

Chemnitz 2022



TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
CHEMNITZ

Maik Berger, Burkhard Corves, Tim Lüth (Hrsg.)

# GETRIEBETAGUNG 2022

22. – 23. September 2022



λογος



Tagungsband  
Getriebetagung 2022



Tagungsband

**Getriebetagung 2022**

**Chemnitz**

22.-23. September 2022

Herausgegeben von

Maik Berger  
Burkhard Corves  
Tim Lüth

## Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Maik Berger  
Technische Universität Chemnitz  
Professur Montage- und Handhabungstechnik  
Reichenhainer Straße 70  
09126 Chemnitz

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Burkhard Corves  
RWTH Aachen  
Institut für Getriebetechnik, Maschinendynamik und Robotik  
Eilfschornsteinstraße 18  
52062 Aachen

Prof. Dr. rer. nat. Dipl.-Ing. Tim Lüth  
Technische Universität München  
Lehrstuhl für Mikrotechnik und Medizingerätetechnik  
Boltzmannstraße 15  
85748 Garching

Für den Inhalt der Beiträge sind deren Autoren selbst verantwortlich

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist lizenziert unter der Creative Commons Attribution 4.0 Lizenz CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). Die Bedingungen der Creative-Commons-Lizenz gelten nur für Originalmaterial. Die Wiederverwendung von Material aus anderen Quellen (gekennzeichnet mit Quellenangabe) wie z.B. Schaubilder, Abbildungen, Fotos und Textauszüge erfordert ggf. weitere Nutzungsgenehmigungen durch den jeweiligen Rechteinhaber.

ISBN 978-3-8325-5552-8



Logos Verlag GmbH  
Georg-Knorr-Str. 4, Geb. 10  
D-12681 Berlin  
Tel.: +49(0)30 / 42 85 10 90  
<http://www.logos-verlag.de>

# Vorwort

Unsere neue und nun im zweijährigen Turnus stattfindende Getriebetagung mit dem Fokus „Bewegungstechnik und Robotik“ setzt eine seit vielen Jahrzehnten etablierte Tradition fort. Sie soll ein traditioneller Treffpunkt für Konstrukteure, Entwickler und Ingenieure aller Bereiche des Maschinen-, Anlagen-, Fahrzeug- und Gerätebaus sein, die an der Lösung von anspruchsvollen Bewegungsaufgaben mitwirken und nach neuen Ideen branchenübergreifend suchen.

Da leider pandemiebedingt vor 2 Jahren unsere Getriebetagung in Aachen nicht stattfinden konnte, möchten wir nun mit ihrem Chemnitzer Neustart ein Forum für den Wissens- und Erfahrungsaustausch zwischen den Hochschulen und der Industrie neu etablieren, umrahmt von einem anspruchsvollen Vortragsprogramm mit einem breiten Themenspektrum und hoher Praxisrelevanz.

Die letzten Jahre, insbesondere aber die letzten Monate, zeigen einen umfassenden Strukturwandel in der Energiepolitik und dem Ressourcendenken in unserem Land. Anbieter komplexer elektronischer Steuerungs- und Antriebssysteme bekommen dies infolge Werkstoffengpässen, Logistikproblemen und Fachkräftemangel direkt zu spüren. Kunden müssen sich gerade auf eingeschränkte Produktverfügbarkeiten und vielerorts wesentlich längere Lieferzeiten einstellen.

Der Reiz mechanisch geprägter Antriebsbaugruppen, wie Räder-, Koppel-, Kurvengetriebe oder vieler anderer Bauformen der ungleichmäßig übersetzenden Mechanismen, könnte aus besagten Gründen wieder stärker aufblühen, zumal diese Lösungen weniger komplexe Rohstoffe verbrauchen und auch in ihrer Energiebilanz oftmals sehr vorteilhaft sind. Hierzu ist es aber erforderlich, sich den neuen Herausforderungen, gekennzeichnet u. a. durch eine zunehmende Flexibilisierung der Produktion, höhere Leistungsanforderungen, effizientere Softwarewerkzeuge zur Entwicklung und Simulation sowie den sich stetig verändernden Konstruktions- und Gestaltungskonzepten infolge neuartiger Werkstoffe und Fertigungsmöglichkeiten, wie z. B. dem 3D-Druck, kontinuierlich anzupassen. So ist der Praxisalltag der Ingenieure, die mit ihren Maschinen und Anlagen, deren Leistungsparametern und Kostenstrukturen die Konkurrenzfähigkeit stetig im internationalen Wettbewerb zu

sichern haben, geprägt von überwiegend ganzheitlichen Systembetrachtungen zur Entwicklung innovativer Lösungen.

Genau diese Gedanken möchten wir mit unserer Getriebetagung im zweijährigen Turnus aufgreifen und allen Teilnehmern eine Plattform bieten, um branchenübergreifende Fragestellungen aus der Praxis im Einklang mit neuen Theorien, Erkenntnissen und Methoden aus Forschung und Entwicklung in den Fachvorträgen, nachfolgend hier im Tagungsband einzusehen, kennenzulernen und beim „Netzwerken“ im Rahmenprogramm zu diskutieren.

Wir würden uns freuen, wenn sie uns im Nachgang auch ein Feedback oder Anregungen geben und wir ihr Interesse an unserer „3-Städte-Tagungsreihe“ für die Zukunft wecken konnten.

Im Namen des Programmausschusses, der Ausrichter und Organisatoren  
**Univ.-Prof. Dr.-Ing. Maik Berger,**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Der “Schreitkrabbler” - ein einfacher Mechanismus mit verblüffender Wirkung</b> Jörg Müglitz	<b>9</b>
<b>Analyse von Koppel-, Kurven-, Räder- und Räderkoppelgetrieben mit Mechanism Developer (MechDev)</b> Thomas Knobloch; Vincent Brünjes; Mathias Hüsing; Burkhard Corves	<b>23</b>
<b>Auslegung und Fertigung von Viergelenkgetrieben mittels Konstruktionsbibliotheken und additiver Fertigung</b> Marie Lüth; Franz Irlinger; Tim C. Lüth	<b>33</b>
<b>Vergleich von Simulation und Messung am Prototyp eines sphärischen Schlittenantriebes</b> Luise Brinster; Daniel Garbe; Maik Berger	<b>45</b>
<b>Analytische Berechnung C<sup>2</sup>-stetiger Schritt-Rast-Bewegungen mit vorgegebener Rasttoleranz</b> Clemens Troll	<b>59</b>
<b>Zur Visualisierung von Bewegungsfunktionen in der v-a-Ebene</b> Burkhard Alpers	<b>75</b>
<b>Taktzeitoptimale Bewegungsauslegung mit Hilfe normierter Bewegungsgesetze nach VDI 2143 für Rast-in-Rast-Bewegungsaufgaben</b> Claas D. Nanninga; Maik Berger; Thorsten Speicher	<b>87</b>
<b>Verringerung des Schleppfehlers an geregelten Antrieben</b> Steffen Bohnhorst	<b>101</b>
<b>Synthese des Verformungsverhaltens von nachgiebigen Elementen mittels Phasenportrait-Methode</b> Zhenbi Wang; Marco Zichner; Niels Modler; Uwe Hanke; Anja Winkler	<b>109</b>

<b>Steuerung von Compliant-Mechanismen durch Reinforcement Learning</b>	<b>121</b>
Lars Muschalski; Joanna Wollmann; Andreas Hornig; Niels Modler	
<b>Eine Methode zur Optimierung nachgiebiger Mechanismen</b>	<b>133</b>
Hannes Jahn; Stefan Henning; Lena Zentner	
<b>Leichtgewichtige prototypische Mechanismensimulation im Web-Kontext</b>	<b>143</b>
Pascal Schnabel; Stefan Goessner	
<b>Lastfreie Kontaktanalyse in der Toolbox next Gear zur Optimierung der Mikro- und Makrogeometrie für Spezialverzahnungen</b>	<b>155</b>
Florian Eigner; Martin Hipp; Maik Berger	
<b>Nicht-koaxial gekoppelte Umlaufrädergetriebe zur Einleitung von Zusatzbewegungen in die Hauptspindel einer Werkzeugmaschine</b>	<b>169</b>
Tino Freigang	
<b>Untersuchung passiver Lenkkonzepte mittels MATLAB SIMULINK für deren Einsatz in einer modifizierten Tram 2000</b>	<b>181</b>
Stefan Heinrich	
<b>Das Planarmotorantriebssystem XPlanar</b>	<b>183</b>
Felix Schulte	
<b>Vergleich verschiedener Gelenkstrukturen für faltungsbasierte Roboter</b>	<b>197</b>
Markus Huber; Judith Merz; Burkhard Corves; Franz Irlinger; Tim C. Lüth	
<b>Hocheffiziente Roboter: Mehrkörpersimulation und multiphysikalische Ansätze helfen bei der Auslegung für hochpräzise Bewegungen</b>	<b>209</b>
Krystian Kuczek	
<b>Entwicklung eines haptischen Handschuhsystems für Virtual-Reality-Anwendungen</b>	<b>215</b>
Akhilraj Anilkumar; Philipp Wabnitz; Maik Berger	

# Der “Schreitkrabber” - ein einfacher Mechanismus mit verblüffender Wirkung

Jörg Müglitz\*

\* SoMaRo GmbH, D-08056 Zwickau  
joerg.mueglitz@somaro-gmbh.de

## Kurzfassung

Aus dem Schiffbau entstammt die Anregung, für das Schweißen in steigender Position nach einem alternativen Bewegungs- und Halteprinzip zu suchen. Unter dem Eindruck der immensen Haftkraft moderner Permanentmagneten wurde versucht, einen industrietauglichen Schreitmechanismus, einfach und schutzfähig, zu entwickeln. Der Artikel beschreibt den Weg von der Idee über Funktionsmodelle zu einem in industriellem Umfeld erprobten Prototypen. Dessen spezielle Gebrauchseigenschaften leiten sich wesentlich aus den zu Grunde liegenden mechanismentechnischen Lösungen ab und beweisen, dass die Mechanismen in der modernen Industrie sehr wohl ihren Platz haben und neue, unkonventionelle technische Lösungen hervorbringen können.

## Abstract

### **The crawler- A simple walking mechanism**

The shipbuilding industry demanded a new principle for the uphill welding of sections with hollow and full welded seams. The welded parts are made by ferritic steel, so a basic principle based on permanent magnets was preferred and guided to a linkage based walking mechanism.

## 1 Einführung

Manuelles Schweißen vertikal verlaufender Nähte ist eine physische, psychische, letztendlich handwerkliche Herausforderung, die zunehmend weniger Werker in der Lage sind zu erfüllen. Zur Automatisierung dieser Aufgabe werden Schweißtraktoren genutzt, die, auf Schienensegmenten fahrend, mit diesen neben der Schweißnaht befestigt und justiert werden müssen. Aus der Industrie, namentlich dem Schiffbau, entstammte die Anregung, diesen Prozess einfacher, schneller, mit weniger Gerätschaft auszuführen und damit Zeit und Geld zu sparen. Die Schienen, sperrig, nicht immer einfach zu befestigen und immer aufwendig zu justieren, sollten entfallen. Vorschub - die Bewegung des Traktors entlang der Schweißnaht - und Positionierung - die Anhaftung des Traktors am Bauteil - mussten neu gedacht werden (Abb.1).

Ansicht A

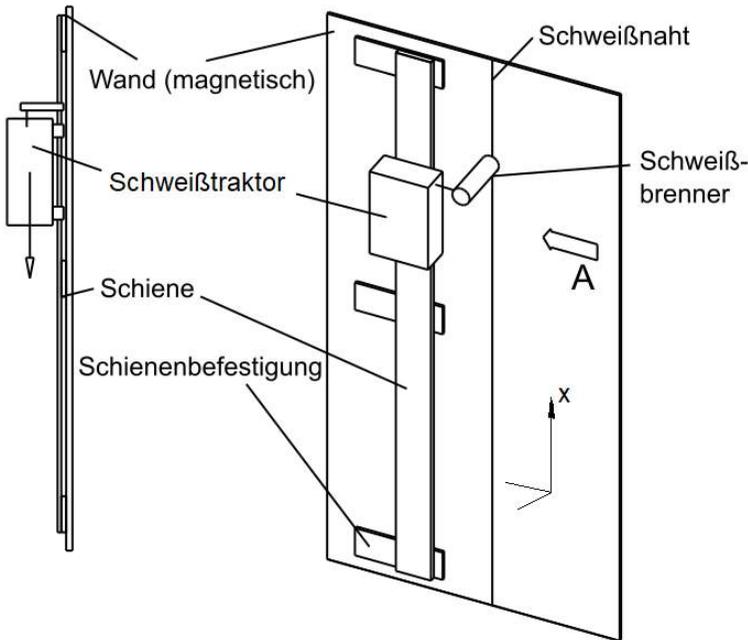


Abb. 1: Automatisiert steigend schweißen

## 1.1 Vision und Idee

Eine Fliege kann unter Ausnutzung der Adhäsion problemlos an der Wand, entgegen der Schwerkraft, laufen, ein Wasserfloh nutzt die Oberflächenspannung zum Laufen auf der Wasseroberfläche. Immer noch klein, aber das mit Abstand größte Lebewesen, das die Adhäsion nutzt, ist der Gecko [1], [2], [3]. Größeren Tieren ist dieses Prinzip verschlossen. Dies liegt am Verhältnis von Oberfläche zu Volumen, das bei einer Verdoppelung der Abmessung ein Wachstum der Oberfläche im Quadrat, jedoch des Volumens - und damit des Gewichtes - in der dritten Potenz bewirkt. Also, je größer die Dimension eines Objektes, um so mehr treten "Oberflächenkräfte", an sich eher "kleine Kräfte", in den Hinter- und Massekräfte, also "Volumenkräfte" in den Vordergrund.

Moderne Haftmagnete aus Neodym besitzen eine bis zum tausendfach höheren Haftkraft im Verhältnis zur eigenen Gewichtskraft. Mit ihnen steht dem Techniker - allerdings nur an ferritischen Bauteilen - ein Maschinenelement zur Verfügung, das Haftkräfte erzeugt, die in die Größenordnung der von der Natur beim Gecko geschaffenen reichen. Zum Verschieben eines anhaftenden Magneten auf seiner Haftebene sind, experimentell ermittelt, etwa 50% der Haftkraft erforderlich, deutlich mehr, als unter Ansatz eines üblichen Reibwertes  $\mu$  zu erwarten wäre. Dies ist vielleicht permanentmagnetischen Effekten geschuldet, wurde aber nicht weiter untersucht.

Im Diagramm in Abb. 2 ist deutlich zu sehen: Ein vollflächiger, spaltfreier Kontakt zwischen Magnet und Bauteiloberfläche ist notwendig, nimmt doch die Haftkraft schon bei geringen Spaltabständen LS dramatisch ab. Das heißt: Will man Magnetismus als Anhaft- und als Vorschubprinzip nutzen, dann sind räderbasierte Prinzipien kaum geeignet [4], sondern es müssen die Haftmagnete nacheinander orthogonal auf die Bewegungsebene aufgesetzt und schrittweise versetzt werden. Nur ein wie auch immer gearteter **Schreitmechanismus** erschien tauglich, diese Bewegungsaufgabe zu erfüllen.

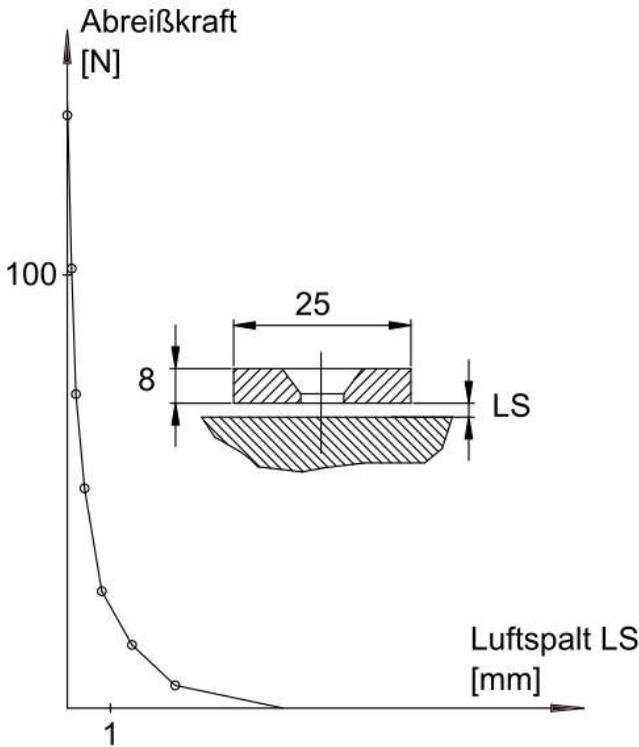


Abb.2: Haftkraft Nd- Permanentmagnet

## 2 Der Lösungsweg

Nach den Vorüberlegungen war klar: Es braucht eine krabbelnde Fortbewegung, die viele kleine anstatt eines großen, raumgreifenden Schrittes ausführt. Damit war auch schon die Bezeichnung des Mechanismus, der Krabblern, geboren. An ein einfaches Wirkprinzip in Form einer oszillierenden Antriebsbewegung war gedacht, das zu kleinen "Trippelschritten" der Maschine führt und nichtlineares Übertragungsverhalten betragsmäßig so weit reduziert, dass es vom technologischen Prozess, dem Schweißen, "wegintegriert" wird. Wieder kann man sich an Vorbildern der Natur orientieren, wie Raupen und Tausendfüßlern. Wie bei ihnen muss die Oszillationsfrequenz die Vorschubgeschwindigkeit bestimmen, wobei eine periodische,

wellenartige Bewegung bei Raupen den ganzen Körper durchläuft, hingegen bei Tausendfüßlern nur die Beinbewegung beeinflusst.

Der sich von der Natur inspirieren lassende Techniker muss ein geeignetes technisches Äquivalent für derlei Bewegungsmuster finden, er muss vereinfachen und vergrößern. Die Stichworte "periodisch" und "wellenartig" fokussieren, eine entsprechende Ausbildung und Sachkenntnis vorausgesetzt, die Gedanken schnell auf Koppelgetriebe. Wann und wie aus solchen Assoziationen das Gehirn des Ingenieurs dann zu einer technischen Lösung findet, es ist rätselhaft. Die Erfahrungen des Autors: Es steht plötzlich, selten am Schreibtisch, aber beim Sport, beim Musizieren, hochgeschreckt aus dem Schlaf ... die Lösung klar vor Augen. In diesem euphorischen Moment erscheint alles trivial, genau so und nur so kann und wird es funktionieren. Arthur Köstler hat dafür den Begriff "Göttlicher Funke" geprägt [5]. Berufs- und Lebenserfahrung zeigen: Dieser Moment geht vorüber und die Zweifel wachsen. Deshalb sollte die Idee "schmören", Tage, Wochen im Unterbewusstsein kreisen, auch in uneuphorischen Momenten ihre Tauglichkeit beweisen. Dann kann man sich an die Realisierung machen, ein Schutzrecht in Erwägung ziehen, ein Modell bauen. Erst wenn das getan ist, sollte man sein Schweigen brechen und sich Kollegen, Kunden, Interessenten offenbaren und hat dann (hoffentlich) genug Argumente, um ein "Zerreden" der Lösung zu vermeiden.

Im vorliegenden Fall war die Lösung trivial, eine simple Parallelkurbel.

Es ist davon auszugehen, dass auf Grund ihrer Simplität der Autor nicht als erster auf diese Lösung gestoßen ist. Wahrscheinlich wird bei irgendwelchen Produkten, naheliegender wäre z.B. Spielzeug, schon einmal ein ähnliches Prinzip verwendet worden sein.

### **3 Struktur**

Die Parallelkurbel, deren Struktur in Abb.3 zu sehen ist, besitzt einige Besonderheiten. Zunächst fällt der hohe Grad der Überbestimmung auf, indem die beiden Kurbeln 2 und 4 mindestens  $N = 3$ , radialsymmetrisch versetzte Koppeln 31,32 und 33 tragen. Selbstverständlich gilt:

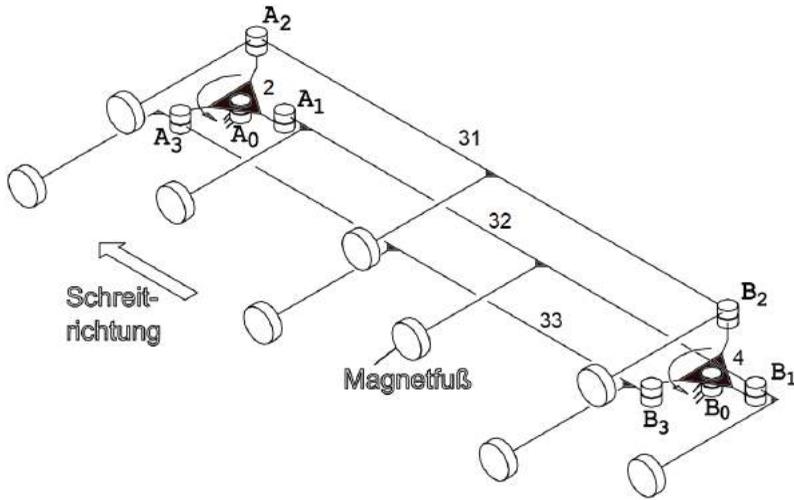


Abb.3: Kinematisches Schema

$$A_0A_1 = A_0A_2 = A_0B_3 = B_0B_1 = B_0B_2 = B_0B_3 = R \quad (1)$$

$$A_0B_0 = A_1B_1 = A_2B_2 = A_3B_3 \quad (2)$$

Es gilt aber auch, und dies ist eine Besonderheit:

$$A_0A_1 \ll A_0B_0 \quad (3)$$

mit einem Verhältnis  $A_0B_0 / A_0A_1 > 200$ . Damit wird auch das Verhältnis zwischen Kurbellänge und Lagerspiel unüblich klein. In der Folge neigt der Mechanismus, trotz immer ausreichend großer Übertragungswinkel, zum Klemmen, weswegen - und dies steigert den Grad der Überbestimmung weiter- die beiden Kurbeln über ein Zugmittelgetriebe gekoppelt sind. Unter Berücksichtigung der Bedingungen in der Schweißtechnik wurde für eine Kette und gegen einen Zahnriemen entschieden. Die Koppeln tragen jeweils mindestens drei Permanentmagnete, bewegen sich um  $2^* \pi / N$  phasenverschoben und phasenstarr und kommen nacheinander in Kontakt mit der Bewegungsebene, der in der Regel senkrecht stehenden, magnetischen Blechwand. Zwei dieser Koppelgetriebe- in der Patentschrift [6] als Gleichschritteinheit bezeichnet - sind symmetrisch links und rechts am

Körper des Krabblers angebracht und werden von einer Königswelle synchron angetrieben. Der Körper des Mechanismus bewegt sich auf einer Bahn RMB, die einer Radkurve ähnelt, mit der Besonderheit, dass das Rad ein Polygon ist (Abb.4). Kinematisch wälzt dieses Polygon auf der Wand ab. Aus einfachen geometrischen Zusammenhängen ergeben sich die Schrittweite S und die Gesamtschrittweite U zu:

$$S = \sin(\pi/N) * 2 * R \quad (4)$$

$$U = N * S \quad (5)$$

Innerhalb der Schrittbewegung erfährt der Körper des Krabblers eine Hubbewegung H lotrecht zur Bewegungsebene mit

$$H_{\max} = (1 - \cos(\pi/N)) R. \quad (6)$$

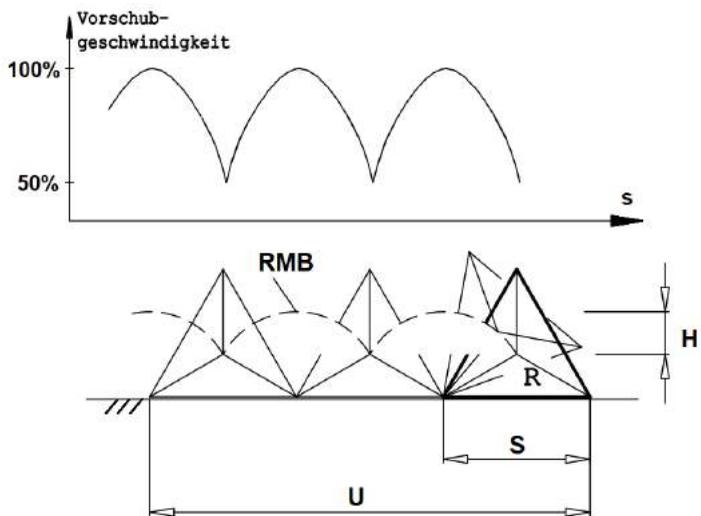


Abb.4: Kinematische Zusammenhänge

Die Vorschubgeschwindigkeit schwankt über die Antriebsdrehzahl  $n$  zwischen

$$V_{\max} = R * 2\pi * n \quad \text{und}$$

$$V_{\min} = V_{\max} * \cos(\pi/N). \quad (7)$$

Aneinander gereichte Kreisbogensegmente mit dem Öffnungswinkel  $2\pi/N$  bilden die Bahn der beiden Gelenkpunkte  $A_0$  und  $B_0$  und damit des Krabblerkörpers relativ zur Wand.

Die Dimensionierung muss nun so gewählt werden, dass die bestehenden Unstetigkeiten in der Bewegung das technologische Verfahren nicht stören, den Mechanismus praktisch handhabbar machen und eine einfache, robuste konstruktive Gestaltung ermöglichen. Der Kurbelradius  $R$  ist für die Konstruktion der bestimmende Parameter, aus ihm leiten sich viele andere geometrische Dimensionen zwingend ab. Für  $R$  hat sich ein Wert von etwa 1mm als guter Kompromiß zwischen praktischen Erwägungen und dem Wunsch nach möglichst gleichförmiger Bewegung des Mechanismus erwiesen. Damit hebt sich jeder Fuss ausreichend hoch, um kleine Hindernisse übersteigen zu können. Wiederum ist  $R$  noch ausreichend klein, um mit einer Schrittweite von  $\sqrt{3}$  mm das Bewegungsziel "Trippelschritte" zu erreichen. Für eine typische Schweißgeschwindigkeit von etwa 100mm/min und  $N=3$  ergibt sich eine Schrittfrequenz von etwa 1Hz, klein genug, um eine Schwingungsanregung durch die Ungleichförmigkeit der Vorschubgeschwindigkeit, immerhin mit Faktor 2 schwankend, zu vermeiden. Die Hubbewegung mit einem Betrag von maximal 0.5mm wird von den schweißtechnischen Verfahrenstoleranzen überdeckt.

## 4 Konstruktion, Bau und Erprobung

Die Überführung des kinematischen Schemas in eine geschickte konstruktive Gestaltung unter den Prämissen Leichtbau, Robustheit und Simplizität in Fertigung und Montage war der eigentliche Kern der Entwicklungsarbeit.

Im Zentrum der technischen Lösung stehen vier identische Exzenterwellenstummel (Abb.5), die auch deren einzige Präzisionsteile sind. Diese schichten die drei Koppeln 31, 32 und 33 in parallele Bewegungsebenen und gewährleisten Kollisionsfreiheit und

Montierbarkeit bei vergleichsweise einfachem Aufbau. Für die Montierbarkeit ist eine Durchmesserstufung der drei Kurbelzapfen erforderlich, die für  $R=1\text{mm}$  und  $N=3$  wieder mindestens  $\sqrt{3}\text{mm}$  beträgt. Je zwei dieser Exzenterwellen sind im Gestell kugellagert, mit einem Zugmittelgetriebe synchronisiert und bestimmen wesentlich die geometrischen Abmessungen des Krabblers, besonders dessen Bauhöhe. Lasergeschnittene Blechteile, Fußeinheiten genannt, tragen die Permanentmagnete und sind mit Gleitlagern auf die Exzenterwelle geschoben.

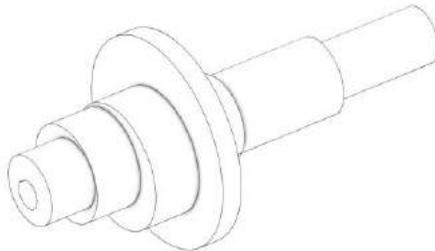


Abb.5: Exzenterwellenstummel

Nach erfolglosen Versuchen mit diversen metallischen Lagerwerkstoffen, die immer wieder ein Festfressen bewirkten, haben die Kunststoff- Gleitlager der Firma IGUS® - klein, robust, und preisgünstig- überzeugen können. Mit IGUS® - Gleitfolien gleiten die Fußeinheiten in einem Kamm und werden so am Verkippen gehindert, was den Geradeauslauf der Maschine erheblich verbesserte.

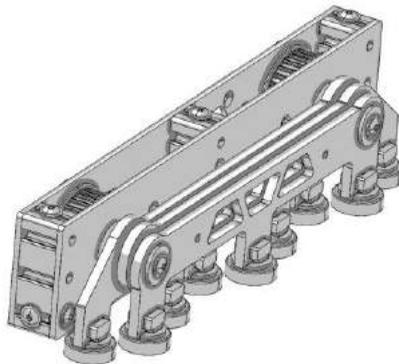


Abb.6: Gleichschritteinheit

Zwei Gleichschritteinheiten wie in Abb.6 sind spiegelsymmetrisch am Torso des Krabblers angeordnet. Dessen Abmessungen ergaben sich aus technologischen Anforderungen, Kundenwünschen (Gesamtmasse < 10kg) und der Verfügbarkeit von Komponenten und Halbzeugen. Ganz bewusst wurde mit preisgünstigen, schnell lieferbaren Antriebskomponenten aus der Massenproduktion (Motoren, Getriebe, Lagerung ...), Aluminium- Halbzeugen und galvanisch verzinkten, lasergeschnittenen Blechteilen gebaut.

### 5 Schweißtechnische Applikation

Das als Vorschubbewegung genutzte Schreiten ist nur eine Teil der zum Schweißen erforderlichen Gesamtlösung, zu der auch geeignete Mechanismen zur Realisierung einer Pendelbewegung und für eine manuelle Brenneverstellung gehören.

#### 5.1 Pendeleinheit

Zwei positionsgesteuerte, rotorische Antriebe sind geschützt im Körper des Krabblers eingebaut und liefern ihre Abtriebsbewegung auf eine Zapfwelle mit je einem Ritzel 3, 9, an die ein ebenes, zweiachsig parallel wirkendes Koppelgetriebe anschließt (Abb.7).

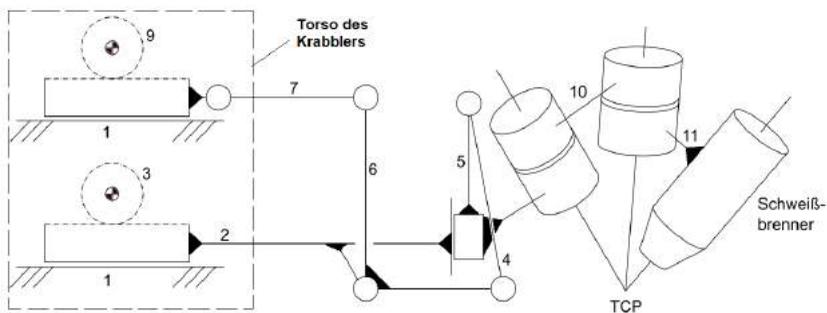


Abb.7: Kinematisches Schema

Durch entsprechende Dimensionierung entsteht in dem technologisch erforderlichen Bewegungsbereich des Schwei"sbrenners von 40 x 40 mm ein ann"hernd lineares "bertragungsverhalten und erm"glicht - mit vereinfachtem Formelwerk - auf einem 8bit- Mikrorechner eine R"ckw"rtstransformation f"ur eine "Pseudo"- CNC- Steuerung. Den Krabbl mit der Pendeleinheit in der Draufsicht zeigt Abb. 8.

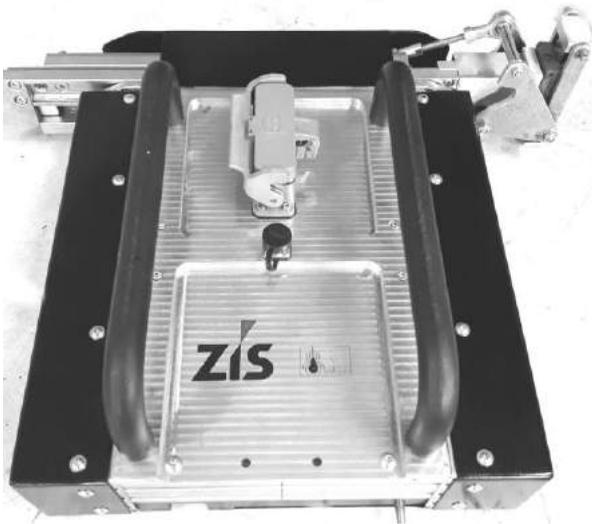


Abb. 8: Krabbl, Draufsicht

## 5.2 Sph"rischer Brennerhalter

Der Brennerhalter zur manuellen Einstellung der Brennerorientierung besteht aus zwei sph"risch seriell verbundenen Gliedern 10, 11. Zwei Drehachsen sind im Raum so angeordnet, dass sie sich im TCP des Schwei"sbrenners schneiden und eine um maximal 20 Grad stehende oder schleppende Brennerorientierung einerseits und eine Schr"agstellung des Brenners um 45 Grad beim Schwei"en von Kehln"hten andererseits erm"glichen.

