, und für viele Teilnehmer wird es kein solches für die Gestaltung argumentativer Akte wirksames System logischer Folgebeziehung geben.

2 Minimale Systeme logischer Folgebeziehung

Bei der Bestimmung der Minimalsysteme logischer Folgebeziehung gehen wir von folgenden von diesen Systemen zu erfüllenden Minimalforderungen aus:

2.1 Minimalforderungen (klassischer) logischer Folgebeziehung:

FP. Folgerungsregel: Die Deduktionen sollen unter der klassischen Folgebeziehung geschlossen sein, d.h., sie sollen von wahren Prämissen zu wahren Folgerungen führen.

PP. Pragmatische Regel: Die Deduktionsregeln sollen pragmatisch angemessen sein, d.h., sie sollen möglichst einfach sein und sich auf die gebräuchlichsten Junktoren beziehen.

RP. Relevanzregel: Zwischen Prämissen und Konklusionen sollen Relevanzbeziehungen bestehen. Das Deduktionssystem soll weder im Falle widersprüchlicher Prämissen noch im Falle klassisch tautologischer Konklusionen trivialisieren. (Es soll keine Ausdrücke M_1 bzw. M_2 derart geben, daß für beliebige Ausdrücke N gilt: $M_1 \vdash N$ bzw. $N \vdash M_2$; im speziellen soll weder $M \wedge \sim M \vdash N$ noch $M \vdash N \vee \sim N$ gelten.

In argumentationslogische Zusammenhänge übertragen, ist eine Deduktionsregel der Art $M_1, M_2 \vdash N$ folgendermaßen zu verstehen:
Wenn gilt $A_i(x,M_1,t,y)$ und $A_k(x,M_2,t,y)$, so gilt (falls diese Regel von x gegenüber y in t erfüllt wird) auch: $A_{i+k+1}(x,N,t,y)$.

Für beliebige Deduktionssysteme sollen folgende Regeln gelten:

(EIN) Einsetzungsregel

(ERS) Ersetzbarkeitsregel: Wenn $M \overset{i}{\vdash} N$ und $N \overset{j}{\vdash} M$, so sind beliebige Vorkommen von M durch N in $G \overset{k}{\vdash} H$ ersetzbar, wobei die dadurch entstehende Deduktionsregel die Ableitbarkeitsstufe i+j+k+1 hat.

(TRA) Transitivitätsregel: Wenn $M \overset{i}{\vdash} N$ und $N \overset{j}{\vdash} K$ Deduktionsregeln der Stufen i und j sind, so ist $M \overset{l}{\vdash} K$ eine abgeleitete Deduktionsregel der Stufe i+j+1.

$M \vdash N$ ist als Abkürzung für $M \overset{1}{\vdash} N$ zu verstehen. $M \overset{*}{\vdash} N$ steht dafür, daß es mindestens ein i mit $M \overset{i}{\vdash} N$ gibt.

(DED) Deduktionsprinzip: Wenn $M_1, \ldots, M_k \overset{i}{\vdash} N$,
so $M_1, \ldots, M_{k-1} \overset{i+1}{\vdash} M_k \supset N$.

Für konzeptualistische Systeme (Strenge Folgebeziehung Sinowjew/Wessel und analytische Implikation) ist diese Regel einzuschränken: M_k darf nur solche Variablen enthalten, die in $M_1, \ldots, M_{k-1}$ enthalten sind.

Sowohl PP als auch RP sind präzisierungsbedürftig, wenn sie zur Bestimmung konkreter Deduktionssysteme führen sollen. Für PP sollen hier Präzisierungen betrachtet werden, die sich auf die syntaktische Komplexität der anzunehmenden Deduktionsregeln beziehen:

PP^1: Die Deduktionsregeln sollen höchstens einen zweistelligen oder zwei einstellige Junktoren enthalten. Sie sollen sich auf $\sim, \wedge, \vee, \supset$ beziehen.

PP^2: Die Deduktionsregeln sollen höchstens einen zweistelligen und zwei einstellige Junktoren enthalten. Sie sollen sich auf $\sim, \wedge, \vee, \supset$ beziehen.

2.2 Das Minimalsystem M1

Mit FP, PP^1 und RP wird folgendes Deduktionssystem M1 eindeutig festgelegt:

(0) $M \vdash M$

(1) $N \vdash M \supset N$ (2) $M \supset N, M \vdash N$

(3) $M \vee M \vdash M$ (4) $M \vdash M \vee N$

(5) $N \vdash M \vee N$ (6) $M, N \vdash M \wedge N$

(7) $M \wedge N \vdash M$ (8) $M \wedge N \vdash N$

(9) $M \vdash {\sim\sim}M$ (10) ${\sim\sim}M \vdash M$

Dieses System ist bezüglich der Prinzipien FP, PP^1 und RP widerspruchsfrei und vollständig: Alle primären Deduktionsregeln erfüllen die in FP und PP^1 genannten Forderungen, und jede Erweiterung des Systems mit Deduktionsregeln, die bezüglich M1 keine sekundären Deduktionsregeln sind, würde zur Verletzung mindestens eines dieser Prinzipien führen. Sekundäre Deduktionsregeln von M1 sind z.B.:

$M \wedge N \overset{3}{\vdash} N \wedge M$ $M \wedge N \overset{3}{\vdash} M \vee N$ $M \wedge N \overset{3}{\vdash} N \vee M$.

Auch ohne Regel (0) ist als abgeleitete Deduktionsregel gewinnbar: $M \overset{3}{\vdash} M$. Aber es wäre nicht gewinnbar $M \vdash M$.

Keine sekundäre Regel ist z.B. $M \vee N \overset{*}{\vdash} N \vee M$.

In diesem System werden keine Regeln für die Interdefinierbarkeit von Konjunktion, Alternative und Implikation angenommen. Mit der Definition $M \supset N =_{Df} {\sim}M \vee N$ würde M1 nicht mehr der Relevanzforderung RP entsprechen, denn dann wäre mit (2) und (4) $M, {\sim}M \vdash N$ gewinnbar:

Hätten wir einen klassisch pragmatischen Standpunkt eingenommen und auf RP verzichtet, wäre auch das nicht in M1 enthaltene, aber klassisch gültige

(1') $N \vdash M \supset M$

in diese Deduktionsregelmenge aufzunehmen gewesen.

Mit dem Übergang zu der mit Prinzip PP^2 höheren syntaktischen Komplexitätsstufe verlieren wir die mit PP^1 gegebene eindeutige Bestimmung eines speziellen Deduktionssystems, das bezüglich der Prinzipien FP, PP und RP widerspruchsfrei und vollständig ist.

Für argumentationslogische Analysen sinnvolle Einschränkungen der so gegebenen Menge bezüglich der Prinzipien FP, PP und RP widerspruchsfreier und vollständiger Deduktionssysteme erhalten wir, wenn die Relevanzbedingung RP relevanzlogisch spezifiziert wird:

RP^a. Die Regeln des Deduktionssystems (primäre und sekundäre) sollen im Sinne der Sinowjewschen Strengen logischen Folgebeziehung (analytischen Implikation 1. Stufe) relevant sein.[4]

RP^t. Die Regeln des Deduktionssystems (primäre und sekundäre) sollen im Sinne der Tautological Entailments relevant sein.[5]

[4] Vgl. Sinowjew (1970), Wessel (1984), Parry (1933, 1989), Dunn (1972).

[5] Vgl. Anderson/Belnap (1975), Anderson et al. (1992).

2.3 Das Minimalsystem M2^{a}

Mit RP^{a} erhält man das folgende Deduktionssystem M2^{a}:

(0)	$M \vdash M$		
(1)	$M \supset N, M \vdash N$	(2)	$M \supset N, \sim N \vdash \sim M$
(3)	$M \vdash M^{\#} \supset M$	(4)	$M \vdash \sim M \supset M^{\#}$
(5)	$M \supset \sim M \vdash \sim M$	(6)	$\sim M \supset M \vdash M$
(7)	$M \vee M \vdash M$		
(8)	$M \vdash M \vee M^{\#}$	(9)	$M \vdash M^{\#} \vee M$
(10)	$M \vdash M^{\#} \vee \sim M^{\#}$	(11)	$\sim M \vdash M^{\#} \vee \sim M^{\#}$
(12)	$M \vee N, \sim M \vdash N$	(13)	$M \vee N, \sim N \vdash M$
(14)	$M, N \vdash M \wedge N$		
(15)	$M \wedge N \vdash M$	(16)	$M \wedge N \vdash N$
(17)	$\sim(M \supset N) \vdash M$	(18)	$\sim(M \supset N) \vdash \sim N$
(19)	$\sim(M \vee N) \vdash \sim M$	(20)	$\sim(M \vee N) \vdash \sim N$
(21)	$\sim(M \wedge N), M \vdash \sim N$	(22)	$\sim(M \wedge N), N \vdash \sim M$
(23)	$M \vdash \sim\sim M$	(24)	$\sim\sim M \vdash M$

Das obige System M2^{a} ist ein vollständiges System der Strengen logischen Folgebeziehung Sinowjews. Damit gilt für die Strenge logische Folgebeziehung, daß alle in ihr gültigen Folgerungsrelationen unter Rückgriff auf solche Deduktionsregeln gewonnen werden können, die nur einen zweistelligen und zwei einstellige Junktoren enthalten. Um Vollständigkeit im Sinne der Strengen logischen Folgebeziehung zu erreichen, muß also der im pragmatischen Prinzip PP^{2} festgelegte Komplexitätsgrad nicht überschritten werden.

Würde man die für die Sinowjewsche Strenge Folgebeziehung gültige konzeptualistische Variablenbedingung, nach der in den Konklusionen einer Strengen Folgebeziehung keine Variablen vorkommen dürfen, die nicht in den Prämissen vorkommen, durch die entsprechende strengere Forderung nach Erfüllungsrelevanz der Konklusion für die Prämissen ersetzen (d.h., jede partielle Erfüllung der Konklusion soll zumindest partiell die Prämissen erfüllen), müßten die folgenden primären Schlußregeln (5) $M \vdash M \supset M$, (5') $M \vdash \sim M \supset \sim M$, (10) $M \vdash M \vee \sim M$ und (10') $\sim M \vdash M \vee \sim M$ ausgeschlossen werden.[6]

2.4 Das Minimalsystem M2^{t}

Mit RP^{t} anstelle von RP^{a} erhält man das Deduktionssystem M2^{t}, das ein Teilsystem des Systems der Tautological Entailments ist:

(0)	$M \vdash M$				
(1)	$N \vdash M \supset N$	(2)	$M \vdash \sim M \supset N$		
(3)	$M \supset \sim M \vdash \sim M$	(4)	$\sim M \supset M \vdash M$		
(5)	$M \vdash M \vee N$	(6)	$N \vdash M \vee N$	(7)	$M \vee M \vdash M$
(8)	$M, N \vdash M \wedge N$	(9)	$M \wedge N \vdash M$	(10)	$M \wedge N \vdash N$
(11)	$\sim(M \supset N) \vdash M$	(12)	$\sim(M \supset N) \vdash \sim N$		
(13)	$\sim(M \vee N) \vdash \sim M$	(14)	$\sim(M \vee N) \vdash \sim N$		
(15)	$\sim M \vdash \sim(M \wedge N)$	(16)	$\sim N \vdash \sim(M \wedge N)$		
(17)	$M \vdash \sim\sim M$	(18)	$\sim\sim M \vdash M$		

Das gültige Tautologische Entailment $A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee C$ ist beispielsweise nicht als sekundäre Deduktionsregel gewinnbar.

Für die vollständige Darstellung der gültigen Tautological Entailments sind

[6] Stelzner (1992a, 1994, 1996).

also Deduktionsregeln notwendig, durch die die mit der pragmatischen Regel PP^2 gegebene Komplexitätsstufe überschritten wird.

2.5 Beziehungen zwischen den Minimalsystemen

Man sieht leicht, daß das mit dem allgemeineren Relevanzprinzip RP gebildete System M1 weder ein Teilsystem von System $M2^a$ noch ein Teilsystem von System $M2^t$ ist. Dies wäre aber gerade zu erwarten gewesen. Man hätte wohl annehmen dürfen, daß das als elementarstes System eingeführte System M1 doch Teilsystem der komplexeren Systeme $M2^a$ bzw. $M2^t$ ist. Um das zu erreichen, könnte man natürlich die verschärften Relevanzprinzipien RP^a und RP^t bereits mit FP und PP^1 verknüpfen und damit System M1 zu den Systemen $M1^a$ bzw. $M1^t$ abschwächen.

Ein mit FP, PP^2 und RP aufgebautes System, das System M1 als Teilsystem enthält, ist folgendes System M2, das aus $M2^t$ dadurch entsteht, daß dort (2) $M \vdash {\sim}M \supset N$ durch (2) $M \supset N$, $M \vdash N$ von System M1 ersetzt wird:

(0)	$M \vdash M$				
(1)	$N \vdash M \supset N$	(2)	$M \supset N$, $M \vdash N$		
(3)	$M \supset {\sim}M \vdash {\sim}M$	(4)	${\sim}M \supset M \vdash M$		
(5)	$M \vdash M \vee N$	(6)	$N \vdash M \vee N$	(7)	$M \vee M \vdash M$
(8)	$M, N \vdash M \wedge N$	(9)	$M \wedge N \vdash M$	(10)	$M \wedge N \vdash N$
(11)	${\sim}(M \supset N) \vdash M$	(12)	${\sim}(M \supset N) \vdash {\sim}N$		
(13)	${\sim}(M \vee N) \vdash {\sim}M$	(14)	${\sim}(M \vee N) \vdash {\sim}N$		
(15)	${\sim}M \vdash {\sim}(M \wedge N)$	(16)	${\sim}N \vdash {\sim}(M \wedge N)$		
(17)	$M \vdash {\sim}{\sim}M$	(18)	${\sim}{\sim}M \vdash M$		

Dieses System leidet allerdings nicht nur unter dem Gesichtspunkt der gegebenen Relevanzbeziehungen an einer nicht zu übersehenden Heterogenität: (1) widerspricht es dem konzeptualistischen Relevanzkriterium und (2) dem tautologischen Relevanzkriterium. Außerdem wird die Implikation (die semantisch klassisch verstanden wird) syntaktisch anders behandelt als die Alternative bzw. Konjunktion: Wenn wir nämlich in (2) die Implikation durch die definitionsgleiche Alternative ${\sim}M \vee N$ ersetzen, erhalten wir den disjunktiven Syllogismus ${\sim}M \vee N$, $M \vdash N$, der aber für die Alternative nicht angenommen wird. D.h., die Implikation wird nicht mehr analog zur Alternative behandelt. Damit wäre aber die Erweiterung des Systems M2 zu einem im Sinne der Tautological Entailments vollständigem System unmöglich geworden. Eine Erweiterung ist jetzt lediglich zu den mit Relevanzparadoxien behafteten klassischen Folgerungssystem möglich.

Ein Weg, um zu erreichen, daß die jeweils minimaleren Systeme in den komplexeren Systemen enthalten sind, wobei RP nicht schon bezüglich des Grundsystems spezifiziert wird, eröffnet sich, wenn wir das pragmatische Prinzip PP abweichend von PP^1 und PP^2 einschränken, indem nur noch $\sim$, $\wedge$, $\vee$ als undefinierte aussagenlogische Junktoren berücksichtigt werden und die Implikation definitorisch über die Alternative eingeführt wird, wie das sowohl im System der Strengen Folgebeziehung als auch im System der Tautological Entailments geschieht:

PP^{1-}: Die Deduktionsregeln sollen höchstens einen zweistelligen oder zwei einstellige Junktoren enthalten. Sie sollen sich auf $\sim$, $\wedge$, $\vee$ beziehen.