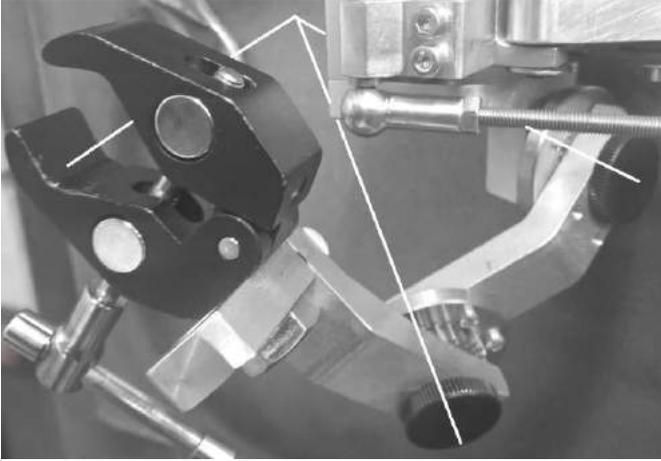


Abb.9: Sphärischer Brennerhalter

Die Glieder sind rastend formschlüssig verbunden, damit im montierten Zustand starr, jedoch in sekundenschnelle demontier- und verstellbar. Die Lösung ist für einen Werker sehr einfach handhabbar, gleichzeitig aber robust und extrem leicht bauend.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Auch wenn der Zeitgeist anderes aussagt: Der Krabblers mit seinen Eigenschaften hinsichtlich Kosten, Bauraum, Eigenmasse und Robustheit wäre ohne den Einsatz von Koppelgetrieben unmöglich! Die Verwendung von Mechanismen und die geschickte Ausnutzung ihrer speziellen Eigenschaften, besonders in Kombination mit den Möglichkeiten moderner Antriebs- und Fertigungstechnik, wird dem Entwickler auch zukünftig viel Raum für originelle und praxistaugliche Lösungen bieten. Inzwischen in der Breite verlorengegangenes Fachwissen zu Mechanismen schafft für denjenigen, der dieses noch besitzt, einen Wettbewerbsvorteil. Mit vergleichsweise einfachen, "handwerklichen" Lösungen der Mechanismentechnik kann man heutzutage Kunden begeistern und überzeugen.

## Literatur

- [1] Weitlauer, F.: Eine Untersuchung über den Haftfuss des Gecko. Verhandlungen der Zoologisch- Botanischen Gesellschaft in Wien, Bd.52 (1902), S. 328 – 332
- [2] Trentlage, Ch.,Stoll, E.: A Biomimetic Docking Mechanism for Controlling Uncooperative Satellites on the ELISSA Free-Floating Laboratory. 3rd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM), 18.-20.07.2018, National University of Singapore, Singapore.
- [3] Fischer, M.S., Gorb, S.N., Karguth, A., Mämpel, J., Witte, H.: InspiRat - Biologisch inspirierter Kletterroboter für die externe Inspektion linearer Strukturen. Berichte aus der Biomechatronik, herausgegeben von Prof. Dr. Hartmut Witte, Fachgebiet Biomechatronik, TU Ilmenau, Band 8.
- [4] Untersuchungen von kinematischen Strukturen für autonome mobile Mechanismen zur Bearbeitung ausgedehnter geneigter und senkrechter Arbeitsflächen, vorzugsweise zum Schweißen und Schneiden von großflächigen Bauteilen : Abschlussbericht, Themenlaufzeit: 01.01.1992 - 30.04.1993 ; SLV-Projektnummer: 92-13/ Schweißtechnische Lehr- und Versuchsanstalt Halle GmbH. Verantw. Themenleiter: H. Butthoff (Deutsch).
- [5] Köstler,A.: Der göttliche Funke. Der schöpferische Akt in Kunst und Wissenschaft (Das moderne Sachbuch; Bd. 78). Vom Autor redigierte und autorisierte Fassung. Übertragung aus dem Englischen von Agnes von Cranach & Willy Thaler. Scherz, Bern/München/Wien, 1966.
- [6] Müglitz,J.: Vorrichtung zum kraftschlüssigen Führen von Werkzeugen auf ebenen oder leicht gekrümmten, beliebig orientierten Bauteiloberflächen. Offenlegungsschrift DE 10 2019 134 060



# **Analyse von Koppel-, Kurven-, Räder- und Räderkoppelgetrieben mit Mechanism Developer (MechDev)**

Thomas Knobloch\*; Vincent Brünjes\*; Mathias Hüsing\*; Burkhard Corves\*

\* RWTH Aachen University, Institut für Getriebetechnik, Maschinendynamik  
und Robotik (IGMR), Aachen  
{knobloch;bruenjes;huesing;corves}@igmr.rwth-aachen.de

## **Kurzfassung**

Die Entwicklung von Servomotoren sorgt dafür, dass komplexe Bewegungsaufgaben immer seltener mithilfe von ungleichmäßig übersetzenden Getrieben aus der klassischen Getriebetechnik gelöst werden. Trotzdem gibt es einige Gründe für die Verwendung von ungleichmäßigen Getrieben, für deren Auslegung es jedoch immer weniger Ingenieure mit dem nötigen Fachwissen gibt. Am Institut für Getriebetechnik, Maschinendynamik und Robotik (IGMR) der RWTH Aachen University wird die Software Mechanism Developer (MechDev) entwickelt, mit dessen Hilfe der Konstrukteur ohne tiefgreifende Fachkenntnisse ein Getriebe intuitiv auslegen kann. Dieser Beitrag zeigt den Funktionsumfang der Software anhand eines praktischen Anwendungsbeispiels.

## **Abstract**

### **Analysis of linkages, cam mechanisms, gear mechanisms and geared linkages with Mechanism Developer (MechDev)**

Due to the development of servo motors, complex motion tasks are less and less often solved with the help of unevenly translating mechanisms from classic mechanism theory. Nevertheless, there are some reasons

for using unevenly translating mechanisms, but there are fewer and fewer engineers with the necessary expertise to design them. At the Institute of Mechanism Theory, Machine Dynamics and Robotics (IGMR) of RWTH Aachen University, the software Mechanism Developer (MechDev) is developed, which allows the design engineer to intuitively design a mechanism without specialized knowledge. This article shows the functional range of the software by means of a practical application example.

## 1 Einführung

Durch die Entwicklung von Servomotoren werden komplexe Bewegungsaufgaben immer seltener mithilfe von ungleichmäßig übersetzenden Getrieben aus der klassischen Getriebetechnik gelöst [1]. Dennoch gibt es Gründe, Servomotoren und ungleichmäßig übersetzende Getriebe zu kombinieren, bspw. zur Steigerung der Energieeffizienz [2]. Für die Auslegung ungleichmäßig übersetzender Getriebe gibt es immer weniger Ingenieure mit dem nötigen Fachwissen. Mit dem Ziel, jedem Konstrukteur die Möglichkeit zu bieten, ohne Fachkenntnisse ein Getriebe auslegen zu können, aber gleichzeitig dem erfahrenen Kinematiker ein einfaches Rüstzeug an die Hand zu geben, wird am IGMR eine intuitive Software entwickelt [3]. Für Studierende soll MechDev eine ideale Lernplattform bieten.

## 2 Funktionalitäten von Mechanism Developer

Mithilfe der Software lassen sich Führungs- und Übertragungsgetriebe mit Schub-, Dreh-, Kurven- und Wälz Gelenken modellieren und analysieren. Die Getriebe werden durch wenige Klicks zusammengestellt und können interaktiv geändert werden. Neben der intuitiven Bedienung bietet die Software einen hohen Funktionsumfang. Die Hauptfunktionen sind die kinematische und kinetostatische Berechnung von Koppel-, Kurven-, Räder- und Räderkoppelgetrieben sowie die Synthese von Kurvengetrieben. Aber auch Ansätze der Typ- und Maßsynthese werden bereitgestellt, insbesondere unter Ausnutzung der künstlichen Intelligenz [4]. Abb. 1 zeigt die Benutzeroberfläche der Anwendung.

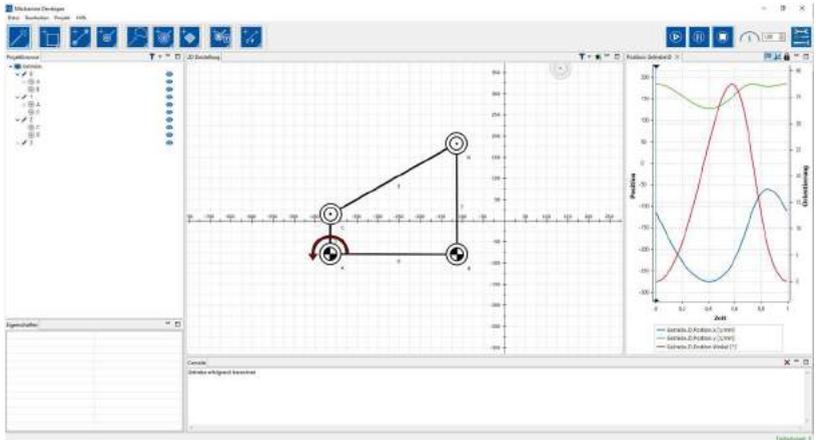


Abb. 1: Benutzeroberfläche von MechDev

Im mittleren Teil der Benutzeroberfläche befindet sich die 2D-Darstellung. Dort können ebene Getriebe mit wenigen Mausklicks erstellt und verändert werden. Die 2D-Darstellung der Benutzeroberfläche in Abb. 1 zeigt eine Kurbelschwinge. Der Motor, der die Kurbel antreibt, wird in MechDev durch einen roten Pfeil dargestellt. Neben der Option, das Getriebe zu simulieren, besteht die Möglichkeit, die Bewegung beliebiger Punkte auf dem Getriebe über Diagramme anzeigen zu lassen. Das Diagramm mit der Bewegung des Gelenks D ist im rechten Teil der Benutzeroberfläche in Abb. 1 zu sehen.

Neben der kinematischen Analyse bietet MechDev die Möglichkeit, Mechanismen kinetostatisch zu analysieren. Der Koppelpunkt mit zugehöriger Koppelkurve, zu sehen in Abb. 2, lässt sich mit konstanten Kräften und Gewichtskräften beaufschlagen. Im Eigenschaftenfenster unten links auf der Benutzeroberfläche wird die Gewichtskraft des Gliedpunktes auf fünf Kilogramm gesetzt.

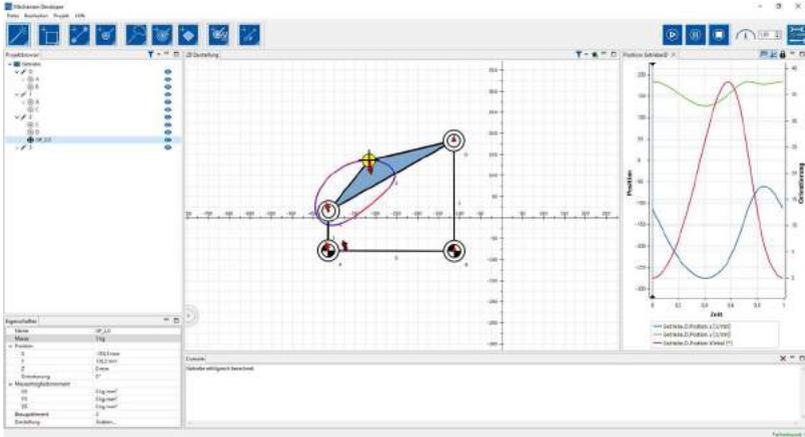


Abb. 2: Gliedpunkt mit Koppelkurve in MechDev

Die Masse des Gliedpunkts wirkt sich auf den Verlauf des Antriebsmoments aus. Dieser wird im Diagramm in Abb. 3 durch die durchgezogene Linie dargestellt. Die punktierte und die gestrichelte Linie beschreiben die Verläufe der Gelenkkräfte in x- bzw. in y-Richtung.

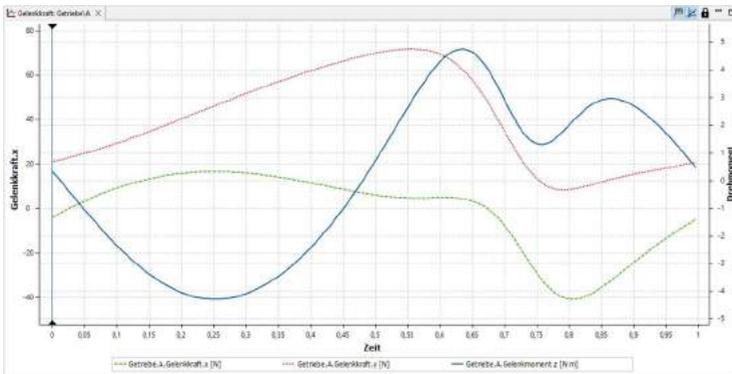


Abb. 3: Verlauf des Antriebsmoments

Methoden des Leistungs- und Momentenausgleichs führen laut VDI 2149 Blatt 1 zur Verminderung von Leistungs- und Momentenspitzen sowie zur Erhöhung der Energieeffizienz [5]. Deren Einsatz wird in Abschnitt 3 beschrieben.

Eine wesentliche Neuerung stellt die Implementierung von Rädern und Wälz Gelenken dar, wodurch Räder- und Räderkoppelgetriebe entwickelt werden können. In Abb. 4 ist ein Dreiradgetriebe dargestellt.

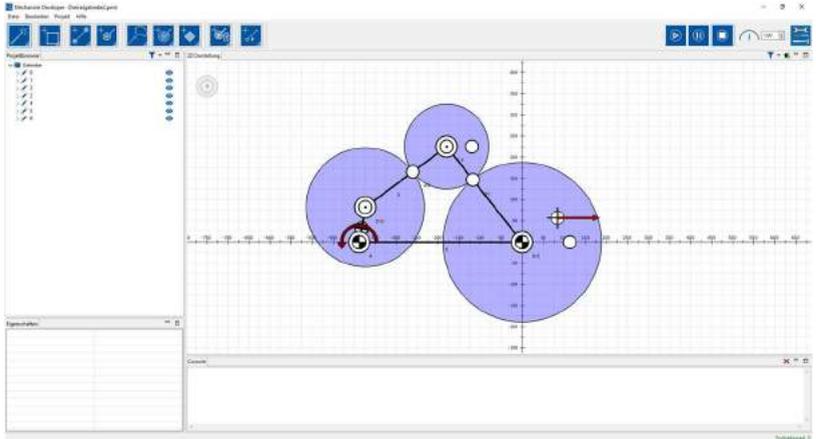


Abb. 4: Räderkoppelgetriebe in MechDev

Die neu integrierten Räder- und Räderkoppelgetriebe werden nach der Modulmethode aus VDI 2142 berechnet [6]. Um die Leistungsfähigkeit der Software zu zeigen, wird das Räderkoppelgetriebe einer Tiefziehpresse konstruiert. Neben der kinematischen und kinetostatischen Analyse des Getriebes werden Ansätze des Leistungsausgleichs mithilfe der Software vorgestellt.

### 3 Optimierung des Verlaufs des Antriebsmoments einer Tiefziehpresse

Tiefziehpressen sind Werkzeugmaschinen, mit denen häufig Karosserieteile gefertigt werden [7]. Sie bestehen vereinfacht gesehen aus einem ebenen Rädergetriebe, einem Stempel und einem Pleuel, welches das Getriebe mit dem Stempel verbindet. Das Beispiel einer Tiefziehpresse in MechDev ist in Abb. 5 dargestellt. Als Vorlage dient ein beispielhaftes Getriebe aus der VDI-Richtlinie 2729 [8].

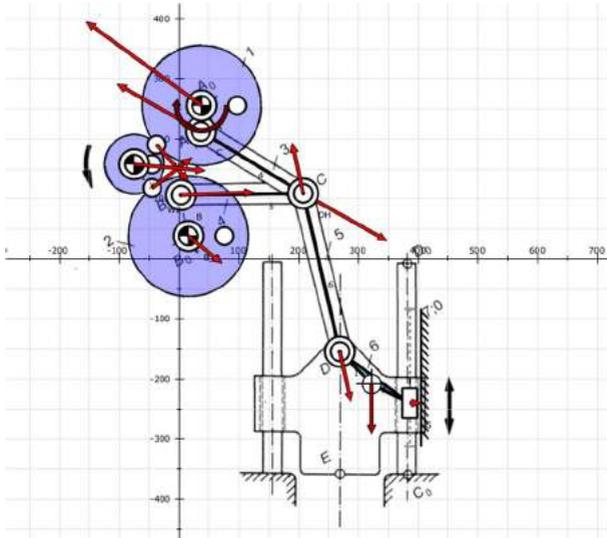


Abb. 5: Tiefziehpresse in MechDev [8]

Das Getriebe besteht aus drei Rädern, von denen die gleich großen Räder über eine Koppel mit dem Pleuel verbunden sind. Das kleine Rad in der Mitte dient zur Synchronisation der beiden größeren Räder, von denen das obere angetrieben wird. Das Pleuel ist mit dem Stempel verbunden, welcher über ein Schubgelenk geführt wird. Der Mechanismus führt zu einer Abtriebsbewegung, die den Stempel zunächst mit einer hohen Geschwindigkeit anhebt und anschließend mit einer geringeren Geschwindigkeit absenkt. Auf diese Weise können hohe Momente auf das zu bearbeitende Werkstück übertragen werden. In diesem Anwendungsbeispiel soll das Antriebsmoment während eines Arbeitszyklus optimiert werden, bei dem lediglich die Masse des Stempels betrachtet wird. In Abb. 6 ist das Antriebsmoment des Motors abgebildet.

Das Moment ist in diesem Beispiel während des Hubvorgangs am höchsten. Ziel der Beispielaufgabe ist es, die Maximalwerte des Antriebsmoments zu verringern. Zur Verringerung oder auch zum Ausgleich des Antriebsmomentes können beispielsweise Federkompensatoren herangezogen werden [5]. Über ein Ausgleichsgetriebe wird die Federkraft so genutzt, dass sie ein Moment bildet, welches dem Antriebsmoment entgegenwirkt. Durch die Wahl eines Kurvengetriebes als Ausgleichsgetriebe kann die Bewegung der Feder an die Bewegung der Tiefziehpresse angepasst werden.

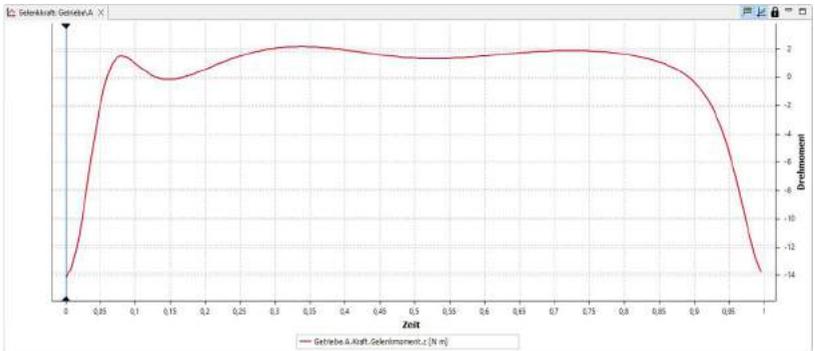


Abb. 6: Verlauf des Antriebsmoments der Tiefziehpresse in MechDev

Durch die Bewegung der Feder soll das Antriebsmoment während der Hubbewegung verringert werden. Abb. 7 zeigt die Erweiterung der Tiefziehpresse um ein Kurvengetriebe und eine Feder.

Dazu wird das Ausgleichsgetriebe mit der Antriebswelle verbunden. Dadurch besitzt das Getriebe dieselbe Bewegung wie das antreibende Rad. Die Bewegung des Abtriebsgliedes, welches mit der Feder befestigt ist, wird so angepasst, dass das durch die Federkraft ausgelöste Moment dem Antriebsmoment entgegenwirkt. Die Form der Kurvenscheibe ergibt sich in MechDev automatisch anhand der Bewegung des Abtriebsgliedes.

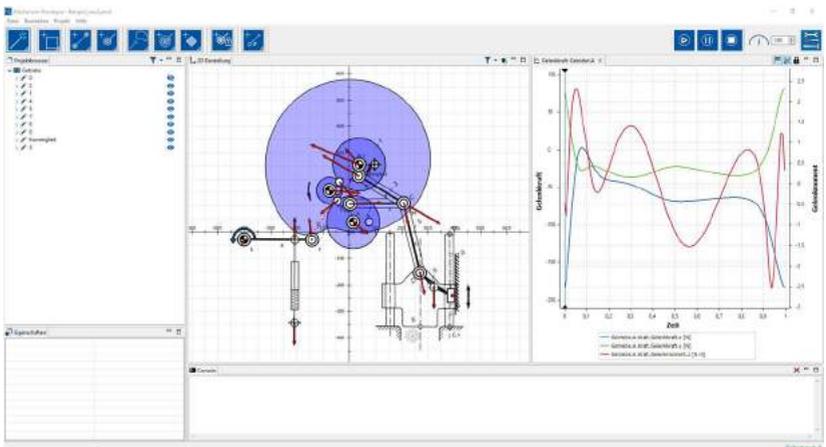


Abb. 7: Tiefziehpresse mit Kurvengetriebe in MechDev

Abb. 8 zeigt die beiden Verläufe des Antriebsmoments vor (durchgezogene Linie) und nach Anbringen des Federkompensators (gestrichelte Linie). Durch den Federkompensator kann das maximale Antriebsmoment während eines Arbeitszyklus von 14 Nm auf 2,5 Nm gesenkt werden. Durch den Einsatz des Federkompensators sind Energieeinsparungen zu erwarten.

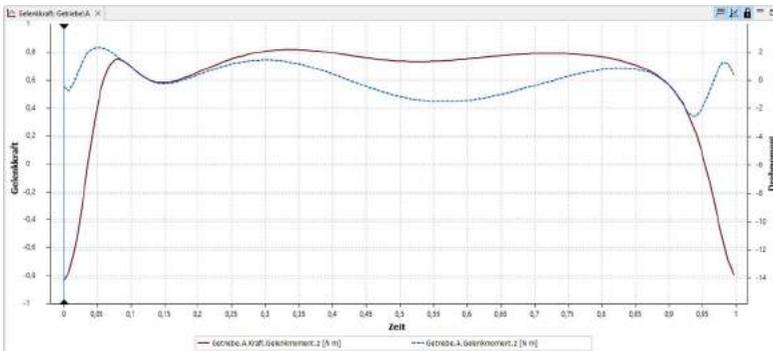


Abb. 8: Verlauf des Antriebsmoments vor (durchgezogene Linie) und nach Anbringung des Federkompensators mit Kurvengetriebe (gestrichelte Linie) in MechDev

## 4 Zusammenfassung

Dieser Beitrag veranschaulicht, dass mit der Software Mechanism Developer neben der Entwicklung von Koppel-, Kurven-, Räder- und Räderkoppelgetrieben auch kinematische und kinetostatische Analysen durchgeführt sowie Methoden des Momenten- und Leistungsausgleichs angewendet werden können.

## Literatur

- [1] Mannheim, T-P. *Kombination analytischer und numerischer Berechnungsmethoden als Grundlage eines Softwaresystems zum Getriebeentwurf*. RWTH Aachen University, Apprimus Verlag, 2016, isbn: 978-3-86359-389-6
- [2] Schwarzfischer, F. *Energy-Efficient Motion Systems Using the Eigenmotion*. Dissertation, RWTH Aachen University, 2019, doi: 10.18154/RWTH-2019-01466.

- [3] Müller, M. et al. „MechDev – A new Software for Developing Planar Mechanisms “. In: *Interdisciplinary Applications of Kinematics* (2019), Hrsg. von Kecskeméthy, A. et al., isbn: 3030164233, S. 167-175.
- [4] Müller, M. *Künstliche Intelligenz zur Struktur- und Maßsynthese ebener Führungs- und Übertragungsgetriebe*. Dissertation, RWTH Aachen University, 2020, doi: 10.18154/RWTH-2020-02351.
- [5] Verein Deutscher Ingenieure, Hrsg. *VDI 2149 Blatt 1: Getriebedynamik: Starrkörpermechanismen*. Berlin, 2008.
- [6] Verein Deutscher Ingenieure, Hrsg. *VDI 2142 Blatt 2: Auslegung ebener Kurvengetriebe: Berechnungsmodule für Kurven- und Koppelgetriebe*. Berlin, 2011.
- [7] Brecher, C.; Weck, M: *Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme 1: Maschinenarten und Anwendungsbereiche*, 9. Auflage. Springer Vieweg Berlin, Heidelberg, 2019. isbn: 978-3-662-46564-6
- [8] Verein Deutscher Ingenieure, Hrsg. *VDI 2729 Blatt 1: Modulare Analyse ebener Gelenkgetriebe mit Dreh- und Schubgelenken: Kinematische Analyse*. Berlin, 2016.



# Auslegung und Fertigung von Viergelenkgetrieben mittels Konstruktionsbibliotheken und additiver Fertigung

Marie Lüth\*; Franz Irlinger\*; Tim C. Lüth\*

\* TU München, Lehrstuhl für Mikrotechnik und Medizingerätetechnik  
[marie.lueth; irlinger; tim.lueth]@tum.de

## Kurzfassung

Der folgende Beitrag stellt einen Entwicklungs- und Fertigungsprozess vor, bei dem ausgehend von einer Bewegungsaufgabe unter geometrischen und funktionalen Randbedingungen, ein Mechanismus entworfen, auskonstruiert und mittels additiver Fertigung hergestellt wird. Zum Einsatz kommt die Matlab-Bibliothek SG-Lib (Solid Geometry) die am Lehrstuhl MiMed entwickelt wird, und für alle, die Mechanismen entwerfen und bauen wollen, zum Download bei GitHub zur Verfügung steht.

## Title / Abstract

### **Design and manufacture of four-bar linkages by means of design libraries and additive manufacturing**

The following article presents a development and manufacturing process in which a mechanism is designed, constructed and manufactured by means of additive manufacturing based on a motion task under geometric and functional boundary conditions. The Matlab library SG-Lib (Solid Geometry) is used, which is developed at the chair MiMed and is available for download at GitHub for all those who want to design and build mechanisms.

# 1 Einführung

Handhabungsgeräte wie Viergelenkgetriebe werden durch die inzwischen sehr preiswerte und allgemein verfügbare 3D-Drucktechnik im 21. Jahrhundert wieder stark an Bedeutung gewinnen. Bei geeigneter Entwurfsmethodik können solche Bewegungsautomaten in der gleichen Zeit entworfen und hergestellt werden, in der man einen Roboter für diese Bewegungsaufgabe programmieren würde. Bewegungsautomaten sind jedoch kleiner, steifer, langlebiger und nicht nur wegen der reduzierten Anzahl der Antriebe deutlich preiswerter als heutige Roboter.

Bisherige Ansätze konzentrieren sich auf die Bestimmung der Abmessungen der Kinematik, damit Bewegungsanforderungen wie die Erfüllung von Posen der zu bewegenden Ebene, oder Bahnkurven erfüllt werden. Darüber hinaus berücksichtigen manche Ansätze bauliche Restriktionen. Ein bisher kaum adressiertes Thema ist die Auskonstruktion von Gliedern und Drehgelenken. Diese sind aber zwingend in den Syntheseprozess miteinzubeziehen, da sie unmittelbar die Lösungsmenge beeinflussen.

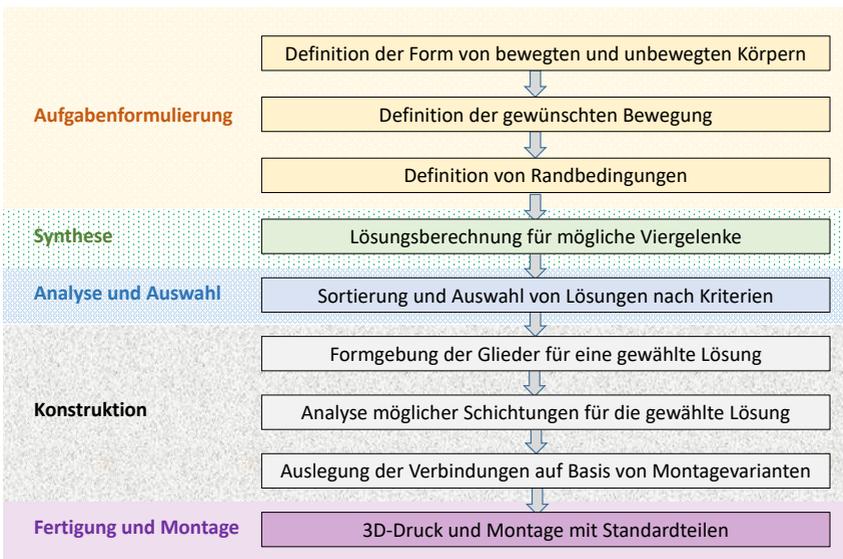


Abb. 1: Schritte im automatisierten Entwurfsprozess mit der SG-Library

Um diesen Prozess sowohl zu beschleunigen, wie auch für in der Getriebe-Synthese nicht versierte Konstrukteure nutzbar zu machen, wird eine durch Verwendung von Konstruktionsbibliotheken ermöglichte, automatisierte Lösung angestrebt. Dazu wird am Lehrstuhl MiMed seit 2010 vorhandenes Expertenwissen in Matlab-Funktionen programmiert, um so eine Wissensbasis aufzubauen. Dadurch wird echte automatisierbare Konstruktion jenseits einer Parametrisierung möglich.

Die Entwicklung der zum Download zur Verfügung gestellten MATLAB-Toolbox SG-Library, ihre Funktionsweise und praktische Benutzung ist in aufeinander aufbauenden Kolloquiums-Beiträgen [1–5] erklärt. Um breitere Lösungsmengen zu erhalten wurde seitdem neben der schon vorhandenen 3-Posensynthese auch eine 2-Posen- und 1-Posensynthese implementiert. Der Begriff der 1-Posensynthese mag kurz verwundern, bedeutet jedoch nur, dass hier unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen alle Getriebe ermittelt werden, die Bewegungen ausführen, die den Anforderungen entsprechen (z.B. umlaufend, kollisionsfrei) und mit dem gewünschten Verbindungsverfahren montiert werden können. Damit stellt sie in Reinform die bisher vom Konstrukteur geleistete Ergänzung zu den rein geometrisch ausgeführten Posensynthesen dar.

Auf die 4-Posensynthese wurde verzichtet, da der deutlich kleinere Lösungsraum weniger Möglichkeiten bietet, die praxisorientierten Nebenbedingungen zu berücksichtigen. Denn auch die gewählte konstruktive Ausgestaltung beschränkt den Lösungsraum der Bewegungsaufgabe. So limitiert die Wahl eines bestimmten Lagers die minimale Länge der Lenker.

## 2 Definition der Bewegungsaufgabe

Zur Definition der Bewegungsaufgabe gehört die Angabe der geforderten Posen, der Kontur des Effektors (des zu bewegenden Körpers), optional die Konturen von nicht zu berührenden Umgebungskörpern, und – für die 2-Posen- und 1-Posensynthese – die Angabe eines Bereichs, den die SG-Lib für Gestellpunkte nutzen darf. Diese Bereiche werden sämtlich als umlaufende geschlossene Konturen (Closed Polygon List: CPL) beschrieben. Die Posen werden durch je zwei Punkte, einer für ihren Ursprung, einer für die Orientierung der x-Achse von dieser Position aus, beschrieben.

### 3 Ablauf der Posensynthese

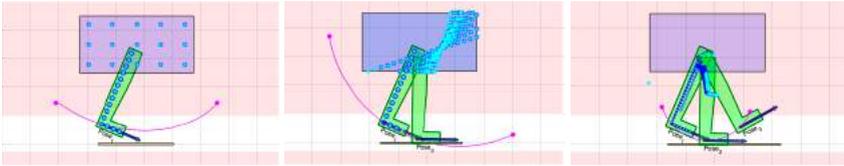


Abb. 2: Berechnete mögliche Gestellpunkte für a) 1-Posensynthese, b) 2-Posensynthese und c) 3-Posensynthese, aus [6]

Die Definition des Effektors legt den Bereich für alle möglichen Anlenkpunkte auf der Koppellebene des Viereckgelenks fest. Dieser Bereich wird mit einer wählbaren Auflösung gerastert und zugehörige Gestellpunkte (3 Posen) oder deren Lagen (2 Posen - ebenfalls gerastert) im Bereich der Gestellpunkte angegeben. Die Kombination und Auswahl der möglichen Permutationen ergibt den Lösungsraum (siehe Abbildung 2), der nun auf weitere Nebenbedingungen untersucht werden kann.