PP^{2-}: Die Deduktionsregeln sollen höchstens einen zweistelligen und zwei einstellige Junktoren enthalten. Sie sollen sich auf $\sim$, $\wedge$, $\vee$ beziehen.

In diesem Sinne erweist sich die materiale Implikation von einem anderen Gesichtspunkt als dem der sogenannten Paradoxien der materialen Implikation ebenfalls als eine Art Fremdkörper unter den primitiven logischen Verbindungen.

2.6 Das Minimalsystem $M1^t$

Mit FP, PP^{1-} wird folgendes Deduktionssystem $M1^t$ eindeutig festgelegt:

(0) $M \vdash M$
(1) $M \vee M \vdash M$
(2) $M \vdash M \vee N$ (3) $N \vdash M \vee N$
(4) $M, N \vdash M \wedge N$ (5) $M \wedge N \vdash M$
(6) $M \wedge N \vdash N$
(7) $M \vdash \sim\sim M$ (8) $\sim\sim M \vdash M$

Im so entstehenden System $M1^t$ wird die tautologische Relevanzforderung durch die Realisierung pragmatisch orientierter syntaktischer Simplizitätsforderungen erfüllt. Auch ohne Hinzufügen von RP^t zu den systemkonstituierenden Prinzipien erweist sich $M1^t$ als Teilsystem von $M2^t$.

2.7 Das Minimalsystem $M1^a$

Wollten wir auf einem analogen Weg ein ähnliches Resultat für das konzeptualistische Relevanzkriterium der Strengen Folgebeziehung erhalten, müßte PP in extremer Weise verschärft werden: Es dürften dann nur noch Negation und Konjunktion als primäre aussagenlogische Junktoren zugelassen werden:

(0) $M \vdash M$
(1) $M, N \vdash M \wedge N$
(2) $M \wedge N \vdash M$ (3) $M \wedge N \vdash N$
(4) $M \vdash \sim\sim M$ (5) $\sim\sim M \vdash M$

Das so entstehende System $M1^a$ ist sowohl Teilsystem konzeptualistischer als auch tautologischer und ebenso klassischer Erweiterungen: Es ist Teilsystem von $M1^t$, $M2^a$, $M2^t$ und der klassischen Folgebeziehung.

2.8 Das klassisch vollständige Minimalsystem $M2^k$

In Analogie zu dem bei Einschränkung von M1 beschrittenen Weg soll zum Abschluß das System $M2^k$ betrachtet werden, das aus $M2^a$ und aus $M2^t$ dadurch entsteht, daß die mit dem jeweiligen Relevanzprinzip RP^* verbundenen Einschränkungen wegfallen. Betrachten wir das auf FP und PP^{2-} basierende System (vgl. S. 259).

Wenn wir die übliche Definition der materialen Implikation:

$$M \supset N =_{df} \sim M \vee N$$

annehmen und im Deduktionsprinzip (DED)

Wenn $M_1, \ldots, M_k \overset{i}{\vdash} N$, so $M_1, \ldots, M_{k-1} \overset{i+1}{\vdash} M_k \supset N$.

dieser Definition entsprechend durch

Wenn $M_1, \ldots, M_k \overset{i}{\vdash} N$, so $M_1, \ldots, M_{k-1} \overset{i+1}{\vdash} \sim M_k \vee N$

ersetzen und so (unter Beibehaltung der Einschränkung zum Variablenvorkommen im Falle konzeptualistischer Systeme) zur Regel ($DED^\vee$) übergehen, so ist das so bestimmte System M2 ein vollständiges System der klassischen Aussagenlogik. Ohne die mit dem Relevanzprinzip PR verbundenen Einschränkungen führt das pragmatische Prinzip PP^- also schon bei seiner Abschwächung in dem Sinne, daß die primären Deduktionsregeln höchstens einen zweistelligen und zwei einstellige Junktoren enthalten dürfen, mit den Deduktionsprinzipien (EIN), (ERS), (TRA) und ($DED^\vee$) zu einem vollständigen System der klassischen Aussagenlogik, in dem in Schritt-für-Schritt-Prozeduren jede klassisch gültige Deduktionsregel als

	$M2^k$	$M2^a$	$M2^t$	$M1^t$	$M1^a$	M1
(0)	$M \vdash M$	+	+	+	+	+
(1)	$M \vdash M \vee N$	$M \vdash M \vee M$	+	+	-	+
(2)	$N \vdash M \vee N$	$M \vdash M \vee M$	+	+	-	+
(3)	$M \vee M \vdash M$	+	+	+	-	+
(4)	$N \vdash M \vee \sim M$	$M \vdash M \vee \sim M$	=	-	-	-
		$\sim M \vdash M \vee \sim M$	=	-	-	-
(5)	$M \vee N, \sim M \vdash N$	+	-	-	-	$M \supset N$, $M \vdash N$
(6)	$M \vee N, \sim N \vdash M$	+	-	-	-	-
(7)	$M, N \vdash M \wedge N$	+	+	+	+	+
(8)	$M \wedge N \vdash M$	+	+	+	+	+
(9)	$M \wedge N \vdash N$	+	+	+	+	+
(10)	$M \wedge \sim M \vdash N$	$M \wedge \sim M \vdash M$	=	-	-	-
		$M \wedge \sim M \vdash \sim M$	=	-	-	-
(11)	$\sim(M \vee N) \vdash \sim M$	+	+	-	-	-
(12)	$\sim(M \vee N) \vdash \sim N$	+	+	-	-	-
(13)	$\sim M \vdash \sim(M \wedge N)$	$\sim M \vdash \sim(M \wedge \sim M)$	+	-	-	-
(14)	$\sim N \vdash \sim(M \wedge N)$	$M \vdash \sim(M \wedge \sim M)$	+	-	-	-
(15)	$\sim(M \wedge N), M \vdash \sim N$	+	-	-	-	-
(16)	$\sim(M \wedge N), N \vdash \sim M$	+	-	-	-	-
(17)	$M \vdash \sim\sim M$	+	+	+	+	+
(18)	$\sim\sim M \vdash M$	+	+	+	+	+

abgeleitete Deduktionsregel gewinnbar ist. Aber auch das entsprechende System $M2^{a-}$ ist ein vollständiges System der Strengen logischen Folgebeziehung.

Wieder auf die Argumentation bezogen, heißt das, man kann mit elementaren Deduktionsregeln, die nicht die in PP^{2-} bestimmte Komplexitätsstufe überschreiten, alles das explizit gewinnen, was klassisch implizit in den behaupteten oder akzeptierten Argumenten enthalten ist, und daß man unter den gleichen Bedingungen unter Hinzufügung des einschränkenden Prinzips RP^a alle im Sinne der Strengen logischen Folgebeziehung relevanten Folgerungen aus behaupteten oder akzeptierten Argumenten effektiv mit solchen Deduktionsregeln gewinnen kann, in denen nicht mehr als ein zweistelliger und zwei einstellige Funktoren vorkommen.

Literatur

Anderson, A. R.; Belnap Jr., N. D.: *Entailment*, Vol. 1. Princeton 1975.

Anderson, A. R.; Belnap Jr., N. D.; Dunn, M.: *Entailment*, Vol. 2. Princeton 1992.

Dunn, J. M.: A modification of Parrys Analytic Implication. *Notre Dame Journal of Formal Logic*. PhD Thesis, University of Pittsburgh, 1966. Ann Arbor (University Microfilms).

Parry, W. T.: Ein Axiomensystem für eine neue Art von Implikation (analytische Implikation). *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* 4 (1933), 5-6.

Parry, W. T.: Analytic Implication. Its History, Justification and Varieties. In: J. Norman; R. Sylvan (Hrsg.): *Directions in Relevant Logic*. Dordrecht 1989 101-118.

Sinowjew, A. A.: *Komplexe Logik*. Berlin 1970.

Sinowjew, A. A.; Wessel H.: *Logische Sprachregeln*. Berlin 1975.

Stelzner, W.: *Epistemische Logik. Zur logischen Analyse von Akzeptationsformen.* Berlin 1984

Stelzner, W.: Relevant Deontic Logic. *Journal of Philosophical Logic* 21 (1992a), 193-216.

Stelzner, W.: Relevanztypen in A. A. Sinowjews Systemen logischer Folgebeziehung. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Reihe Geistes- und Sozialwissenschaften* 41 (1992b), 13-22.

Stelzner, W.: Relevanz, Konsistenz & Entailment. In: G. Meggle; U. Wessels (Hrsg.): *Analyomen 1.* Berlin 1994, 146-167.

Stelzner, W.: Negation and Relevance. In: H. Wansing (Hrsg.): *Negation. A Notion in Focus.* Berlin 1996, 87-103.

Wessel, H.: *Logik.* Berlin 1984.

Zinov'jev, A. A.: *Complex Logic.* Dordrecht 1982.

DIRK ULLRICH

EIN INHALTLICHER ZUGANG ZUR STRENGEN UND STRIKTEN FOLGEBEZIEHUNG

Horst Wessel zum Sechzigsten

Alexander A. Sinowjew und seine Schüler, insbesondere Horst Wessel, haben verschiedene Systeme aussagenlogischer Folgebeziehung als Alternativen zur 'klassischen aussagenlogischen Folgebeziehung' vorgeschlagen.[1] (Statt „aussagenlogisch" schreibe ich auch kurz „AL-".) Mir gefällt an diesen Systemen, daß sie mit technisch einfachen Mitteln auskommen und daß die Autoren versuchen, ihre Systeme inhaltlich zu motivieren. Letzteres ist m. E. aber ausbaufähig, was ich hier für die von Sinowjew entwickelte strenge und die von Wessel stammende strikte AL-Folgebeziehung zeigen möchte.[2] Dabei meine ich den in der Überschrift angesprochenen inhaltliche Zugang in doppeltem Sinne: „intuitiv" und „semantisch": Erst erarbeite ich anhand inhaltlich-intuitiver Betrachtungen vorläufige anschaulich-semantische Forderungen an AL-Folgebeziehungen und präzisiere sie anschließend zu formal-semantischen Forderungen. Damit definiere ich schließlich einige AL-Folgebeziehungen semantisch.

Insgesamt gehe ich so vor: Nachdem in Abschnitt 1 die Sprache für die hier behandelten AL-Folgebeziehungen abgesteckt wurde, formuliere ich in Abschnitt 2 eine 'semantische Mindestforderung' an jede AL-Folgebeziehung, die auf der klassischen Aussagenlogik (auch kurz „AL") beruht. Das dort definierte System F^{AL}, dessen gültige Formeln genau die diese semantische Mindestforderung erfüllenden sind, ist gewissermaßen *das* Standardsystem der Folgebeziehung für die klassische AL. In 3 betrachte ich eine weitere semantische Forderung nach einer Art 'Sinnzusammenhang' zwischen den Aussagen bzw. AL-Formeln, die in einer Aussage bzw. Formel einer AL-Folgebeziehung vorkommen. Zunächst möchte ich zeigen, daß diese Forderung für eine AL-Folgebeziehung u. U. nützlich und sinnvoll ist. An-

[1] Siehe zum Beispiel Sinowjew (1970), Sinowjew/Wessel (1975) sowie Wessel (1983) und die dort gegebenen weiteren Literaturhinweise.

[2] Es gibt verschiedene Definitionen für beide Folgebeziehungen. So findet man etwa in der Literatur aus Fußnote 1 folgende Varianten: Die strenge AL-Folgebeziehung wird in Sinowjew (1970) einmal semantisch charakterisiert (S. 100, D2) und dann noch einmal durch axiomatisch aufgebaute Systeme S^1 (S. 108 ff.) bzw. S_1 (S. 112 ff.). Auch gibt es dort die übliche semantisch-syntaktische Charakterisierung der strengen AL-Folgebeziehung (S. 112, T1-T3), die ich selbst in Abschnitt 4 anführen werde. Sinowjew/Wessel (1975) enthält ein weiteres axiomatisch aufgebautes System S^s der strengen AL-Folgebeziehung (S. 219 f.) und die semantisch-syntaktische Charakterisierung (S. 221, MT1, S. 222, MT1 und S. 229, MT2). In Wessel (1983) ist schließlich die semantisch-syntaktische Charakterisierung zu finden (D1, S. 163).

Die strikte Folgebeziehung wird in Wessel (1983) semantisch-syntaktisch charakterisiert (S. 164) und für sie ein axiomatisches System F^s aufgebaut (S. 165 ff.).

schließend gewinne ich, ausgehend von inhaltlichen Überlegungen, eine Definition von „Sinnzusammenhang“ und kann so die Sinnzusammenhangs-Forderung präzisieren. Das führt auf ein System F^{stre} der AL-Folgebeziehung, das als Erweiterung von F^{AL} um die präzisierte Forderung nach Sinnzusammenhang entsteht. In Abschnitt 4 wird untersucht, welche anderen Forderungen zur Sinnzusammenhangs-Forderung äquivalent sind und damit anstelle dieser Forderung zur Charakterisierung des Systems F^{stre} dienen können. Dabei wird sich auch zeigen, daß F^{stre} zur strengen AL-Folgebeziehung im Sinne von Sinowjew äquivalent ist. Also hat man mit der rein semantischen Definition von F^{stre} auch eine ebensolche Charakterisierung der strengen Sinowjewschen AL-Folgebeziehung.[3] In Abschnitt 5 motiviere ich inhaltlich eine weitere semantische Forderung an AL-Folgebeziehungen, die eine ‘Wahrheitsabhängigkeit’ der AL-Formeln in einer Formel der logischen Folgebeziehung betrifft. Durch ihre Hinzunahme zu F^{stre} erhält man das System F^{stri} der AL-Folgebeziehung. Es zeigt sich, daß F^{stri} genau die Wesselsche strikte AL-Folgebeziehung charakterisiert. Also liefert die Definition von F^{stri} auch eine rein semantische Charakterisierung der Wesselschen strikten AL-Folgebeziehung.

1 Definition der Sprache für Systeme der AL-Folgebeziehung

Laut Sinowjew und Wessel sind Aussagen einer logischen Folgebeziehung der Art „Aus der Aussage a folgt logisch die Aussage b“ prädikative Aussagen, die aus den Subjekttermini „(die Aussage) a“ und „(die Aussage) b“ und dem zweistelligen Prädikatterminus „aus ... folgt logisch ...“ bestehen.[4] Für ein System S logischer Folgebeziehung heißt das: Zum einen muß man über ein zweistelliges Prädikat – ich werde „$\models_S$“ *als Namen* für dieses Prädikat verwenden – verfügen.[5] Und zum anderen muß man in S Namen für Formeln bilden können. Dazu soll der logische Operator t dienen, der für passende Zeichenreihen Z einen Namen tZ für Z (d. h. einen Subjektterminus, der Z bezeichnet) bildet.[6] Formeln der Folgebeziehung in S haben also die Form: $tA \models_S tB$, wobei A und B geeignete Formeln sind.

Weiterhin beschränke ich mich auf AL-Folgebeziehungen. Dabei soll ein System S logischer Folgebeziehung – in Anlehnung an Sinowjew und Wessel[7] – System einer *AL-Folgebeziehung* heißen, wenn sich in Ausdrücken von S, die $tA \models_S tB$ enthalten, nur auf die AL-Struktur von A und B bezogen wird. Daraus folgt: In jeder Formel $tA \models_S tB$ kann weder in A noch in B ein weiteres Zeichen $\models_S$ vorkommen.[8] Es genügt also, für ein System S der AL-Folgebeziehung in Aussagen

[3] Die semantische Charakterisierung der strengen AL-Folgebeziehung aus Sinowjew (1970), S. 100 ist leider falsch – siehe Fußnote 16.

[4] Siehe dazu etwa Sinowjew/Wessel (1975), S. 209 oder Wessel (1983), S. 142 f., S. 158 f. An diesen Stellen findet man in etwa folgende Begründung für diese Auffassung: In Aussagen „Aus der Aussage a folgt logisch die Aussage b“ wird über die Aussagen a und b – und nicht über die in a und b erwähnten Gegenstände, Eigenschaften, ... – gesprochen. Diese Auffassung wird auch von anderen Autoren, wie z. B. Quine in Quine (1969), geteilt.