### 4 Überprüfung von Nebenbedingungen und Sortieren nach Zielkriterien

Sind alle möglichen Lösungen gefunden müssen die Nebenbedingungen der Bewegungsaufgabe auf ihre Einhaltung überprüft werden. Das sind sowohl kinematische Anforderung wie die Erreichung der vorgegebenen Posen in einer Montagestellung, sowie die richtige Reihenfolge des Durchlaufs. Aber auch konstruktive Randbedingungen, wie Kollisionen des Effektors oder von Getriebegliedern untereinander müssen überprüft werden. Werden solche mitlaufenden Nebenbedingungen verletzt, muss das nicht unbedingt zum Ausschluss des Getriebes führen. Stehen sonst keine weiteren Lösungen zur Verfügung, ist die Formgebung von Lenkern jenseits gerader Verbindungsstangen möglich. Dabei wird der Lenker zu Beginn als Ebene definiert, die durch die verbotenen Bereiche beschnitten wird. Auf der Restfläche wird danach die kürzeste Verbindung zwischen den Anschlussgelenken gesucht (Pfadplanung). Solche mitlaufenden Bedingungen können aber auch genutzt werden, um etwa eine Effektorform so zu

konturieren, dass bei der gewünschten Bewegung keine Nebenbedingungen verletzt werden und dennoch die Effektorfläche maximal groß gewählt wird.

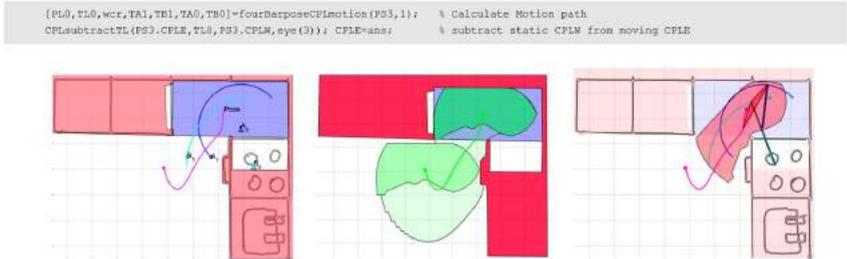


Abb. 3: Beispiel einer Maximierung der kollisionsfreien Effektorfläche über Bewegung und Subtraktion - mit Code-Beispiel, aus [6]

## 5 Planung und Auskonstruktion der Montagesituation

Oft endet spätestens hier die Unterstützung des Konstrukteurs im Verlauf des Syntheseprozesses. Sind die kinematischen Aufgabenstellungen gelöst, so beginnt jedoch die Auskonstruktion der Glieder, Gelenke und die Ankopplung von Antrieben für den Mechanismus.

### 5.1 Schichtung

Dafür ist zuvor noch die kollisionsfreie Schichtung von Kurbel, Schwinge und Effektor durchzuführen. Diese Aufgabe unterscheidet sich von der Kollisionsüberprüfung mit "verbotenen" Bereichen und muss bei einem Viergelenkgetriebe wegen der Verwendung von Spacern die möglichen Kollisionen von acht bewegten Teilen berücksichtigen.

### 5.2 Passungen für Gelenkverbindungen

Einen großen Vorteil des automatisierten Entwurfsprozess stellt die automatische Konstruktion der Gelenkverbindungen dar. Dabei stehen verschiedene Möglichkeiten und Größen zur Verfügung, die vom Entwickler

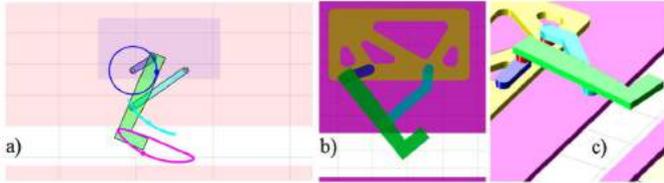


Abb. 4: Übergang vom kinematischen Schema (a) zu geformten Gliedern (b) und der Schichtung von Gelenken (c) mit Verwendung von Spacern, aus [6]

ausgewählt und angegeben werden können. Daraus abgeleitet werden die Gelenke so entworfen, dass sie unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen und dem Einsatz von Maschinenelementen auskonstruiert werden. Ergebnis der Konstruktion ist eine STL-Datei, die direkt zur Fertigung verwendet werden kann. Der dabei eingesetzte 3D-Drucker muss natürlich im Konstruktionsprozess berücksichtigt werden. Er legt zum Beispiel fest, welche Maßvorgaben notwendig sind, um ausgehend vom Nennmaß ganz bestimmte Passungssituationen einzustellen. Die Möglichkeit, Passungen durch die Kombination von Wellen- und Bohrungsmaßen im Bereich von wenigen Mikrometern zu realisieren, existiert bei 3D-Druckern, deren Genauigkeiten im Bereich von 1/10 Millimetern liegen, nicht. Dennoch lassen sich Passungen auch mit 3D-Druckern gut einstellen. Die verwendete Konstruktionsbibliothek nutzt dabei druckerspezifische Tabellen, in denen durch Versuche ermittelte Übermaße und Untermaße hinterlegt sind. Wichtig ist, dass die Konstruktionsroutinen nicht mit druckerspezifischen Daten, sondern mit Passungen arbeiten, die erst im letzten Konstruktionsschritt entsprechend der hinterlegten Tabellen in Maße übersetzt werden, um druckerspezifische STL-Dateien zu generieren.

### 5.3 Verwendung von Maschinenelementen

Um aufgabenangepasste Montagelösungen anbieten zu können, und um den Konstrukteur wo möglich zu entlasten, sind in der SG-Lib Konstruktionsroutinen für Zylinderkopfschrauben, Senkkopfschrauben, Unterlegscheiben und weitere Maschinenelemente hinterlegt. Diese Normteile werden natürlich nicht gedruckt, sondern, nicht zuletzt wegen den besseren me-

mechanischen Eigenschaften, gekauft und zur Montage verwendet.



Abb. 5: Hinterlegte Normteile (Beispiele) für Konstruktionsaufgaben, aus [6]

## 5.4 Relative Ausrichtung von Körpern und Koordinatensystemen

Grundsätzlich werden für alle Aufgaben der relativen Ausrichtung von Körpern entweder räumliche Relationen oder für präzise Aufgaben immer Frames (Koordinatensysteme) verwendet, die aus einer Körperoberfläche herauszeigen. Die Anordnung über Frames ist vor allem dann wichtig, wenn für die automatische Konstruktion Raum für die Erzeugung von Gelenkstrukturen geschaffen werden muss. Dazu werden sogenannte Subtraktionskörper, die Geometrie, Bewegung und Passung für das Schaffen eines Freiheitsgrads beinhalten, von einem Körper mit booleschen Operationen subtrahiert. Im einfachsten Fall muss für eine Schraubenverbindung mit einer Zylinderkopfschraube DIN912 mit einer selbstsichernden Mutter DIN985, die von der Seite eingeschoben werden soll, von dem einen zu verbindenden Körper ein Subtraktionskörper für die Schraube und ihren Einschubweg, und von dem anderen zu verbindenden Körper, ein Subtraktionskörper für die Mutter und ihren Einschubweg, abgezogen werden.

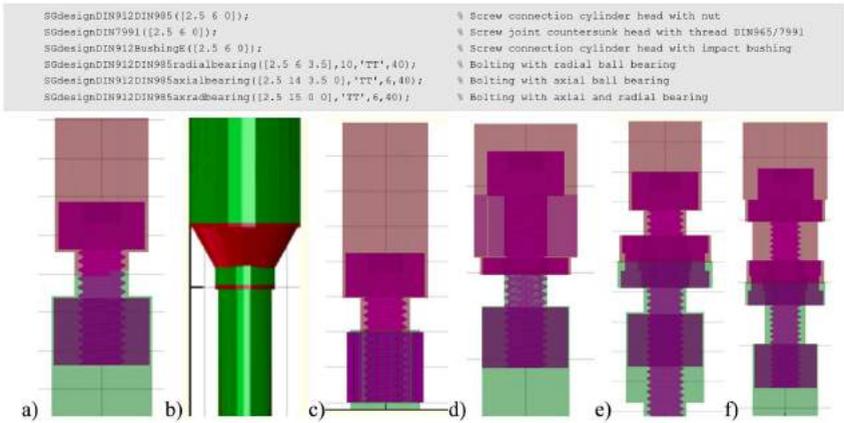


Abb. 6: Subtraktionskörper für a) Schrauben-Mutterverbindungen, b) selbstschneidende Gewinde, c) Einschlaghülsen, d) Radial-Lager, e) Axial-Lager, f) Axiale und radiale Lagerung, aus [6]

## 6 Slicen und additive Fertigung

Die Validierung der Methoden fand auf den Druckern Form2+, Form3, EOS Formiga 100, und Anycubic Predator statt. Es wurden beim SLA-Verfahren zwei unterschiedliche Resin-Sorten und beim FDM-Verfahren acht unterschiedliche PLA-Sorten verwendet. Für den Anycubic Predator wurde der Slicer Ultimaker CURA verwendet. Bei der Formiga als Material PA2200. Das mit Abstand billigste, schnellste und zuverlässigste Verfahren für einzelne Viergelenke ist der Anycubic Predator (330 Euro/Oct. 2020) gegenüber dem Form3 (4000 Euro/Aug. 2020) und der Formiga 100 (300.000 Euro/Mar 2013). Alle Drucker sind am Lehrstuhl in dauerhafter Verwendung. Die Viergelenke können auf einem Predator in ca. 40 Minuten ausgedruckt und innerhalb von 5 Minuten montiert werden. Die Stromkosten liegen bei 5 Euro (Dez. 2021) pro Kilo und das Filament bei ca. 20 Euro pro Kilo. Ein Viergelenk mit 20% Infill und 1.2mm Wandstärke wiegt ca. 20 Gramm.

## 7 Montageprozess

Der Montageprozess wird von der Bibliothek durch Ausgabe einer Stückliste unterstützt, die alle Druckteile und genormten Maschinenelemente wie Schrauben, Muttern, Scheiben etc. enthält, damit diese rechtzeitig beschafft werden können. Ein kurzes Video unterstützt bei der Montage, da die verschiedenen Zusammenbau-Modi und die Schichtungen der Getriebeglieder schnell eine Komplexität erreichen, die sonst zu Fehlern führen könnte. Außerdem wird so die Gefahr vermieden, ähnlich lange Getriebeglieder miteinander zu verwechseln.

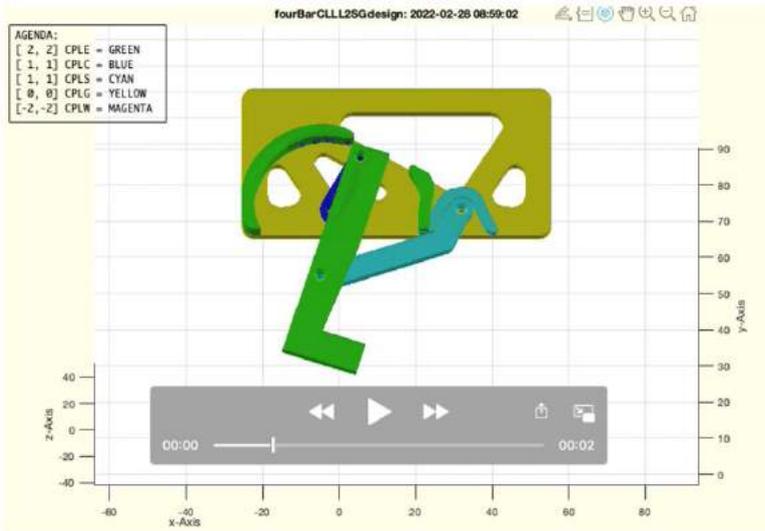


Abb. 7: Automatisch erzeugtes Video zur Unterstützung der Viergelenksmontage, aus [6]

## 8 Zusammenfassung

Im Rahmen der SG-Lib entsteht eine immer leistungsfähigere Konstruktionsbibliothek auf der Basis von Matlab. Ziel ist, dass sich der Ingenieur voll auf die Aufgabenstellung konzentrieren kann, und dabei die gewünsch-

te Funktion definiert. Die Lösung in Form einer passenden Konstruktion, sprich Geometrie, kommt dann aus der Bibliothek. Natürlich ist das Ziel beim Aufbau der Konstruktionsbibliothek, das Wissen eines erfahrenen Konstrukteurs in entsprechenden Routinen abzubilden und zu hinterlegen. Dabei entsteht eine Fachsprache, die den Umgang mit der Bibliothek erleichtert und eine elegante Wissensrepräsentation erlaubt. Aktuelle Forschung [7] beschäftigt sich bereits mit einer speziellen Konstruktionsprache, die in Matlab direkt in 3D-Körper umgesetzt wird.

## Literatur

- [1] Lüth, T. C. und Irlinger, F. „Berechnete Erzeugung von dreidimensionalen Oberflächenmodellen im STL-Format aus der Beschreibung planarer Mechanismen für die Generative Fertigung durch Selektives-Lasersintern“. In: *Tagungsband 10. Kolloquium Getriebetechnik, Ilmenau, Sep.11-13* (2013), S. 267–284.
- [2] Lüth, T. C. „SG-Library: Entwicklung einer konstruktiven MATLAB-Toolbox zur räumlichen Modellierung von Körpern, Gelenken und Getrieben“. In: *Tagungsband 11. Kolloquium Getriebetechnik, Garching* (2015), S. 183–203.
- [3] Lüth, T. C. und Irlinger, F. „Automatische Generierung von Simscape Multibody Modellen auf der Grundlage von Gelenkgetrieben mit der Matlab-Toolbox SG-Library“. In: *Tagungsband 12. Kolloquium Getriebetechnik, Dresden* (2017), S. 179–192.
- [4] Lüth, T. C. und Irlinger, F. „Ein neuer Ansatz zur Synthese und Konstruktion von Viergelenken nach Vorgabe von 3 Posen mit Matlab“. In: *Tagungsband 13. Kolloquium Getriebetechnik, Dortmund* (2019), S. 71–83.
- [5] Lüth, T. C. und Irlinger, F. „Eine Sammlung von Matlab-Funktionen für die konstruktionsnahe Beschreibung und automatisierte Lösung“. In: *Tagungsband 13. Kolloquium Getriebetechnik, Dortmund* (2019), S. 157–167.

- [6] Lueth, T. und Irlinger, F. „A Method for the Automatic Design of Mechanisms on the Example of a Four-Bar Linkage“. In: *ROMANSY 24 - Robot Design, Dynamics and Control*. Hrsg. von Kecskeméthy, Andrés and Parenti-Castelli, Vincenzo. Springer International Publishing, S. 12–36. isbn: 978-3-031-06409-8.
- [7] Sun, Y. und Lueth, T. „SGCL: A B-Rep-Based Geometry Modeling Language in MATLAB for Designing 3D-Printable Medical Robots“. In: *2021 IEEE 17th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE) August 23-27, 2021*. Lyon, France, 2021, S.1388–1393.
- [8] Reuleaux, F. *Lehrbuch der Kinematik Zweiter Band: Die praktischen Beziehungen der Kinematik zu Geometrie und Mechanik*. Braunschweig: Friedrich Vieweg und Sohn, 1900.
- [9] Denavit, J. und Hartenberg, R. S. „A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices“. In: *Journal of Applied Mechanics* 22.2 (1955), S. 215–221.
- [10] Craig, J. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Prentice Hall, NJ, USA: Prentice Hall, 1989.
- [11] Lueth, T. C. „Automated Planning of Robot Workcell Layouts“. In: *Proceedings of the 1992 IEEE International Conf. on Robotics and Automation*. Nice, France: IEEE, 2014, S. 1103–1108.



# Vergleich von Simulation und Messung am Prototyp eines sphärischen Schlittenantriebes

Luise Brinster M.Sc.\*, Daniel. Garbe M.Sc.\*\* , Prof. Dr.-Ing. Maik  
Berger

\* TU Chemnitz, Professur Montage- und Handhabungstechnik  
luise.brinster@mb.tu-chemnitz.de

\*\* sam group GmbH, daniel.garbe@lindner-armaturen.de

## Kurzfassung

Der Beitrag befasst sich mit einem sphärischen Handhabungssystem und geht dabei detailliert auf den verwendeten Riemenantrieb am Bogen ein. Die vorhandene Gleitreibung wurde mit dem Ziel der Leistungsverbesserung in eine Wälzlagerung überführt und hinsichtlich der Antriebsleistung vergleichend untersucht. Mit Hilfe eines Simulationsmodells der Bogenführung in SimulationX wird überprüft, ob die Antriebsauslegung des Riemens auch ohne ein physisches Modell möglich ist. Eine weiterführende Untersuchung vergleicht die theoretische bzw. simulierte Positioniergenauigkeit mit der realen Genauigkeit des Systems am TCP.

## Abstract

The article deals with a spherical handling system and goes into detail about the belt drive used on the curve. With the aim of improving performance, the existing sliding friction was transferred to a roller bearing and comparatively examined with regard to the drive performance. With the help of a simulation model of the curve guide in SimulationX it is checked whether the drive design of the belt is also

possible without a real model. A further investigation compares the theoretical or simulated positioning accuracy with the real accuracy of the system at the TCP.

# 1 Einleitung

Die heutige Automatisierung industrieller Fertigungsprozesse stellt zunehmend individuelle Anforderungen an die verwendeten Antriebskomponenten. Neben hocheffizienten, aber oft wenig flexiblen, Rundschalt- und Lineartransfersystemen gibt es flexible Robotersysteme, jedoch mit durchaus sehr unterschiedlichen Zykluszeiten. Mit dem neuen Antriebssystem „Axisphere“ wird versucht die vorteilhaften Eigenschaften beider Systeme zu kombinieren, wobei das als modulares Führungssystem eine sphärische Bewegung auf einer Kugeloberfläche ermöglicht.

## 2 Sphärisches Handhabungssystem

### 2.1 Struktureller Aufbau

Auf einem Gestell mit 2 Polkappen, die durch eine zentrale Säule verbunden sind, befinden sich die halbmondförmigen Schlitten. Zwei parallel angeordnete Kreisführungen realisieren die Rotation um die 1. Drehachse (Zentrum der Kugelmitte). Eine zweite Drehachse ohne reales Gelenk schneidet die Kugelmitte und ist als Kreisbogen ausgeführt. Die darauf geführten Schlitten bewegen sich somit auf der Oberfläche einer Kreistonne. Abbildung 1 zeigt die kinematische Struktur und das Modell des Mechanismus.

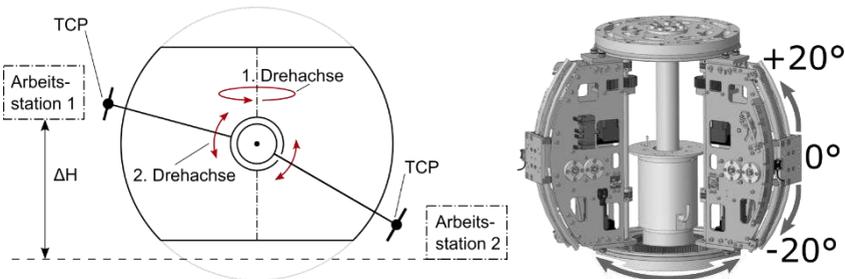


Abbildung 1: Sphärischer Mechanismus mit 2 Bewegungsachsen je Schlitten links: Schema; rechts: CAD [1]

Je nach Anzahl der Schlittensegmente können diese im vorhandenen Freiraum eine Relativbewegung zueinander um die erste Drehachse ausführen, was eine flexible Anordnung von Arbeitsstationen um das Handhabungssystem zulässt. Der kompakte Aufbau ermöglicht es, bei einem Gesamtdurchmesser von 650 mm und einer Höhe von 550 mm, eine Hubbewegung im TCP von mehr als 240 mm zu erreichen. In Kombination mit einer endlos drehenden ersten Drehachse können folglich Rundschaftsysteme mit beliebig positionierten Arbeitsstationen, sowohl auf dem Umfang als auch in der Arbeitshöhe konzipiert werden. Die variable Anzahl der Schlitten bietet eine weitere Möglichkeit, flexibel Arbeitsanforderungen zu erfüllen. Das Antriebskonzept der Bogenführung wurde von den Autoren in [1] im Detail erläutert. Das Ergebnis der Antriebssimulation war, dass die Verlustleistungen über 40 % der Gesamtleistung benötigen. Die Optimierung des Riemenantriebs und folglich eine Verringerung der Verlustleistung war jedoch für industrielle Anwendungen zwingend notwendig und wird im folgenden Kapitel beschrieben.

## 2.2 Riemenlagerung

Der Bogenantrieb ist durch einen Riemen als Zugmittel gekennzeichnet, der gleitend auf dem Führungsbogen lagert. Wegen der hohen Reibungsverluste von über 40 % der Gesamtleistung wurde eine Überarbeitung des Lagerungskonzepts notwendig. Die erste Änderungsvariante umfasste reibungsreduzierte Materialpaarungen mit PTFE Gleitbändern statt Aluminium. Aufgrund unzureichender Riemenkennwerte für die Auslegung bei Reibkontakt wurde die Lagerung nachfolgend in eine lebensdaueroptimierte Wälzlagerung weiterentwickelt. Der Riemen wälzt hierbei auf Rollen, die gleichmäßig über den Führungsbogen verteilt sind. Abbildung 2 zeigt das Schema der Bogenführung. Einen objektiven Vergleich der Varianten S1 (Riemen gleitet auf Aluminium), S2 (Riemen gleitet auf PTFE) und S3 (Riemen wälzt auf Rollen) liefern die Leistungsmessungen für Rast in Rast Bewegungen. Als Referenzfahrt dient eine Hubbewegung ( $-20^\circ$  nach  $+20^\circ$ ) und eine Senkbewegung ( $+20^\circ$  nach  $-20^\circ$ ), analog der Abbildung 1, rechts.

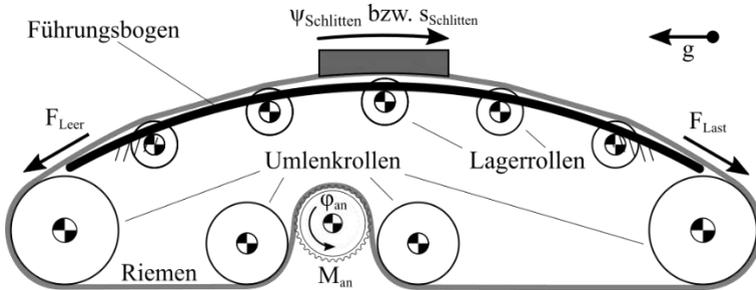


Abbildung 2: Schema der wälzenden Riemenlagerung

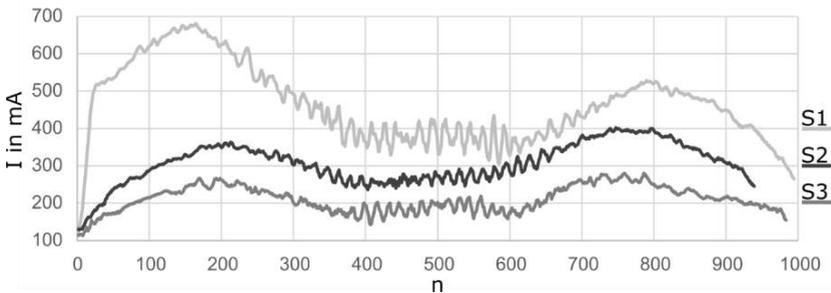


Abbildung 3 zeigt die Leistungskurven bei einer Geschwindigkeit von 120 rad/s und einer Beschleunigung von 100 rad/s<sup>2</sup> am Antriebsmotor. Die Messfrequenz beträgt 500 Hz.

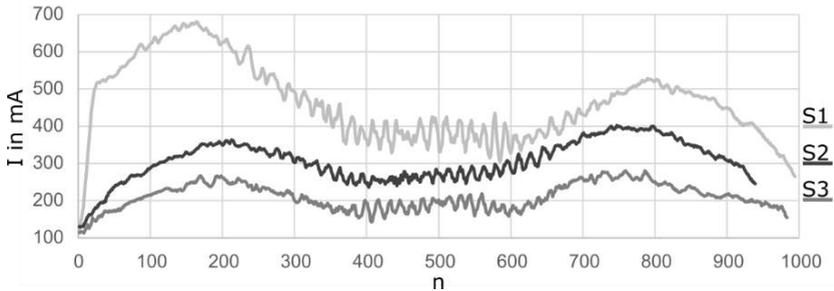


Abbildung 3: Leistungskurven für die Hubbewegung -20° nach +20°

Die Hubbewegung benötigt bei S1 einen Spitzenstrom von 680 mA. Mit PTFE als Reibpartner beträgt der Spitzenstrom 401 mA und mit den Lagerrollen 280 mA. In Bezug auf S1 konnte die benötigte Gesamtleistung bei S2 auf 66,1 % und bei S3 auf 45,4 % reduziert werden.

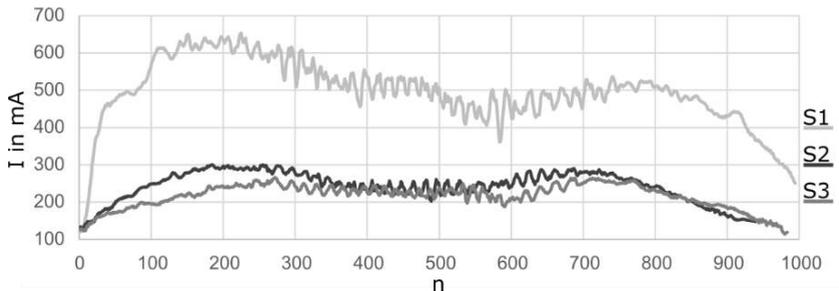


Abbildung 4: Leistungskurven für die Senkbewegung +20° nach -20°

Die Senkbewegung benötigt bei S1 einen Spitzenstrom von 653 mA. Mit PTFE als Reibpartner beträgt der Spitzenstrom 300 mA und mit den Lagerrollen 266 mA. In Bezug auf S1 konnte die benötigte Gesamtleistung bei S2 auf 47,8 % und bei S3 auf 44,1 % reduziert werden. S2 und S3 erreichen einen annähernd gleichen Leistungsbedarf bei der Senkbewegung.

### 3 Kinematische Analyse

#### 3.1 Einfluss der Riemenlagerung auf die Übersetzung

Der Einsatz von Umlenkrollen erzeugt einen polygonartigen Riemenabschnitt am Bogen. Es entstehen sowohl Umfangsabschnitte, bei denen der Riemen an den Umlenkrollen anliegt als auch tangentielle Geradenabschnitte zwischen den Umlenkrollen. Des Weiteren ist der Riemen an einem erhöhten Punkt am Führungswagen fixiert, wodurch beim Verfahren unterschiedlich lange Geradenabschnitte vor und nach dem Wagen entstehen, was zu einer relativen Änderung der Riemenlänge bzw. nichtlinearen Übersetzung führt. Abbildung 5 zeigt das Schema der Riemenumlenkung mit einem Ersatzmechanismus zur Beschreibung der Riemenlänge zwischen zwei tangentialen Anlagepunkten an den Lagerrollen. Das Ersatzgetriebe auf der linken Seite entspricht einer Kurbelschleife  $A_0A_1B_1 \leftrightarrow B_0$  mit verlagertem Koppeldrehgelenk, so dass deren Koppel dem längenveränderlichen Riemenabschnitt entspricht.

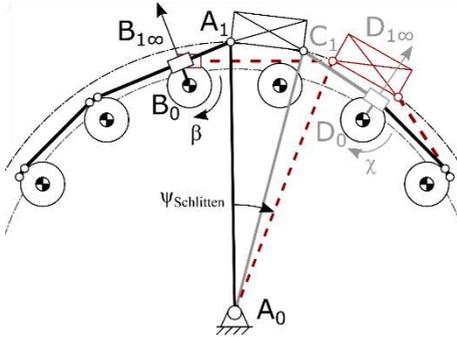


Abbildung 5: Schema der Riemenumlenkung

Für die Analyse ist der Bewegungsabschnitt zwischen zwei Lagerrollen, vom ersten Kontakt des Riemens an der ersten bis zum ersten Kontakt des Riemens an der zweiten Lagerrolle, definiert. Der Ersatzmechanismus auf der rechten Seite ist analog dem linken, jedoch mit der Besonderheit, dass der Riemen im Bewegungsverlauf von der Rolle mit dem Drehpunkt  $D_0$  abhebt. Für eine erste Analyse wurde das Getriebemodell aus Abbildung 5 in der Software GeoGebra 5.0 erstellt. Als Antrieb dient die Schwinde mit dem zuvor festgelegten Schwingwinkel  $\varphi$ . Die Änderung der Riemenlänge des Leer- und Lasttrums sind als Variablen in Abhängigkeit des Antriebswinkels definiert. Abbildung 6 stellt die Änderung beider Riemenlängen für einen Bogenradius von 300 mm dar, wobei durch  $\Delta l_{\text{Riemen}}$  auch deren Differenz ausgewiesen wird. Sie ist das Maß für die Änderung der Riemenspannung und hat Einfluss auf die Positioniergenauigkeit.

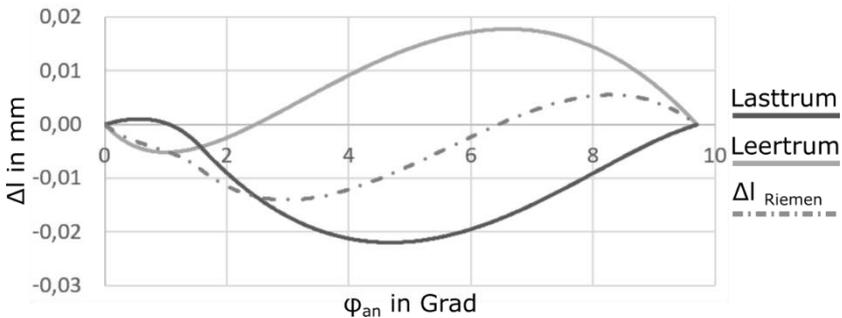


Abbildung 6: Riemenlängenänderung bei konstanter Schlittenbewegung

Bei konstanter Antriebsgeschwindigkeit entsteht aus der polygonartigen Lagerung ein Positionierfehler von maximal 0,02 mm. Die maximale Längenänderung beträgt 0,014 mm.

### 3.2 Positioniergenauigkeit theoretisch

Im Prozess der Antriebsauslegung wurden die Antriebskonzepte konzeptionell erstellt, analysiert und iterativ optimiert. Zwei Schwerpunkte der Analyse waren die Ermittlung der kleinst möglichen Schrittweite jeder Achse, also die theoretisch minimale Auflösung, sowie die toleranzbedingte Fehlerkette im Antrieb. Für eine präzise Positionierung sind beide Antriebsachsen jeweils stufenweise übersetzt und weisen damit mehrere Kontaktstellen und folglich eine Toleranzkette auf. Die kleinste mögliche Schrittweite  $\psi_{ab\_min}$  wird nach Gl. 1 ermittelt:

$$\psi_{abmin} = \frac{\varphi_{anmin}}{i_{ges}} \quad (1)$$

und beträgt bei beiden Achsen  $\psi_{ab\_min} < 0,0042^\circ$  bzw.  $s_{TCP\_min} < 0,05$  mm als Bogenmaß am TCP. Dieser Wert wird im Folgenden als Vergleichswert zur realen Wiederholgenauigkeit, ohne Anlagenwechsel im Antrieb, herangezogen. Der Anlagenwechsel beschreibt hierbei einen Wechsel der Kontaktflächen an Zahn- und Riemenrädern infolge der Drehrichtungsumkehr am Antrieb, resultierend aus dem mechanischen Getriebeispiel. Unter Berücksichtigung dieser Einflussgröße und der auftretenden elastischen Verformungen im Antriebsstrang lässt sich die toleranzbehaftete Wiederholgenauigkeit bestimmen. Die Haupteinflussgrößen der Achsen sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Tabelle 1: Einflussgrößen auf den Winkelfehler am Abtrieb

Achse 1		Achse 2	
Verdrehwinkel Antriebswellen	$\Delta\varphi_{Tn}$	Verdrehwinkel Antriebswelle	$\Delta\varphi_{Tn}$
Verdrehwinkel Kupplungen	$\Delta\varphi_{Kn}$	Verdrehwinkel Kupplung	$\Delta\varphi_{Kn}$
Flankenspiel Zahnräder	$\Delta\varphi_{jn}$	Flankenspiel Zahnrad	$\Delta\varphi_{jn}$
		Riemen­dehnung	$\Delta l_{Rn}$
		Riemen Polygon­übersetzung	$\Delta l_{RP}$

Die Differenzlänge  $\Delta l_{Rn}$  wurde für eine einheitliche Berechnung in den entsprechenden Winkelfehler umgerechnet. Gl. 2 zeigt die sequenzielle Struktur der Gleichung für das toleranzbedingte Winkelspiel am Abtrieb.  $\sum \Delta\varphi_n$  ist hierbei die Summe der Winkelfehler vor der chronologisch folgenden Übersetzung  $i_n$ .

$$\psi_{abSpiel} = \frac{\frac{\sum \Delta\varphi_1 + \sum \Delta\varphi_2}{i_1} + \dots}{\dots} + \frac{\sum \Delta\varphi_n}{i_n} \tag{2}$$

Der spielbehaftete theoretische Abtriebswinkel für Drehachse 1 ist mit ca. 0,3 ° (ca. 2 mm) um den Faktor 75 größer als die minimale Schrittweite. Für Drehachse 2 beträgt der Faktor 59, bei 0,0583 ° (ca. 0,38 mm). Den größten Einfluss besitzen die eingebauten Planeten- und Schnecken­getriebe mit ca. 51 % und 97 % des Gesamtfehlers.