[5] Ich bevorzuge hier „$\models$“ anstatt des (von Wessel und Sinowjew verwendeten) „$\vdash$“, da ich mich ausschließlich mit semantischen Charakterisierungen logischer Folgebeziehungen beschäftige und sich dafür „$\models$“ eingebürgert hat.

[6] Mein „t“ ähnelt dem „t“ von Sinowjew und Wessel, ich arbeite aber gewissermaßen ‘eine Stufe höher’ als Sinowjew und Wessel (sowie Quine, dessen „$\ulcorner\urcorner$“ dem „t“ von Sinowjew und Wessel entspricht. Siehe etwa Quine (1962).): Bei diesen Autoren *ist* „$\vdash$“ das Prädikat einer logischen Folgebeziehung und nicht etwa Name dafür usw.

[7] Siehe etwa Sinowjew (1970), S. 100, Sinowjew/Wessel (1975), S. 209 f. und Wessel (1983), S. 140, 158.

[8] Eine Begründung dafür findet man etwa an den in Fußnote 7 angegebenen Stellen.

$tA \models_S tB$ für A und B jeweils nur AL-Formeln zuzulassen.

Damit habe ich alle Bestimmungsstücke für die Sprache eines beliebigen Systems der AL-Folgebeziehung zusammen.

Zunächst seien die AL-Formeln eines solchen Systems definiert. Dazu wird ein beliebiger, aber fest gewählter Bereich $\mathcal{O}$ von AL-Operatoren zugrunde gelegt, so daß alle Systeme der AL-Folgebeziehung mit den selben AL-Formeln arbeiten. Auch seien ein paar nützliche Termini für AL-Formeln eingeführt.

Definition 1 (AL-Formeln und nützliche Termini für AL-Formeln).

1. *Die* **Sprache der AL** *(relativ zum festgewählten Bereich $\mathcal{O}$ von AL-Operatoren) bestehe aus:*

   SpA-1. Alphabet*:*

   - **AL-Variablen***: p, q, r – mit Unterscheidungszeichen, falls nötig.*
   - **AL-Operatoren***: sämtliche Elemente von $\mathcal{O}$.*

   SpA-2. AL-Formeln*:*

   Alf-1. *Alle AL-Variablen sind AL-Formeln.*

   Alf-2. *Ist $\circ$ ein n-stelliger AL-Operator ($n \geq 1$) und sind A_1, A_2, ..., A_n allesamt AL-Formeln, so ist auch $\circ A_1 A_2 \cdots A_n$ eine AL-Formel.*

   Alf-3. *Nichts sonst ist eine AL-Formel.*

2. *Eine AL-Formel A heiße* **AL-zusammengesetzt**, *wenn A keine AL-Variable ist. Ist A eine AL-zusammengesetzte AL-Formel, so gibt es einen eindeutig bestimmten AL-Operator $\circ$ – etwa n-stellig – und eindeutig bestimmte AL-Formeln A_1, A_2, ..., A_n mit $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ (eindeutige Lesbarkeit der AL-Formeln); entsprechend heiße $\circ$* **Hauptoperator** *von A und die A_i ($1 \leq i \leq n$)* **unmittelbare AL-Teilformeln** *von A. Und B heiße* **AL-Teilformel** *von A, wenn B eine AL-Formel ist und als Zeichenreihe Teil von A ist.*

Die Termini „AL-zusammengesetzt“, „Hauptoperator“ und „(unmittelbare) AL-Teilaussage“ für Aussagen werden sinngemäß benutzt.

Jetzt kann ich die Sprache eines beliebigen Systems der AL-Folgebeziehung abgrenzen:

Definition 2 (Formeln der AL-Folgebeziehung).

Die **Sprache eines** *beliebigen* **Systems S der AL-Folgebeziehung** *umfasse:*

SpF-1. Alphabet*:*

- *alle Zeichen des Alphabets für die Sprache der AL*
- **terminibildender Operator***: t*
- **zweistelliges Prädikat der Folgebeziehung***: $\models_S$*

SpF-2. *Formeln der AL-Folgebeziehung von S:*

FoF-1. *Sind A und B AL-Formeln von S, so ist $tA \models_S tB$ eine Formel der AL-Folgebeziehung von S.*

FoF-2. *Nichts sonst ist eine Formel der AL-Folgebeziehung von S*

Wird im folgenden von einem System S der AL-Folgebeziehung gesprochen, so liegt immer die gerade festgesetzte Sprache für S zugrunde.

2 Eine semantische Mindestforderung an AL-Folgebeziehungen

Ich betrachte hier nur Systeme, denen die klassische AL zugrunde liegt und meine von nun an mit „AL-Folgebeziehungen“ immer auf der klassischen AL basierende. Damit enthält der zugrunde gelegte Bereich $\mathcal{O}$ ab jetzt nur klassische AL-Operatoren, die ja wahrheitswertfunktional sind: Zu jedem, etwa n-stelligen, AL-Operator $\circ$ ($n \geq 1$) gibt es eine n-stellige Zuordnung $Z_\circ$, die jedem n-Tupel von w (für „**w**ahr“) bzw. f (für „**f**alsch“) genau einen der Werte w bzw.f zuordnet.

Allgemein besagt eine Aussage „Aus der Aussage a folgt logisch die Aussage b“, daß sich die Wahrheit der Aussage b aus der Wahrheit der Aussage a ‘aus logischen Gründen’ ergibt. Für eine AL-*Folgebeziehung* ist also zumindest zu fordern:[9] Mit „Aus der Aussage a folgt aussagenlogisch die Aussage b“ gilt auch:

SEM-1 (v). Aus der Wahrheit von a ergibt sich die Wahrheit von b *aus Gründen der AL.*

Das „aus Gründen der AL“ ist so gemeint: Aus der Wahrheit von a ergibt sich immer die Wahrheit von b – *unabhängig von der Wahrheit der nicht AL-zusammengesetzten AL-Teilaussagen von a oder b.* Damit kann man SEM-1 (v) konkretisieren:

SEM-1 (v)′. Unabhängig von der Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten AL-Teilaussagen von a oder b ist mit a auch b wahr.

Um die zugehörige Forderung an ein System S der AL-Folgebeziehung formulieren zu können, muß ich kurz etwas zum Zusammenhang zwischen Aussagen und AL-Formeln sagen. In der AL interessiert man sich nicht für nicht AL-zusammengesetzte Aussagen; ihnen entsprechen deshalb die ‘AL-unstrukturierten’ AL-Variablen, die gewissermaßen für beliebige nicht AL-zusammengesetzte Aussagen stehen. (Damit ist eine AL-Formel keine Aussage, sondern eine Art Aussagenschema.) Will man nun eine Eigenschaft $\mathcal{E}$ von Aussagen als Eigenschaft $\mathcal{E}'$ auf AL-Formeln übertragen, so interessiert man sich in der AL nur dafür, wie sich $\mathcal{E}$ bzw. $\mathcal{E}'$ beim Zusammensetzen von Aussagen bzw. AL-Formeln aus anderen Aussagen bzw. AL-Formeln mittels AL-Operatoren ‘vererbt’. Dagegen wird für die nicht AL-zusammengesetzte Aussagen als geklärt vorausgesetzt, wann sie $\mathcal{E}$ haben oder nicht haben. Das bedeutet: Damit man überhaupt davon sprechen kann, daß eine AL-Formel A $\mathcal{E}'$ hat oder nicht hat, muß für alle in A vorkommenden AL-Variablen vorgegeben sein, ob sie $\mathcal{E}'$ haben oder nicht. Für diese Vorgabe verwende ich Belegungen, wobei für die Eigenschaft der Wahr- bzw. Falschheit sogenannte Wahrheitswert-Belegungen dienen:

Definition 3 (Belegung).

1. *Sei W irgendein Bereich. Eine* **W-Belegung** *sei eine Zuordnung, die für (nicht notwendig alle) AL-Variablen definiert ist und deren Werte sämtlich aus W stammen.*

2. WW *sei der Bereich, der genau die zwei voneinander verschiedenen Werte* w *und* f *enthalte; eine* WW*-Belegung wird auch* **Wahrheitswert-Belegung** *genannt.*

[9] Eine ähnliche Forderung findet man als eines der zwei sogenannten „Grundprinzipien der Deduktion“ auch bei Sinowjew und Wessel. (Siehe etwa Sinowjew (1970), S. 102; Sinowjew/Wessel (1975), S. 210 f. und Wessel (1983), S. 159.)

Definition 4 (Wahrheitswert).
Sei α eine WW-Belegung. Dann werden gewissen AL-Formeln **Wahrheitswerte bei α** *wie folgt rekursiv zugeschrieben:*

Ww-1. *Ist A eine AL-Variable, so wird A bei α als Wahrheitswert $\alpha(A)$ zugeschrieben, sofern α für A definiert ist. Ist α für A nicht definiert, wird A bei α kein Wahrheitswert zugeschrieben.*

Ww-2. *Ist $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ ($n \geq 1$, A_1, A_2, $\cdots$ A_n AL-Formeln, $\circ$ n-stelliger AL-Operator), so wird A bei α der Wahrheitswert $Z_\circ(v_1, v_2, \cdots v_n)$ zugeschrieben. Ansonsten wird A bei α kein Wahrheitswert zugeschrieben.*

Ww-3. *AL-Formeln werden Wahrheitswerte nur aufgrund von Ww-1 und Ww-2 zugeschrieben.*

Nun läßt sich folgendes leicht zeigen, was die nächste Definition rechtfertigt:

Notiz 1 (Eindeutigkeit des Wahrheitswerts).
Sei α eine WW*-Belegung. Dann wird jeder der AL-Formel höchstens ein Wahrheitswert bei α zugeordnet.*

Beweis. Der Beweis ist eine einfache Induktion über den Formelaufbau:

Ist A eine AL-Variable, der ein Wahrheitwert v zugeschrieben wird, so kann wegen der eindeutigen Lesbarkeit A nicht auch eine AL-zusammengesetzte AL-Formel sein; also geschieht die Wahrheitswert-Zuschreibung gemäß Ww-1. Damit ist $v = \alpha(A)$ und somit eindeutig bestimmt.

Ist $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ ($n \geq 1$, $\circ$ n-stelliger AL-Operator und A_1, A_2, ..., A_n AL-Formeln) und gelte die Behauptung für A_1, A_2, ..., A_n. Wird A bei α etwa der Wahrheitswert v zugeschrieben, so kann aufgrund der eindeutigen Lesbarkeit A nicht auch eine AL-Variable sein; folglich geschieht die Wahrheitswert-Zuschreibung gemäß Ww-2, d. h. es gibt ein $m \geq 1$, einen m-stelligen AL-Operator $*$ und AL-Formeln $B_1, B_2, \ldots, B_m$ mit $A = *B_1 B_2 \cdots B_m$ derart, daß den B_i ($1 \leq i \leq m$) sämtlich Wahrheitswerte v_i zugeschrieben werden und $v = Z_* v_1 v_2 \cdots v_m$ gilt. Wegen $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ und der eindeutigen Lesbarkeit der AL-Formeln gilt $m = n$, $* = \circ$ und $B_i = A_i$ ($1 \leq i \leq m = n$) und damit auch $v = Z_\circ(v_1 v_2 \cdots v_n)$. Aufgrund der Induktionsvoraussetzung sind v_1, v_2, $\cdots$ v_n eindeutig bestimmt, damit ist aber auch $v = Z_\circ(v_1 v_2 \cdots v_n)$ eindeutig. □

Definition 5 (semantische Hilfstermini).
Seien A eine AL-Formel und α eine WW*-Belegung.*

1. $\boldsymbol{ww(A, \alpha)}$ *sei so definiert: Wird A bei α kein Wahrheitswert zugeschrieben, so sei $ww(A, \alpha)$ undefiniert. Wird A bei α ein (nach Notiz 1 eindeutig bestimmter) Wahrheitswert v zugeschrieben, so sei $ww(A, \alpha) := v$.*

2. *α heißt* **WW-Belegung für $\boldsymbol{A}$**, *wenn $ww(A, \alpha)$ definiert ist.*

Jetzt läßt sich SEM-1 (v)′ für ein beliebiges System S der AL-Folgebeziehung formulieren. Das „unabhängig von der Wahrheit der nicht AL-zusammengesetzten Aussagen (die Teil von a oder b sind)“ wird natürlich zu: „für jede WW-Belegung (für A und B)“. Also gilt mit $tA \models_S tB$ in S notwendig auch:

SEM-1. Für jede WW-Belegung α für A und B folgt aus $ww(A, \alpha) = \mathsf{w}$ auch $ww(B, \alpha) = \mathsf{w}$.

Wenn man es in einem System S der AL-Folgebeziehung bei der Forderung SEM-1 für das Gelten von $tA \models_S tB$ bewenden läßt, erhält man gerade das System F^{AL} der klassischen AL-Folgebeziehung:

Definition 6 ($\boldsymbol{F^{AL}}$).
Seien A und B beliebige AL-Formeln. $\boldsymbol{tA \models_{F^{AL}} tB}$ gilt genau dann, wenn folgendes gilt:

SEM-1. *Für jede* WW*-Belegung* α *für* A *und* B *folgt aus* $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ *auch* $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.

Nun treten in F^{AL} die bekannten Paradoxien der klassischen AL-Folgebeziehung auf.[10] Diese Paradoxien waren und sind offensichtlich ein wesentlicher Grund für die Entwicklung alternativer Systeme logischer Folgebeziehung. Ich werde aber hier auf sie nicht weiter eingehen, sondern die Betrachtung alternativer AL-Folgebeziehungen ohne expliziten Bezug zu den Paradoxien motivieren. Dazu zeige ich, beginnend mit dem nächsten Abschnitt, daß für bestimmte Problemstellungen bzw. intuitive Auffassungen von „AL-Folgebeziehung“ über SEM-1 hinausgehende Forderungen erhoben werden müssen.

3 Die Erweiterung von F^{AL} um eine Forderung nach Sinnzusammenhang

In der klassischen AL interessiert man sich nur für die ‘wahrheitswertfunktionale Seite’ der logischen Struktur von AL-zusammengesetzten Aussagen: Für eine AL-zusammengesetzte Aussage a ist ihr Zusammengesetztsein aus anderen Aussagen mit Hilfe von AL-Operatoren nur insoweit von Bedeutung, als der Wahrheitswert von a von den Wahrheitswerten der unmittelbaren AL-Teilaussagen von a abhängt. Nun gibt es aber noch weitere Eigenschaften von Aussagen, die mit dem Zusammengesetztsein aus anderen Aussagen mit Hilfe von AL-Operatoren zusammenhängen. Das ist so gemeint: Für eine solche Eigenschaft $\mathcal{E}$ von Aussagen gilt: Ob einer AL-zusammengesetzten Aussage a $\mathcal{E}$ zukommt, hängt über den AL-Hauptoperator von a davon ab, ob die unmittelbaren AL-Teilaussagen von a diese Eigenschaft $\mathcal{E}$ besitzen. Zu solchen, ebenfalls für die AL wichtigen Eigenschaften von Aussagen zählt etwa der Sinn einer Aussage.[11]

Der Sinn einer Aussage ist für die Betrachtung logischer Folgebeziehungen interessant, weil unsere Intuition für das Gelten von „aus a folgt logisch b“ fordert, daß der Sinn von a mit dem Sinn von b zusammenhängt.

Auch in ‘technischer Hinsicht’ ist eine AL-Folgebeziehung nützlich, die einen Sinnzusammenhang zwischen Aussagen berücksichtigen kann. Ein Beispiel: Betrachtet man eine Gesamtheit $\mathcal{T}$ von Aussagen – etwa eine Theorie –, so kann $\mathcal{T}$ u. U. widerspruchsvoll sein, d. h. man kann aus $\mathcal{T}$ einen logischen Widerspruch ableiten. Liegt beim logischen Folgern für $\mathcal{T}$ die klassische logische Folgebeziehung zugrunde (deren AL-Fragment F^{AL} ist), so ist eine solche widersprüchliche Theorie $\mathcal{T}$ nutzlos, denn dann kann man aus einem Widerspruch jede Aussage ableiten. Trotzdem wird man selbst bei einem widersprüchlichen $\mathcal{T}$ nicht ganz $\mathcal{T}$ auf einmal verwerfen, sondern die Aussagen in $\mathcal{T}$ zu isolieren versuchen, die für die Widersprüchlichkeit von $\mathcal{T}$ verantwortlich sind. Dabei ist eine logische Folgebeziehung von Nutzen, die einen Sinnzusammenhang zwischen Aussagen berücksichtigt, denn als Verursacher der Widersprüchlichkeit von $\mathcal{T}$ sind Aussagen aus $\mathcal{T}$ ‘verdächtig’, die mit dem Widerspruch in einem inhaltlichen und damit Sinnzusammenhang stehen. Mit Hilfe einer ‘für Sinnzusammenhänge sensiblen’ Folgebeziehung kann man so, vom Widerspruch ausgehend, dessen Entstehung rückwärts verfolgen. Hat man die an der Widersprüchlichkeit von $\mathcal{T}$ ‘schuldigen’ Aussagen aus $\mathcal{T}$ gefunden, muß

[10] Siehe dazu etwa Sinowjew/Wessel (1975), S. 193 ff. oder Wessel (1983), S. 140 ff.

[11] Was ich hier mit „Sinn einer Aussage“ bezeichne, wird in der englischsprachigen Literatur – zum Beispiel von Quine – meist „meaning“ genannt. Ich schließe mich bei der Wortwahl aber Sinowjew und Wessel an.

man auf eine oder einige von ihnen verzichten, wenn man $\mathcal{T}$ wieder widerspruchsfrei machen möchte. Dafür gibt es in der Regel mehrere Möglichkeiten, und um sich für eine von ihnen zu entscheiden, möchte man gern wissen, welche Aussagen von $\mathcal{T}$ nach einem Verzicht auf gewisse $\mathcal{T}$-Aussagen jeweils nicht mehr folgerbar sind. Auch dafür ist eine für Sinnzusammenhänge sensible logische Folgebeziehung von Nutzen. Denn in erster Linie sind die Aussagen aus $\mathcal{T}$ von einer Einschränkung von $\mathcal{T}$ betroffen, für deren Ableitung die aus $\mathcal{T}$ entfernten Aussagen wesentlich sind. Und das bedeutet, daß wieder ein Sinnzusammenhang besteht.

Damit hat man mindestens zwei Gründe für die Suche nach Systemen von AL-Folgebeziehungen, die Sinnzusammenhänge zwischen Aussagen berücksichtigen: unsere intuitive Auffassung logischer Folgerung und gewisse Situationen, die beim logischen Folgern 'im wirklichen Leben' tatsächlich vorkommen.

Ich kann und will hier den Terminus „Sinn einer Aussage" nicht ausführlich erörtern. Also untersuche ich auch nicht, was man genau unter „Sinn einer Aussage" verstehen könnte (oder sollte).[12] Ich versuche statt dessen zu ermitteln, wann man sagen kann, daß zum AL-Folgern der Sinn einer Aussage a bekannt ist. Gegenüber einer direkten Bestimmung von „Sinn einer Aussage" hat das m. E. folgenden Vorteil: Die gleich entwickelte Auffassung, wann der Sinn einer Aussage (zum AL-Folgern) bekannt ist, kommt ohne eine konkrete Definition des philosophisch 'heißumkämpften' Terminus „Sinn einer Aussage" aus und schränkt die Möglichkeiten für eine konkrete Definition kaum ein. Trotzdem ist dieses „Bekanntsein des AL-wichtigen Sinns einer Aussage zum AL-Folgern" für *eine* Explikation der vagen Forderung nach Sinnzusammenhang von Aussagen geeignet: Man kann ja fordern, daß eine Aussage a eine Aussage b nur dann AL-folgt, wenn sich das Bekanntsein des AL-wichtigen Sinns von b zum AL-Folgern aus dem Bekanntsein des AL-wichtigen Sinns von a zum AL-Folgern ergibt – und zwar 'aus AL-logischen Gründen'.[13] Das ergibt folgende weitere semantische Forderung an die Gültigkeit von „Aus der Aussage a folgt aussagenlogisch die Aussage b":

SEM-2 (v). Wenn der AL-wichtige Sinn von a zum AL-Folgern bekannt ist, so ist auch der AL-wichtige Sinn von b zum AL-Folgern bekannt – und zwar aus Gründen der AL.

Ähnlich der Forderung SEM-1 (v) heißt „aus Gründen der AL": unabhängig vom Bekanntsein des AL-wichtigen Sinns der nicht AL-zusammengesetzten Aussagen, die in a oder b vorkommen. Also kann man SEM-2 (v) so konkretisieren:

SEM-2 (v)′. Egal ob der AL-wichtige Sinn zum AL-Folgern der nicht AL-zusammengesetzten AL-Teilaussagen von a oder b bekannt ist, ist mit dem AL-wichtigen Sinn von a zum AL-Folgern auch der AL-wichtige Sinn von b zum AL-Folgern bekannt.

Als erste Voraussetzung für die Formalisierung von SEM-2 (v)′ muß geklärt werden, was unter „Bekanntsein des AL-wichtigen Sinns einer Aussage zum AL-Folgern" zu verstehen ist. Als Vorbereitung dazu erörtere ich, wenn man allgemein von einem Bekanntsein des AL-wichtigen Sinns einer Aussage sprechen kann. Die AL interessiert sich wie gesagt nur für AL-zusammengesetzte Aussagen; für eine solche Aussage a ist es naheliegend anzunehmen, daß der AL-wichtige Sinn von

[12] Solche weitergehenden Untersuchungen zu „meaning of a proposition" finden sich zum Beispiel in Epstein (1990). Der Autor dieses Buches verfolgt ähnliche Ziele wie ich in diesem Abschnitt: Er gewinnt mit Hilfe eines Terminus „meaning of a proposition" zusätzliche Forderungen für AL-Folgebeziehungen.

[13] Das ist wie gesagt nur *eine* mögliche Explikation der Forderung nach Sinnzusammenhang. Sie ähnelt der semantischen Mindestforderung SEM-1 (v), gemäß der ja aus einer Aussage a eine Aussage b nur dann AL-folgt, wenn sich die Wahrheit von b aus der Wahrheit von a ergibt (aus logischen Gründen).

a vermittelt über die AL-Eigenschaften des Hauptoperators von a mit dem AL-wichtigen Sinn der unmittelbaren AL-Teilaussagen von a zusammenhängt. Für das Bekanntsein dieses Sinns heißt das:[14]

SINN (v). Der AL-wichtige Sinn einer AL-zusammengesetzten Aussage a ist genau dann bekannt, wenn der AL-wichtige Sinn aller unmittelbare AL-Teilaussagen von a und die AL-Eigenschaften des Hauptoperators von a bekannt sind.

Als nächstes wäre zu klären: Wann sind die AL-Eigenschaften eines AL-Operators bekannt? Dazu ist m. E. zu sagen: zum AL-Folgern immer. Denn auf den AL-Eigenschaften der AL-Operatoren beruht ja gerade das AL-Folgern, so daß man das Bekanntsein der AL-Eigenschaften dieser Operatoren zum AL-Folgern voraussetzen kann und muß. Also ergibt sich aus SINN (v) für das Bekanntsein des AL-wichtigen Sinns einer AL-zusammengesetzten Aussage *zum AL-Folgern*:

SINN (v)′. Der AL-wichtige Sinn einer AL-zusammengesetzten Aussage a ist zum AL-Folgern genau dann bekannt, wenn der AL-wichtige Sinn aller unmittelbaren Teil-Aussagen von a zum AL-Folgern bekannt ist.

Daraus läßt sich nun leicht ein analoger Terminus für AL-Formeln ableiten. Dabei spreche ich der Einfachheit halber von nun an kurz von „Sinn“, obwohl ich immer „AL-wichtiger Sinn“ meine, und lasse auch „zum AL-Folgern“ weg. Gemäß den im Abschnitt 2 Gesagten wird für AL-Variablen durch geeignete Belegungen vorgegeben, wann ihr Sinn bekannt ist: Solche Belegungen α nehmen als einzigen möglichen Wert z (für „**z**usprechen“) an und für eine beliebige AL-Variable A gelte $\alpha(A) = \mathsf{z}$ genau dann, wenn der Sinn von A (bei α) bekannt ist. Also definiere ich:

Definition 7 (Zusprech-Belegung).
Der Bereich Z *enthalte als einzigen Wert* z*. Und eine* Z*-Belegung heiße auch* **Zusprech-Belegung**.

Definition 8 (Bekanntsein des Sinns).
Sei α *eine* Z*-Belegung. Dann wird für alle AL-Formeln wie folgt rekursiv definiert, wann* **der Sinn von A bei α bekannt ist**:

Sinn-1. *Ist A eine AL-Variable, so ist der Sinn von A bei α genau dann bekannt, wenn α für A definiert, d. h. $\alpha(A) = \mathsf{z}$ ist.*

Sinn-2. *Ist $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ ($n \geq 1$, A_1, A_2, ..., A_n AL-Formeln, $\circ$ n-stelliger AL-Operator), so ist der Sinn von A bei α genau dann bekannt, wenn für jedes $1 \leq i \leq n$ der Sinn von A_i bei α bekannt ist.*

Sinn-3. *Der Sinn einer AL-Formel bei α ist genau dann bekannt, wenn dies wegen Sinn-1 und Sinn-2 der Fall ist.*

Aus der oben formulierten inhaltlichen Forderung SEM-2 (v)′ nach Sinnzusammenhang von Aussagen läßt sich nun ganz einfach die zugehörige Forderung für AL-Formeln ableiten. Das „unabhängig davon, ob der Sinn der nicht AL-zusammengesetzten AL-Teilaussagen von a oder b bekannt ist“ drückt sich durch die Forderung „für jede Z-Belegung“ aus. Mit $tA \models_S tB$ in S soll gelten:

[14] Diese Auffassung von „Bekanntsein des Sinns einer Aussage“ findet man auch in Sinowjew/Wessel (1975), S. 213 ff. und Wessel (1983), S. 161 ff. Die Autoren diskutieren an den angegebenen Stellen auch Forderungen nach Sinnzusammenhang auf Basis des Bekanntseins des Sinns einer Aussage, nutzen diese intuitiven Überlegungen aber nicht, um aus ihnen direkt Forderungen an ein System der AL-Folgebeziehung abzuleiten. Vielmehr werden die behandelten Systeme ziemlich ‘ad hoc’ postuliert. Ich versuche hier, genau diese Lücke zwischen inhaltlichen Überlegungen und formaler Theorie zu schließen.

SEM-2. Für jede Z-Belegung α gilt: Wenn der Sinn von A bekannt ist bei α, so ist auch der Sinn von B bekannt bei α.

Durch Hinzunehmen von SEM-2 zu SEM-1 wird F^{AL} zu einem System der AL-Folgebeziehung, welches einen Sinnzusammenhang berücksichtigt:

Definition 9 (F^{stre}).
Seien A und B beliebige AL-Formeln. $\mathbf{tA} \models_{F^{stre}} \mathbf{tB}$ gilt genau dann, wenn folgendes gilt:

SEM-1. *Für jede* WW*-Belegung α für A und B folgt aus $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ auch $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

SEM-2. *Für jede* Z*-Belegung α gilt: Wenn der Sinn von A bekannt ist bei α, so ist auch der Sinn von B bekannt bei α.*

4 Eine allgemeine Charakterisierung von F^{stre}

Hier kehre ich die Herangehensweise des letzten Abschnittes gewissermaßen um: In 3 wurde ausgehend von inhaltlichen Überlegungen eine semantische Forderung – nämlich SEM-2 – formuliert und das System F^{stre} so definiert, daß es neben der semantischen Mindestforderung SEM-1 gerade SEM-2 erfüllt; hier soll dagegen von F^{stre} ausgegangen und nach solchen Forderungen gesucht werden, die zusammen mit SEM-1 auf F^{stre} führen. Das liefert zwar keine neue inhaltliche Motivation für F^{stre}, aber eine bequeme semantische Charakterisierung der Folgebeziehung dieses Systems.

Um solche Forderungen auszumachen, lohnt es sich, noch einmal SEM-2 anzusehen: Mit dem Bekanntsein des Sinns einer AL-Formel unter einer Z-Belegung wurde eine spezielle Eigenschaft von AL-Formeln definiert, die den AL-Formeln relativ zu Belegungen über einem bestimmten Wertebereich – nämlich Z – zugesprochen werden kann. Dann wurde F^{stre} so definiert, daß $A \models_{F^{stre}} B$ (A, B AL-Formeln) durch SEM-1 zusammen mit folgender Forderung charakterisiert ist: Für jede Z-Belegung α gilt: Wenn die definierte spezielle Eigenschaft A bei α zukommt, so kommt sie B bei α zu. Man kann jetzt allgemein fragen: Wie muß eine Eigenschaft $\mathcal{E}$ von AL-Formeln relativ zu W-Belegungen für einen speziellen Wertebereich W beschaffen sein, damit $\models_{F^{stre}}$ gerade durch das Gelten folgender Forderung (zusammen mit SEM-1) charakterisiert ist:

ALLG-$\mathcal{E}$. Für jede W-Belegung α gilt: Aus $\mathcal{E}(A,\alpha)$ folgt $\mathcal{E}(B,\alpha)$.

Um die passende Eigenschaften – ich werde sie „streng“ nennen – auszumachen, liegt es nahe, die Definition des Bekanntseins des Sinns (etwas) zu verallgemeinern: Wie schon angedeutet, werden W-Belegungen für einen beliebigen Bereich W zugelassen (und nicht nur für Z).[15] Das Zutreffen einer strengen Eigenschaft $\mathcal{E}$ soll analogen Prinzipien gehorchen wie das Bekanntsein des Sinns: Auf eine AL-Variable A trifft $\mathcal{E}$ bei α genau dann zu, wenn $\alpha(A)$ definiert ist; und auf eine AL-zusammengesetzte AL-Formel A genau dann, wenn $\mathcal{E}$ bei α gerade auf all die unmittelbaren AL-Teilformeln von A zutrifft.

Das sei als Definition festgehalten:

Definition 10 (strenge Eigenschaften für AL-Formeln).
Sei W ein Bereich. $\mathcal{E}$ heißt **strenge Eigenschaft für AL-Formeln relativ zu W-Belegungen**, *wenn $\mathcal{E}$ ein zweistelliges Prädikat ist, das für AL-Formeln bzw. W-Belegungen sinnvoll ist und folgende Forderungen erfüllt (α W-Belegung):*

[15] Im Prinzip würden Z-Belegungen genügen, aber das Beispiel 2 wird noch zeigen, daß man manchmal bequemer arbeiten kann, wenn man andere Belegungen verwenden kann.

Str-1. *Ist A eine AL-Variable, so gilt $\mathcal{E}(A,\alpha)$ genau dann, wenn $\alpha(A)$ definiert ist.*

Str-2. *Ist A eine AL-Formel mit $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ ($n \geq 1$, $\circ$ n-stelliger AL-Operator, A_1, A_2, ..., A_n AL-Formeln), so gilt: $\mathcal{E}(A,\alpha)$ gilt genau dann, wenn $\mathcal{E}(A_i,\alpha)$ für jedes $1 \leq i \leq n$ gilt.*

Zunächst ein paar Beispiele.