### 3.3 Verifizierte Positioniergenauigkeit

Das Ziel der Untersuchungen waren die Bewertung der Positionier- und Wiederholgenauigkeit des sphärischen Handhabungssystems. Die Messung der gekrümmten Bewegungsbahn des TCP erfolgt mit dem 3D Koordinatenmesssystem, Typ 1303, der Firma ZIS Industrietechnik GmbH. Als Prüfnorm dient eine geschliffene Messkugel, die über eine Trägerplatte am TCP befestigt und in einer kalottenförmigen Aufnahme mit dem Messsystem verbunden ist. Abbildung 7 zeigt das Handhabungs- und Messsystem in der Seitenansicht sowie in den drei

verwendeten Messpositionen, der Mittenlage bzw. den Endlagen. Das Bezugskordinatensystem, das für die Messungen verwendet wurde befindet sich links unten.

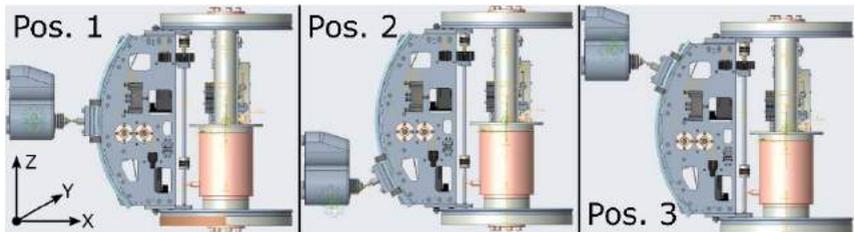


Abbildung 7: Messpositionen Bogenabschnitt

Jede Kalibrierposition wurde zu Beginn einer Messung als Startpunkt mit den Koordinaten  $[X,Y,Z]$ ,  $[0,0,0]$  definiert und anschließend aus den vier gegebenen Bewegungsrichtungen, positiver und negativer Drehrichtung der beiden Achsen, angefahren.

Die Messungen für die Positioniergenauigkeit mit Umkehrspiel sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Positioniergenauigkeit mit Umkehrspiel

Verfahrachse	Messrichtung in mm	Pos.1	Pos. 2	Pos. 3
Achse 1	Z	< 0,05	< 0,05	< 0,1
	Y	1,43	1,31	1,25
	X	< 0,05	< 0,1	< 0,05
Achse 2	Z	0,89	0,86	0,81
	Y	< 0,1	< 0,05	< 0,05
	X	< 0,1	0,39	0,36

Unter Berücksichtigung des Umkehrspiels beträgt die Positionsabweichung für Drehachse 1 zwischen 1,25 und 1,43 mm. Damit liegen alle Werte unter der theoretischen, spielbehafteten Abweichung. Drehachse 2 erzeugt einen um den Faktor 3 höheren Positionsfehler als theoretisch ermittelt. Die Abweichungen in X-Richtung entsprechen betragsmäßig der Strecke, die der TCP durch seine gekrümmte Bahn, aufgrund der vorhandenen Werte in Z-Richtung, erzeugt.

Tabelle 3: Positioniergenauigkeit ohne Umkehrspiel

Verfahrachse	Messrichtung in mm	Pos.1	Pos. 2	Pos. 3
Achse 1	Z	< 0,05	< 0,05	< 0,05
	Y	< 0,05	< 0,05	< 0,1
	X	< 0,05	< 0,1	< 0,05
Achse 2	Z	< 0,05	< 0,05	< 0,05
	Y	< 0,1	< 0,05	< 0,05
	X	< 0,1	< 0,05	< 0,05

Alle Positionsabweichungen betragen bei gleichsinniger Anfahrtsrichtung und unter Vernachlässigung des Wechselspiels weniger als 0,1 mm und bis auf 3 Werte weniger als 0,05 mm.

## 4 Simulation des Bandgetriebes

### 4.1 Aufbau der Simulation

Für die simulative Betrachtung wurde der Aufbau aus [1] in SimulationX 4.1 herangezogen und an den Messaufbau angepasst. Das Schneckengetriebe wurde in der Simulation nicht mit betrachtet. Im ersten Schritt wurde die Bewegungsfunktion auf die tatsächlich gefahrene Bewegung geändert. Dafür wurden sowohl die Hub- als auch die Senkbewegung von  $-20^\circ$  bis  $20^\circ$  mit einer Beschleunigung von 5,56 rad/s und einer maximalen Geschwindigkeit von 6,67 rad/s simuliert. Zusätzlich wurde die zu bewegende Masse auf 240 g verringert, da in [1] das System unter Berücksichtigung eines Aufsatzes betrachtet wurde, die Messungen allerdings nur mit dem Schlitten stattgefunden haben.

Mit diesem aktualisierten und in Abbildung 8 dargestellten Modell wurde das System unter Berücksichtigung der Reibung des Riemens auf der Führung ohne PTFE Gleitbänder untersucht.

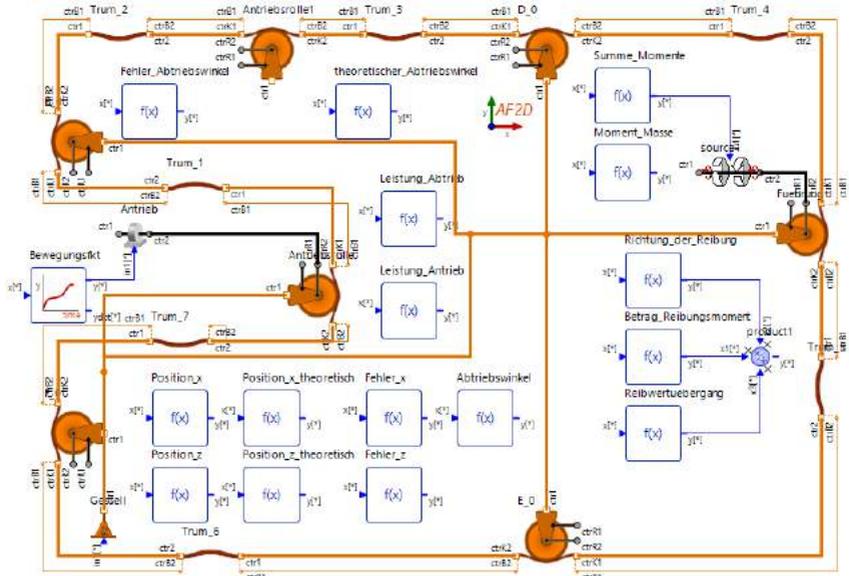


Abbildung 8: Struktur des reibungsbehafteten Modell 1

Für die simulative Betrachtung des optimierten Modells, dargestellt in Abbildung 9, wurde die Führungsrolle, zu sehen auf der linken Seite in Abbildung 8, durch sechs kleinere Umlenkrollen ausgetauscht, die in Abbildung 9 gekennzeichnet sind. Die Berechnung des Reibmomentes entfiel. Durch den Polygoneffekt gibt es keine Umlenkrolle, an der der Riemen zu jedem Zeitpunkt der Bewegung anliegen muss. Deshalb wurde das Moment der Masse an der Rolle D\_0 angetragen, anstelle an einer der Umlenkrollen.

Um die Werte für den Fehler zwischen theoretischem und tatsächlichem Antrieb mit denen aus der Messung vergleichen zu können, wurde der Abtriebswinkel über den Radius der Führungsschiene in die X- und Z-Koordinate umgerechnet. Dabei wurde das gleiche Bezugskordinatensystem wie in Abbildung 7 benutzt.

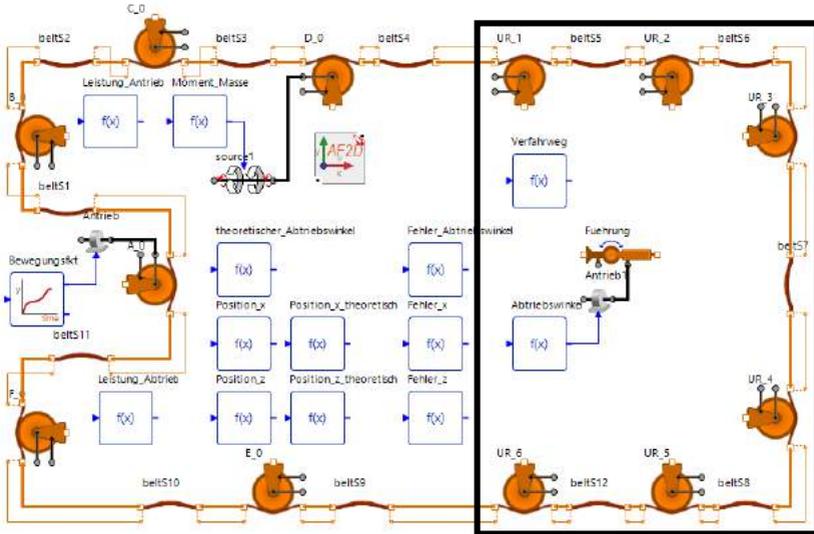


Abbildung 9: Struktur von Modell 2 mit Umlenkrollen (umrahmter Bereich)

## 4.2 Simulative Ergebnisse

Es wurden sowohl der Verlauf des an der Antriebsrolle benötigten Momentes als auch der Positionierungsfehler während der Rast für beide Modelle ausgewertet. Für die Leistungen ergaben sich die in Abbildung 10 und Abbildung 11 Bild dargestellten Diagramme.

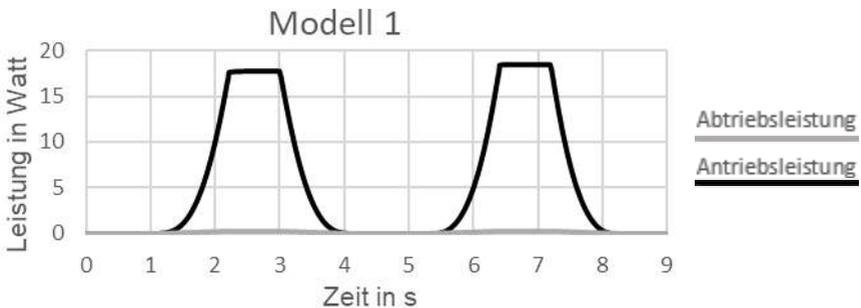


Abbildung 10: Leistungsverlauf für Modell 1



Abbildung 11: Leistungsverlauf für Modell 2

Es ist in beiden Diagrammen neben der Antriebs- auch die Abtriebsleistung dargestellt. Während die beiden Kurven für Modell 2 annähernd gleich sind, beträgt der Unterschied bei Modell 1 mit 18,28 W. Die maximale Antriebsleistung tritt in der Hubbewegung auf und ist bei Modell 2 mit 0,26 W mehr als zwanzigmal so klein wie die Antriebsleistung von 18,54 W bei Modell 1.

Der betragsmäßig maximale Positionierungsfehler während der Bewegung beträgt bei Modell 1 in X-Richtung -0,007 mm und in Z-Richtung 0,409 mm, bei Modell 2 in X-Richtung 0,004 mm und in Z-Richtung 0,015 mm. Die Positionierungsfehler während der Rast sind in Tabelle 4 zusammengefasst.

Tabelle 4: Positioniergenauigkeit mit Umkehrspiel

Modell	Messrichtung	Fehler bei $\pm 20^\circ$ in	
		mm	mm
Modell 1	Z	-0,008	0,008
	X	-0,003	0,003
Modell 2	Z	-0,0089	-0,0098
	X	-0,0036	0,0036

Alle Positionsabweichungen betragen unter 0,01 mm und liegen damit deutlich unter denen durch das Getriebespiel.

## 5 Auswertung

Vergleiche zu den Werten aus den Messungen können nur qualitativ gezogen werden, da zum einen die genauen Reibwerte des Riemens nicht bekannt sind und zum anderen nicht das Antriebsmoment, sondern ein Motorkennwert gemessen wurde. Aus diesem Grund wurde auch nur eine reibungsbehaftete Simulation gefahren, da eine zweite mit variiertem Reibwert keine weiteren Erkenntnisse geliefert hätte. Dass auch in der Simulation eine Senkung der benötigten Antriebsleistung durch Verringerung der Reibkräfte auftritt, wurde bereits in [1] nachgewiesen. Sowohl die Messwerte als auch die Simulationen belegen, dass das Ersetzen des Reibkontaktes durch Wälzlager die benötigte Antriebsleistung verringert. Dabei ist der Unterschied bei der Simulation höher als bei den Messungen. Grund dafür ist neben dem nicht bekannten Reibwert auch die Reibung der Lager, die in der Simulation noch vernachlässigt wurde, sowie die Tatsache, dass auch das Schneckengetriebe aktuell nicht mit simuliert wurde.

Die Daten zeigen außerdem, dass der Positionierungsfehler bei geringer zu bewegender Masse größtenteils durch das Spiel des Getriebes beeinflusst wird. Sowohl in X- als auch in Z-Richtung ist der Fehler durch das Spiel des Getriebes etwa zehn Mal größer. Die Steifigkeit des Riemens spielt folglich eine untergeordnete Rolle. Der Wechsel von dem Reibkontakt zu den Wälzlagern spielt für die Positioniergenauigkeit eine untergeordnete Rolle.

## Literatur

- [1] D. Garbe, L. Brinster, F. Höhne, S. Gelbrich, and M. Berger, "Simulationsansatz eines sphärischen Schlittenantriebs für Montageanwendungen," Siebte IFToMM D-A-CH Konferenz 2021: 18./19. Februar 2021, Online-Konferenz, vol. 2021. Feb. 16, 2021, doi: 10.17185/dupublico/74043.

# Analytische Berechnung $C^2$ -stetiger Schritt-Rast-Bewegungen mit vorgegebener Rasttoleranz

Dr.-Ing. Clemens Troll

Fa. Theegarten-Pactec GmbH & Co. KG, Dresden, Deutschland  
clemens.troll@theegarten-pactec.de

## Kurzfassung

In diesem Beitrag wird ein analytisch berechenbarer Ansatz zur Synthese  $C^2$ -stetiger Schritt-Rast-Bewegungen mit vorgegebener Rasttoleranz vorgestellt. Bewegungsaufgaben dieser Art treten häufig in der Entwicklung von Verarbeitungsmaschinen auf. Der dargestellte Ansatz ermöglicht nicht nur die effiziente Online-Berechnung in flexiblen mechatronischen Anwendungen, sondern weist weiterhin günstige Eigenschaften für die Anwendung in elektromechanischen Antriebssystemen auf.

## Title / Abstract

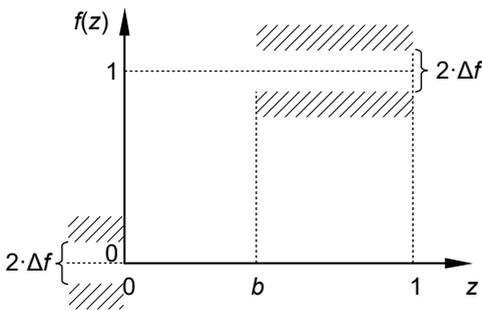
### **Analytical calculation of $C^2$ -continuous rise-to-dwell motions with specified dwell tolerance**

In this paper, an analytically computable approach for the synthesis of  $C^2$ -continuous rise-to-dwell motions with a given dwell tolerance is presented. Motion tasks of this type frequently arise in the development of processing machines. The presented approach not only enables the efficient online computation in flexible mechatronic applications, but also shows favorable properties for the application in electromechanical drive systems.

## 1 Problemstellung

Periodisch fortschreitende Bewegungen von Arbeitsorganen stellen einen häufigen Anwendungsfall für die Synthese von Bewegungen im Bereich der Maschinenentwicklung dar. Einen besonderen Stellenwert nehmen dabei die sogenannten *Schritt-Rast-Bewegungen* ein, welche oft für Positionieraufgaben verwendet werden. Zur Gestaltung von Bewegungsverläufen kann zur Lösung dieser Aufgabe auf die klassischen Bewegungsgesetze der VDI-Richtlinie 2143 [1] zurückgegriffen werden. Häufig ist jedoch keine klassische Rast gefordert, sondern es kann eine tolerable Abweichung der Bewegung während der Rast angegeben werden. Diese Bewegungsaufgabe kann mit Hilfe des normierten Bewegungsplans in Abb. 1 beschrieben werden. Dabei bezeichnet  $b$  den normierten Bewegungszeitanteil des Taktes und  $\Delta f$  die einseitig vorgegebene und normierte Rasttoleranz.

Die Angabe und anschließende Ausnutzung einer Rasttoleranz ermöglicht oft eine antriebsgünstigere Gestaltung der Bewegung, erfordert aber gleichzeitig die Anwendung anspruchsvoller Methoden zur Bewegungssynthese, die häufig eine iterative Arbeitsweise erforderlich machen und nicht in Form eines geschlossenen Bewegungsgesetzes formuliert werden können. Dieser Beitrag hat zum Ziel, diese Lücke im Stand der Technik zu schließen und ein analytisch berechenbares Bewegungsgesetz zur Lösung der Bewegungsaufgabe *Schritt-Rast-Bewegung mit vorgegebener Rasttoleranz* bereitzustellen.



**Abb. 1:** Normierter Bewegungsplan der Bewegungsaufgabe *Schritt-Rast-Bewegung mit vorgegebener Rasttoleranz*.

## 2 Mögliche Lösungsansätze

### 2.1 Lösung auf Basis von Stützpunktverbindungen

Das Konzept der Hubzeitverlängerung wurde 1962 von KRZENCIESSA in [2] publiziert und stellt eine Lösung für die dargestellte Problemstellung dar. Anstatt Raststützpunkte auf den zeitlichen Grenzen des Toleranzbereiches zu platzieren, werden die Punkte soweit in den Rastbereich hinein verschoben, bis der sich daraus ergebende Verlauf mit den Toleranzgrenzen schneidet. Hierdurch wird die Hubzeit verlängert und die Maximalbeschleunigung reduziert. Je glatter die Übertragungsfunktion ist, desto größer fällt der Nutzen dieses Prinzips aus. Allerdings ist dieser Ansatz nicht in jedem Fall vollständig anwendbar, nämlich genau dann nicht, wenn die Rasttoleranz sehr groß ist oder ein sehr großer Bewegungszeitanteil vorgegeben ist. In diesen Fällen kann es auftreten, dass selbst beim Übereinanderlegen der beiden Raststützpunkte und somit einer maximalen Hubzeitverlängerung, die Rasttoleranz nicht vollständig ausgenutzt werden kann.

Einen alternativen Vorschlag stellt BRAUNE mit dem grafisch interaktiven Bewegungsdesign vor. In [3] und [4] wird gezeigt, wie durch gezielte Variation der Randbedingungen von Stützpunkten, die mit Polynomen 5. Ordnung verbunden werden, die Aufgabenstellung gelöst werden kann. Im Gegensatz zur Hubzeitverlängerung werden die normierten Zeitpunkte der Raststützpunkte nicht verschoben. Stattdessen wird die Forderung nach einer Rast aufgelöst und Bewegungsstützpunkte eingefügt. Die Bewegungsstützpunkte werden auf den Grenzen des Toleranzbereiches platziert und die Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerte so angepasst, dass einerseits der Bewegungsverlauf sein Maximum bzw. Minimum auf den Toleranzgrenzen aufweist und andererseits ein glatter, d. h. stetig differenzierbarer, Beschleunigungsverlauf resultiert.

### 2.2 Lösung mit der Methode der optimalen Steuerung

Die Synthese von Bewegungsdesigns mit Hilfe der Methode der optimalen Steuerung wird ausführlich in [5] diskutiert. Zur Anwendung werden die kinematischen Grundbeziehungen  $v = \dot{s}$  bzw.  $a = \dot{v} = \ddot{s}$  genutzt. Mit den Zustandsgrößen  $x_1(z) = s(z)$ ,  $x_2(z) = s'(z)$  und der Steuergröße

$u(z) = s''(z)$  ergibt sich die Systemdifferentialgleichung:

$$x_1'(z) = x_2(z), \quad (1)$$

$$x_2'(z) = u(z). \quad (2)$$

Unter Berücksichtigung der Systemdynamik ist nun der Steuergrößenverlauf gesucht, der das folgende Gütefunktional minimiert:

$$J = \int_0^1 u^2(z) dz \rightarrow \min_{u(z)}, \quad (3)$$

zu einer Erfüllung der definierten Übergangsbedingungen führt:

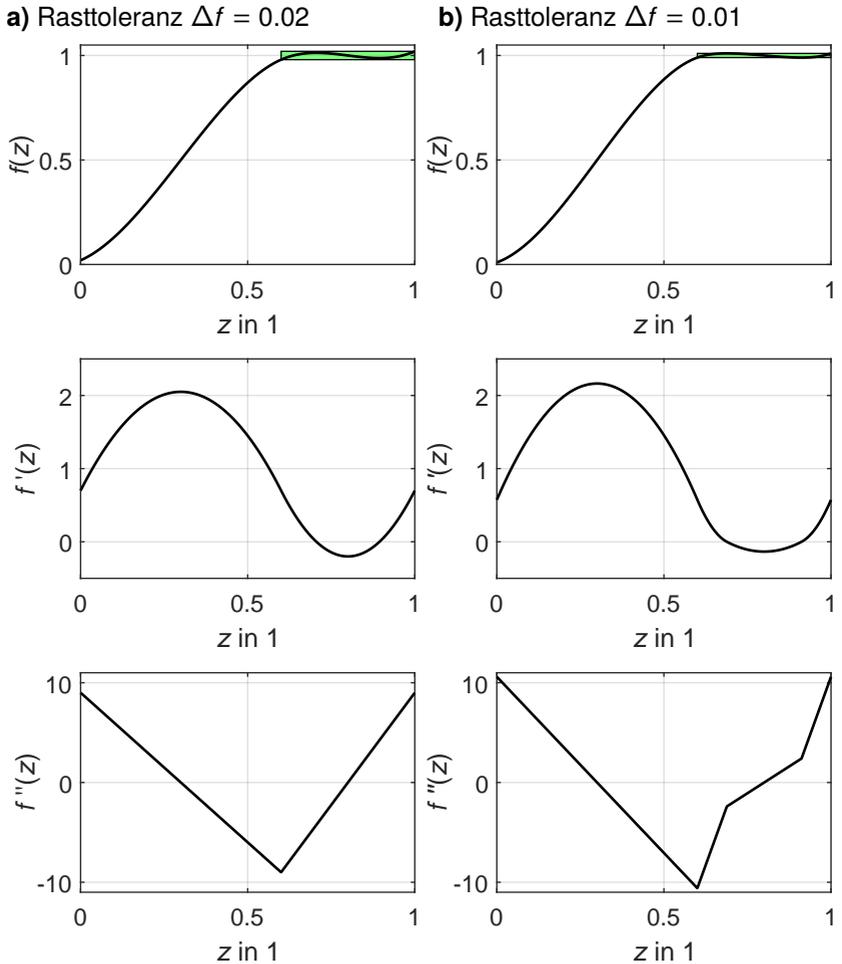
$$x_1(0) + 1 = x_1(1), \quad x_2(0) = x_2(1), \quad u(0) = u(1), \quad (4)$$

und abschließend die Einhaltung der geforderten Rasttoleranz ermöglicht:

$$1 - \Delta f \leq x_1(z) \leq 1 + \Delta f, \quad \forall z \in [b, 1]. \quad (5)$$

Für  $\Delta f > \frac{1-b}{2}$  ist die Rasttoleranz so groß, dass ein linearer Hubverlauf mit  $f(z) = z + \frac{1-b}{2}$  und einem Effektivwert der Beschleunigung von Null die triviale Lösung des Problems darstellt. Daher gilt im Folgenden  $\Delta f \leq \frac{1-b}{2}$ . Unter dieser Bedingung sind in Abb. 2 zwei Lösungen dargestellt, welche aus abschnittsweise linearen Funktionen für den Steuerungsverlauf bestehen. Diese Eigenschaft kann man für diese Problemstellung aus den notwendigen Bedingungen der dynamischen Optimierung [6] herleiten. Auffällig ist, dass die beiden Lösungen zwei unterschiedliche Strukturen aufweisen. Während die Übertragungsfunktion 2. Ordnung für die größere Rasttoleranz aus zwei linearen Funktionen besteht, setzt sich die Lösung für die kleinere Rasttoleranz aus insgesamt vier Segmenten zusammen. Bei der Variation verschiedener Kombinationen von Rasttoleranz und Bewegungszeitanteil sind diese zwei Lösungsstrukturen immer wieder beobachtbar.

Der Vorteil dieses Ansatzes besteht darin, dass die Aufgabenstellung für beliebige Werte von  $b$  und  $\Delta f$  gelöst werden kann und in jedem Fall eine optimale Bewegung im Sinne des Gütefunktionals resultiert. Nachteilig ist allerdings, dass die numerische Lösung nicht nur sehr aufwändig zu implementieren ist, sondern zur Ausführung auch ein geeigneter Solver benötigt wird. Daher sollen die experimentierten Lösungen im Folgenden die Grundlage für ein Bewegungsgesetz in analytischer Form sein.



**Abb. 2:** Lösungen des optimalen Steuerungsproblems mit dem Bewegungszeitanteil  $b = 0.6$  sowie zwei verschiedenen Rasttoleranzen  $\Delta f$ .

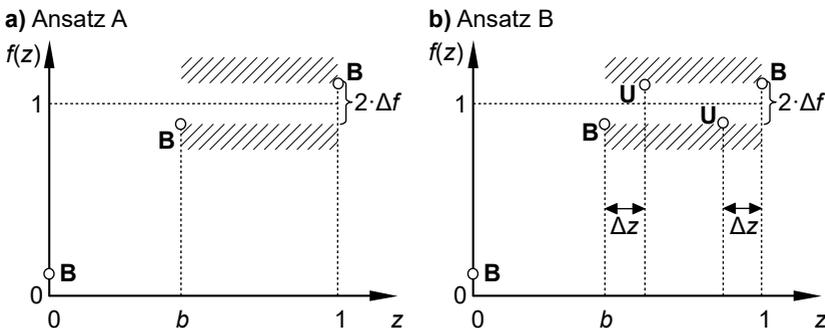
### 3 Synthese eines Bewegungsgesetzes

#### 3.1 Vorbereitende Herleitungen

##### 3.1.1 Ansätze zur Abbildung verschiedener Lösungsstrukturen

Zur Erfüllung des in Abb. 1 dargestellten Bewegungsplans sollen zwei Ansätze zur Bewegungsgestaltung berechnet werden, die sich in der Anzahl an zu verwendenden Stützpunkten unterscheiden. Die Stützpunkte werden dabei im Folgenden mit kubischen Polynomen verbunden. Dies scheint auf den ersten Blick bemerkenswert, da in Abschnitt 1 eine  $C^2$ -stetige Übertragungsfunktion gefordert war und hierfür meist Polynome 5. Ordnung zur Erfüllung dieser Anforderung verwendet werden. Es wird aber gezeigt werden, dass in diesem speziellen Fall Polynome 3. Ordnung ausreichend sind und den Berechnungsaufwand deutlich reduzieren. Die beiden Ansätze sind in Abb. 3 dargestellt.

Im Ansatz A werden zwei Bewegungsstützpunkte an den jeweiligen Rändern des tolerierten Rastbereiches definiert. Hierdurch besteht die Übertragungsfunktion aus zwei Segmenten. Unbekannt sind dabei die jeweiligen Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerte der Stützpunkte. Im Ansatz B werden zusätzlich zu den Bewegungsstützpunkten an den Rändern des tolerierten Rastbereiches zwei Umkehrstützpunkte auf der oberen



**Abb. 3:** Zwei Ansätze mit unterschiedlicher Anzahl von Stützpunkten zur Erfüllung des Bewegungsplans für die hier betrachtete Aufgabe *Schritt-Rast-Bewegung mit vorgegebener Rasttoleranz*.

und unteren Grenze des Toleranzschlauches definiert. Hierdurch besteht die Übertragungsfunktion aus vier Segmenten. Neben den unbekanntem Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerten an den Rändern des Rastbereichs sind weiterhin die Beschleunigungswerte der Umkehrstützpunkte unbekannt sowie der zeitliche Abstand zwischen Rastbeginn und oberer Umkehr bzw. zwischen unterer Umkehr und Rastende.

### 3.1.2 Berechnung von Ansatz A

Zunächst werden die zwei Segmente des Ansatzes in allgemeiner Form und mit unbekanntem Koeffizienten wie folgt notiert:

$$f_1(z) = \sum_{i=0}^3 A_{1i} \cdot z^i, \quad \forall z \in [0, b], \quad (6)$$

$$f_2(z) = \sum_{i=0}^3 A_{2i} \cdot (z - b)^i, \quad \forall z \in [b, 1]. \quad (7)$$

Zur Erfüllung des Bewegungsplans und zur Erreichung einer  $C^2$ -Stetigkeit werden die folgenden Rand- und Übergangsbedingungen definiert:

$$f_1(0) = \Delta f, \quad f_1(b) = 1 - \Delta f, \quad f_2(b) = 1 - \Delta f, \quad f_2(1) = 1 + \Delta f,$$

$$f_1'(0) = f_2'(1), \quad f_1''(0) = f_2''(1), \quad f_1'(b) = f_2'(b), \quad f_1''(b) = f_2''(b).$$

Durch das Einsetzen der Bedingungen in die Ansatzgleichungen ergibt sich ein lineares Gleichungssystem zur Ermittlung der unbekanntem acht Koeffizienten. Die Lösung des Gleichungssystems ist in Tab. 1 angegeben. Mit den ermittelten Koeffizienten ist die Übertragungsfunktion für diesen Ansatz vollständig definiert und kann bei Vorgabe von  $b$  und  $\Delta f$  berechnet werden.

### 3.1.3 Berechnung von Ansatz B

Entsprechend des Bewegungsplans von Ansatz B werden die vier Segmente mit insgesamt 16 unbekanntem Koeffizienten wie folgt notiert:

$$f_1(z) = \sum_{i=0}^3 B_{1i} \cdot z^i, \quad \forall z \in [0, b], \quad (8)$$

$$f_2(z) = \sum_{i=0}^3 B_{2i} \cdot (z - b)^i, \quad \forall z \in [b, b + \Delta z], \quad (9)$$

$$f_3(z) = \sum_{i=0}^3 B_{3i} \cdot (z - b - \Delta z)^i, \quad \forall z \in [b + \Delta z, 1 - \Delta z], \quad (10)$$

$$f_4(z) = \sum_{i=0}^3 B_{4i} \cdot (z - 1 + \Delta z)^i, \quad \forall z \in [1 - \Delta z, 1]. \quad (11)$$

Auf Basis des Bewegungsplans können weiterhin die folgenden Rand- und Übergangsbedingungen definiert werden:

$$\begin{aligned} f_1(0) &= \Delta f, & f_1'(0) &= f_4'(1), & f_1''(0) &= f_4''(1), \\ f_1(b) &= f_2(b) = 1 - \Delta f, & f_1'(b) &= f_2'(b), & f_1''(b) &= f_2''(b), \\ f_2(b + \Delta z) &= 1 + \Delta f, & f_2'(b + \Delta z) &= 0, & f_3(b + \Delta z) &= 1 + \Delta z, \\ f_3'(b + \Delta z) &= 0, & f_3(1 - \Delta z) &= 1 - \Delta f, & f_4(1 - \Delta z) &= 1 - \Delta f, \\ f_3'(1 - \Delta z) &= 0, & f_4'(1 - \Delta z) &= 0, & f_4(1) &= 1 + \Delta f. \end{aligned}$$

Durch das Einsetzen der Bedingungen in die Ansatzgleichungen ergibt sich ein Gleichungssystem, bei dessen Lösung zunächst angenommen wird, dass die Zeit  $\Delta z$  bekannt ist. Hierdurch wird das Gleichungssystem linear. Die Lösungen der Koeffizienten sind in Tab. 2 angegeben.

Die unbekannte Zeit  $\Delta z$  ermittelt sich aus der Forderung der  $C^2$ -Stetigkeit, welche zwischen Segment 2 und 3 bzw. zwischen 3 und 4 noch nicht in den Randbedingungen formuliert wurde. Zur Erreichung dieses Ziels wird  $f_2''(b + \Delta z) = f_3''(b + \Delta z)$  gefordert, was unter Zuhilfenahme der bereits berechneten Koeffizienten auf eine quartische Gleichung in  $\Delta z$  führt. Man kann sich leicht davon überzeugen, dass die analoge Forderung  $f_3''(b + \Delta z) = f_4''(b + \Delta z)$  zur selben quartischen Gleichung führt, was aus Symmetriegründen auch nicht verwunderlich ist. Daher kann davon ausgegangen werden, dass falls ein gültiges  $\Delta z$  gefunden wird, das die  $C^2$ -Stetigkeit zwischen Segment 2 und 3 herstellt, dies zwangsläufig auch zu einer  $C^2$ -Stetigkeit zwischen Segment 3 und 4 führt. Die quartische Gleichung zur Ermittlung von  $\Delta z$  hat die Form:

**Tab. 1:** Analytische Lösungen der Koeffizienten für Ansatz A.

Segment	$A_{i0}$	$A_{i1}$	$A_{i2}$	$A_{i3}$
1	$\Delta f$	$-\frac{(4\Delta fb - 2b - 2\Delta f + b^2 + 1)}{b \cdot (b-1)}$	$\frac{3 \cdot (2\Delta f + b - 1)}{b \cdot (b-1)}$	$-\frac{2 \cdot (2\Delta f + b - 1)}{b^2 \cdot (b-1)}$
2	$1 - \Delta f$	$A_{11}$	$-A_{12}$	$-\frac{2 \cdot (2\Delta f + b - 1)}{b \cdot (b-1)^2}$

**Tab. 2:** Analytische Lösungen der Koeffizienten für Ansatz B.

Segment	$B_{i0}$	$B_{i1}$	$B_{i2}$	$B_{i3}$
1	$\Delta f$	$\frac{6\Delta fb^2 - 6\Delta f\Delta z^2 + 3\Delta z^2}{b \cdot (3\Delta z^2 + 2b\Delta z)}$	$-\frac{6 \cdot (3\Delta fb - \Delta z + 2\Delta f\Delta z)}{b \cdot (3\Delta z^2 + 2b\Delta z)}$	$\frac{4 \cdot (3\Delta fb - \Delta z + 2\Delta f\Delta z)}{b^2 \cdot (3\Delta z^2 + 2b\Delta z)}$
2	$1 - \Delta f$	$B_{11}$	$-B_{12}$	$-\frac{(2\Delta fb^2 + 6\Delta f\Delta z^2 - 3\Delta z^2 + 12\Delta fb\Delta z)}{b\Delta z^2 \cdot (3\Delta z^2 + 2b\Delta z)}$
3	$1 + \Delta f$	0	$\frac{-6\Delta f}{(b+2\Delta z-1)^2}$	$\frac{-4\Delta f}{(b+2\Delta z-1) \cdot (b^2+4b\Delta z-2b+4\Delta z^2-4\Delta z+1)}$
4	$1 - \Delta f$	0	$\frac{3 \cdot (2\Delta fb^2 + 2\Delta f\Delta z^2 - \Delta z^2 + 6\Delta fb\Delta z)}{b\Delta z \cdot (3\Delta z^2 + 2b\Delta z)}$	$B_{23}$

$$0 = C_0 + C_1 \cdot \Delta z + C_2 \cdot \Delta z^2 + C_3 \cdot \Delta z^3 + C_4 \cdot \Delta z^4 \quad (12)$$

mit den fünf Koeffizienten:

$$C_0 = -2\Delta fb^4 + 4\Delta fb^3 - 2\Delta fb^2, \quad (13)$$

$$C_1 = -14\Delta fb^3 + 20\Delta fb^2 - 6\Delta fb, \quad (14)$$

$$C_2 = 28\Delta fb - 2b - 2\Delta f - 30\Delta fb^2 + b^2 + 1, \quad (15)$$

$$C_3 = 8\Delta f + 4b - 26\Delta fb - 4, \quad (16)$$

$$C_4 = 4 - 8\Delta f. \quad (17)$$

Die kleinste positive reelle Nullstelle ist die gesuchte Größe für  $\Delta z$ . Mithin ist die Berechnung der 16 Koeffizienten der vier Segmente möglich, womit sich die gesamte Übertragungsfunktion für diesen Ansatz eindeutig ergibt. Die Bestimmung der Nullstellen einer quartischen Gleichung ist zwar mit analytischen Hilfsmitteln möglich, sollte aber auf Grund etwaiger numerischer Probleme vermieden werden. Um vor dem Hintergrund beschränkter Ressourcen einer Steuerung dennoch eine Online-Implementierung des Vorgehens umzusetzen, empfiehlt es sich, auf bereits vorgefertigte Mathematikbibliotheken von Steuerungsherstellern zurückzugreifen, in denen effiziente numerische Lösungsverfahren zur Nullstellenermittlung von Polynomen angeboten werden. Sollten derartige Bibliotheken nicht zur Verfügung stehen, dann kann auch auf eine iterative Bestimmung nach dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren zurückgegriffen werden, da einerseits nur eine Nullstelle gesucht ist und andererseits auf Grund des Bewegungsplans eine sehr gute Startlösung abschätzbar ist, was eine schnelle Konvergenz des Verfahrens ermöglicht.

### 3.2 Das Bewegungsgesetz SRT

Auf Basis der berechneten Ansätze A und B kann zur Erfüllung der eingangs formulierten Bewegungsaufgabe die Bildungsvorschrift für das Bewegungsgesetz **S**chritt-**R**ast-Bewegung mit vorgegebener **R**asttoleranz (SRT) wie folgt angegeben werden:

**Bewegungsgesetz SRT**

**Eingabe:** Bewegungszeitanteil  $b$  und Rasttoleranz  $\Delta f$  mit  $\Delta f \leq \frac{1-b}{2}$ .

**Schritt 1:** Berechne die Koeffizienten  $A_{20}$  bis  $A_{23}$  nach Tab. 1 und damit:

$$\alpha = 2A_{23},$$

$$\beta = 2A_{22} - 6A_{23}b,$$

$$\gamma = 3A_{23}b^2 + A_{21} - 2A_{22}b,$$

$$D = \beta^2 - 4\alpha\gamma.$$

**Schritt 2:** Führe eine Fallunterscheidung für  $D$  durch:

- $D \leq 0$ : Übertragungsfunktion nach Ansatz A.
- $D > 0$ : Berechne den Wert  $z_{\text{Max}}$ :

$$z_{\text{Max}} = \frac{-\beta - \sqrt{D}}{2\alpha}$$

und damit den Funktionswert  $f_{\text{max}}$ :

$$f_{\text{max}} = \sum_{i=0}^3 A_{2i} \cdot (z_{\text{max}} - b)^i.$$

**Schritt 3:** Führe eine Fallunterscheidung für  $f_{\text{max}}$  durch:

- $f_{\text{max}} \leq 1 + \Delta f$ : Übertragungsfunktion nach Ansatz A.
- $f_{\text{max}} > 1 + \Delta f$ : Übertragungsfunktion nach Ansatz B.

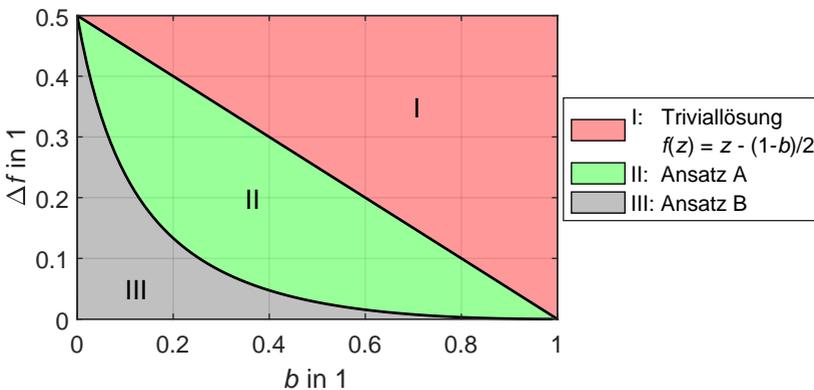
Es wird zunächst angenommen, dass Ansatz A alle Anforderungen der Bewegungsaufgabe erfüllt. Zur Überprüfung dieser Annahme wird das zweite Segment auf Extremstellen hin untersucht. Existiert keine oder nur eine Extremstelle ( $D \leq 0$ ), dann war die Annahme von Ansatz A korrekt. Existieren zwei Extremstellen ( $D > 0$ ), dann wird überprüft, ob das Maximum die vorgegebene Rasttoleranz überschreitet. Ist dies zutreffend, dann muss Ansatz B zur Berechnung verwendet werden. Andernfalls kann auf Ansatz A zurückgegriffen werden.

## 4 Kinematische Untersuchungen

### 4.1 Anwendungsbereiche

Es ist zu untersuchen, wie sich das Bewegungsgesetz SRT für verschiedene Vorgaben von  $b$  und  $\Delta f$  verhält. Hierfür dient Abb. 4. Wie bereits angemerkt, stellen nur Anforderungen, die die Beziehung  $\Delta f \leq \frac{1-b}{2}$  erfüllen, einen sinnvollen Anwendungsbereich für das Bewegungsgesetz dar. Für größere Werte von  $\Delta f$  besteht die optimale Übertragungsfunktion in der trivialen Lösung  $f(z) = z + \frac{1-b}{2}$  mit einem Effektivwert der Beschleunigung von Null. Für konkrete Vorgaben, die aber die obige Beziehung erfüllen, ist entweder auf Ansatz A oder Ansatz B zurückzugreifen. Wie aus Abb. 4 hervorgeht, existiert für jeden vorgegeben Bewegungszeitanteil  $b^*$  eine dazugehörige Rasttoleranz  $\Delta f^*$ , bei deren Unterschreitung von Ansatz A auf Ansatz B umgeschaltet werden muss. Mit steigendem Bewegungszeitanteil sinkt der dazugehörige Wert der Umschaltrasttoleranz.

In einer numerischen Untersuchung zeigte sich, dass für alle untersuchten Kombinationen von gültigen Vorgaben des Bewegungszeitanteils und der Rasttoleranz gültige Übertragungsfunktionen durch das Bewegungsgesetz SRT berechnet werden können, und dass diese mit den optimalen Lösungen des optimalen Steuerungsproblems aus Abschnitt 2.2 übereinstimmen.



**Abb. 4:** Anwendungsbereiche des Bewegungsgesetzes SRT in Abhängigkeit des Bewegungszeitanteils  $b$  und der normierten Rasttoleranz  $\Delta f$ .

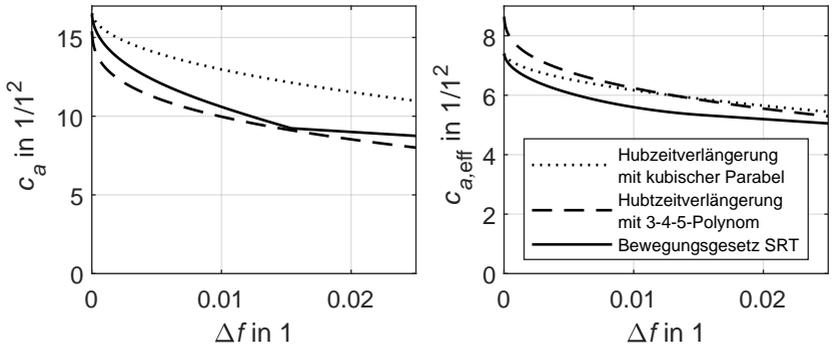
## 4.2 Vergleich und Diskussion

Das Ziel des vorgestellten Bewegungsgesetz ist es, den Effektivwert der Beschleunigung zu senken und gleichzeitig für alle sinnvollen Kombinationen von vorgegebenen Rasttoleranzen und Bewegungszeitanteilen Lösungen berechnen zu können. Zur Bewertung des Bewegungsgesetzes ist in Abb. 5 ein Vergleich mit der Methode der Hubzeitverlängerung dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die Methode der Hubzeitverlängerung auf die Verringerung der Maximalbeschleunigung und nicht auf die Minimierung des Effektivwertes der Beschleunigung abzielt. Daher dient dieser Vergleich lediglich einer Einordnung der mit dem Bewegungsgesetz SRT erreichbaren Ergebnisse in Bezug auf bisherige Lösungsverfahren für die betrachtete Aufgabenstellung. Die jeweiligen Zielkriterien unterscheiden sich.

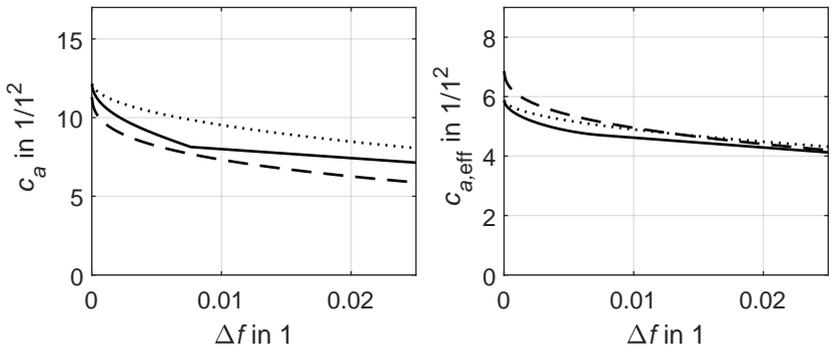
Für drei exemplarische Bewegungszeitanteile werden die kinematischen Kennwerte  $c_a$  und  $c_{a,eff}$  über verschiedene Rasttoleranzen dargestellt. Dabei wird die Methode der Hubzeitverlängerung, angewandt auf die Bewegungsgesetze *3-4-5-Polynom* und *Kubische Parabel*, mit dem Bewegungsgesetz SRT verglichen. Zunächst kann festgestellt werden, dass wie bereits in Abschnitt 2.1 angemerkt, die Methode der Hubzeitverlängerung nicht für alle Vorgaben anwendbar ist, wie man im Fall  $b = 0.8$  und dem *3-4-5-Polynom* ablesen kann. Weiterhin ist festzustellen, dass für die vorliegenden Untersuchungen das Bewegungsgesetz SRT tatsächlich immer den kleinsten Effektivwert der Beschleunigung liefert. Mit Blick auf die Maximalbeschleunigung geht aus den Untersuchungen hervor, dass die Methode der Hubzeitverlängerung angewandt auf das *3-4-5-Polynom* bessere Ergebnisse liefert. Bei Anwendung der Hubzeitverlängerung auf das Bewegungsgesetz *Kubische Parabel* liefert die Methode allerdings schlechtere Ergebnisse als das Bewegungsgesetz SRT.

Weiterhin wird deutlich, dass das Bewegungsgesetz SRT für  $\Delta f \rightarrow 0$  in das Bewegungsgesetz der *Kubischen Parabel* übergeht, was auch direkt aus dem Bewegungsplan von Ansatz B folgt. Abschließend geht aus den dargestellten Verläufen auch die Umschaltung zwischen den beiden Ansätzen im Bewegungsgesetz SRT hervor. Dies äußert sich durch einen Knick in den jeweiligen Kennlinien, wobei die Umschaltung für jeden vorgegeben Bewegungszeitanteil bei einer anderen Rasttoleranz erfolgt.

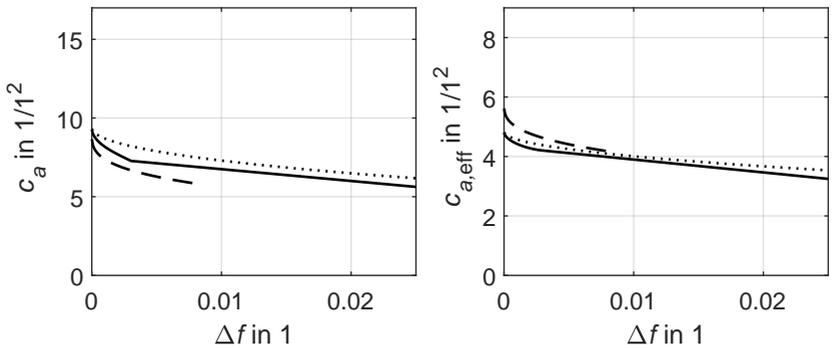
**a) Bewegungszeitanteil  $b = 0.6$**



**b) Bewegungszeitanteil  $b = 0.7$**



**c) Bewegungszeitanteil  $b = 0.8$**



**Abb. 5:** Kennwertvergleich für das Bewegungsgesetz SRT und die Hubzeitverlängerung mit den Bewegungsgesetzen 3-4-5-Polynom und Kubische Parabel für verschiedene Bewegungszeitanteile und Rasttoleranzen.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein Ansatz zur Lösung der Bewegungsaufgabe *Schritt-Rast-Bewegung mit vorgegebener Rasttoleranz* mit Hilfe eines analytisch berechenbaren Bewegungsgesetzes vorgestellt. Dies erlaubt die Implementierung in Steuerungssystemen und somit die Online-Berechnung von Bewegungsvorgaben in mechatronischen Anwendungen. Das Bewegungsgesetz besteht aus abschnittsweise linearen Verläufen der Beschleunigung, welche stetig ineinander übergehen. Motiviert wird die Lösungsstruktur aus Ergebnissen, die bei Experimenten mit der Methode der optimalen Steuerung für diese Aufgabenstellung entstanden sind. Es handelt sich somit um eine induktive Vorgehensweise. Auch wenn an dieser Stelle kein Beweis dafür erbracht werden kann, dass das Bewegungsgesetz SRT immer mit der Lösung des optimalen Steuerungsproblems übereinstimmt, weisen aber alle Ergebnisse der Untersuchungen darauf hin. Ist dies zutreffend, so stellt das Bewegungsgesetz SRT unter allen denkbaren  $C^2$ -stetigen Verläufen die Lösung der Bewegungsaufgabe mit dem geringsten Effektivwert der Beschleunigung dar.

Es sei angemerkt, dass das hier vorgestellte Vorgehen auch mit Polynomen höherer Ordnung umsetzbar wäre. Eine Motivation hierfür ergibt sich wiederum aus der experimentellen Arbeit mit dem Optimierungsansatz aus Abschnitt 2.2. Wird anstatt der Beschleunigung die Beschleunigungsänderung als Steuergröße verwendet und weiterhin deren Effektivwert minimiert, dann ergeben sich Lösungen, die sich abschnittsweise aus Polynomen 5. Ordnung zusammensetzen. Deren Koeffizienten können dann äquivalent zur hier vorgestellten Vorgehensweise ermittelt werden. Allerdings ergeben sich dabei mehr als zwei Fallunterscheidungen, da mit immer kleiner werdender Rasttoleranz die Anzahl an notwendigen Segmenten steigt. Weiterhin wäre dann zur Fallunterscheidung die Bestimmung der Nullstellen von Polynomen 8. Ordnung notwendig. Dies ist nur noch numerisch umsetzbar. Dieser Fakt, verbunden mit der Tatsache, dass die Darstellung und Implementierung des sich ergebenden Bewegungsgesetzes deutlich mehr Platz einnehmen würde, lässt an der Praxistauglichkeit dieses Ansatzes zweifeln. Nichtsdestotrotz wäre es aus theoretischer Sicht erstrebenswert, diesen Ansatz zukünftig zu untersuchen.

Grundsätzlich scheint die analytische Aufarbeitung von optimalen Lösungen für spezifische Aufgabenstellungen ein Beschäftigungsfeld zu sein, das vor dem Hintergrund der zunehmenden Flexibilisierung von Maschinen und dazugehörigen Steuerungen zunehmend an Bedeutung gewinnen wird. Ein weiteres Beispiel hierfür ist das von ALPERS in [7] analytisch hergeleitete zeitminimale Bewegungsgesetz für beliebige Übergänge unter Berücksichtigung kinematischer Grenzwerte. Hierbei handelt es sich ebenso traditionell um ein optimales Steuerungsproblem, dessen Lösung für diesen konkreten Anwendungsfall analytisch angegeben werden kann.

## Literatur

- [1] VDI-Richtlinie 2143. *Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe – Theoretische Grundlagen (Blatt 1) und Praktische Anwendung (Blatt 2)*. Hrsg. von Verein Deutscher Ingenieure, Düsseldorf. 1980 und 1987.
- [2] Krzenciessa, H. „Verminderung der Beschleunigungen an Abtriebsgliedern von Kurvenmechanismen durch Verlängerung der Hubzeit“. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden* (1962).
- [3] Braune, R. „Bewegungs-Design mit interaktiver Variation von Stützwerten – Intuitive Bewegungsoptimierung durch Ausnutzung zugelassener Gestaltungsspielräume“. In: *VDI-Berichte 1966* (2006), 47–76, VDI-Verlag.
- [4] Braune, R. „Leistungspotenzial Bewegungsdesign – Schnellere Maschinen durch bessere Bewegungsführung“. In: *Tagungsband zur VVD 2009 am 19./20. März 2009 in Dresden* (2009).
- [5] Troll, C. „Synthese und Umsetzung optimaler Bewegungen unter Berücksichtigung der einstellbaren Maschinendrehzahl“. Dissertation. TU Dresden, 2021.
- [6] Föllinger, O. *Optimale Regelung und Steuerung*. 3. Aufl. R. Oldenburg Verlag, 1994. isbn: 3-486-23116-2.
- [7] Alpers, B. „On Fast Jerk-, Acceleration- and Velocity-Restricted Motion Functions for Online Trajectory Generation“. In: *Robotics* 10.1 (25 2021).

# Zur Visualisierung von Bewegungsfunktionen in der v-a-Ebene

Burkhard Alpers\*

\* Hochschule Aalen, Professur für Mathematik,  
burkhard.alpers@hs-aalen.de

## Kurzfassung

In diesem Beitrag werden die Vor- und Nachteile der Visualisierung von Bewegungsfunktionen in der Geschwindigkeits-Beschleunigungs-Ebene bei gegebenen kinematischen Restriktionen diskutiert. Die Darstellung wurde von Broquère eingeführt, um zeitoptimale Sieben-Segmente-Profile mit Ruckbegrenzung zu untersuchen. Seine Darstellung wird im Beitrag aufgegriffen und auf ruckstetige Funktionen erweitert, die sich ähnlich visualisieren lassen.

## On Visualizing Motion Functions in the Velocity-Acceleration Plane / Abstract

In this contribution we discuss the advantages and disadvantages of visualizing motion functions in the velocity-acceleration-plane which was introduced by Broquère for depicting time-optimal seven-segment profiles with restricted jerk. His representation will be used in this contribution and it will be extended for jerk-continuous functions.

## 1 Einführung

Üblicherweise werden Bewegungsfunktionen dargestellt und analysiert anhand der Funktionsgraphen von  $s(t)$ ,  $v(t)$ ,  $a(t)$  und  $j(t)$  oder in deren normierter Form (cf. [7], S. 47, Tab. 2.2). Man kann dort z.B. Maximalwerte ablesen und vergleichen. Eine weitere Möglichkeit, um einen

schnellen Gesamtüberblick zu bekommen, sind sogenannte Kennwertkreise (cf. [3]), die auch noch weitere Größen neben den Maximalwerten enthalten können. Eine alternative Darstellung hat Broquère ([5, 6]) mit der Geschwindigkeits-Beschleunigungs-Ebene (im Folgenden: v-a-Ebene), also einer Art Phasenebene eingeführt, um zu veranschaulichen, wie bei gegebenen Restriktionen für Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ruck beschleunigungsstetige Bewegungsfunktionen dargestellt werden können, die zu jedem Zeitpunkt mindestens eine Restriktionsgrenze annehmen. Im vorliegenden Beitrag wird diese Visualisierung kurz vorgestellt, um dann die Vor- und Nachteile sowie mögliche Fehlinterpretationen zu diskutieren. Dies basiert auf Erfahrungen, die der Autor mit der Nutzung der Darstellung zum Finden „schneller“ Bewegungsfunktionen gemacht hat. Sodann wird die Darstellungsweise erweitert auf die Betrachtung ruckstetiger Funktionen, die neben den oben genannten kinematischen Restriktionen auch noch eine beschränkte Ruckableitung haben, was zur Reduktion von Schwingungsanregungen dienen soll. Die Ruckableitung wird in der Literatur auch als „jounce“, „ping“ oder „snap“ bezeichnet ([4], S. 107). Wir benutzen im Folgenden den Begriff „Snap“ und untersuchen, inwiefern sich die bereits vorher identifizierten Vor- und Nachteile der Darstellung auf diese Situation übertragen.

## 2 Die v-a-Ebene bei kinematischen Restriktionen für v, a, j

In der v-a-Ebene kann eine Bewegungsfunktion als Kurve in Parameterdarstellung  $(v(t), a(t), t = 0 \dots t_{end})$  visualisiert werden, im Folgenden auch kurz v-a-Kurve genannt. Gibt es kinematische Restriktionen für v, a und j, so lässt sich damit, wie von Broquère gezeigt, ein Bereich (Rand inklusive) abgrenzen, in dem diese Kurven verlaufen müssen. Dieser ist in Abb. 1 dargestellt. Der Rand setzt sich aus waagerechten Geradenstücken mit extremaler Beschleunigung und aus Wurzelstücken zusammen, die ihre Scheitel in den Punkten  $(-v_{max}, 0)$  bzw.  $(v_{max}, 0)$  haben. Hat man etwa konstanten maximalen Ruck  $j(t) = j_{max}$ , so gilt  $a(t) = j_{max}t$  und  $v(t) = \frac{1}{2}j_{max}t^2$ , also  $a(v) = \pm\sqrt{2v \cdot j_{max}}$ . Punkte im Rechteck, das durch die Extremalwerte von v und a bestimmt ist, aber außerhalb des eingegrenzten Bereichs liegen, können nicht erreicht werden. Da sich bei positiver (bzw. negativer) Beschleunigung die Geschwindigkeit erhöht (bzw. verkleinert), verlaufen die v-a-Kurven  $(v(t), a(t), t = 0 \dots t_{end})$  in der oberen bzw. unteren Halbebene von links nach rechts

bzw. von rechts nach links. Nutzen sie die Restriktionen in dem Sinne aus, dass immer mindestens eine Restriktion erreicht ist, so verlaufen die v-a-Kurven immer auf Wurzelkurven, die vom extremalen Ruck herühren, oder auf geraden Kurventeilen mit extremaler Beschleunigung oder die Kurve verharrt für ein gewisses Zeitintervall in den Punkten  $(-v_{max}, 0)$  bzw.  $(v_{max}, 0)$ . Dabei auftretende Knicke in der Kurve entsprechen Sprüngen im Ruck (für ausführliche Erläuterungen siehe Broquere [5, 6]).

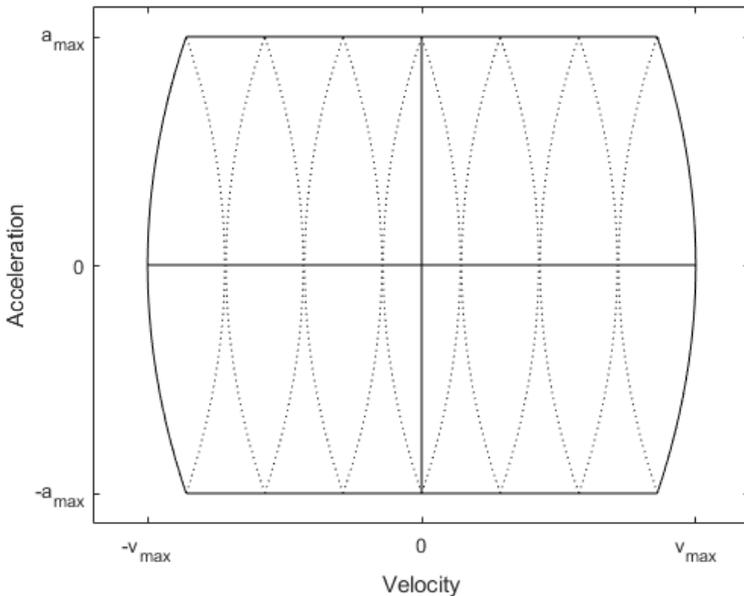


Abb. 1: Rahmen, in dem sich Funktionen bewegen können

Abb. 2 zeigt als Beispiel eine Rast-in-Rast-Bewegung (kurz: RR): In  $(0,0)$  startend, geht die Kurve wurzelförmig mit maximalem Ruck hin zur maximalen Beschleunigung, verharrt dort bei wachsender Geschwindigkeit und geht mit minimalem Ruck wieder zur Beschleunigung 0 und zur maximal erreichten Geschwindigkeit herunter. Von dort aus verläuft die Kurve dann symmetrisch wieder zurück zu  $(0,0)$ . Wie man bei gegebenen Restriktionen und gegebenem Weg  $\Delta s$  diese Funktion bestimmt, ist etwa bei Biagiotti/Melchiorri ([4], S. 90) zu finden. Man kann zum Vergleich im selben Schaubild auch bekannte Bewegungsfunktionen aus

der VDI-Richtlinie 2143 [9] eintragen wie etwa das in Abb. 2 gestrichelt gezeichnete Polynom 5. Grades. Der verfügbare Zeitraum wurde dabei so gewählt, dass gerade eine Restriktion erreicht wird und die anderen nicht überschritten werden. Diesen kann man nach Fricke et al. [7] (S. 46) bestimmen, indem man unter Nutzung der Kennwerte  $C_v$ ,  $C_a$ ,  $C_j$  (nach VDI 2143 [9]) die Zeitintervalllängen

$$\left| \frac{\Delta s}{v_{max}} \cdot C_v \right|, \sqrt{\left| \frac{\Delta s}{a_{max}} \cdot C_a \right|}, \sqrt[3]{\left| \frac{\Delta s}{j_{max}} \cdot C_j \right|} \quad (1)$$

bestimmt und den größten Wert auswählt (siehe auch Speicher [8] zur Vorgehensweise und zum Finden des zeitgünstigsten Gesetzes in einer Menge normierter Bewegungsgesetze). Man erkennt, dass bei den zugrundeliegenden Daten bzgl. Restriktionen und Weg die Kurve, die aus dem Polynom 5. Grades resultiert, nur den maximalen Ruck am Anfang und am Ende erreicht, die anderen Grenzen aber nicht ausnutzt. Der Vorteil gegenüber Einzeldarstellungen der kinematischen Größen über der Zeit besteht darin, dass man die Verläufe und Extremalwerte in einer Kurve erkennen kann und somit auch das Potential, das die Restriktionen noch erlauben. Man kann so z.B. auch die gängigen VDI-Bewegungsgesetze vergleichen, muss dabei aber noch eine Ruckgrenze festlegen. Ein Nachteil der Kurvendarstellung in der v-a-Ebene besteht in der fehlenden Information zu Weg und Zeit. Beide in Abb. 2 dargestellten Kurven durchlaufen denselben Weg, aber die Kurve, die immer mindestens eine Grenze erreicht, benötigt weniger Zeit. Wenn eine Kurve in der Ebene also einen „größeren Bogen“ macht, ist dies nicht etwa als „mehr Weg“ oder „mehr Zeit“ zu interpretieren. Auf diese potentielle Fehlvorstellung wird auch weiter unten noch einmal eingegangen. In der klassischen zeitabhängigen Darstellung der kinematischen Größen tritt dieses Problem nicht auf.

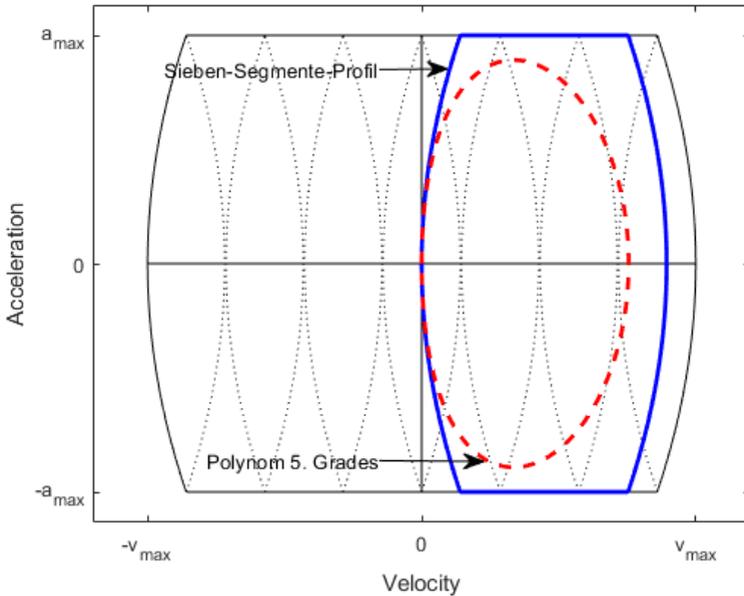


Abb. 2: RR-Bewegung, Vergleich RR zeitoptimal, Polynom 5. Grades

Abb. 3 zeigt Kurven für eine GG-Aufgabenstellung nach VDI 2143 [9]. Hierbei liegen Anfangs- und Endpunkt auf der Geraden  $a = 0$ . Die durchgezogene Kurve, die direkt vom Anfangspunkt  $(v_A, 0)$  zum Endpunkt  $(v_E, 0)$  führt, realisiert eine spezielle Weglänge  $\Delta s$ . Wenn man nun über eine Zwischengeschwindigkeit  $v_m > v_E$  geht und  $v_m$  immer größer werden lässt bis hin zu  $v_{\max}$  (und dort verhart), kann man aus Stetigkeitsgründen beliebige Wege größer gleich  $\Delta s$  realisieren. Ein paar Beispiele sind gestrichelt in Abb. 3 zu sehen. Man kann aber auch über eine Zwischengeschwindigkeit  $v_m < v_A$  zu  $v_E$  gehen bis zu  $-v_{\max}$  (und dort verharren). Dann kann man beliebig kleine (auch negative) Wege realisieren. Man sieht also in dieser Darstellung sehr gut, wie man in strukturierter Weise den „Raum der Möglichkeiten“ durchlaufen und dabei sicherstellen kann, dass alle potentiellen Weglängen abgedeckt werden. Auch hier besteht aber wiederum die Möglichkeit einer Fehlinterpretation: Wenn man z.B. von  $v_A$  ausgehend mit  $v_m$  immer kleiner wird (und bei

$-v_{max}$  verharnt), geht  $\Delta s$  zwar gegen  $-\infty$ , aber dies braucht nicht monoton zu sein. In [1] (Fig. 5) wird ein Beispiel angegeben, bei dem  $\Delta s$  zunächst leicht steigt und erst dann immer kleiner wird.