Beispiel 1 Natürlich ist „der Sinn von A ist zum AL-Folgern bei α bekannt“ (A AL-Formel, α Z-Belegung) eine strenge Eigenschaft für AL-Formeln relativ zu Z-Belegungen. Das folgt direkt aus Definition 8.

Beispiel 2 Auch „α ist für A“ (A AL-Formel, α WW-Belegung) – laut Definition 5 äquivalent zu „A wird bei α w oder f zugesprochen“ – ist eine strenge Eigenschaft für AL-Formeln – und zwar relativ zu WW-Belegungen. Dabei folgt Str-1 direkt aus Definition 4, Ww-1 und Str-2 aus Definition 4, Ww-2.

Beispiel 3 Sei W irgendein Bereich; dann ist „$\alpha(B)$ ist für alle in A vorkommenden AL-Variablen B definiert“ (A AL-Formel, α W-Belegung) ist eine strenge Eigenschaft für AL-Formeln relativ zu W-Belegungen.

Denn für eine AL-*Variable* A und eine W-Belegung α ist $\alpha(A)$ genau dann definiert, wenn $\alpha(B)$ für alle in A vorkommenden AL-Variablen B, d. h. $B = A$ definiert ist.

Und für $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ ($n \geq 1$, $\circ$ n-stelliger AL-Operator, A_1, A_2, ..., A_n AL-Formeln) gilt: Ist $\alpha(B)$ für alle in A vorkommenden AL-Variablen B definiert, so gilt für jedes $1 \leq i \leq n$: Ist B eine in A_i vorkommende AL-Variable, so kommt B auch in A vor; also ist laut Voraussetzung $\alpha(B)$ definiert. Folglich ist für jedes $1 \leq i \leq n$ α für jede in A_i vorkommende AL-Variable B $\alpha(B)$ definiert. Ist andererseits für jedes $1 \leq i \leq n$ $\alpha(B)$ für jede in A_i vorkommende AL-Variable B definiert, so gilt für eine beliebige AL-Variable B, die in A vorkommt: B kommt in irgendeinem der A_i ($1 \leq i \leq n$) vor; also ist laut Voraussetzung $\alpha(B)$ definiert. $\alpha(B)$ ist also für alle in A vorkommenden AL-Variablen B definiert.

Aufgrund der rigiden Bedingungen Str-1 und Str-2 ist es nicht verwunderlich, daß alle strengen Eigenschaften für AL-Formeln relativ zu Belegungen in einem gewissen Sinne zueinander äquivalent sind:

Hilfssatz 1 (Äquivalenz strenger Eigenschaften).
Seien $\mathcal{E}$ bzw. $\mathcal{E}'$ strenge Eigenschaften über den Bereichen W bzw. W'. Dann sind $\mathcal{E}$ und $\mathcal{E}'$ in folgendem Sinne äquivalent:

Seien α eine W-Belegung und α' eine W'-Belegung. Wenn für alle AL-Variablen A $\alpha(A)$ genau dann definiert ist, wenn $\alpha'(A)$ definiert ist, so gilt für jede AL-Formel A $\mathcal{E}(A,\alpha)$ genau dann, wenn $\mathcal{E}'(A,\alpha')$ gilt.

Beweis. Der Beweis erfolgt durch Induktion über den Formelaufbau.

Ist A eine AL-Variable, so gilt laut Definition 10, Str-1 $\mathcal{E}(A,\alpha)$ genau dann, wenn $\alpha(A)$ definiert ist, was nach Voraussetzung genau dann der Fall ist, wenn $\alpha'(A)$ definiert ist, was wieder mit Str-1 äquivalent zu $\mathcal{E}'(A,\alpha)$ ist.

Sei nun $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ ($n \geq 1$, $\circ$ n-stelliger AL-Operator, A_1, A_2, $\cdots$, A_n AL-Formeln) und gelte die Behauptung für die A_i ($1 \leq i \leq n$). Dann gilt wegen Definition 10, Str-2 $\mathcal{E}(A,\alpha)$ genau dann, wenn für alle $1 \leq i \leq n$ $\mathcal{E}(A_i,\alpha)$ gilt, was nach Induktionsvoraussetzung genau dann der Fall ist, wenn für alle $1 \leq i \leq n$ $\mathcal{E}'(A_i,\alpha)$ gilt, was wiederum mit Definition 10, Str-2 zum Gelten von $\mathcal{E}'(A,\alpha)$ äquivalent ist. □

Aus diesem Hilfssatz ergibt sich, daß für jede strenge Eigenschaft $\mathcal{E}$ für AL-Formeln die Forderung ALLG-$\mathcal{E}$ geeignet ist, SEM-2 zu ersetzen:

Hilfssatz 2 (Äquivalenz von ALLG-$\mathcal{E}$ und SEM-2).
Seien W ein nichtleerer Bereich und $\mathcal{E}$ eine strenge Eigenschaft für AL-Formeln relativ zu W-Belegungen. Dann sind für alle AL-Formeln A und B folgende Forderungen äquivalent:

ALLG-$\mathcal{E}$. *Für jede W-Belegung α gilt: Aus $\mathcal{E}(A,\alpha)$ folgt $\mathcal{E}(B,\alpha)$.*

SEM-2. *Für jede* Z*-Belegung α gilt: Wenn der Sinn von A bekannt ist bei α, so ist auch der Sinn von B bekannt bei α.*

Beweis. Gelte zunächst SEM-2. Weiterhin sei α eine W-Belegung mit $\mathcal{E}(A,\alpha)$. Es sei β folgende für gewisse AL-Variablen definierte Zuordnung:

$$\beta(C) := \left\{ \begin{array}{lcl} z & : & \alpha(C) \text{ definiert} \\ \text{undefiniert} & : & \text{sonst} \end{array} \right\} \qquad (*)$$

Offensichtlich ist mit $(*)$ β eine WW-Belegung und für alle AL-Variablen C ist $\alpha(C)$ genau dann definiert, wenn $\beta(C)$ definiert ist. Also folgt mit Hilfssatz 1, weil gemäß Beispiel 1 $Sibe(C,\alpha)$:= „der Sinn von C ist bei α bekannt“ eine strenge Eigenschaft für AL-Formeln relativ zu WW-Belegungen ist:

$$\mathcal{E}(C,\alpha) \text{ genau dann, wenn } Sibe(C,\alpha) \quad (C \;\; AL-\text{Formel}) \qquad (\dagger)$$

Wegen $\mathcal{E}(A,\alpha)$ (Voraussetzung!) ist mit $(\dagger)$ $Sibe(A,\beta)$, woraus wegen ALLG-$\mathcal{E}$ (ebenfalls Voraussetzung) folgt, daß auch $Sibe(B,\beta)$. Daraus ergibt sich mit $(\dagger)$ schließlich $\mathcal{E}(B,\alpha)$. Also gilt auch ALLG-$\mathcal{E}$.

Gelte nun ALLG-$\mathcal{E}$. Wenn β eine WW-Belegung derart ist, daß $Sibe(A,\beta)$, so fixiere man ein z_0 aus W (dieser Bereich enthält gemäß Voraussetzung mindestens einen Wert!) und definiere folgende Zuordnung α für irgendwelche AL-Variablen:

$$\alpha(C) := \left\{ \begin{array}{lcl} z_0 & : & \alpha(C) \text{ definiert} \\ \text{undefiniert} & : & \text{sonst} \end{array} \right\} \qquad (\ddagger)$$

α ist offenbar eine W-Belegung (denn z_0 stammt ja aus W) und für jede AL-Variable C ist $\alpha(C)$ genau dann definiert, wenn $\beta(C)$ definiert ist. Nun kann man wie oben weiterschließen, indem man die Rollen von $Sibe$ und $\mathcal{E}$ vertauscht, und erhält, daß $Sibe(B,\beta)$. Also gilt auch SEM-2. □

Damit sind die strengen Eigenschaften tatsächlich zur Charakterisierung von $\models_{F^{stre}}$ verwendbar – und zwar in dem zu Beginn dieses Abschnitts erläuterten Sinne: Man ersetze SEM-2 durch ALLG-$\mathcal{E}$, wobei $\mathcal{E}$ irgendeine strenge Eigenschaft ist. Denn mit Hilfssatz 2 sind SEM-2 und ALLG-$\mathcal{E}$ dann äquivalent.

Als erstes wende ich das auf die Eigenschaft „α ist für A“ (A AL-Formel, α WW-Belegung) an. Der Ersatz für SEM-2 wird also sein:

SEM-2′. Jede WW-Belegung für A ist auch WW-Belegung für B.

denn es gilt der folgende Hilfssatz:

Hilfssatz 3 (Äquivalenz von SEM-2′ und SEM-2).
Für alle AL-Formeln A und B sind nachstehende Forderungen äquivalent:

SEM-2′. *Jede* WW*-Belegung für A ist auch* WW*-Belegung für B.*

SEM-2. *Für jede* Z*-Belegung α gilt: Wenn der Sinn von A bekannt ist bei α, so ist auch der Sinn von B bekannt bei α.*

Beweis. Laut Beispiel 2 ist $Pass(A,\alpha)$:=„α ist für A“ (A AL-Formel, α WW-Belegung) eine strenge Eigenschaft für AL-Formeln relativ zu WW-Belegungen.

Also sind laut Hilfssatz 2 die Forderungen SEM-2 und ALLG-*Pass* äquivalent. Und ALLG-*Pass* ist ja gerade SEM-2′. □

Dadurch habe ich eine einfache semantische Charakterisierung von F^{stre}, die nur mit WW-Belegungen arbeitet. (Eine solche Charakterisierung von F^{stre} hatte ich ja als Lohn für die Suche nach alternativen Eigenschaften zur F^{stre}-Charakterisierung versprochen.)

Satz 1 (Charakterisierung von F^{stre} durch WW-Belegungen). *Für alle AL-Formeln A und B gilt genau dann $tA \models_{F^{stre}} tB$, wenn folgende beiden Forderungen erfüllt sind:*

SEM-1. *Für jede WW-Belegung α für A und B folgt aus $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ auch $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

SEM-2′. *Jede WW-Belegung für A ist auch WW-Belegung für B.*

Beweis. Mit der Definition von F^{stre} und Hilfssatz 3 klar. □

Die beiden Bedingungen aus Satz 1 kann man noch zu einer kompakten Bedingung zusammenfassen:

Folgerung 1 (kompakte semantische Charakterisierung von F^{stre}). *Für alle AL-Formeln A und B gilt genau dann $tA \models_{F^{stre}} tB$, wenn folgende beiden Forderungen erfüllt sind:*

STRE. *Für jede WW-Belegung α für A gilt: α ist auch WW-Belegung für B und aus $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ folgt $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

Beweis. Laut Satz 1 muß nur die Äquivalenz von SEM-1 und SEM-2 mit STRE gezeigt werden. Diese Äquivalenz ist jedoch offenbar.[16] □

Nun will ich – wie am Anfang der Arbeit angekündigt – nachweisen, daß F^{stre} der in der Literatur häufig anzutreffenden semantisch-syntaktischen Charakterisierung der strengen AL-Folgebeziehung von Sinowjew genügt.[17] Bei dieser Charakterisierung wird die strenge Folgebeziehung durch die semantische Forderung SEM-1[18] und folgende syntaktische Forderung bestimmt:

VAR. Jede in B vorkommende AL-Variable kommt auch in A vor.

VAR ist aber zu SEM-2 äquivalent. Um das zu zeigen, ist eine Folgerung aus Hilfssatz 1 nützlich, die das Passen einer WW-Belegung α für eine AL-Formel A durch eine Variablenbedingung ausdrückt:

Folgerung 2 (Passen von WW-Belegungen und AL-Variablen). *Seien A eine AL-Formel und α eine WW-Belegung. Dann ist α genau dann WW-Belegung für A, wenn $\alpha(B)$ für alle in A vorkommenden AL-Variablen B definiert ist.*

---

[16] Daß man trotzdem bei solchen 'offensichtlichen' Äquivalenzen vorsichtig sein und genau formulieren sollte, zeigt Sinowjews semantische Charakterisierung der strengen AL-Folgebeziehung in Sinowjew (1970), S. 100, die man mit den hier zur Verfügung stehenden Termini etwa so formulieren kann:

STRI. Für jede WW-Belegung α für A mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ gilt: α ist auch WW-Belegung für B und es gilt $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.

Obwohl sich STRE und STRI kaum unterscheiden, ist STRI etwas schwächer (nach ihr muß nicht jede WW-Belegung α für A auch WW-Belegung für B sein, sondern nur eine mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$) und – im Gegensatz zu STRE – nicht zur semantisch-syntaktischen Charakterisierung der strengen AL-Folgebeziehung äquivalent, die Sinowjew in Sinowjew (1970), S. 112 selbst gibt.

[17] Genaue Literaturhinweise finden sich in Fußnote 2.

[18] Statt SEM-1 benutzt Sinowjew die äquivalente Forderung, daß $\supset AB$ eine Tautologie der klassischen AL ist ($\supset$ ist die klassische Subjunktion).

Beweis. Der Beweis ist mit 1 ganz einfach: Gemäß den Beispielen 2 und 3 sind „α ist für A“ und „$\alpha(B)$ ist für jede in A vorkommende AL-Variable B definiert“ (A AL-Formel, α WW-Belegung) beides strenge Eigenschaften von AL-Formeln relativ zu WW-Belegungen. Also folgt für jede WW-Belegung α aus Hilfssatz 1, indem man dort $\alpha' := \alpha$ setzt: α ist genau dann für A, wenn $\alpha(B)$ für jede in A vorkommende AL-Variable B definiert ist. (Die in Hilfssatz 1 gestellte Bedingung an α und α' ist trivialerweise erfüllt.) □

Jetzt kann die Äquivalenz von SEM-2 sowohl zu VAR als auch zur folgenden ‘syntaktisch-semantischen’ Forderung gezeigt werden:

VAR′. Es gibt eine WW-Belegung α, so daß $\alpha(C)$ nur für in A vorkommende AL-Variablen C definiert ist und α für B paßt.

Hilfssatz 4 (Äquivalenz von VAR bzw. VAR′ und SEM-2).
Für beliebige AL-Formeln A und B sind nachstehende Forderungen äquivalent:

VAR. *Jede in B vorkommende AL-Variable kommt auch in A vor.*

VAR′. *Es gibt eine WW-Belegung α, so daß $\alpha(C)$ nur für in A vorkommende AL-Variablen C definiert ist und α für B paßt.*

SEM-2. *Für jede Z-Belegung α gilt: Wenn der Sinn von A bekannt ist bei α, so ist auch der Sinn von B bekannt bei α.*

Beweis. Gelte zunächst SEM-2. Dann gilt wegen Hilfssatz 3 auch SEM-2′. Sei nun die Zuordnung α für gewisse AL-Variablen so definiert:

$$\alpha(C) := \left\{ \begin{array}{lcl} \mathsf{w} & : & C \text{ kommt in } A \text{ vor} \\ \text{undefiniert} & : & \text{sonst} \end{array} \right\} \qquad (\S)$$

Dann ist α offenbar eine WW-Belegung und $\alpha(C)$ genau für die in A vorkommenden AL-Variablen C definiert. Wegen Folgerung 2 paßt damit α für A, also wegen SEM-2′ auch für B. Damit ist VAR′ nachgewiesen.

Gelte nun VAR′ und sei α eine gemäß dieser Bedingung existierende WW-Belegung, so daß $\alpha(C)$ nur für die in A vorkommenden AL-Variablen C definiert ist und für B paßt. Ist C eine in B vorkommende AL-Variable, so ist wegen dem Passen von α für B und Folgerung 2 $\alpha(C)$ definiert; da aber $\alpha(C)$ nur für die in A vorkommenden AL-Variablen C definiert ist, kommt C auch in A vor. Es gilt folglich auch VAR.