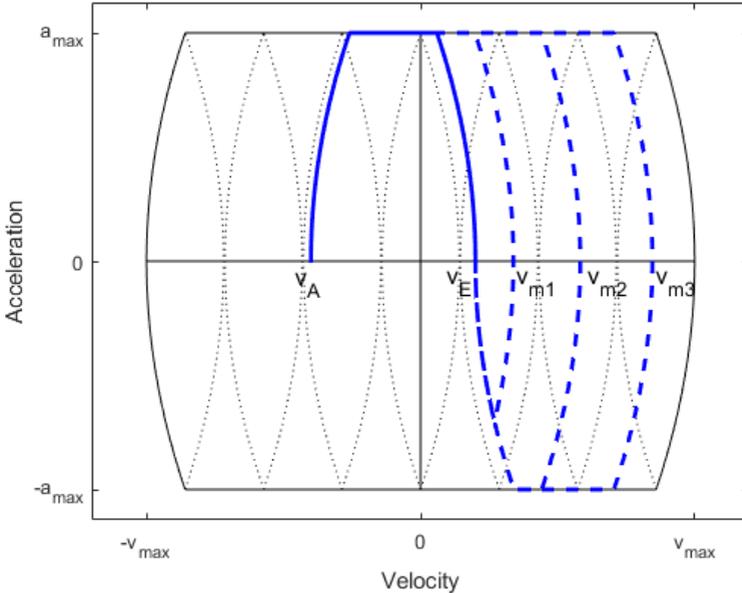


Abb. 3: GG-Bewegung, Durchlaufen der Möglichkeiten

Schließlich zeigt Abb. 4 eine BB-Aufgabe gemäß VDI 2143 [9] mit Anfangs- und Endgeschwindigkeit und –beschleunigung ungleich 0. Auch hier ergibt sich wieder eine „kürzeste“ Kurve von  $(v_A, a_A)$  zu  $(v_E, a_E)$ . Man kann wieder nach „links“ bzw. „rechts“ gehen und beliebig kleine bzw. große Wege realisieren. Zwei Beispiele sind mit Strich-Punkt bzw. gestrichelt in Abb. 4 eingezeichnet. Wenn man jetzt aber in Abb. 4 mit  $v_m$  von  $v_E$  ausgehend nach rechts geht, hat man einen Sprung im durchlaufenen Weg  $\Delta s$ . Daher ist nicht mehr gewährleistet, dass man alle Wege abdeckt, und man muss nach Zwischenkurven suchen, die einen stetigen Übergang gewährleisten. Hierzu findet man in [1] für alle möglichen Konfigurationen Vorgehensweisen.

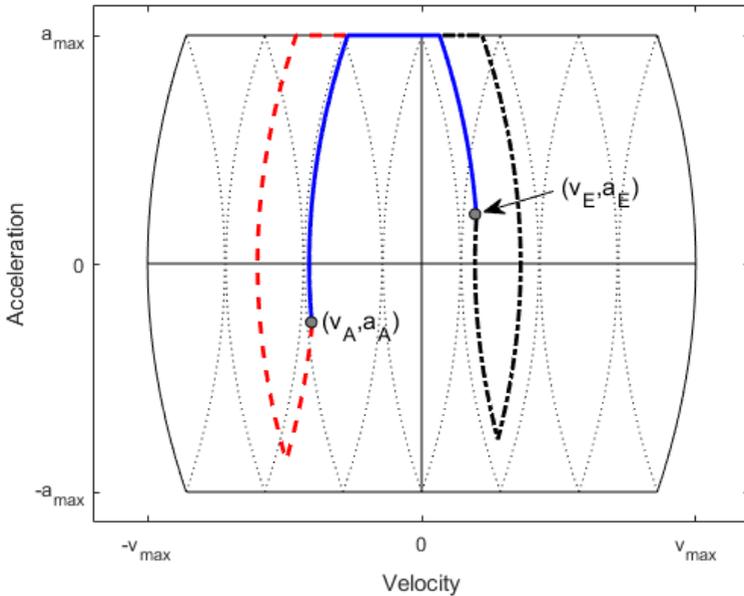


Abb. 4: BB-Bewegung, Durchlaufen der Möglichkeiten

### 3 Die v-a-Ebene bei zusätzlichen Restriktionen für sn

Bei vibrationsempfindlichen Bewegungen fordert man häufig auch noch die Stetigkeit der Ruckfunktion. Dies kann man erreichen, indem man die Ableitung des Rucks, den Snap, begrenzt. Eine schnelle Bewegungsfunktion würde hier wiederum zu jedem Zeitpunkt mindestens eine Restriktion annehmen, was zu einer stückweise konstanten Snap-Funktion (extremal oder 0) und zu einer stetigen stückweise linearen Ruckfunktion führt (15-Segmente-Profil, cf. [4], S. 107, wobei das Profil aus maximal 15 Segmenten besteht). Die Begrenzungskurve in der v-a-Ebene besteht nun aus folgenden Kurvenstücken:

- Wurzelförmige Kurven mit Exponent 2/3 bei konstantem extremalen Snap: Aus  $j(t) = sn_{max}t$ ,  $a(t) = \frac{1}{2}sn_{max}t^2$ ,  $v(t) = \frac{1}{6}sn_{max}t^3$  folgt  $a(v) = \pm \frac{1}{2}(\sqrt{sn_{max}} \cdot 6v)^{2/3}$ .

- Wurzelförmige Kurven mit Exponent  $\frac{1}{2}$  bei konstantem extremalen Ruck.
- Waagerechte Geradenstücke bei konstanter extremaler Beschleunigung.

Abb. 5 zeigt die Randkurve in der v-a-Ebene, wobei die Stücke mit konstantem extremalen Snap bzw. Ruck bzw. Beschleunigung gestrichelt bzw. durchgehend bzw. gepunktet gezeichnet sind. Es ist jetzt nicht sinnvoll, wie in Abb. 1 innerhalb des Bereichs veranschaulichende Hilfskurven in Form von Wurzelbögen einzuzichnen, da die wurzelförmigen Kurvenstücke unterschiedlich lang sein können.

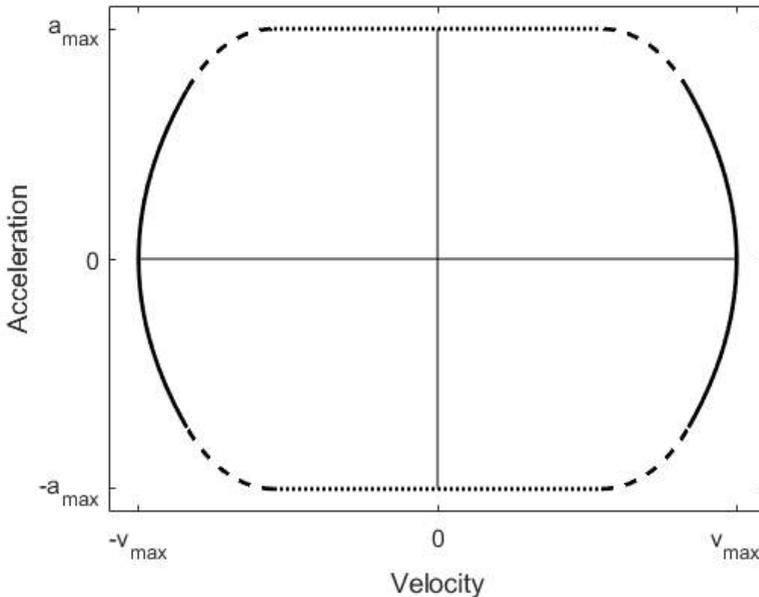


Abb. 5: Rahmen, in dem sich Funktionen bewegen können.

Die Berandungskurve weist bereits keine Knicke mehr auf, da der Ruck stetig ist. Dies gilt auch für die ruckstetigen v-a-Kurven, bei denen immer mindestens eine Restriktionsgrenze angenommen wird, wie man beispielhaft für ein RR-Problem in Abb. 6 links erkennt. Im rechten Bild in Abb. 6 wird ein rechteckiger Ausschnitt um den Nullpunkt vergrößert dargestellt. Dort sieht man, dass beim 15-Segmente-Profil zunächst mit maximalem Snap (gestrichelt) zum maximalen Ruck hochgefahren wird, da

wegen der Ruckstetigkeit nicht gleich dorthin gesprungen werden kann. Man erkennt an der Beispielkurve im linken Bildteil auch, dass beim Erreichen der maximalen Zwischengeschwindigkeit  $v_m$  der Ruck nicht wieder auf 0 zurückgeht, weil dies zu einer unnötigen Verzögerung führt. Für eine möglichst kurze Gesamtzeit ist vielmehr der kleinstmögliche (negative) Ruck anzustreben. Abb. 6 zeigt links auch die v-a-Kurve für das bekannte ruckstetige Polynom 7. Grades (siehe [10]), bei dem wieder das Zeitintervall so gewählt wird, dass eine Restriktion erreicht und die anderen nicht verletzt werden. Hier kann man im Vergleich wieder dieselben Einsichten gewinnen, wie sie im vorhergehenden Abschnitt beim Polynom 5. Grades dargelegt wurden. Auch die dortigen Ausführungen über mögliche Fehlinterpretationen gelten weiterhin.

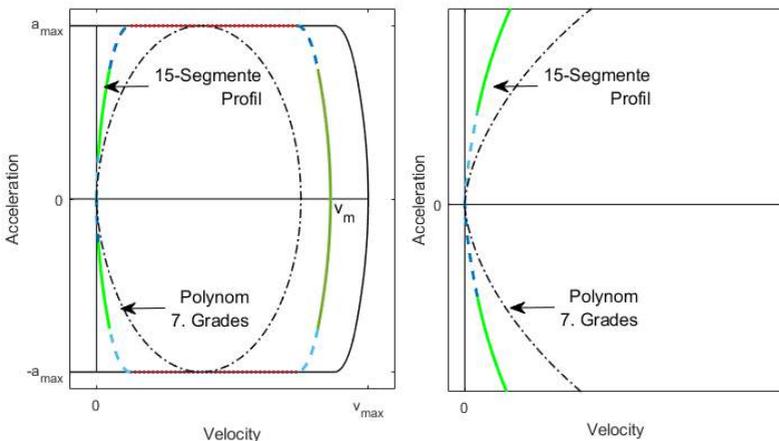


Abb. 6: RR-Bewegung, Vergleich mit Polynom 7. Grades, Zoom

Will man nun wieder alle Möglichkeiten durchlaufen und geht man dafür mit der Zwischengeschwindigkeit  $v_m$  bis hin zu  $v_{max}$ , so kann man dort nicht, wie im vorherigen Abschnitt dargelegt, einfach verharren, da der Ruck negativ, vielleicht sogar bei  $-j_{max}$  ist. Man muss zunächst bei konstantem  $v_m = v_{max}$  den Ruck wieder auf 0 zurückführen, bevor dann eine Phase mit konstanter maximaler Geschwindigkeit eingebaut werden kann. Wie im vorhergehenden Abschnitt ist also auch hier die v-a-Ebene hilfreich beim systematischen Durchlaufen aller Möglichkeiten, um beliebige Weglängen zu realisieren. Dass bei der Nutzung anderer Darstel-

lungen leicht Optimierungspotential übersehen wird, zeigen die zahlreichen Arbeiten, bei denen bei  $v_m$  zum Ruckwert 0 zurückgegangen wird (siehe die Literaturübersicht in [2]).

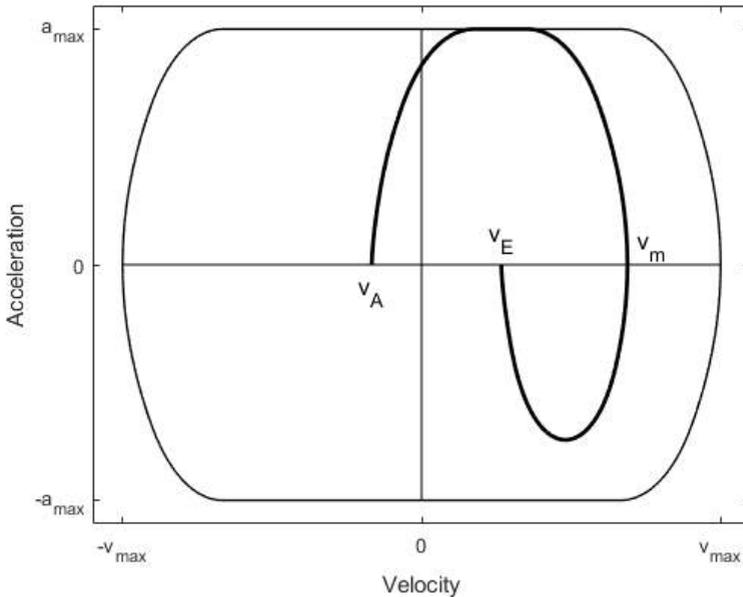


Abb. 7: GG-Bewegung, Durchlaufen der Möglichkeiten

Abb. 7 stellt schließlich noch ein Beispiel für eine GG-Aufgabe nach VDI-Richtlinie 2143 [9] dar (die einzelnen Kurvenbestandteile werden dort nicht mehr durch Strichelung oder Punktung unterschieden!). Auch hier kann man wieder durch systematisches Variieren der Zwischengeschwindigkeit  $v_m$  alle möglichen Weglängen erzeugen. Die Vorgehensweise beim Erreichen von  $v_{\max}$  entspricht derjenigen bei der RR-Aufgabe. Eine systematische Behandlung findet man in [2].

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag haben wir die v-a-Ebene und die Darstellung von Bewegungen in Form von v-a-Kurven innerhalb einer gewissen Randkurve vorgestellt und diskutiert. Für den Fall, dass Restriktionen für Ruck, Ge-

schwindigkeit und Beschleunigung vorliegen, wurde diese Art der Darstellung von Broquère eingeführt, um den Verlauf von Bewegungen zu visualisieren, die immer mindestens eine Restriktionsgrenze erreichen. Dies wird im Beitrag erweitert auf die Situation, in der zur Schwingungsreduktion auch noch zusätzlich der Snap begrenzt wird. Dann kann man analog vorgehen, erhält aber kompliziertere Randkurven und auch v-a-Kurven.

Für beliebige v-a-Kurven wie diejenigen, die man aus den Bewegungsgesetzen der VDI Richtlinie 2143 erzeugen kann, erkennt man – ähnlich wie in Kennwertkreisen – in einem Bild, inwieweit die gegebenen Grenzen ausgereizt werden. Allerdings gibt die Darstellung keine Informationen über Weg- und Zeitlänge und führt dadurch auch leicht zu Fehlinterpretationen. Solche zu thematisieren, ist für das Gewinnen eines tieferen Verständnisses im Rahmen der Hochschulausbildung durchaus hilfreich und sinnvoll, während in der Ingenieurpraxis die Anfälligkeit für Fehldeutungen die Nützlichkeit einschränkt. Die Darstellung ist sicherlich im Rahmen der Bewegungstechnik „gewöhnungsbedürftig“, aber Ingenieure haben bereits mit ähnlichen Repräsentationen wie der Phasenebene in der Regelungstechnik eine gewisse Vertrautheit.

Eine wesentliche Stärke der Darstellung besteht darin, dass man in ihr systematisch den Raum der möglichen schnellen Bewegungen, bei denen immer mindestens eine Restriktion angenommen wird, durchlaufen kann und dabei auch mögliche „Lücken“ bei der Abdeckung beliebiger Wegvorgaben erkennt. Es ist aber auch zu erwähnen, dass selbst Broquère, der die Darstellung eingeführt hat, damit noch Abdeckungslücken übersehen hat (siehe [1]). In [2] spielt die Darstellung eine wesentliche Rolle, um für die GG-Aufgabe schnelle ruckstetige Funktionen zu berechnen.

## Literatur

- [1] Alpers, B., „On Fast Jerk-, Acceleration- and Velocity-Restricted Motion Functions for Online Trajectory Generation“. *Robotics* 2021, 10, 25.
- [2] Alpers, B., „On Fast Jerk-Continuous Motion Functions with Higher-Order Kinematic Restrictions for Online Trajectory Generation“, *Robotics* 2022, 11, 73.

- [3] Berger, M., Matthes, J., Kinzig, P. „Kennwertkreis und normierte Bewegungsgestaltung – Möglichkeiten zur optimalen Auslegung von Servoantriebssystemen“. In: VDI (Hrsg.) *Bewegungstechnik* 2008. Düsseldorf: VDI-Verlag 2008.(VDI-Berichte Nr. 2050), S. 17-34.
- [4] Biagiotti, L., Melchiorri, C., *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag 2008.
- [5] Broquère, X., Sidobre, D., Herrera-Aguilar, I., „Soft motion trajectory planner for service manipulator robot“. In: Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Nice, France, 2008, S. 2808-2813.
- [6] Broquère, X., *Planification de Trajectoire Pour la Manipulation D'objets et L'interaction Homme-Robot*. Ph.D Thesis, Université Paul Sabatier Toulouse III, Toulouse 2011.
- [7] Fricke, A. Günzel, D. und Schaeffer, Th. *Bewegungstechnik*. 2. überarbeitete Auflage, München: Carl-Hanser-Verlag 2019.
- [8] Speicher, T., Kennwertorientierte Methoden zur Auswahl und Synthese von Bewegungsgesetzen für Motion-Control-Systeme. Chemnitz: Universitätsverlag Chemnitz, 2021.
- [9] VDI Richtlinie 2143 Blatt 1: *Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe: Theoretische Grundlagen*. Düsseldorf: VDI-Verlag 1980.
- [10] Volmer, J. (Hrsg.) *Getriebetechnik – Kurvengetriebe*. Berlin: Verlag Technik, 2. Auflage 1989.

# Taktzeitoptimale Bewegungsauslegung mit Hilfe normierter Bewegungsgesetze nach VDI 2143 für Rast-in-Rast-Bewe- gungsaufgaben

Claas D. Nanninga\*; Maik Berger\*; Thorsten Speicher\*\*

\* TU Chemnitz, Professur für Montage- und Handhabungstechnik

[claas-immanuel.duarte-nanninga@mb.tu-chemnitz.de](mailto:claas-immanuel.duarte-nanninga@mb.tu-chemnitz.de)

[maik.berger@mb.tu-chemnitz.de](mailto:maik.berger@mb.tu-chemnitz.de)

\*\* PSM GmbH

[thorsten.speicher@psm-saar.de](mailto:thorsten.speicher@psm-saar.de)

## Kurzfassung

Dieser Beitrag fasst die wichtigsten Erweiterungen der zweiten, komplett überarbeiteten Ausgabe der seit über 40 Jahren bewährten Richtlinie VDI 2143 zusammen, die demnächst erscheinen soll. Das Richtlinien-gremium hat sich dabei bewusst entschlossen, den Komplex der Bewegungsauslegung von Kurvengetrieben auf Motion-Control-Systeme auszuweiten, um ein dem Stand der Technik entsprechendes Regelwerk zusammenzustellen. Zudem werden weiterführende Auslegungsmethoden elektromotorischer Antriebe angesprochen, um Anwendungsmöglichkeiten der in der neuen Richtlinie enthaltenen Werkzeuge aufzuzeigen.

## **Cycle time-optimal motion design using normalized motion functions of VDI 2143 for rest-in-rest motion tasks / Abstract**

This article summarizes the most important extensions of the second edition of the VDI 2143 guideline, whose first edition has been tried and tested for over 40 years and is due to be republished soon. The guideline committee made a conscious decision to expand the complex of motion design of cam gears to include motion control systems in the second edition, in order to compile a set of rules that corresponds to the state of the art. Further design methods of electromotive drives are also presented to demonstrate possible tool applications utilized within the new guideline.

### **1 Einführung**

Im Jahre 1980 erschien erstmalig die Richtlinie VDI 2143 mit dem Titel „Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe – Theoretische Grundlagen“ [1]. Sie hat sich seither zu einem Standardwerk in der Antriebstechnik etabliert und stellt nicht nur dem Auslegungingenieur mechanischer Kurvengetriebe, sondern seit einiger Zeit auch dem Bewegungsdesigner flexibler Servoantriebslösungen, einen Fundus an Bewegungsgesetzen bereit. Um dieser Entwicklung Rechnung zu tragen, erscheint demnächst die zweite Ausgabe des 1. Blattes dieser Richtlinie mit dem Zusatz „...und Motion-Control-Systeme“ im Titel [2] und erhält einige Neuerungen in Form von hinzugekommenen Bewegungsgesetzen, Kennwerten und Spline-basierten Ansätzen.

### **2 Bewegungsgesetze mit Geradenanteil**

Besonders für längere Gesamtwege oder -winkel in einem Abschnitt kann es bei Rast-in-Rast-Bewegungen (RR) sinnvoll sein, einen Bereich konstanter Geschwindigkeit einzubauen. Das Abtriebsglied erfährt zunächst eine Beschleunigung bis diese Geschwindigkeit erreicht ist, und bewegt sich stationär weiter bis zum Verzögerungsbereich, um schließlich in der nächsten Rast stillzustehen. Mit der bisherigen Ausgabe der Richtlinie ist diese RR-Bewegungsaufgabe in drei Abschnitte aufzuteilen, für die jeweils einzeln die Übertragungsfunktion auszulegen ist. Komfortabler ist jedoch eine mathematische Beschreibung, mit der sich die drei Abschnitte in einem zusammenfassen lassen. Wünschenswert ist dabei

jedoch auch die Ausnutzung kinematischer Restriktionen wie maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung. Der Bewegungsgesetzekatalog der neuen Ausgabe erhält zusätzlich die RR-Bewegungsgesetze

- Modifizierte Geschwindigkeitstrapez,
- Allgemeine Modifizierte Beschleunigungstrapez,
- Doppel-S-Profil sowie
- Modifizierte Sinoide mit Geradenanteil (MSb).

Letztere lässt sich nach [3] optimal synthetisieren, sodass der Geradenanteil diejenige Länge  $b$  aufweist, mit der die Übertragungsfunktion genau die vorgegebenen kinematischen Restriktionen einhält. Abb. 1 stellt normierte Übertragungsfunktionen 0. bis 2. Ordnung der MSb mit unterschiedlichen Geradenanteilen dar.

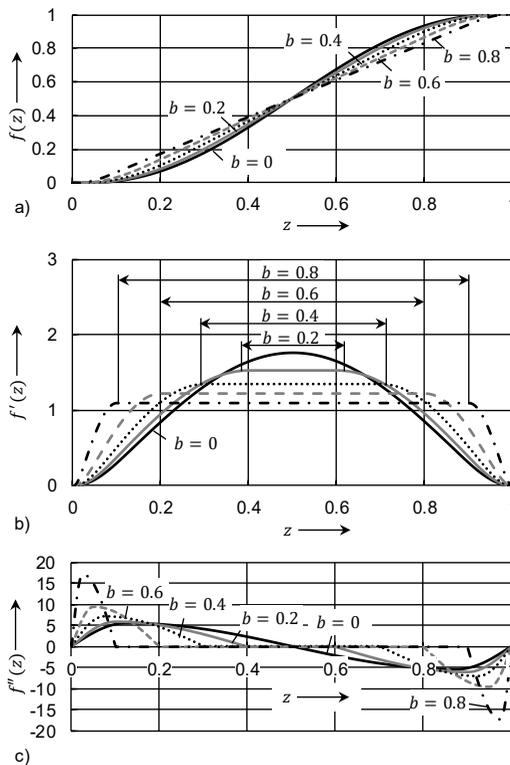


Abb. 1: Funktionsverläufe der Modifizierten Sinuslinie für RR mit verschiedenen Geradenanteilen a) 0. Ordnung, b) 1. Ordnung und c) 2. Ordnung [4]

Für die Bewegungsaufgabe Geschwindigkeit-in-Geschwindigkeit (GG) lässt sich ebenso ein Doppel-S-Profil angeben [5]. Zur Minimierung der Bewegungsdauer eines solchen Übergangsbereichs lassen sich auch mit diesem Bewegungsgesetz die vom Antriebssystem gegebenen Grenzen in Form von maximaler Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ruck ausnutzen. Dazu müssen neben den Randwerten der Geschwindigkeit  $f'(0)$  und  $f'(1)$  auch deren Maximalwert  $C_v$  sowie die Ruckgrößen  $j_1$  und  $j_2$  vorgegeben werden, woraus sich schließlich das in Abb. 2 gezeigte Profil ergibt.

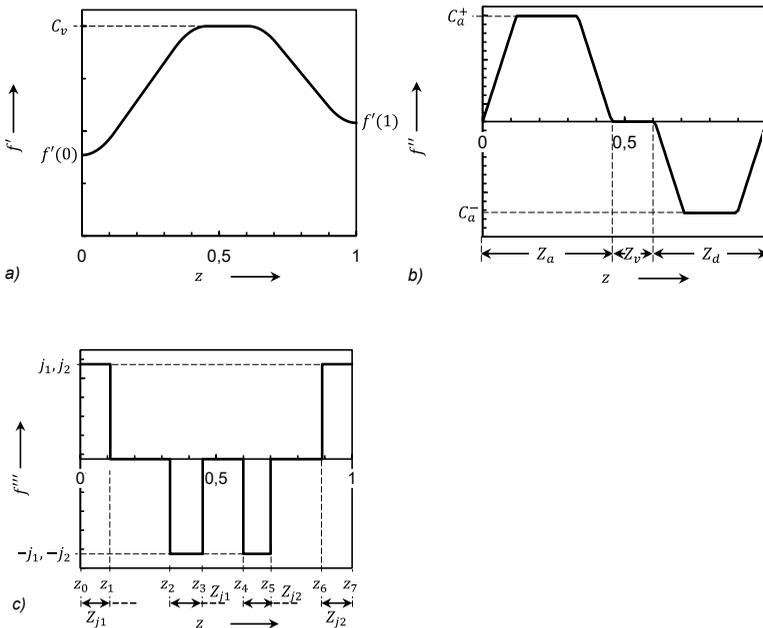


Abb. 2: Doppel-S-Profil für GG a) 1. Ordnung, b) 2. Ordnung, c) 3. Ordnung

### 3 Kennwerte

Zu den bisherigen Kennwerten, mit denen sich die Extrema normierter Übertragungsfunktionen miteinander vergleichen lassen, kommen ebenfalls neue hinzu. Das Beschleunigungsverhalten eines Bewegungsge-

setzes lässt sich einerseits bekannterweise punktuell mit dem Beschleunigungskennwert  $C_a$  charakterisieren, andererseits über seinen gesamten Verlauf mit dem Effektivwert der normierten Beschleunigung

$$C_{a\text{eff}} = \sqrt{\int_0^1 f''(z)^2 dz} \quad (1)$$

Dieser Kennwert ist bei Motion-Control-Systemen, allerdings nur mit linear übersetzendem Getriebe, ein Maß für das effektive Antriebsmoment infolge der Trägheitslast und somit als Auslegungsgröße der Antriebsmaschine nutzbar.

Ist der Servoantrieb und die Arbeitsmaschine über ein nichtlinear übersetzendes Getriebe, zum Beispiel ein Kurvengetriebe, verbunden, ist hierzu der Effektivwert des normierten Momentenverlaufes

$$C_{M\text{eff}} = \sqrt{\int_0^1 [f'(z) \cdot f''(z)]^2 dz} \quad (2)$$

heranzuziehen. Bei Motion-Control-Systemen mit Direktantrieb oder linear übersetzendem Getriebe lässt sich der Momentenverlauf als massebezogene Leistung deuten. Daher ist  $C_{M\text{eff}}$  bei dieser Antriebskonfiguration ein Maß für die Effektivleistung.

## 4 Splines und Fourierbewegungsgesetze

### 4.1 Segmentierte polynomiale Darstellung

Ist die Bewegungsaufgabe in Form einer Punkttabelle gegeben, lassen sich die Punkte mit Splines verbinden. Als ein mathematisch nicht allzu komplexes Werkzeug bietet sich die segmentierte polynomiale Darstellung an. Diese Wertetabelle lässt sich in eine normierte Form überführen, um die  $n$  Stützstellen mit einer interpolierenden normierten Splinefunktion zu verbinden. Dabei können kubische Polynomstücke zum Einsatz kommen, die einen bis zur 2. Ableitung der Übertragungsfunktion (Beschleunigung) stetigen Verlauf herbeiführen.

Darüber hinaus ist es möglich, durch Verwendung von Polynomen 4. Grades in den Randsegmenten [6] die Randableitungen  $f'(0)$ ,  $f''(0)$ ,  $f'(1)$  und  $f''(1)$  oder eine beliebige Auswahl davon zu berücksichtigen.

Der Ansatz dieser Methode lautet:

$$f_0(z) = a_0 - b_0(z - z_0) + c_0(z - z_0)^2 + d_0(z - z_0)^3 + e_0(z - z_0)^4 \tag{3}$$

$$f_i(z) = a_i - b_i(z - z_i) + c_i(z - z_i)^2 + d_i(z - z_i)^3 \tag{4}$$

$$f_{n-1}(z) = a_{n-1} - b_{n-1}(z - z_{n-1}) + c_{n-1}(z - z_{n-1})^2 + d_{n-1}(z - z_{n-1})^3 + e_{n-1}(z - z_{n-1})^4 \tag{5}$$

Abb. 3 zeigt eine mit diesem Ansatz erzeugte Interpolation mit den Randableitungen  $f'(0) = 0$ ,  $f''(0) = 0$ ,  $f'(1) = 2$  und  $f''(1) = 6$ .

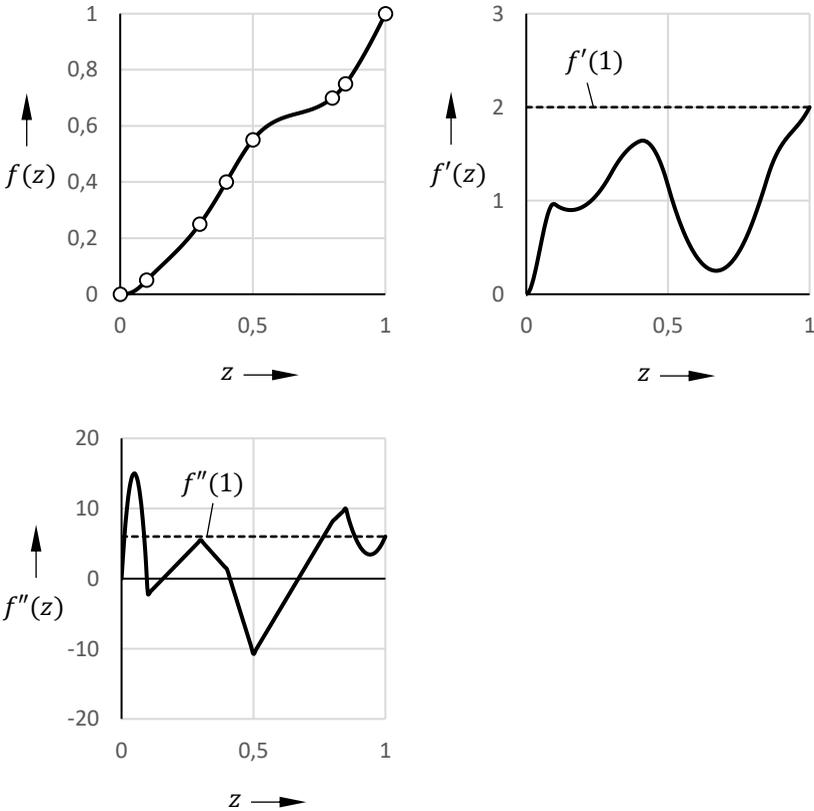


Abb. 3: Normierte Splinefunktion 0. bis 2. Ordnung

## 4.2 B-Splinefunktionen

Erfordert die Bewegungsauslegung ein höheres Maß an Gestaltungsfreiheit, ist die mathematische Beschreibung der Bewegung mit B-Splines ein geeignetes Mittel. Dabei werden die sechs Randbedingungen  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f'(0)$ ,  $f'(1)$ ,  $f''(0)$  und  $f''(1)$  vorgegeben, die mit kubischen B-Splinefunktionen zu erfüllen sind. Mit einem Kontrollpolygon wird der grobe Verlauf der Übertragungsfunktion vorgegeben. Im Anschluss lassen sich iterativ die Ordinaten der Kontrollpunkte verändern, um den Verlauf zu optimieren.

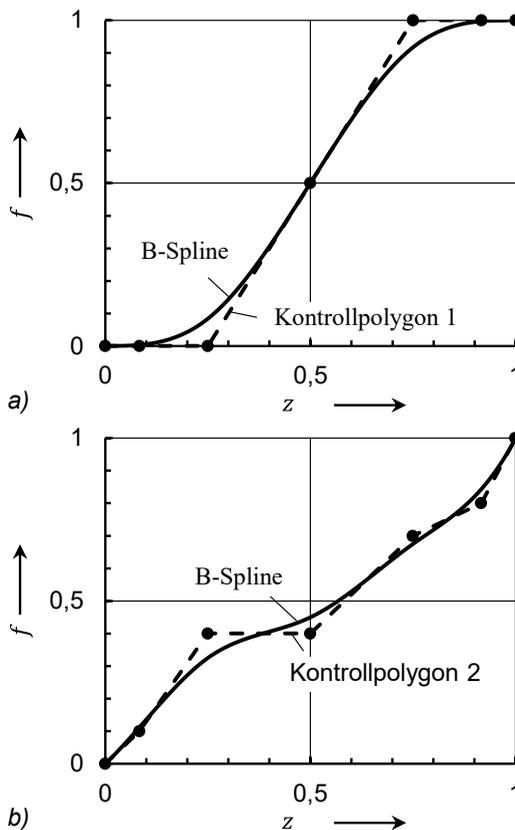


Abb. 4: B-Splines mit zugehörigem Kontrollpolygon

Die segmentierte polynomiale Darstellung bietet sich demnach an, wenn die Übertragungsfunktion strengen technologischen Vorgaben in Form einer Wertetabelle zu folgen hat. Sie erweist sich jedoch dann als weniger geeignet, wenn die Auslegung flexibel, zum Beispiel in Form des grafisch-interaktiven Bewegungsdesigns, möglich sein soll. Hier bringen die kubischen B-Splines die Stärke ihrer leichten Änderbarkeit ins Spiel.

### 4.3 Fourierbewegungsgesetze

Weist das Bewegungssystem durch nachgiebige Abtriebselemente eine Neigung zu Schwingungen auf, schaffen Fourierbewegungsgesetze der Form

$$f(z) = a_0 + \sum_{k=1}^K a_k \cos(2\pi k \cdot z) + \sum_{k=1}^K b_k \sin(2\pi k \cdot z) \quad (6)$$

Abhilfe. Denn es lässt sich durch Abschneiden der Fourierreihe nach dem  $K$ -ten Glied eine Übertragungsfunktion finden, die keine harmonischen Anteile enthält, welche das Antriebssystem zu erhöhten Schwingungen anregen. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass ihre Ableitungen

$$f'(z) = -2\pi k \sum_{k=1}^K a_k \sin(2\pi k \cdot z) + 2\pi k \sum_{k=1}^K b_k \cos(2\pi k \cdot z) \quad (7)$$

$$f''(z) = -4\pi^2 k^2 \sum_{k=1}^K a_k \cos(2\pi k \cdot z) - 4\pi^2 k^2 \sum_{k=1}^K b_k \sin(2\pi k \cdot z) \quad (8)$$

stetig sind. Da die Übertragungsfunktion damit beliebig oft differenzierbar ist, erzeugt diese eine vollständig stoß- und ruckfreie Bewegung. Dem steht jedoch der Nachteil gegenüber, dass die Ausgangsfunktion nur angenähert werden kann und somit Vorgaben nicht exakt erfüllt werden können. So sind beispielsweise für Rastphasen Toleranzfelder vorzugeben.

## 5 Auswahl und Synthese taktzeitoptimaler Bewegungsgesetze unter Beachtung kinematischer Restriktionen

Die Auslegungsmethode *Kennwertorientierte Funktionsauswahl* (KOFA) und *Kennwertorientierte Funktionssynthese* (KOSY) ermöglichen eine effiziente Auswahl eines taktzeitoptimalen Bewegungsgesetzes für RR-Bewegungsaufgaben [3]. Die Abstimmungszahl

$$\kappa = \left| \frac{y_{ij} \cdot \ddot{y}_{\max \text{ zul}}}{\dot{y}_{\max \text{ zul}}^2} \right| \quad (9)$$

repräsentiert die Bewegungsanforderungen Hub, maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung und erlaubt im Sinne einer dimensionslosen Kennzahl eine verallgemeinerte Bewegungsgesetzesauswahl. Bestimmten  $\kappa$ -Intervallen ist somit mindestens ein Bewegungsgesetz zugeordnet. Ergibt sich beispielsweise ein Wert von 0,9, so führt das Polynom 8. Grades zur kürzesten Taktzeit (KOFA). Für große  $\kappa$  wiederum kann die bereits oben angesprochene Modifizierte Sinoide mit Geradenanteil mit ihrem Parameter  $b$  optimal synthetisiert werden (KOSY), sodass das Abtriebsglied mit  $\dot{y}_{\max \text{ zul}}$  beschleunigt und sich mit  $\dot{y}_{\max \text{ zul}}$  im Bereich konstanter Geschwindigkeit bewegt.

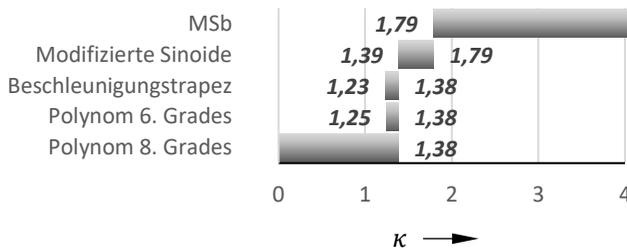


Abb. 5:  $\kappa$ -Intervalle taktzeitoptimaler Bewegungsgesetze (exemplarische Auswahl)

Mit ihrer einfachen Auswahlssystematik lässt sich die Methode KOFA/KOSY in der SPS eines Motion-Control-Systems programmieren und ist damit zur Online-Taktzeitoptimierung geeignet.

## 6 Auslegung und Optimierung von Bewegungen unter Beachtung thermischer Restriktionen

Bei der Auslegung und Optimierung von Motion-Control-Systemen müssen neben den kinematischen Restriktionen, wie maximal zulässige Geschwindigkeit und Beschleunigung, auch thermische Restriktionen des Antriebs beachtet werden. Da bei gewöhnlichen Servomotoren die auftretende Verlustwärme proportional zum effektiven Motorstrom ist, der wiederum eine Proportionalität zum wirkenden Antriebsmoment aufweist, lässt sich die thermische Grenze des Motors in Form von Momenten-Drehzahl-Kennlinien angeben.

Diese von Herstellern zur Verfügung gestellten Kennlinien berücksichtigen unterschiedliche Anwendungsfälle, die in [7] als industrieller Standard definiert sind. Zu nennen ist insbesondere der S1-Anwendungsfall mit der dazugehörigen Momenten-Drehzahl-Kennlinie, die für die thermische Auslegung bei Dauerbetrieb des Motors mit konstanter Belastung hinzuzuziehen ist. Dabei wird in der Regel der Nennarbeitspunkt  $AP_N$  angegeben, der durch die Nenngeschwindigkeit  $\dot{x}_N$  und das Nennmoment  $M_N$  bestimmt ist.

Gängige Bewegungs- und Antriebsmomentenverläufe von Verarbeitungsprozessen weisen jedoch häufig ungleichförmige Charakteristiken auf, die keine Klassifizierung nach den standardisierten Betriebsarten zulassen. Für die Auslegung solcher Systeme wird ein dem Dauerbetrieb äquivalenter Arbeitspunkt (AP) ermittelt. Dieser ist durch die mittlere Antriebsgeschwindigkeit

$$\dot{x}_m = \frac{1}{T} \int_0^T |\dot{x}(t)| dt \quad (10)$$

und das Effektivmoment

$$M_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T M_{\text{An}}^2(t) dt} \quad (11)$$

gekennzeichnet, wobei die Größen  $T$  und  $M_{\text{An}}$  die Periodendauer bzw. das Antriebsmoment beschreiben. Dabei gilt zu beachten, dass sich die-

ser AP für typische Bewegungsaufgaben schnelllaufender Verarbeitungsmaschinen unterhalb der entsprechenden Momenten-Drehzahl-Kennlinie des S1-Anwendungsfall befinden muss.

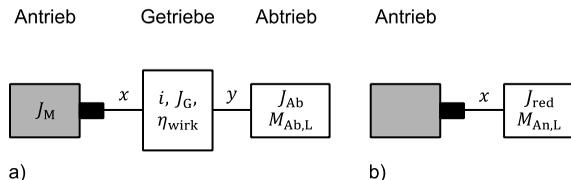


Abb. 6: Ersatzmodell des Bewegungssystems a) gesamt, b) auf den Antrieb reduziert [3]

Im Folgenden wird auf die in [3] entwickelten Ansätze eingegangen, die gerade die Berechnung des Effektivmoments kennwertgestützt für unterschiedliche normierte Bewegungsgesetze für Bewegungssysteme mit ungleichförmigen Antrieb (Servomotor mit Antriebsbewegung  $x$ ) sowie nachgeschalteten gleichförmig übersetzenden Getriebe (mit Abtriebsbewegung  $y$ ) ermöglichen. Diese Bewegungssysteme lassen sich in der Regel mit dem Ersatzmodell in Abb. 6 a) mit den Massenparametern  $J_M$ ,  $J_G$  und  $J_{Ab}$ , der Übersetzung  $i$  und dem am Abtrieb wirkenden Lastmoment  $M_{Ab,L}$  beschreiben. Unter Berücksichtigung des reduzierten Massenträgheitsmoments

$$J_{red} = J_M + J_G + \frac{1}{i^2} J_{Ab} \quad (12)$$

sowie des auf den Antrieb reduzierten Lastmoments

$$M_{An,L} = \frac{1}{i} \cdot M_{Ab,L} \quad (13)$$

ergibt sich das vereinfachte Modell gemäß Abb. 6 b).

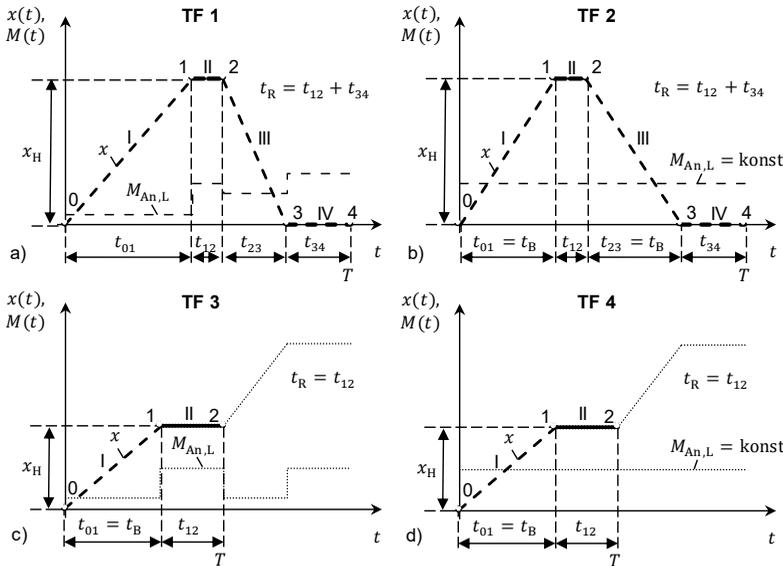


Abb. 7: Typen der RR-Technologiefunktionen a) TF 1 – d) TF 4 [3]

Die in Abb. 7 gezeigten periodisch fortlaufenden und rückkehrenden Rast-in-Rast-Technologiefunktionen (TF) unterscheiden sich in der Symmetrie der Übergangsbereiche und in dem Verlauf des Lastmoments (über eine Periode oder abschnittsweise konstant). Für jeden Funktionstyp lässt sich jeweils das resultierende Effektivmoment analytisch mit Hilfe des  $C_{a\text{eff}}$ -Kennwertes nach Gl. (1) des für den Übergangsbereich ausgewählten Bewegungsgesetzes berechnen.

Es folgt für die unterschiedlichen Technologiefunktionen:

TF 1:

$$M_{\text{eff}} = \frac{1}{T} \left[ \sum_{i=0}^3 M_{\text{An,L } ij}^2 \cdot t_{ij} + x_H^2 \left( \frac{C_{a\text{eff},01}^2 \cdot J_{\text{red},01}^2}{t_{01}^3} + \frac{C_{a\text{eff},23}^2 \cdot J_{\text{red},23}^2}{t_{23}^3} \right) \right] \quad (14)$$

TF 2:

$$M_{\text{eff}} = \sqrt{M_{\text{An,L}}^2 + x_{\text{H}}^2 \cdot C_{\text{aeff}}^2 \cdot (J_{\text{red},01}^2 + J_{\text{red},23}^2) \frac{1}{(2t_{\text{B}} + t_{\text{R}}) \cdot t_{\text{B}}^3}} \quad (15)$$

mit  $C_{\text{aeff}} = C_{\text{aeff},12} = C_{\text{aeff},34}$

TF 3

$$M_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ M_{\text{An,L}01}^2 \cdot t_{\text{B}} + M_{\text{An,L}12}^2 \cdot t_{\text{R}} + x_{\text{H}}^2 \cdot C_{\text{aeff},01}^2 \cdot J_{\text{red},01}^2 \frac{1}{t_{\text{B}}^3} \right]} \quad (16)$$

TF 4:

$$M_{\text{eff}} = \sqrt{M_{\text{An,L}}^2 + x_{\text{H}}^2 \cdot C_{\text{aeff},01}^2 \cdot J_{\text{red},01}^2 \frac{1}{(t_{\text{B}} + t_{\text{R}}) \cdot t_{\text{B}}^3}} \quad (17)$$

Bezieht sich eine Größe nur auf einen speziellen Bewegungsabschnitt, so ist dies entsprechend durch die Indizierung gekennzeichnet (zum Beispiel  $C_{\text{aeff},01}$  gilt für den Bewegungsabschnitt 01).

Zur Optimierung von Taktzeiten unter Ausnutzung des gesamten thermischen Potentials des Antriebs lässt sich mit der Bedingung

$$M_{\text{eff}} \stackrel{!}{=} M_{\text{eff,zul}} \quad (18)$$

die minimale mögliche Zeitdauer  $t_{\text{B}}$  oder  $t_{01}$  und  $t_{23}$  berechnen, wobei die Größe  $M_{\text{eff,zul}}$  das zulässige Effektivmoment kennzeichnet. Hierfür werden in [3] Kurventafeln und numerische Methoden zur Lösung des Problems präsentiert.

## 7 Zusammenfassung

Dieser Beitrag fasst die zentralen Erweiterungspunkte der zweiten Ausgabe der Richtlinie VDI 2143 zusammen. Im Mittelpunkt standen dabei Motion-Control-Systeme, für welche zudem weitere Auslegungshinweise und Anwendungsmöglichkeiten der hinzugekommenen Werkzeuge aufgezeigt wurden.

## 8 Literaturverzeichnis

- [1] *VDI 2143 Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe : Blatt 1*. Berlin : Beuth Verlag, 1980
- [2] *VDI 2143 Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe und Motion-Control-Systeme : Blatt 1*. Berlin : Beuth Verlag, Veröffentlichung geplant 2023
- [3] SPEICHER, Thorsten: *Kennwertorientierte Methoden zur Auswahl und Synthese von Bewegungsgesetzen für Motion-Control-Systeme*. Technische Universität Chemnitz. Dissertation. 2021
- [4] HEINE, Andreas: *Ein Beitrag zur kennwertorientierten Entwicklung kurvengesteuerter, ebener Schrittgetriebe*. Technische Universität Chemnitz. Dissertation. 2015
- [5] BIAGIOTTI, Luigi ; MELCHIORRI, Claudio: *Trajectory planning for automatic machines and robots*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2008
- [6] ENGELN-MÜLLGES, Gisela ; NIEDERDRENK, Klaus ; WODICKA, Reinhard: *Numerik-Algorithmen*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2011
- [7] *DIN EN 60034-18-21 - Drehende elektrische Maschinen - Teil 18-21: Funktionelle Bewertung von Isoliersystemen - Prüfverfahren für Runddrahtwicklungen - Thermische Bewertung und Klassifizierung*. Berlin : Beuth Verlag, 2013

# Verringerung des Schleppfehlers an geregelten Antrieben

Steffen Bohnhorst

Design Engineer, Electrical R & D,  
Focke & Co. (GmbH & Co. KG), 27283 Verden, Steffen.Bohnhorst@focke.de

## Kurzfassung

Dieses Paper beschreibt eine experimentelle Methode zur Bestimmung eines optimalen Vorsteuermomenten-Verlaufes zur Minimierung des Lagefehlers. Die Methode beschränkt sich auf periodisch arbeitende Mechanismen mit einem Freiheitsgrad.

## Titel / Abstract

### **Reducing of tracking-deviation on controlled drives.**

The subject of this paper is an experimental method to determine an optimal torque feedforward-signal to get minimal tracking-deviation. The method is limited for periodic working mechanism with one degree-of-freedom.

## 1 Einführung

Zur Erfüllung sehr hoher Positioniergenauigkeiten, existiert in den meisten Antriebsstellern die Möglichkeit einer Strom- oder Drehmomentenvorsteuerung. Klassischerweise bedeutet dies die Beaufschlagung des Stromreglers mit einem erwarteten Soll-Wert unabhängig von den Zuständen der Regelstrecke. In der Regel wird durch die Berechnung des Strombedarfs aufgrund von konstanten Massenträgheiten (Motor und

Last) und der geforderten Bewegung vorgesteuert. In periodischen Prozessen kann von einem Vorsteuerverlauf über der Position gesprochen werden. Unter Voraussetzung eines idealen Vorsteuerverlaufes muss der Kaskadenregler ausschließlich transiente Störungen ausregeln. Diese Abhandlung beschreibt ein typisches Verfahren zur Bestimmung des Vorsteuerverlaufes und leitet in ein experimentelles Verfahren zur Ermittlung des idealen Vorsteuerverlaufes ein.

## 2 Analytische Vorsteuerung

Dieses Verfahren beschreibt die Berechnung des Strom-Verlaufes durch ein Modell des Antriebsstranges. Zur Reduktion des Modellierungsaufwandes wird in der Regel eine idealisierte Theorie angewandt. Bei der Verwendung von Mechanismen mit einem Freiheitsgrad kann das Antriebsmoment durch das Aufstellen des mechanischen Modells z.B. über die Differentialgleichung der starren Maschine berechnet werden.

$$M_{an} = J_{red}(\varphi) \cdot \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \cdot J'_{red}(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2 \quad (1)$$

Mit dem Antriebsmomentenbedarf ( $M_{an}$ ) kann mit Hilfe der Drehmomentkonstante ( $k_T$ ) einer PMSM<sup>1</sup> der Stromverlauf ( $\hat{i}_{q_{vorst.}}$ ), zur Vorsteuerung eines Mechanismus, bestimmt werden.

$$\hat{i}_{q_{vorst.}} = \frac{M_{an}}{k_T} \quad (2)$$

Dieser wird von der Steuerung zyklisch im Bus-Takt zusätzlich zur Sollposition an den Antriebssteller übertragen (siehe Abb. 1). D.h. der Strombedarf passend zu der geforderten Antriebsbewegung wird dem Stromregler bereitgestellt.

---

<sup>1</sup> Permanentmagnet-Synchronmotor

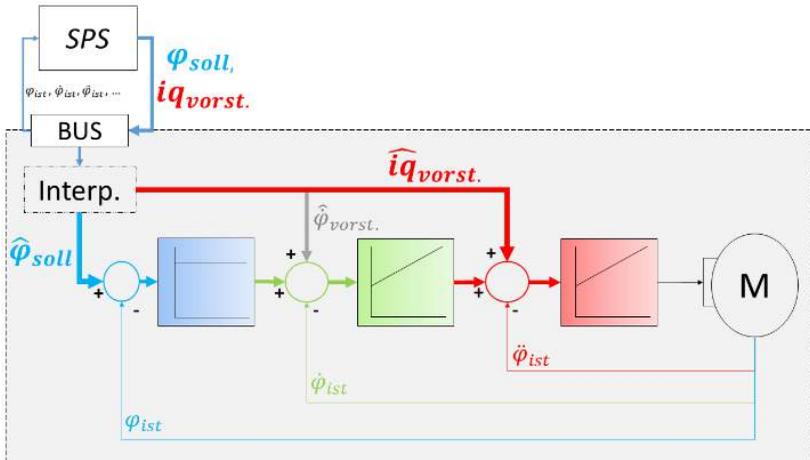


Abb. 1: Prinzip-Blockschaltbild Vorsteuerung am Kaskadenregler

### 3 Ermittlung des idealen Vorsteuerverlaufes

Beim Ansatz der idealisierten Theorie aus 2 werden am Mechanismus wirkende Effekte wie Reibung, Elastizität, Dämpfung etc. vernachlässigt. Des Weiteren sind i.d.R. keine Kenntnisse über Motoreigenschaften wie Reluktanzmoment, Kreuzverkopplung, Temperaturabhängigkeit, uvm. vorhanden. Das hat zur Folge, dass der ideale Vorsteuerverlauf nicht der idealisierten analytischen Berechnung entspricht. Da die tiefere theoretische Modellierung einem enormen Aufwand darstellt, und z.T. keine ausreichend genauen Verfahren bekannt sind, liegt es nahe die ideale Vorsteuerung experimentell zu ermitteln.

#### 3.1 Ermittlung des idealen Vorsteuerverlaufes

Die in dieser Abhandlung betrachteten Systeme sind auf einen Freiheitsgrad beschränkt. Wird die Maschine periodisch mit konstanter Maschinendrehzahl ( $n = const.$ ) betrieben, kann die Periodizität der Antriebsbewegung als Eigenschaft definiert werden. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit ein iteratives Verfahren zur Ermittlung des Vorsteuerverlaufes, für einen Betriebszustand (Maschinendrehzahl  $n$ ), durch Testen verschiedener Vorsteueranteile zu entwickeln.

Im Folgenden wird ein Verfahren beschrieben, dass über eine Regler-Übertragungsfunktion die ideale Vorsteuerung generiert. Unter Verwendung des Schleppfehlers als Regelfehler und den Vorsteuerstrom als Stellgröße wird während des Betriebes der Vorsteuerverlauf ausgeregelt.

Der Regelvorgang wird nach Erreichen der gewünschten Maschinendrehzahl begonnen. Im ersten Schritt wird der Schleppfehlerverlauf in einem Takt (0 bis 360° Maschine) analysiert. Die Übertragungsfunktion erzeugt aus der Analyse eine Vorsteuerung für den nächsten Takt. Diese wird für zwei Takte konstant gehalten. Der erste Takt wird für Einschwingvorgänge des „kombinierten Reglersystems“<sup>2</sup> missachtet. Im zweiten Takt wird der Schleppfehlerverlauf aufgenommen, analysiert und zur Veränderung der Vorsteuerung genutzt. Da der aktuelle Schleppfehlerverlauf durch die aktive Vorsteuerung beeinflusst wurde, impliziert dies die Notwendigkeit integralen Verhaltens in der Übertragungsfunktion. Somit wird für den neuen Vorsteuerverlauf dem ersten Test-Verlauf ein Anteil hinzugefügt.

Für die Übertragungsfunktion muss die Transformation von Regelfehler (Schleppfehler) zu Stellgröße (Vorsteuerstrom) definiert werden. Eine geschickt gewählte Transformation liefert die Stabilität des Verfahrens. Durch Fourieranalyse wird der Regelfehler in harmonische Anteile aufgeteilt. Diese Anteile werden durch einen frequenzbasiertem I-Regler über die Maschinentakte ausgeregelt. Sobald der Schleppfehler ausschließlich nicht periodische Anteile aufweist ist das Ziel erreicht. Der Vorsteuerverlauf ( $\hat{r}_{q\text{vorst.}}(\varphi, n)$ ) kann konstant gehalten werden und das Regelverfahren beendet werden. Die für verschiedene Maschinendrehzahlen ( $n$ ), über das Regelverfahren ermittelten, Vorsteuer-Verläufe ( $f(n)$ ) können genutzt werden, um den Antriebsstrang in Abhängigkeit der Maschinendrehzahl ( $n$ ) vorzusteuern. Mit einer Interpolation zwischen den ermittelten Verläufen kann der gesamte Betriebsbereich des Mechanismus verbessert werden.

---

<sup>2</sup> Kaskadenregelung inkl. Vorsteuerregelung

### 3.2 Experimentelle Validierung

In verschiedenen Versuchen konnte das Verfahren bereits getestet werden. Exemplarisch werden die Ergebnisse an einem gekoppelten Mechanismus dargestellt.

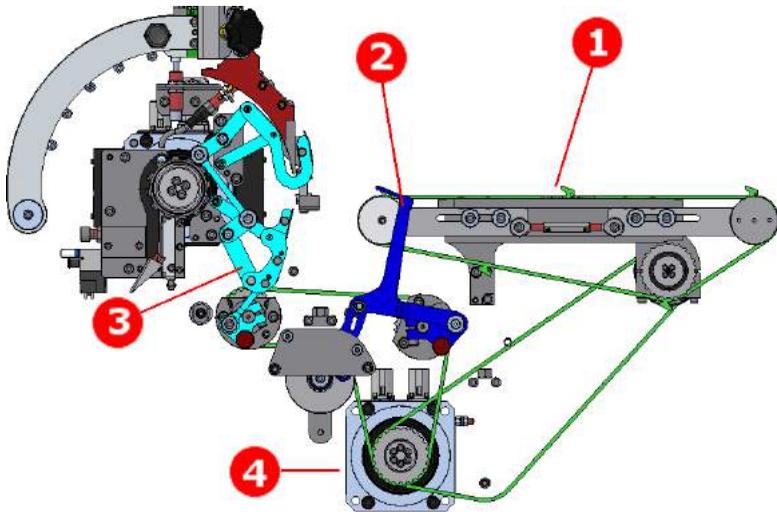


Abb. 2: Testmechanismus bestehend aus zwei Koppelmechaniken (2 & 3), mehreren Riemen und konstanter Massenträgheiten (1 & 4)

Der Lagefehler-Verlauf „PacDrive opt.“ (siehe Bild 3) beschreibt die beste Einstellung der Standardparameter des Antriebssystems. Hierbei wird eine konstante Massenträgheit ( $J_{red}$ ) intern vorgesteuert.

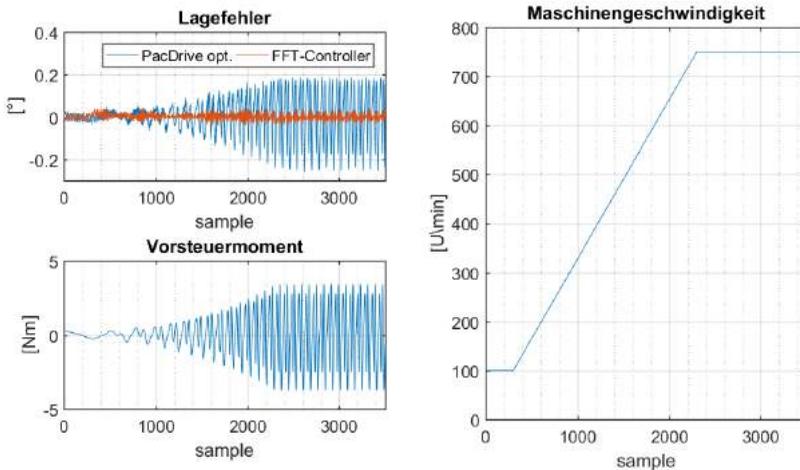


Abb. 3 Hochrampen der Maschinengeschwindigkeit am Mechanismus (Abb. 2)

Diese Massenträgheit stellt eine enorme Verbesserung gegenüber einem unbekanntem mechanischen System dar. Allerdings ist deutlich zu sehen, dass der maximale Lagefehler mit zunehmender Maschinendrehzahl steigt. Dieses Verhalten lässt sich durch die Vernachlässigung der Veränderung in der Massenträgheit (siehe 2.Term aus (1)) erklären. Der Lagefehlerverlauf mit aktiver Vorsteuerung (durch den in 3.1 beschriebenen Algorithmus „FFT-Controller“) verbleibt unabhängig der Maschinendrehzahl in derselben Größenordnung. An dem im Experiment verwendeten Antriebssystem kann der maximale Schleppfehler bei hohen Maschinendrehzahlen auf ca. 20% des Ausgangsfehlers reduziert werden. Mit aktiver Vorsteuerung sind im Schleppfehler keine periodischen Störungen innerhalb der Messauflösung vorhanden.

In Abb. 4 ist der Lagefehler und das Drehmoment bei analytischer Vorsteuerung (*Modell (GTO)*) gegenüber dem Regelverfahren (*FFT-Controller*) und mit Vorsteuerung unter Verwendung einer konstanten Massenträgheit (*Schneider*) über den Maschinenwinkel dargestellt.

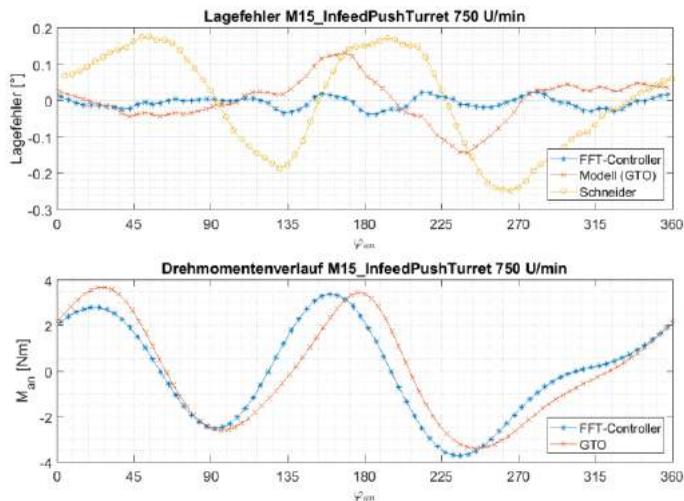


Abb. 4 Lagefehler und Antriebsmoment bei konstanter Maschinengeschwindigkeit (750min<sup>-1</sup>) am Mechanismus (Abb. 2)

Vergleicht man den Drehmomentenverlauf bei experimentell ermittelter Vorsteuerung (FFT-Controller) mit dem der analytischen Vorsteuerung aus Punkt 2 (Modell (GTO)) kann man den Einfluss der vernachlässigten Effekte (Reibung, Nichtlinearität der PMSM, etc.) deutlich sehen. Die analytische Vorsteuerung (Modell (GTO)) verbessert die Positioniergenauigkeit gegenüber einer Vorsteuerung mit konstanter Massenträgheit (Schneider). Allerdings ist die Veränderung des maximalen Schleppfehlers gering. Fehlende Reibung und ein vereinfachtes Motormodell verschieben die Momentmaxima zu anderen Maschinenwinkeln. Der hieraus resultierende Unterschied zwischen berechnetem Verlauf und benötigtem Verlauf erzeugt in deren Nähe der Momentmaxima die größten Restfehler des analytischen Verfahrens.

Diverse Versuche an Koppelgetrieben, Mechaniken mit konstanter Massenträgheit und Schrittgetrieben haben gezeigt, dass das Regler-Verfahren zur Ermittlung des Vorsteuerverlaufes in vielen Bereichen eingesetzt werden kann.

# Synthese des Verformungsverhaltens von nachgiebigen Elementen mittels Phasenportrait-Methode

Zhenbi Wang\*; Marco Zichner\*\*; Niels Modler\*\*\*;  
Uwe Hanke\*\*\*\*; Anja Winkler\*\*\*\*\*

\* TU Dresden, Institut für Leichtbau und Kunststofftechnik (ILK)  
zhenbi.wang@tu-dresden.de

\*\* TU Dresden, Institut für Leichtbau und Kunststofftechnik (ILK)  
marco.zichner@tu-dresden.de

\*\*\* TU Dresden, Institut für Leichtbau und Kunststofftechnik (ILK)  
niels.modler@tu-dresden.de

\*\*\*\* Koenig & Bauer Sheetfed AG & Co. KG  
uwe.hanke@koenig-bauer.com

\*\*\*\*\* TU Dresden, Institut für Leichtbau und Kunststofftechnik (ILK)  
anja.winkler@tu-dresden.de

## Kurzfassung

Mechanismen mit nachgiebigen Elementen haben aufgrund ihrer reduzierten Teilevielfalt und ihres geringeren Gewichts ein hohes Leichtbaupotenzial. Für ihre gezielte Synthese wurde in diesem Artikel die Phasenportrait-Methode vorgestellt [1], mit der große Verformungen mit ausreichender Genauigkeit vorhergesagt werden können. Die mathematische Behandlung der inhärenten Differentialgleichungen und die Ableitung eines Phasenportraits bzw. des konkreten Verformungsbildes sind jedoch komplex und zeitaufwendig. Um dieses Problem zu lösen

und eine schnelle und anschauliche Darstellung zu erreichen, umfasst dieser Artikel auch die Entwicklung einer grafischen Benutzeroberfläche (GUI) für die Synthese des Verformungsverhaltens von nachgiebigen Elementen mittels Phasenporträt-Methode.