Schließlich gelte VAR. Für den Nachweis von SEM-2 genügt es wegen Hilfssatz 3, SEM-2′ zu zeigen. Sei α eine WW-Belegung für A. Wegen Folgerung 2 ist $\alpha(C)$ für alle in A vorkommenden AL-Variablen C definiert. Da laut VAR alle in B vorkommenden AL-Variablen ebenfalls in A vorkommen, ist $\alpha(C)$ auch für alle in B vorkommenden AL-Variablen C definiert; folglich ist wegen Folgerung 2 α auch WW-Belegung für B. □

Somit zeichnet die semantisch-syntaktische Charakterisierung der strengen AL-Folgebeziehung auch F^{stre} aus. Umgekehrt hat man mit Definition 9 bzw. Satz 2 rein semantische Charakterisierungen der strengen AL-Folgebeziehung.

Satz 2 (semantisch-syntaktische Charakterisierung von F^{stre}).
Für alle AL-Formeln A und B gilt genau dann $tA \models_{F^{stre}} tB$, wenn folgende beiden Forderungen erfüllt sind:

SEM-1. *Für jede WW-Belegung α für A und B folgt aus $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ auch $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

VAR. *Jede in B vorkommende AL-Variable kommt auch in A vor.*

Beweis. Wegen der Definition von F^{stre} und Hilfssatz 4 klar. □

5 Die Erweiterung von F^{stre} um eine Forderung nach Wahrheitsabhängigkeit

Jetzt sei eine weitere semantische Forderung an ein System der logischen Folgebeziehung betrachtet. Sie kann man intuitiv etwa so motivieren: Wie in Abschnitt 2 bereits erwähnt, behauptet man mit einer Aussage „aus a folgt logisch b“, daß sich die Wahrheit der Aussage b aus logischen Gründen aus der Wahrheit von der Aussage a ergibt. Das folgt ja gerade aus der semantischen Mindestforderung SEM-1 (v)′: Wenn „aus a folgt aussagenlogisch b“ gilt, so ist immer b wahr, wenn a wahr ist – unabhängig von der Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten AL-Teilaussagen von a oder b. Dabei wird in der Regel die Wahrheit von a allein mittels dieser Forderung SEM-1 (v)′ einen 'tatsächlichen Beitrag' zur Wahrheit von b leisten – zumindest bei bestimmten Kombinationen von Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten Aussagen –, denn gerade deshalb sagt man ja, daß b *aus* a *folgt*. Aber SEM-1 (v)′ erzwingt dies nicht – auch nicht zusammen mit Forderung SEM-2 (v)′, die sich ja sowieso nicht auf die Wahrheit von a oder b bezieht. Ist etwa b für jede Kombination von Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten AL-Teilaussagen von b wahr, so braucht man a überhaupt nicht zur Feststellung der Wahrheit von b bei irgendeiner Kombination von Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten Aussagen, so daß in diesem Fall a keinen *tatsächlichen Beitrag* zur Wahrheit von b leistet. Und wenn a für alle Kombinationen von Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten Aussagen falsch ist, kann a *allein mittels SEM-1 (v)′* keinerlei Beitrag zur Wahrheit von b leisten, da SEM-1 (v)′ dann bei keiner Kombinationen von Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten Aussagen angewandt werden kann.

Lange Rede, kurzer Sinn: Will man, daß die Wahrheit von a allein mittels der semantischen Mindestforderung SEM-1 (v)′ einen 'tatsächlichen Beitrag' zur Wahrheit von b leistet, so sollte man zumindest diese beiden Fälle durch eine zusätzliche semantische Forderung ausschließen und für die Gültigkeit von „aus a folgt aussagenlogisch b“ zusätzlich fordern:

SEM-3 (v). Es gibt Kombinationen von Falsch- oder Wahrheit der nicht AL-zusammengesetzten Teilaussagen von a bzw. b, so daß a für eine Kombination wahr und b für eine falsch ist.

Aufgrund der in Abschnitt 2 zusammengestellten semantischen Hilfsmittel ist die Übersetzung von SEM-3 (v) in eine analoge Forderung für die Gültigkeit von $tA \models_S tB$ in ein System S der AL-Folgebeziehung klar:

SEM-3. Es gibt eine WW-Belegung α für A und eine WW-Belegung β für B mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$.

Da SEM-3 nicht aus SEM-1 und SEM-2 folgt, sei ein System F^{stri} der AL-Folgebeziehung definiert, daß zu F^{stre} noch SEM-3 hinzunimmt:

Definition 11 (F^{stri}).
Seien A und B beliebige AL-Formeln. $\boldsymbol{tA \models_{F^{stri}} tB}$ *gilt genau dann, wenn folgendes gilt:*

SEM-1. *Für jede* WW*-Belegung α für A und B folgt aus $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ auch $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

SEM-2. *Für jede* Z*-Belegung α gilt: Wenn der Sinn von A bekannt ist bei α, so ist auch der Sinn von B bekannt bei α.*

SEM-3. *Es gibt eine* WW*-Belegung α für A und eine* WW*-Belegung β für B mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$.*

Falls die Argumentation vor SEM-3 (v) stimmt, ist SEM-3 (v) notwendig dafür, daß die Wahrheit von a allein mittels SEM-1 (v)$'$ einen tatsächlichen Beitrag zur Wahrheit von b leistet. Doch ist diese Forderung dafür auch hinreichend? Schließlich sind stärkere 'Zusammenhangs-Forderungen' zwischen der Wahr- bzw. Falschheit zweier Aussagen a und b denkbar – etwa, daß sich Wahr- bzw. Falschheit von a und b bei irgendwelchen Kombinationen von Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten Aussagen 'gleichzeitig' ändern:

SEM-3 (v)$'$. Es gibt zwei Kombinationen von Wahr- oder Falschheit der nicht AL-zusammengesetzten Teilaussagen von a und b, so daß sowohl a als auch b bei einer dieser Kombinationen wahr und bei einer falsch ist.

Die formale Entsprechung davon ist natürlich:

SEM-3$'$. Es gibt zwei WW-Belegungen α und α' für A und B, so daß sowohl $ww(A,\alpha) \neq ww(A,\alpha')$ als auch $ww(B,\alpha) \neq ww(B,\alpha')$ gelten.

Glücklicherweise gibt es hier nichts zu entscheiden, denn mit SEM-1 erweisen sich SEM-3 und SEM-3$'$ als äquivalent. Zum Nachweis dafür brauche ich einige einfache semantische Zusammenhänge:

Notiz 2 (WW-Belegungen und Wahrheitswerte).
Sei A eine AL-Formel.

1. *Seien α und β WW-Belegungen für A. Wenn für alle in A vorkommenden AL-Variablen B $\alpha(B) = \alpha'(B)$ gilt, so gilt auch $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha')$.*

2. *Sei α eine WW-Belegung für A und sei B eine AL-Formel. Dann gibt es eine WW-Belegung α^* für A und für B mit $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha^*)$.*

3. *Für jede WW-Belegung α für A gibt es eine WW-Belegung α^* für A mit $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha^*)$, so daß $\alpha(B)$ nur für die in A vorkommenden AL-Variablen B definiert ist.*

Beweis. 1 beweist man einfach durch Induktion über den Formelaufbau:

Sei A eine AL-Variable. Da α und α' laut Voraussetzung für A sind, sind laut den Definitionen 4 und 5 $\alpha(A)$ und $\alpha'(A)$ definiert und es gilt $ww(A,\alpha) = \alpha(A)$ und $ww(A,\alpha') = \alpha'(A)$. Da die AL-Variable A in A vorkommt, gilt laut Voraussetzung $\alpha(A) = \alpha'(A)$, so daß sich $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha')$ ergibt.

Sei jetzt $A = \circ A_1 A_2 \cdots A_n$ ($n \geq 1$, A_1, A_2, $\cdots$ A_n AL-Formeln, $\circ$ n-stelliger AL-Operator) und gelte die Behauptung für die A_i ($1 \leq i \leq n$). Weiterhin seien α und β WW-Belegungen für A mit $\alpha(B) = \alpha'(B)$ für alle in A vorkommenden AL-Variablen. Dann gilt für jedes $1 \leq i \leq n$: α und β sind WW-Belegungen für A_i (denn laut Beispiel 2 ist „γ ist für C" eine strenge Eigenschaft von AL-Formeln C relativ zu WW-Belegungen) γ und für alle in A_i vorkommenden AL-Variablen B gilt $\alpha(B) = \alpha'(B)$ (denn alle in A_i vorkommenden AL-Variablen kommen auch in A vor und für diese gilt dies laut Voraussetzung); folglich gilt wegen der Induktionsvoraussetzung $ww(A_i,\alpha) = ww(A_i,\beta)$. Insgesamt hat man also $ww(A,\alpha) = Z_\circ(ww(A_1,\alpha), ww(A_2,\alpha), \ldots, ww(A_n,\alpha)) = Z_\circ(ww(A_1,\beta), ww(A_2,\beta), \ldots, ww(A_n,\beta)$ (man beachte Definition 4, Ww-2 und Definition 5).

Nun zu 2. Sei eine Zuordnung α^* für bestimmte AL-Variablen wie folgt definiert:

$$\alpha^*(C) := \left\{ \begin{array}{lcl} \alpha(C) & : & \alpha(C) \text{ definiert} \\ \mathsf{w} & : & \alpha(C) \text{ undefiniert und } C \text{ kommt in } B \text{ vor} \\ \text{undefiniert} & : & \text{sonst} \end{array} \right\} \qquad (\P)$$

Dann ist α^* WW-Belegung für A (denn α ist laut Voraussetzung für A, also ist

$\alpha(C)$ mit 2 für alle in A vorkommenden AL-Variablen definiert, weshalb gemäß (¶) auch $\alpha^*(C)$ für alle diese AL-Variablen definiert und damit auch WW-Belegung für A ist), α^* für B (laut (¶) ist $\alpha^*(C)$ für alle in B vorkommenden AL-Variablen definiert, also kann 2 angewandt werden), und es gilt $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha^*)$ (wegen (¶) und 2 gilt $\alpha(C) = \alpha^*(C)$ für alle in A vorkommenden AL-Variablen C, daraus folgt mit 1 $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha^*)$).

Bleibt noch 3 zu zeigen. Dafür sei eine Zuordnung α^* für bestimmte AL-Variablen wie folgt definiert:

$$\alpha^*(C) := \left\{ \begin{array}{lcl} \alpha(C) & : & C \text{ kommt in } A \text{ vor} \\ \text{undefiniert} & : & \text{sonst} \end{array} \right\} \qquad (\|)$$

Dann ist α^* WW-Belegung für A (denn α ist gemäß Voraussetzung für A, folglich ist $\alpha(C)$ mit 2 für alle in A vorkommenden AL-Variablen definiert, weshalb gemäß ($\|$) auch $\alpha^*(C)$ für alle diese AL-Variablen definiert und damit auch α^* WW-Belegung für A ist.) und $\alpha(C)$ ist laut ($\|$) nur für die in A vorkommenden AL-Variablen C definiert. Auch gilt $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha^*)$ (wegen ($\|$) gilt $\alpha(C) = \alpha^*(C)$ für alle in A vorkommenden AL-Variablen C, daraus folgt mit 1 $ww(A,\alpha) = ww(A,\alpha^*)$). □

Jetzt zur angekündigten Äquivalenz von SEM-3 und SEM-3′:

Hilfssatz 5 (Äquivalenz von SEM-3 und SEM-3′).
Seien A und B AL-Formeln und gelte für sie SEM-1. Dann sind folgende Forderungen äquivalent:

SEM-3. *Es gibt eine* WW*-Belegung α für A und eine* WW*-Belegung β für B mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$.*

SEM-3′. *Es gibt zwei* WW*-Belegungen α und α' für A und B, so daß sowohl $ww(A,\alpha) \neq ww(A,\alpha')$ als auch $ww(B,\alpha) \neq ww(B,\alpha')$ gelten.*

Beweis. Gelte SEM-3′. Dann gibt es WW-Belegungen α' und α'' für A und B mit $ww(A,\alpha') \neq ww(A,\alpha'')$; also gilt (mit Definition 4 und Notiz 1) $ww(A,\alpha') = \mathsf{w}$ oder $ww(A,\alpha'') = \mathsf{w}$ und $ww(B,\alpha') = \mathsf{w}$ oder $ww(B,\alpha'') = \mathsf{w}$, so daß es also eine WW-Belegung α für A mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und eine WW-Belegung β für B mit $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$ gibt. Also gilt auch SEM-3.

Nun gelte SEM-3. Es gibt also eine WW-Belegung α für A mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$. Wegen Notiz 2, 2 gibt es eine WW-Belegung α^* für A und B mit $ww(A,\alpha^*) = WW(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und – wegen SEM-1 (Voraussetzung!) – $ww(B,\alpha^*) = \mathsf{w}$. Analog gibt es mit SEM-3 eine WW-Belegung β für B mit $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$. Man findet also mit Notiz 2, 2 eine WW-Belegung β^* für A und B mit $ww(B,\beta^*) = ww(B,\beta) = \mathsf{f}$ und – wieder wegen SEM-1 – $ww(A,\beta^*) = \mathsf{f}$. So hat man insgesamt zwei WW-Belegungen α^* und β^* für A und B mit $ww(A,\alpha^*) = ww(B,\alpha^*) = \mathsf{w} \neq \mathsf{f} = ww(\mathsf{A},\beta^*) = ww(\mathsf{B},\beta^*)$. Somit ist SEM-3′ gezeigt. □

Von den möglichen Charakterisierungen von F^{stri} erwähne ich nur zwei, deren Analoga schon für F^{stre} wichtig waren: eine rein semantische Charakterisierung nur mit WW-Belegungen und eine semantisch-syntaktische, die den Zusammenhang zwischen F^{stri} und Wessels strikter AL-Folgebeziehung herstellt.

Zunächst eine rein semantische Charakterisierung von F^{stri} durch WW-Belegungen:

Satz 3 (Charakterisierung von F^{stri} durch WW-Belegungen).
Für alle AL-Formeln A und B gilt genau dann $tA \models_{F^{stri}} tB$, wenn folgende drei Forderungen erfüllt sind:

SEM-1. *Für jede* WW*-Belegung für A und B α folgt aus $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ auch $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

SEM-2′. *Jede* WW*-Belegung für A ist auch* WW*-Belegung für B.*

SEM-3. *Es gibt eine* WW*-Belegung α für A und eine* WW*-Belegung β für B mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$.*

Beweis. Der Beweis folgt direkt aus Definition 11 und Hilfssatz 3. □

Die beiden ersten Bedingungen aus Satz 1 lassen sich zu einer kompakten Bedingung zusammenfassen:

Folgerung 3 (kompakte semantische Charakterisierung von F^{stre}).
Für alle AL-Formeln A und B gilt genau dann $tA \models_{F^{stri}} tB$, wenn folgende beiden Forderungen erfüllt sind:

STRI. *Für jede* WW*-Belegung α für A mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ gilt: α ist auch* WW*-Belegung für B und es gilt $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

SEM-3. *Es gibt eine* WW*-Belegung α für A und eine* WW*-Belegung β für B mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$.*

Beweis. Sei $tA \models_{F^{stri}} tB$, d. h. laut Definition 11 gelten SEM-1 bis SEM-3. Wenn α eine WW-Belegung α für A mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ ist, so ist α laut SEM-2′ auch WW-Belegung für B und als WW-Belegung für A und B gilt wegen $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ mit SEM-1 auch $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$. Damit ist auch STRI gezeigt.

Nun gelten STRI und SEM-3. SEM-1 ergibt sich direkt, denn eine beliebige WW-Belegung α für A und B mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ ist insbesondere eine WW-Belegung für A mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$, woraus wegen STRI $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$ folgt. Für SEM-2 genügt es laut Folgerung 2, daß man VAR′ nachweist. Laut SEM-3 gibt es zunächst eine WW-Belegung α für A mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$. Also existiert mit Notiz 2, 3 auch eine WW-Belegung α^* für A mit $ww(A,\alpha^*) = ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$, so daß $\alpha^*(C)$ nur für die in A vorkommenden AL-Variablen C definiert ist. Daraus ergibt sich mit STRI, daß α^* auch WW-Belegung für B ist. Damit gilt VAR′. Insgesamt hat man mit SEM-3 (Voraussetzung!) $tA \models_{F^{stri}} tB$. □

Nun zur semantisch-syntaktische Charakterisierung von F^{stri}. Da die in ihr verwendeten Bedingungen auch Wessels strikte AL-Folgebeziehung charakterisieren, beschreibt F^{stri} auch Wessels strikte AL-Folgebeziehung.[19] Also sind sowohl Definition 11 als auch Satz 3 rein semantische Charakterisierungen der Wesselschen strikten AL-Folgebeziehung.

Satz 4 (semantisch-syntaktische Charakterisierung von F^{stri}).
Für alle AL-Formeln A und B gilt genau dann $tA \models_{F^{stri}} tB$, wenn folgende drei Forderungen erfüllt sind:

SEM-1. *Für jede* WW*-Belegung α für A und B folgt aus $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ auch $ww(B,\alpha) = \mathsf{w}$.*

VAR. *Jede in B vorkommende AL-Variable kommt auch in A vor.*

SEM-3. *Es gibt eine* WW*-Belegung α für A und eine* WW*-Belegung β für B mit $ww(A,\alpha) = \mathsf{w}$ und $ww(B,\beta) = \mathsf{f}$.*

[19] Anstatt von SEM-1 bzw. SEM-3 verwendet Wessel in der semantisch-syntaktischen Charakterisierung seiner strikten AL-Folgebeziehung in Wessel (1983), S. 164 die äquivalenten Forderungen, daß $\supset AB$ eine AL-Tautologie ist bzw. daß A keine AL-Kontradiktion und B keine AL-Tautologie ist. Man vergleiche auch Fußnote 18.

Beweis. Mit Hilfssatz 4 und Satz 3 klar. □

Literatur

Epstein, R. L.: *The Semantic Foundations of Logic. Volume1: Propositional Logics.* Dordrecht / Boston / London 1990.

Quine, W. v. O.: *Mathematical Logic.* New York (msrev.ed.) 1962.

Quine, W. v. O.: *Grundzüge der Logik.* Frankfurt a.M. 1969.

Sinowjew, A. A.: *Komplexe Logik.* Berlin 1970.

Sinowjew, A.; Wessel, H.: *Logische Sprachregeln.* Berlin 1975.

Wessel, H.: *Logik.* Berlin 1983.

Bereits erschienene und geplante Bände der Reihe

Logische Philosophie
Hrsg.: H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko, M. Urchs

ISSN: 1435–3415

In der Reihe „Logische Philosophie“ werden philosophisch relevante Ergebnisse der Logik vorgestellt. Dazu gehören insbesondere Arbeiten, in denen philosophische Probleme mit logischen Methoden gelöst werden.

Uwe Scheffler/Klaus Wuttich (Hrsg.)

Terminigebrauch und Folgebeziehung

ISBN: 978-3-89722-050-8 Preis: 30,- €

Regeln für den Gebrauch von Termini und Regeln für das logische Schließen sind traditionell der Gegenstand der Logik. Ein zentrales Thema der vorliegenden Arbeiten ist die umstrittene Forderung nach speziellen Logiken für bestimmte Aufgabengebiete - etwa für Folgern aus widersprüchlichen Satzmengen, für Ersetzen in gewissen Wahrnehmungs- oder Behauptungssätzen, für die Analyse von epistemischen, kausalen oder mehrdeutigen Termini. Es zeigt sich in mehreren Arbeiten, daß die nichttraditionelle Prädikationstheorie eine verläßliche und fruchtbare Basis für die Bearbeitung solcher Probleme bietet. Den Beiträgen zu diesem Problemkreis folgen vier diese Thematik erweiternde Beiträge. Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit der Theorie der logischen Folgebeziehungen. Die meisten der diesem Themenkreis zugehörenden Arbeiten sind explizit den Systemen F^S bzw. S^S gewidmet.

Horst Wessel

Logik

ISBN: 978-3-89722-057-7 Preis: 37,- €

Das Buch ist eine philosophisch orientierte Einführung in die Logik. Ihm liegt eine Konzeption zugrunde, die sich von mathematischen Einführungen in die Logik unterscheidet, logische Regeln als universelle Sprachregeln versteht und sich bemüht, die Logik den Bedürfnissen der empirischen Wissenschaften besser anzupassen.

Ausführlich wird die klassische Aussagen- und Quantorenlogik behandelt. Philosophische Probleme der Logik, die Problematik der logischen Folgebeziehung, eine nichttraditionelle Prädikationstheorie, die intuitionistische Logik, die Konditionallogik, Grundlagen der Terminitheorie, die Behandlung modaler Prädikate und ausgewählte Probleme der Wissenschaftslogik gehen über die üblichen Einführungen in die Logik hinaus.

Das Buch setzt keine mathematischen Vorkenntnisse voraus, kann als Grundlage für einen einjährigen Logikkurs, aber auch zum Selbststudium genutzt werden.

Yaroslav Shramko

Intuitionismus und Relevanz

ISBN: 978-3-89722-205-2 Preis: 25,- €

Die intuitionistische Logik und die Relevanzlogik gehören zu den bedeutendsten Rivalen der klassischen Logik. Der Verfasser unternimmt den Versuch, die jeweiligen Grundideen der Konstruktivität und der Paradoxienfreiheit durch eine „Relevantisierung der intuitionistischen Logik“ zusammenzuführen. Die auf diesem Weg erreichten Ergebnisse sind auf hohem technischen Niveau und werden über die gesamte Abhandlung hinweg sachkundig philosophisch diskutiert. Das Buch wendet sich an einen logisch gebildeten philosophisch interessierten Leserkreis.

Horst Wessel

Logik und Philosophie

ISBN: 978-3-89722-249-6 Preis: 15,30 €

Nach einer Skizze der Logik wird ihr Nutzen für andere philosophische Disziplinen herausgearbeitet. Mit minimalen logisch-technischen Mitteln werden philosophische Termini, Theoreme und Konzeptionen analysiert. Insbesondere bei der Untersuchung von philosophischer Terminologie zeigt sich, daß logische Standards für jede wissenschaftliche Philosophie unabdingbar sind. Das Buch wendet sich an einen breiten philosophisch interessierten Leserkreis und setzt keine logischen Kenntnisse voraus.

S. Wölfl

Kombinierte Zeit- und Modallogik. Vollständigkeitsresultate für prädikatenlogische Sprachen

ISBN: 978-3-89722-310-3 Preis: 40,- €

Zeitlogiken thematisieren „nicht-ewige“ Sätze, d. h. Sätze, deren Wahrheitswert sich in der Zeit verändern kann. Modallogiken (im engeren Sinne des Wortes) zielen auf eine Logik alethischer Modalbegriffe ab. Kombinierte Zeit- und Modallogiken verknüpfen nun Zeit- mit Modallogik, in ihnen geht es also um eine Analyse und logische Theorie zeitabhängiger Modalaussagen.

Kombinierte Zeit- und Modallogiken stellen eine ausgezeichnete Basistheorie für Konditionallogiken, Handlungs- und Bewirkenstheorien sowie Kausalanalysen dar. Hinsichtlich dieser Anwendungsgebiete sind vor allem prädikatenlogische Sprachen aufgrund ihrer Ausdrucksstärke von Interesse. Die vorliegende Arbeit entwickelt nun kombinierte Zeit- und Modallogiken für prädikatenlogische Sprachen und erörtert die solchen logischen Systemen eigentümlichen Problemstellungen. Dazu werden im ersten Teil ganz allgemein multimodale Logiken für prädikatenlogische Sprachen diskutiert, im zweiten dann Kalküle der kombinierten Zeit- und Modallogik vorgestellt und deren semantische Vollständigkeit bewiesen.

Das Buch richtet sich an Leser, die mit den Methoden der Modal- und Zeitlogik bereits etwas vertraut sind.

H. Franzen, U. Scheffler

Logik. Kommentierte Aufgaben und Lösungen

ISBN: 978-3-89722-400-1 Preis: 15,- €

Üblicherweise wird in der Logik-Ausbildung viel Zeit auf die Vermittlung metatheoretischer Zusammenhänge verwendet. Das Lösen von Übungsaufgaben — unerläßlich für das Verständnis der Theorie — ist zumeist Teil der erwarteten selbständigen Arbeit der Studierenden. Insbesondere Logik-Lehrbücher für Philosophen bieten jedoch häufig wenige oder keine Aufgaben. Wenn Aufgaben vorhanden sind, fehlen oft die Lösungen oder sind schwer nachzuvollziehen.

Das vorliegende Trainingsbuch enthält Aufgaben mit Lösungen, die aus Klausur- und Tutoriumsaufgaben in einem 2-semestrigen Grundkurs Logik für Philosophen entstanden sind. Ausführliche Kommentare machen die Lösungswege leicht verständlich. So übt der Leser, Entscheidungsverfahren anzuwenden, Theoreme zu beweisen u. ä., und erwirbt damit elementare logische Fertigkeiten. Erwartungsgemäß beziehen sich die meisten Aufgaben auf die Aussagen- und Quantorenlogik, aber auch andere logische Gebiete werden in kurzen Abschnitten behandelt.

Diese Aufgabensammlung ist kein weiteres Lehrbuch, sondern soll die vielen vorhandenen Logik-Lehrbücher ergänzen.

U. Scheffler

Ereignis und Zeit. Ontologische Grundlagen der Kausalrelationen

ISBN: 978-3-89722-657-9 Preis: 40,50 €

Das Hauptergebnis der vorliegenden Abhandlung ist eine philosophische Ereignistheorie, die Ereignisse über konstituierende Sätze einführt. In ihrem Rahmen sind die wesentlichen in der Literatur diskutierten Fragen (nach der Existenz und der Individuation von Ereignissen, nach dem Verhältnis von Token und Typen, nach der Struktur von Ereignissen und andere) lösbar. In weiteren Kapiteln werden das Verhältnis von kausaler und temporaler Ordnung sowie die Existenz von Ereignissen in der Zeit besprochen und es wird auf der Grundlage der Token-Typ-Unterscheidung für die Priorität der singulären Kausalität gegenüber genereller Verursachung argumentiert.

Horst Wessel

Antiirrationalismus

Logisch-philosophische Aufsätze

ISBN: 978-3-8325-0266-9 Preis: 45,- €

Horst Wessel ist seit 1976 Professor für Logik am Institut für Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Nach seiner Promotion in Moskau 1967 arbeitete er eng mit seinem Doktorvater, dem russischen Logiker A. A. Sinowjew, zusammen. Wessel hat großen Anteil daran, daß am Berliner Institut für Philosophie in der Logik auf beachtlichem Niveau gelehrt und geforscht wurde.

Im vorliegenden Band hat er Artikel aus einer 30-jährigen Publikationstätigkeit ausgewählt, die zum Teil nur noch schwer zugänglich sind. Es handelt sich dabei um logische, philosophische und logisch-philosophische Arbeiten. Von Kants Antinomien der reinen Vernunft bis zur logischen Terminitheorie, von Modalitäten bis zur logischen Folgebeziehung, von Entwicklungstermini bis zu intensionalen Kontexten reicht das Themenspektrum.

Antiirrationalismus ist der einzige -ismus, dem Wessel zustimmen kann.

Horst Wessel, Klaus Wuttich

daß-Termini

Intensionaliät und Ersetzbarkeit

ISBN: 978-3-89722-754-5 Preis: 34,- €

Von vielen Autoren werden solche Kontexte als intensional angesehen, in denen die üblichen Ersetzbarkeitsregeln der Logik nicht gelten. Eine besondere Rolle spielen dabei *daß*-Konstruktionen.

Im vorliegenden Buch wird gezeigt, daß diese Auffassungen fehlerhaft sind. Nach einer kritischen Sichtung der Arbeiten anderer Logiker zu der Problematik von *daß*-Termini wird ein logischer Apparat bereitgestellt, der es ermöglicht, *daß*-Konstruktionen ohne Einschränkungen von Ersetzbarkeitsregeln und ohne Zuflucht zu Intensionalitäten logisch korrekt zu behandeln.

Fabian Neuhaus

Naive Prädikatenlogik

Eine logische Theorie der Prädikation

ISBN: 978-3-8325-0556-1 Preis: 41,- €

Die logischen Regeln, die unseren naiven Redeweisen über Eigenschaften zugrunde liegen, scheinen evident und sind für sich alleine betrachtet völlig harmlos - zusammen sind sie jedoch widersprüchlich. Das entstehende Paradox, das Russell-Paradox, löste die sogenannte Grundlagenkrise der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts aus. Der klassische Weg, mit dem Russell-Paradox umzugehen, ist eine Vermeidungsstrategie: Die logische Analysesprache wird so beschränkt, daß das Russell-Paradox nicht formulierbar ist.

In der vorliegenden Arbeit wird ein anderer Weg aufgezeigt, wie man das Russell-Paradox und das verwandte Grelling-Paradox lösen kann. Dazu werden die relevanten linguistischen Daten anhand von Beispielen analysiert und ein angemessenes formales System aufgebaut, die Naive Prädikatenlogik.

Bente Christiansen, Uwe Scheffler (Hrsg.)

Was folgt

Themen zu Wessel

ISBN: 978-3-8325-0500-4 Preis: 42,- €

Die vorliegenden Arbeiten sind Beiträge zu aktuellen philosophischen Diskussionen – zu Themen wie Existenz und Referenz, Paradoxien, Prädikation und dem Funktionieren von Sprache überhaupt. Gemeinsam ist ihnen der Bezug auf das philosophische Denken Horst Wessels, ein Vierteljahrhundert Logikprofessor an der Humboldt-Universität zu Berlin, und der Anspruch, mit formalen Mitteln nachvollziehbare Ergebnisse zu erzielen.

Vincent Hendricks, Fabian Neuhaus, Stig Andur Pedersen, Uwe Scheffler, Heinrich Wansing (Eds.)

First-Order Logic Revisited

ISBN: 978-3-8325-0475-5 Preis: 75,- €

Die vorliegenden Beiträge sind für die Tagung „75 Jahre Prädikatenlogik erster Stufe“ im Herbst 2003 in Berlin geschrieben worden. Mit der Tagung wurde der 75. Jahrestag des Erscheinens von Hilberts und Ackermanns wegweisendem Werk „Grundzüge der theoretischen Logik“ begangen.

Im Ergebnis entstand ein Band, der eine Reflexion über die klassische Logik, eine Diskussion ihrer Grundlagen und Geschichte, ihrer vielfältigen Anwendungen, Erweiterungen und Alternativen enthält.

Der Band enthalt Beiträge von Andréka, Avron, Ben-Yami, Brünnler, Englebretsen, Ewald, Guglielmi, Hajek, Hintikka, Hodges, Kracht, Lanzet, Madarasz, Nemeti, Odintsov, Robinson, Rossberg, Thielscher, Toke, Wansing, Willard, Wolenski

Pavel Materna

Conceptual Systems

ISBN: 978-3-8325-0636-0 Preis: 34,- €

We all frequently use the word “concept”. Yet do we know what we mean using this word in sundry contexts? Can we say, for example, that there can be several concepts of an object? Or: can we state that some concepts develop? What relation connects concepts with expressions of a natural language? What is the meaning of an expression? Is Quine’s ‘stimulus meaning’ the only possibility of defining meaning? The author of the present publication (and of “Concepts and Objects”, 1998) offers some answers to these (and many other) questions from the viewpoint of transparent intensional logic founded by the late Czech logician Pavel Tichý (†1994 Dunedin).

Johannes Emrich

Die Logik des Unendlichen

Rechtfertigungsversuche des *tertium non datur* in der Theorie des mathematischen Kontinuums

ISBN: 978-3-8325-0747-3 Preis: 39,- €

Im Grundlagenstreit der Mathematik geht es um die Frage, ob gewisse in der modernen Mathematik gängige Beweismethoden zulässig sind oder nicht. Der Verlauf der Debatte – von den 1920er Jahren bis heute – zeigt, dass die Argumente auf verschiedenen Ebenen gelagert sind: die der meist konstruktivistisch eingestellten Kritiker sind erkenntnistheoretischer oder logischer Natur, die der Verteidiger ontologisch oder pragmatisch. Die Einschätzung liegt nahe, der Streit sei gar nicht beizulegen, es handele sich um grundlegend unterschiedliche Auffassungen von Mathematik. Angesichts der immer wieder auftretenden Erfahrung ihrer Unverträglichkeit wäre es aber praktisch wie philosophisch unbefriedigend, schlicht zur Toleranz aufzurufen. Streiten heißt nach Einigung streben. In der Philosophie manifestiert sich dieses Streben in der Überzeugung einer objektiven Einheit oder Einheitlichkeit, insbesondere geistiger Sphären. Im Sinne dieser Überzeugung unternimmt die vorliegende Arbeit einen Vermittlungsversuch, der sich auf den logischen Kern der Debatte konzentriert.

Christopher von Bülow

Beweisbarkeitslogik

– Gödel, Rosser, Solovay –

ISBN: 978-3-8325-1295-8 Preis: 29,- €

Kurt Gödel erschütterte 1931 die mathematische Welt mit seinem Unvollständigkeitssatz. Gödel zeigte, wie für jedes noch so starke formale System der Arithmetik ein Satz konstruiert werden kann, der besagt: „Ich bin nicht beweisbar." Würde das System diesen Satz beweisen, so würde es sich damit selbst Lügen strafen. Also ist dies ein wahrer Satz, den es nicht beweisen kann: Es ist unvollständig. John Barkley Rosser verstärkte später Gödels Ergebnisse, wobei er die Reihenfolge miteinbezog, in der Sätze bewiesen werden, gegeben irgendeine Auffassung von „Beweis". In der Beweisbarkeitslogik werden die formalen Eigenschaften der Begriffe „beweisbar" und „wird früher bewiesen als" mit modallogischen Mitteln untersucht: Man liest den notwendig - Operator als beweisbar und gibt formale Systeme an, die die Modallogik der Beweisbarkeit erfassen.

Diese Arbeit richtet sich sowohl an Logik-Experten wie an durchschnittlich vorgebildete Leser. Ihr Ziel ist es, in die Beweisbarkeitslogik einzuführen und deren wesentliche Resultate, insbesondere die Solovayschen Vollständigkeitssätze, präzise, aber leicht zugänglich zu präsentieren.

Niko Strobach

Alternativen in der Raumzeit

Eine Studie zur philosophischen Anwendung multidimensionaler Aussagenlogiken

ISBN: 978-3-8325-1400-6 Preis: 46.50 €

Ist der Indeterminismus mit der Relativitätstheorie und ihrer Konzeption der Gegenwart vereinbar? Diese Frage lässt sich beantworten, indem man die für das alte Problem der futura contingentia entwickelten Ansätze auf Aussagen über das Raumartige überträgt. Die dazu hier Schritt für Schritt aufgebaute relativistische indeterministische Raumzeitlogik ist eine erste philosophische Anwendung der multidimensionalen Modallogiken.

Neben den üblichen Zeitoperatoren kommen dabei die Operatoren „überall" und „irgendwo" sowie „für jedes Bezugssystem" und „für manches Bezugssystem" zum Einsatz. Der aus der kombinierten Zeit- und Modallogik bekannte Operator für die historische Notwendigkeit wird in drei verschiedene Operatoren („wissbar", „feststehend", „beeinflussbar") ausdifferenziert. Sie unterscheiden sich bezüglich des Gebiets, in dem mögliche Raumzeiten inhaltlich koinzidieren müssen, um als Alternativen zueinander gelten zu können. Die Interaktion zwischen den verschiedenen Operatoren wird umfassend untersucht.

Die Ergebnisse erlauben es erstmals, die Standpunkt-gebundene Notwendigkeit konsequent auf Raumzeitpunkte zu relativieren. Dies lässt auf einen metaphysisch bedeutsamen Unterschied zwischen deiktischer und narrativer Determiniertheit aufmerksam werden. Dieses Buch ergänzt das viel diskutierte Paradigma der verzweigten Raumzeit („branching spacetime") um eine neue These: Der Raum ist eine Erzählform der Entscheidungen der Natur.

Erich Herrmann Rast

Reference and Indexicality

ISBN: 978-3-8325-1724-3 Preis: 43.00 €

Reference and indexicality are two central topics in the Philosophy of Language that are closely tied together. In the first part of this book, a description theory of reference is developed and contrasted with the prevailing direct reference view with the goal of laying out their advantages and disadvantages. The author defends his version of indirect reference against well-known objections raised by Kripke in Naming and Necessity and his successors, and also addresses linguistic aspects like compositionality. In the second part, a detailed survey on indexical expressions is given based on a variety of typological data. Topics addressed are, among others: Kaplan's logic of demonstratives, conversational versus utterance context, context-shifting indexicals, the deictic center, token-reflexivity, vagueness of spatial and temporal indexicals, reference rules, and the epistemic and cognitive role of indexicals. From a descriptivist perspective on reference, various examples of simple and complex indexicals are analyzed in first-order predicate logic with reified contexts. A critical discussion of essential indexicality, de se readings of attitudes and accompanying puzzles rounds up the investigation.

Magdalena Roguska

Exklamation und Negation

ISBN: 978-3-8325-1917-9 Preis: 39.00 €

Im Deutschen, aber auch in vielen anderen Sprachen gibt es umstrittene Negationsausdrücke, die keine negierende Kraft haben, wenn sie in bestimmten Satztypen vorkommen. Für das Deutsche handelt sich u.a. um die exklamativ interpretierten Sätze vom Typ:

Was macht sie nicht alles! Was der nicht schafft!

Die Arbeit fokussiert sich auf solchen Exklamationen. Ihre wichtigsten Thesen lauten:

- Es gibt keine Exklamativsätze aber es gibt Exklamationen.
- *Alles* und *nicht alles* in solchen Sätzen, haben semantische und nicht pragmatische Funktionen.
- Das „nicht-negierende“ *nicht* ohne *alles* in einer Exklamation ist doch eine Negation. Die Exklamation bezieht sich aber trotzdem auf denselben Wert, wie die entsprechende Exklamation ohne Negation.
- In skalaren Exklamationen besteht der Unterschied zwischen Standard- und „nicht-negierenden“ Negation im Skopus von *nicht.*

Die Analyse erfolgt auf der Schnittstelle zwischen Semantik und Pragmatik.

August W. Sladek

Aus Sand bauen. Tropentheorie auf schmaler relationaler Basis

Ontologische, epistemologische, darstellungstechnische Möglichkeiten und Grenzen der Tropenanalyse

ISBN: 978-3-8325-2506-4 (4 Bände) Preis: 198.00 €

Warum braucht eine Tropentheorie zweieinhalbtausend Seiten Text, wenn zweieinhalb Seiten ausreichen, um ihre Grundidee vorzustellen? Weil der Verfasser zuerst sich und dann seine Leser, auf deren Geduld er baut, überzeugen will, dass die ontologische Grundidee von Tropen als den Bausteinen der Welt wirklich trägt und sich mit ihnen die Gegenstände nachbilden lassen, die der eine oder andere glaubt haben zu müssen. Um metaphysischen, epistemologischen Dilemmata zu entgehen, sie wenigstens einigermaßen zu meistern, preisen viele Philosophen Tropen als „Patentbausteine“ an. Die vorliegende Arbeit will Tropen weniger empfehlen als zeigen, wie sie sich anwenden lassen. Dies ist weit mühseliger als sich mit Andeutungen zu begnügen, wie brauchbar sich doch Tropen erweisen werden, machte man sich die Mühe sie einzusetzen. Lohnt sich die Mühe wirklich? Der Verfasser wollte zunächst nachweisen, dass sie sich nicht lohnt. Das Gegenteil ist ihm gelungen. Zwar sind Tropen wie Sandkörner. Was lässt sich schon aus Sand bauen, das Bestand hat? Wenn man nur genug „Zement“ nimmt, gelingen gewiss stabile Bauten, doch wie viel und welcher „Zement“ ist erlaubt? Nur schwache Bindemittel dürfen es sein; sonst gibt man sich mit einer hybriden Tropenontologie zufrieden, die Bausteine aus fremden, konkurrierenden Ontologien hinzunimmt. Die vier Bände bieten eine schwächstmögliche und damit unvermischte, allerdings mit Varianten und Alternativen behaftete Tropentheorie an samt ihren Wegen, Nebenwegen, Anwendungstests.

Mireille Staschok

Existenz und die Folgen

Logische Konzeptionen von Quantifikation und Prädikation

ISBN: 978-3-8325-2191-2 Preis: 39.00 €

Existenz hat einen eigenwilligen Sonderstatus in der Philosophie und der modernen Logik. Dieser Sonderstatus erscheint in der klassischen Prädikatenlogik – übereinstimmend mit Kants Diktum, dass Existenz kein Prädikat sei – darin, dass „Existenz“ nicht als Prädikat erster Stufe, sondern als Quantor behandelt wird. In der natürlichen Sprache wird „existieren“ dagegen prädikativ verwendet.

Diese andauernde und philosophisch fruchtbare Diskrepanz von Existenz bietet einen guten Zugang, um die Funktionsweisen von Prädikation und Quantifikation zu beleuchten. Ausgangspunkt der Untersuchungen und Bezugssystem aller Vergleiche ist die klassische Prädikatenlogik erster Stufe. Als Alternativen zur klassischen Prädikatenlogik werden logische Systeme, die sich an den Ansichten Meinongs orientieren, logische Systeme, die in der Tradition der aristotelischen Termlogik stehen und eine nichttraditionelle Prädikationstheorie untersucht.

Sebastian Bab, Klaus Robering (Eds.)

Judgements and Propositions

Logical, Linguistic, and Cognitive Issues

ISBN: 978-3-8325-2370-1 Preis: 39.00 €

Frege and Russell in their logico-semantic theories distinguished between a proposition, the judgement that it is true, and the assertion of this judgement. Their distinction, however, fell into oblivion in the course of later developments and was replaced by the formalistic notion of an expression derivable by means of pureley syntactical rules of inference. Recently, however, Frege and Russell's original distinction has received renewed interest due to the work of logicians and philosophers such as, for example, Michael Dummett, Per Martin-Lf, and Dag Prawitz, who have pointed to the central importance of o both the act of assertion and its justification to logic itself as well as to an adequate theory of meaning and understanding.

The contributions to the present volume deal with central issues raised by these authors and their classical predecessors: What kind of propositions are there and how do they relate to truth? How are propositions grasped by human subjects? And how do these subjects judge those propositions according to various dimensions (such as that of truth and falsehood)? How are those judgements encoded into natural language, communicated to other subjects, and decoded by them? What does it mean to procede by inference from premiss assertions to a new judgement?

Marius Thomann

Die Logik des Könnens

ISBN: 978-3-8325-2672-6 Preis: 41.50 €

Was bedeutet es, einer Person eine praktische Fähigkeit zu attestieren? Und unter welchen Umständen sind derartige Fähigkeitszuschreibungen wahr, etwa die Behauptung, Max könne Gitarre spielen? Diese Fragen stehen im Zentrum der vorliegenden Untersuchung. Ihr Gegenstand ist die philosophisch-logische Analyse des Fähigkeitsbegriffs. Als Leitfaden dient eine Analyse normalsprachlicher Fähigkeitszuschreibungen, gemäß der Max genau dann Gitarre spielen kann, wenn er dies unter dafür angemessenen Bedingungen normalerweise erfolgreich tut. Drei in der Forschungsliteratur vorgeschlagene Systeme werden diskutiert, die zwar wertvolle Impulse für die formale Modellierung geben, als Vertreter des so genannten modalen Ansatzes aber von der Diagnose ontologischer Inadäquatheit betroffen sind: Die Entitäten, die als Fähigkeiten attribuiert werden, lassen sich nicht über Propositionen individuieren; ohne die explizite Referenz auf Handlungstypen, die eben gekonnt oder nicht gekonnt werden, bleibt Max' Fähigkeit, Gitarre zu spielen, unterbestimmt. Um diesen Einwand zu vermeiden, liegt demgemäß der hier vorgestellten Logik des Könnens ein Gegenstandsbereich zugrunde, dessen Struktur an der Ontologie von Handlungen orientiert ist.

Christof Dobieß

Kausale Relata

Eine Untersuchung zur Wechselbeziehung zwischen der Beschaffenheit kausaler Relata und der Natur der Kausalbeziehung

ISBN: 978-3-8325-5083-7 Preis: 57.00 €

Dieses Buch macht nachdrücklich klar, daß die Thematik „Kausale Relata“ kein Nebenschauplatz der Kausalitätsdiskussion ist und sich die Analyse von Kausalität nicht auf die bloße Betrachtung der Kausalrelation selbst beschränken darf. Zwischen der Metaphysik der kausalen Relata und der Natur der Kausalbeziehung, so die Hauptthese dieses Werks, besteht eine enge theoretische Wechselbeziehung.

Untersucht wird diese These anhand zentraler kausaler Problembereiche: (1) der kausalen Präemption, (2) der Transitivität der Kausalität, (3) der dispositionalen Verursachung, (4) der negativen Verursachung und (5) der Konzeption von Verursachung als „qualitativem Fortbestand“ („qualitative persistence“).

Während die Probleme der Präemption und des qualitativen Fortbestands in der Auseinandersetzung zwischen kontrafaktischen Kausalkonzeptionen und Transfertheorien Bedeutung entfalten, betreffen die Transitivität der Kausalität sowie negative und dispositionale Verursachung nahezu alle Kausaltheorien. Der Forderung nach der Transitivität der Kausalität kann nur durch eine hinreichend präzise und eindeutig gefaßte Konzeption der kausalen Beziehungsträger entsprochen werden. Ob Dispositionen oder Negativereignisse in kausale Beziehungen treten können, hängt entscheidend davon ab, inwiefern Entitäten dieser Art ein ontologisches Bleiberecht zugestanden wird.

Logische Philosophie

Hrsg.: H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko und M. Urchs

In der Reihe „Logische Philosophie“ werden philosophisch relevante Ergebnisse der Logik vorgestellt. Dazu gehören insbesondere Arbeiten, in denen philosophische Probleme mit logischen Methoden gelöst werden.

Regeln für den Gebrauch von Termini und Regeln für das logische Schließen sind traditionell der Gegenstand der Logik. Ein zentrales Thema der vorliegenden Arbeiten ist die umstrittene Forderung nach speziellen Logiken für bestimmte Aufgabengebiete - etwa für Folgern aus widersprüchlichen Satzmengen, für Ersetzen in gewissen Wahrnehmungs- oder Behauptungssätzen, für die Analyse von epistemischen, kausalen oder mehrdeutigen Termini. Es zeigt sich in mehreren Arbeiten, daß die nichttraditionelle Prädikationstheorie eine verläßliche und fruchtbare Basis für die Bearbeitung solcher Probleme bietet. Den Beiträgen zu diesem Problemkreis folgen vier diese Thematik erweiternde Beiträge. Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit der Theorie der logischen Folgebeziehungen. Die meisten der diesem Themenkreis zugehörenden Arbeiten sind explizit den Systemen F^S bzw. S^S gewidmet.

Logos Verlag Berlin

ISBN 3-89722-050-4