## **Title / Abstract**

### **Synthesis of deformation behavior of compliant elements by phase portrait method**

Mechanisms with compliant elements have a high lightweight potential due to their reduced diversity and weight of components. For their targeted synthesis, a so-called phase portrait method has been presented in this article [1], which allows the prediction of large deformations with sufficient accuracy. However, the mathematical treatment of the inherent differential equations and derivation of a phase portrait or the concrete deformation pattern are complex and time-consuming. To solve this problem and to achieve a fast and clear representation, this article also includes the development of a graphical user interface (GUI) for the synthesis of the deformation behavior of compliant elements using the phase portrait method.

## **1 Einführung**

Für die Entwicklung ressourcen- und energieeffizienterer Produkte und Verfahren steht der Systemleichtbau im besonderen Fokus der Ingenieurtechnik. Dieser beschäftigt sich nicht nur mit der materialeffizienten Bauteilgestaltung, sondern auch mit der Optimierung des gesamten Produktlebenszyklus [1]. Insbesondere Mechanismen mit nachgiebigen Elementen, sogenannte Compliant-Mechanismen, zeigen in diesem Zusammenhang ein sehr hohes Leichtbaupotenzial. Sie zeichnen sich durch ein hohes Funktionsintegrationspotenzial, eine reduzierte Teilevielfalt, einen geringen Montage- und Wartungsaufwand, eine spielfreie Bewegung, eine Rückstellfunktion sowie ein vergleichsweise geringes

Gesamtgewicht aus. Die Mechanismen können gezielt an die jeweiligen Anwendungen angepasst und nach einem vorgegebenen Lösungsschema ausgelegt werden [1] [2].

Jedoch erfordert die Entwicklung der Compliant-Mechanismen eine genaue Beschreibung des Verformungsverhaltens der nachgiebigen Elemente. Eine Herausforderung dabei ist die Erfassung und Beschreibung von großer Verformung der Elemente. In der Literatur werden im Wesentlichen fünf Ansätze dafür vorgeschlagen: (1) Pseudo-Rigid-Body (PRB)-Modell, (2) Elliptische Integralmethode, (3) Chain-Algorithmus, (4) nichtlineare Finite-Element-Methode (FEM), und das (5) Beam-Constraint-Modell [3]. Die am häufigsten eingesetzte PRB-Methode erlaubt die Modellierung von Compliant-Mechanismen im Rahmen der traditionellen Starrkörpermechanik [2] [4] [5] [6]. Weiterhin kann die FEM zur Lösung herangezogen werden, stellt sich aber aufgrund der iterativen Berechnung für die nichtlineare Analyse als sehr zeitaufwändig dar [3]. Die anderen genannten Methoden weisen teilweise einen hohen Einfluss auf die Genauigkeit durch die jeweils gewählten Algorithmen (Chain-Algorithmus) [3] [7] oder erweisen sich für größere Verformungen als ungeeignet (Beam-Constraint-Modell) [8] [9]. In der Abbildung der auftretenden Verformungen zeigt die elliptische Methode eine hohe Genauigkeit [3] [10]. Sie ist jedoch ebenfalls sehr zeitaufwändig.

In dieser Arbeit wird die Phasenportrait-Methode vorgestellt um die auftretenden großen Verformungen der nachgiebigen Elementen beschreiben und diese somit gezielt auslegen zu können. Die Phasenportrait-Methode basiert auf einer homogenen, nichtlinearen Differentialgleichung (DGL) zweiter Ordnung, die den stark verformten Biegebalken beschreibt, und ermöglicht die Darstellung dieser Verformung im Phasenraum. Um diese Methode anwenderfreundlich aufzubereiten wird weiterhin die Erarbeitung einer nutzerfreundlichen Bedienoberfläche (GUI) zur Berechnung und Darstellung unterschiedlicher Verformungsbilder veranschaulicht. Im Vergleich zu den genannten bereits bestehenden Ansätzen erlaubt die Phasenportrait-Methode dem Ingenieur eine schnelle und hinreichend genaue Vorhersage des komplexen Verformungsverhaltens von Compliant-Mechanismen.

## 2 Phasenportrait-Methode

Der Phasenraum ist ein mehrdimensionaler Raum, der die möglichen Zustände des Systems zusammenfasst, ohne das DGL-System zu lösen. Jeder Punkt im Phasenraum entspricht einem möglichen Zustand des Systems bzw. eine zulässige Kombination von Werten der Systemparameter. Das Phasenportrait, das durch Verbinden der dargestellten Punkte gebildet wird, repräsentiert die Änderung der Systemzustände über die Zeit (z.B. für Pendel) oder über andere Variable (z.B. hier für die Balkenlänge  $s$ ) und kann auf eine Art und Weise die Eigenschaften des Systems leicht herausarbeiten, die in anderen Darstellungen weniger offensichtlich sind. Für den Fall eines Balkens werden alle Punkte innerhalb des Balkens (Balkenpunkte) als ein ganzheitliches System betrachtet. Der Zustand eines Balkenpunktes lässt sich durch seine Krümmung und seinen Anstiegswinkel bestimmen. Ein Kurvensegment im Phasenportrait spiegelt ein Balkenverformungsbild wieder. Es können unmittelbar aus dem Phasenportrait die charakteristischen Parameter abgelesen und die Verformungsbilder des Balkens abgeleitet werden. Zudem beinhaltet das Phasenportrait Informationen über Lösungen der DGL mit beliebigen Randbedingungen. Somit wird das Syntheseverfahren von Compliant-Mechanismus deutlich vereinfacht und beschleunigt. Dabei werden die nachgiebigen Elemente als rein elastisch in der Ebene verformbare brettförmige Balken betrachtet (vgl. Abb. 1). Die Querkontraktion im brettförmigen Querschnitt ist in  $y$ -Richtung frei und in  $x$ -Richtung gehindert [1]. Daher wird angenommen:  $\varepsilon_z = 0$ ,  $\sigma_z \neq 0$ ,  $\varepsilon_y \neq 0$ ,  $\sigma_y = 0$  [1]. Um die Querkontraktion zu berücksichtigen, ersetzt der reduzierte Modul

$$E^* = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad (1)$$

in allen Gleichungen, die in diesem Artikel vorgestellt werden, den wahren Elastizitätsmodul gemäß dem HOOKEschen Gesetz [1].

Als äußere Belastung wird eine Kraft über ein starres Element am Balkenende angegriffen. Das dadurch erzeugte Biegemoment ist proportional zum Kraftarm (vgl. Abb. 1).

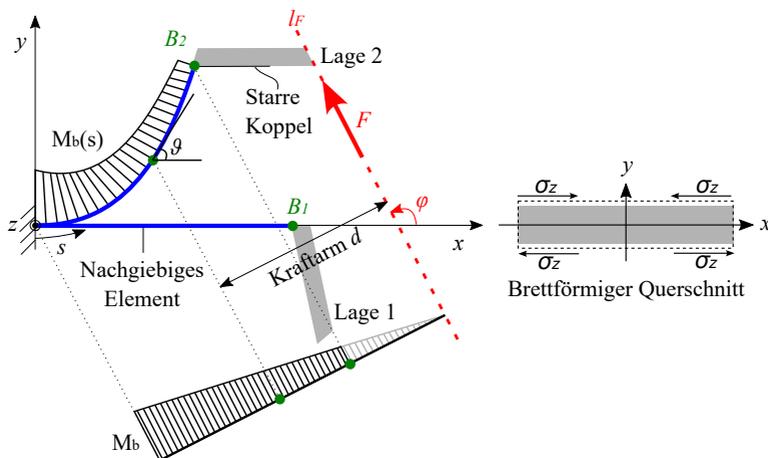


Abb. 1: Belastung und Beanspruchung des nachgiebigen Elements [1]

Gemäß der Euler-Bernoulli-Balkentheorie [11] wurde die Gleichung zur Beschreibung des Balkens durch Einsatz des eindimensionalen HOOKEschen Gesetzes abgeleitet [1]:

$$\vartheta(s)'' + g \cdot \sin(\vartheta(s) - \varphi) = 0, \quad (2)$$

$$g = \frac{F}{E \cdot I_{xx}}. \quad (3)$$

Hierbei stehen  $\vartheta$  für den Anstiegswinkel zur  $x$ -Achse am Balkenpunkt,  $s$  für die Balkenlänge,  $\varphi$  für den Anstiegswinkel der Kraftwirkungslinie,  $g$  für den Skalierungsfaktor,  $F$  für die Kraft,  $E$  für das Elastizitätsmodul des nachgiebigen Elements und  $I_{xx}$  für das Trägheitsmoment des nachgiebigen Elements. Gleichung 2 ist der Bewegungsgleichung des mathematischen Pendels ähnlich. Daher eignet sich das bei Untersuchung des Pendels verwendete Phasendiagramm (Phasenportrait) auch für die Beschreibung des Verformungsverhaltens von Balkenelementen [1]. Nach Integration der Gleichung 2 ergibt sich folgender Zusammenhang [1]:

$$C = \frac{(\vartheta')^2}{2} - g \cdot \cos(\vartheta - \varphi). \quad (4)$$

Die Integralkonstante  $C$  kann aus dem Zustand eines Balkenpunktes

(Anstiegswinkel  $\vartheta$  und Krümmung  $\vartheta'$ ) ausgerechnet werden.

Wird diese Gleichung mit verschiedenen  $C$  in  $\vartheta - \vartheta'$  Phasenebene dargestellt, ergibt sich das Phasenportrait (vgl. Abb. 2) und damit kann das Verformungsbild des Balkens mit bestimmten Randbedingungen (vgl. Abb. 3) abgeleitet werden [1].

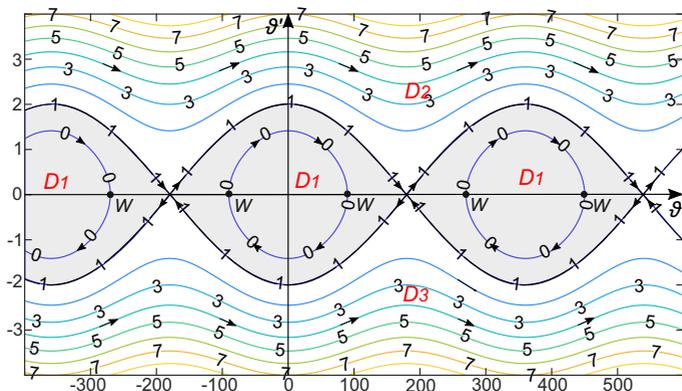


Abb. 2: Phasenportraits mit verschiedenen  $C$  in der  $\vartheta - \vartheta'$  Phasenebene;  $D_{1,2,3}$  markiert die Bereiche mit unterschiedlichem Verformungsverhalten,  $D_1$ : An den Wendepunkten  $W$  schneidet sich die Kraftwirkungslinie das nachgiebige Element und  $\vartheta' = 0$ ,  $D_2$  und  $D_3$ : Das nachgiebige Element verformt sich spiral und schneidet keine Kraftwirkungslinie; Die Pfeile kennzeichnen die Richtung des Pfads.) [1]

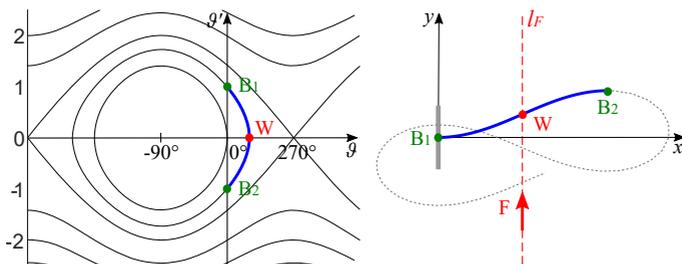


Abb. 3: Phasenportrait und Verformungsbild für  $\varphi = -90^\circ$ ,  $B_1$ : Spannungspunkt des nachgiebigen Segments,  $B_2$ : Endpunkt des nachgiebigen Segments,  $W$ : Wendepunkt des nachgiebigen Segments [1]

Wird eine Kraft mit einem Abstand zu einem Balken  $d$  ausgeübt, wird der Balken entlang eines bestimmten periodischen Pfades, welcher von der Integralkonstante  $C$  bestimmt wird, verformt [1].

### 3 Entwicklung der GUI

Die GUI wurde mit MATLAB entwickelt und besteht aus zwei Registerkarten entsprechend verschiedenen Ein- und Ausgabeparametern. Indem der Zustand des Balkeneinspannungspunktes  $\vartheta'_1, \vartheta_1$  und entweder Balkenlänge  $L$  in der Registerkarte 1 oder Zustand des Balkenendpunktes  $\vartheta'_2, \vartheta_2$  in der Registerkarte 2 eingegeben wird, werden das Phasenportrait und das Verformungsbild erzeugt und in der GUI dargestellt (vgl. Abb. 4 und 5). Durch Eingabe weiterer Informationen oder des Skalierungsfaktors können Verformungsbilder, die der realen Balkenverformung näher kommen, erzielt werden. Außerdem bietet die GUI die benutzerfreundlichen Funktionen, wie z. B. das Beibehalten des vorherigen Bildes zum Vergleich, das Exportieren des Bildes, das Geben von Hinweisen, das Anzeigen des genauen Wertes des ausgewählten Punktes auf dem Bild und das Eingeben oder Rechnen von Skalierungswerten. Der Verlauf der Programmausführung hinter der GUI wird übersichtlich in Abb. 6 gezeigt.

Die Programmausführung basiert sowohl auf der Phasenportrait-Methode als auch auf zusätzlich abgeleiteten mathematischen Gleichungen. Die aus der Phasenportrait-Methode ergebenden gewöhnlichen Differentialgleichungen (GDGL) höherer Ordnung werden zunächst in ein äquivalentes DGL-System erster Ordnung, d. h. die Zustandsgleichungen, transformiert:

$$\begin{cases} \vartheta' = \kappa, \\ \kappa' = \frac{F}{E \cdot I_{xx}} \cdot \sin(\vartheta - \varphi), \\ x' = \cos \vartheta, \\ y' = \sin \vartheta. \end{cases} \quad (5)$$

Dies ist notwendig, da der MATLAB ODE (engl., dt. GDGL) Solver (engl., dt. Löser) nur für DGL-Systeme erster Ordnung anwendbar ist.

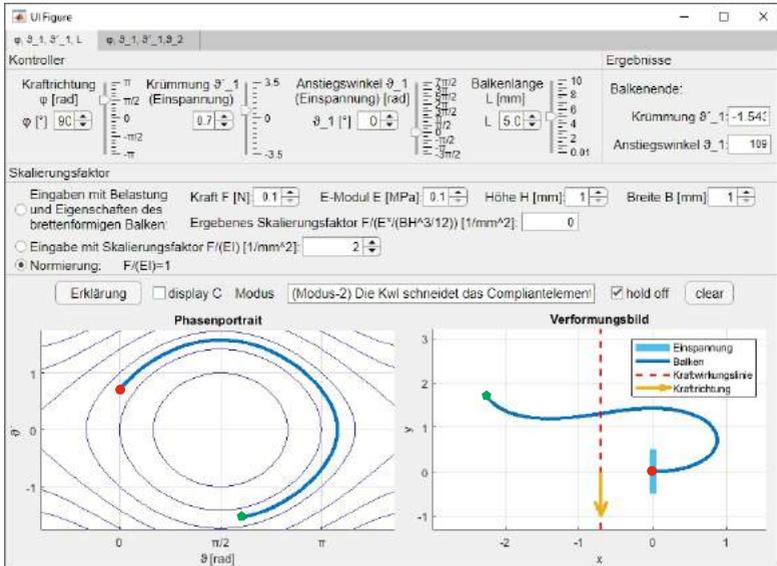


Abb. 4: Registerkarte 1 der GUI

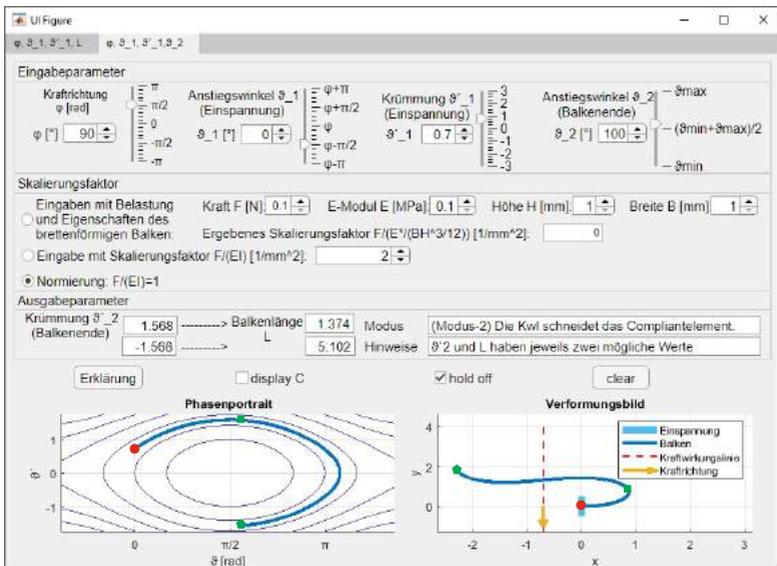


Abb. 5: Registerkarte 2 der GUI

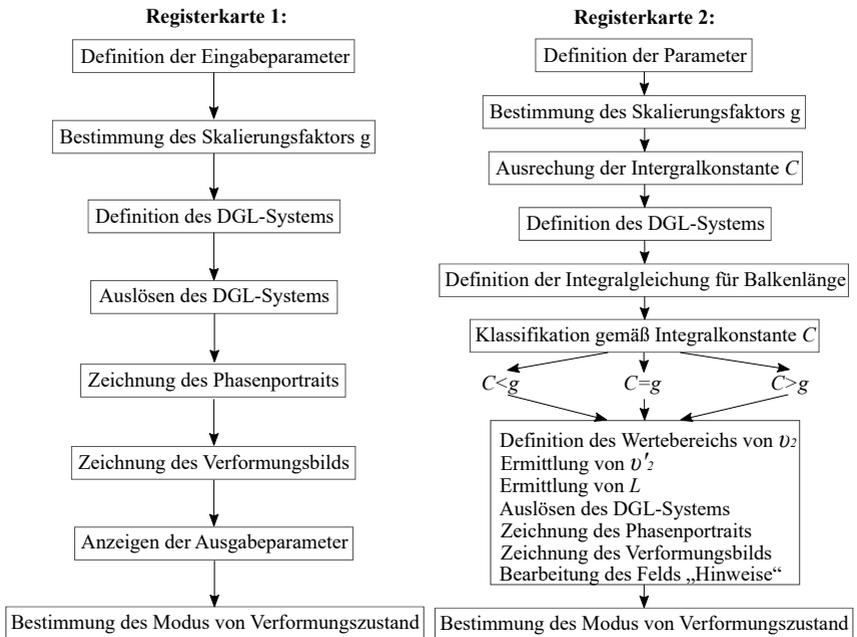


Abb. 6: Übersicht über Verlauf der Programmausführung von Registerkarte 1 (links) und Registerkarte 2 (rechts)

Hier wurde der ode45-Löser verwendet, der nicht steife Probleme mit mittlerer Genauigkeit lösen kann [12].

Die Gleichung der Kraftwirkungslinie  $f(p, q)$  wurde analytisch abgeleitet:

$$q = \tan \varphi \cdot p \pm \frac{E \cdot I_{xx}}{F} \cdot \vartheta' \cdot \sqrt{1 + (\tan \varphi)^2}, \quad (6)$$

und zur Zeichnung der Kraftwirkungslinie im MATLAB-Skript eingesetzt. Um die Balkenlänge in der Registerkarte 2 zurückrechnen zu können wurde die Integralgleichung der Balkenlänge  $L$  zudem abgeleitet:

$$L = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{1}{\sqrt{|2 \cdot [g \cdot \cos(\vartheta - \varphi) + C]|}} d\vartheta \quad (7)$$

Mit der Hilfe von den in MATLAB verfügbaren Funktionen werden die Gleichungen gelöst, die Phasenportraits und die Verformungsbilder in kürzester Zeit (ca. 1 Sekunde) abgeleitet. Die somit ermittelten Ergebnisse stimmen mit den theoretischen Ergebnissen überein, was die Gültig- und Abwendbarkeit der GUI beweist.

## **4 Diskussion**

In dieser Arbeit wurde zunächst die Phasenportrait-Methode zur Synthese von Compliant-Mechanismen sowie eine GUI zur einfachen Berechnung und Darstellung der Phasenportraits und Verformungsbilder vorgestellt. In der GUI können vom Nutzer spezifische Vorgaben zu den jeweiligen Mechanismen getroffen werden. Die in der GUI hinterlegten mathematischen Operationen ermöglichen die Simulation der Verformung der nachgiebigen Elemente und die grafische Darstellung der Ergebnisse. Die modernen Erscheinungsbilder und die intuitive Veranschaulichung erleichtern die Bedienung der Benutzeroberfläche. Die erzeugten Phasenportraits und Verformungsbilder lassen sich direkt aus der GUI exportieren, was das Protokollieren des Syntheseprozesses vereinfacht. Daher kann die GUI deutlich bei der Analyse und Synthese von nachgiebigen bzw. Compliant-Mechanismen helfen.

## **Danksagung**

Das DFG-Forschungsprojekt 380321452/GRK2430 wird von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert. Die Autoren bedanken sich herzlich für die finanzielle Unterstützung.

## **Literatur**

- [1] Zichner, M. „Mechanismenelemente mit lokal angepasster Nachgiebigkeit. Verformungsverhalten nachgiebiger Mechanismenelemente“. Promotionsarbeit. TU Dresden, Institut für Leichtbau

- und Kunststofftechnik (ILK), 2018, S. 8–26. url: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa2-769074> (besucht am 10.05.2022).
- [2] Howell, L. „Compliant mechanisms“. In: *21st century kinematics*. Springer, London, 2013, S. 189–216. isbn: 978-1-4471-4510-3. doi: 10.1007/978-1-4471-4510-3\_7.
- [3] Ling, M. et al. „Kinetostatic and dynamic modeling of flexure-based compliant mechanisms: a survey“. In: *Applied Mechanics Reviews* 72.3 (Jan. 2020). doi: 10.1115/1.4045679. url: <https://doi.org/10.1115/1.4045679> (besucht am 10.05.2022).
- [4] Howell, L. und Midha A. und Norton, T. „Evaluation of equivalent spring stiffness for use in a pseudo-rigid-body model of large-deflection compliant mechanisms“. In: *Journal of Mechanical Design* 118.1 (März 1996), S. 126–131. doi: 10.1115/1.2826843. url: <https://doi.org/10.1115/1.2826843> (besucht am 10.05.2022).
- [5] Howell, L. und Midha, A. „A Method for the Design of Compliant Mechanisms With Small-Length Flexural Pivots“. In: *Journal of Mechanical Design* 116.1 (Jan. 1994), S. 280–290. doi: 10.1115/1.2919359. url: <https://doi.org/10.1115/1.2919359> (besucht am 10.05.2022).
- [6] Midha, A. und Bapat, S. „Analysis of a fixed-guided compliant beam with an inflection point using the pseudo-rigid-body model concept“. In: *Journal of Mechanisms and Robotics* 7.3 (Aug. 2015), S. 031007. doi: 10.1115/1.4028131. url: <https://doi.org/10.1115/1.4028131> (besucht am 10.05.2022).
- [7] Lan, C. „Analysis of large-displacement compliant mechanisms using an incremental linearization approach“. In: *Mechanism and Machine Theory* 43.5 (Mai 2008), S. 641–658. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2007.03.010. url: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2007.03.010> (besucht am 10.05.2022).
- [8] Sen, S. und Awatar, S. „A closed-form nonlinear model for the constraint characteristics of symmetric spatial beams“. In: *Journal of Mechanical Design* 135.3 (März 2013), S. 031003. doi: 10.

1115/1.4023157. url: <https://doi.org/10.1115/1.4023157> (besucht am 10. 05. 2022).

- [9] Awtar, S. und Sen, S. „A generalized constraint model for two-dimensional beam flexures: Nonlinear strain energy formulation“. In: *Journal of Mechanical Design* 132.8 (Aug. 2010). doi: 10.1115/1.4002006. url: <https://doi.org/10.1115/1.4002006> (besucht am 10. 05. 2022).
- [10] Saxena, A. und Kramer, S. „A simple and accurate method for determining large deflections in compliant mechanisms subjected to end forces and moments“. In: *Journal of Mechanical Design* 120.3 (Sep. 2015), S. 392–400. doi: 10.1115/1.2829164. url: <https://doi.org/10.1115/1.2829164> (besucht am 10. 05. 2022).
- [11] Öchsner, A. „Euler-Bernoulli-Balken“. In: *Theorie der Balkenbiegung*. Springer, 2016, S. 5–15. isbn: 978-3-658-14638-2. doi: 10.1007/978-3-658-14638-2\_2. url: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-658-14638-2\\_2](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-658-14638-2_2) (besucht am 10. 05. 2022).
- [12] MATLAB Version: 9.11.0.1769968 (R2012b), The MathWorks Inc. url: <https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html> (besucht am 15. 08. 2022).

# Steuerung von Compliant-Mechanismen durch Reinforcement Learning

Lars Muschalski; Joanna Wollmann; Andreas Hornig;  
Niels Modler

TU Dresden, Institut für Leichtbau und Kunststofftechnik  
lars.muschalski@tu-dresden.de

## Kurzfassung

Das Ansteuern von Compliant-Mechanismen zu Zielpositionen ist besonders herausfordernd, da analytische Modelle die inverse Kinematik nicht oder nur teilweise aufstellen können. Anhand eines beispielhaften Compliant-Mechanismus zeigt diese Arbeit wie Methoden des Machine Learning angewandt werden können, um die entsprechende Kinematik erfolgreich zu lernen. Damit sind Aussagen über die Ansteuerungen der Aktuatoren möglich, mit deren beliebige Punkte mit dem Mechanismus erreicht werden.

## Title / Abstract

**Controlling of compliant-mechanisms with reinforcement learning**  
Driving compliant-mechanisms to target positions is particularly challenging since it is not or hardly possible to set up the inverse kinematics with analytical models. On the basis of an exemplary compliant-mechanism, this work shows how machine learning methods can be applied to successfully learn the corresponding kinematics. This allows statements on how the actuators have to be controlled in order to reach arbitrary points with the mechanism.

# 1 Einführung

## 1.1 Compliant-Mechanismen

Nach Howell [1] sind jene Bauteile/-gruppen als Compliant-Mechanismus<sup>1</sup> zu bezeichnen, die ihre Funktion durch Verformung erfüllen. Dies hebt Compliant-Mechanismen von differentiell ausgeführten Mechanismen ab, bei denen über annähernd starre (in sich nicht verformbare) Glieder mit Gelenken verbunden werden und so der Mechanismus insgesamt verformt werden kann. Neben den reinen Ausführungen als differentiell oder Compliant-Mechanismen sind auch Mischbauweisen möglich (vgl. Abb. 1)

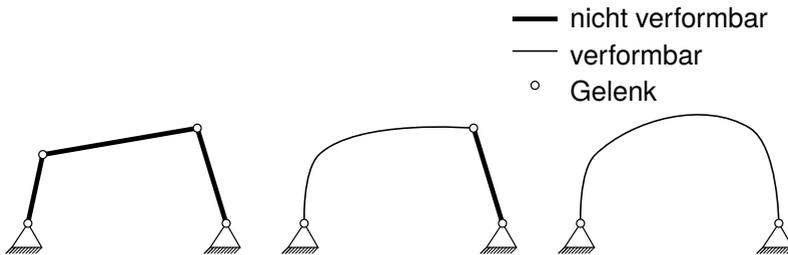


Abb. 1: Ausführungen eines Vierglied-Mechanismus v.l.n.r.: rein differentiell, Mischbauweise aus Compliant und nicht verformbaren Elementen und als reiner Compliant-Mechanismus

Durch die monolithische Ausführung findet innerhalb des Compliant-Mechanismus keine Relativbewegung statt, wie z.B. in den Gelenken differentieller Mechanismen. Das macht Compliant-Mechanismen nahezu verschleiß-, wartungsfrei und somit hochpräzise [2]. Auch sind die Herstellungskosten durch die geringe Anzahl an Einzelteilen oder

<sup>1</sup> Compliant aus dem Englischen steht für "nachgiebig". Compliant-Mechanismus lässt sich im Deutschen also mit Nachgiebigkeitsmechanismus umschreiben. Um eine Einheitlichkeit mit der zumeist englischsprachigen Literatur zu gewährleisten, werden in dieser Arbeit die in der Literatur bevorzugt verwendeten englischen Begriffe genutzt.

gar durch rein monolitische Ausführung geringer und die Montagekosten entfallen teils komplett. Diese Vorteile machen die Anwendung von Compliant-Mechanismen äußerst attraktiv.

Einem industriell breiten Einsatz dieser Technologie stehen derzeit noch zwei zentrale Herausforderungen entgegen. Eine davon ist die aufwendige Materialmodellierung und Charakterisierung die mit typischen elastischen Werkstoffen wie Kunststoffen einhergeht. Aktuelle Forschungen bemühen sich u.a. diese Lücke zu schließen [3]. Zudem ist die Auslegung hinsichtlich einer gewünschten Verformung äußerst herausfordernd, da zum einen die Verformung und zum anderen der Rückschluss von einer Zielposition auf die zu wirkende Last/Ansteuerung der Aktuatoren nicht oder nur annähernd analytisch bestimmt werden kann. Insbesondere bei komplizierten Strukturen wie Elastomeren mit Faserverstärkung und integrierten Aktuatoren kann die Verformung nur mittels Simulationen, wie der Finiten Elementen Methode (FEM), bestimmt werden und die analytische Aufstellung einer inversen Kinematik unmöglich. In Abb. 2 ist der vereinfachte Fall eines Compliant-Mechanismus dargestellt, bei dem über zwei Aktuatoren die entsprechende Drehung eingestellt werden die den Mechanismus so verformt, dass der Tool Centre Point (TCP) einen Zielpunkt (target) erreicht.

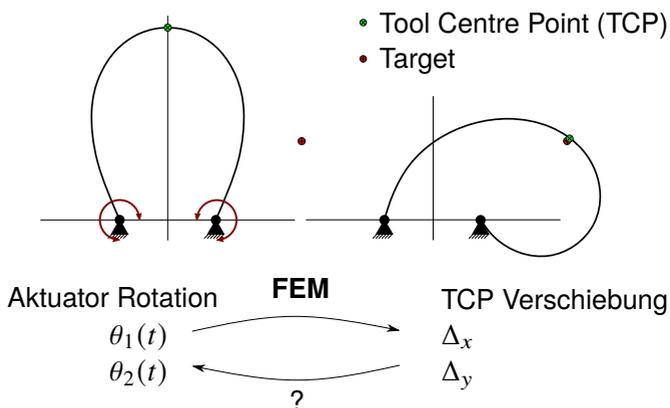


Abb. 2: Unbekannte inverse Kinematik eines Compliant-Mechanismus

Eine potentielle Anwendung von Compliant-Mechanismen liegt in kolla-

borativen Robotern, da durch die Flexibilität eine gefahrlose(re) Mensch-Maschine-Interaktion ermöglicht wird. Hierfür gilt es zu lernen, wie Compliant-Mechanismen mit multiplen Aktuatoren gezielt zu Positionen bewegt werden können.

## 1.2 Reinforcement Learning

Reinforcement Learning ist ein rechnergestützter Ansatz mittels dessen aus Interaktion mit einer Umgebung (environment) gelernt wird, die bestmöglich Handlung (action) zu treffen. Dabei kann die environment zu Beginn des Lernprozesses als „Black-Box-System“ behandelt werden, bei dem zwar die möglichen actions, aber nicht deren Auswirkungen bekannt sind. Der Lernende (agent) wählt zuerst zufällig eine action aus und bekommt von der environment die Rückmeldung in welchem Zustand (state) sich diese nun befindet und eine Punktzahl (reward) die bemisst wie gut die action auf Basis des vorherigen states war. Der agent speichert die Kombinationen aus state-action-reward als Erinnerung ab und lernt daraus welche action zu welchem state zu der größten Summe von rewards (return) führt. Dies wird solange wiederholt, bis entweder das Ziel oder sonstige Abbruchkriterien erreicht worden sind (siehe Abb. 3). Alle Einzelschritte / actions bis zum Erreichen eines Abbruchkriteriums werden Episode genannt.

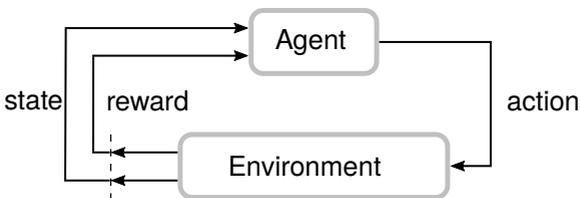


Abb. 3: Interaktion zwischen agent und environment

Ein agent verfolgt nach Abschluss des Trainings die Strategie  $\pi$  die action  $a$  bei jedem state  $s$  auszuwählen, die zum größten return  $R$  führt (Gl. 1). Dazu muss der agent eine Funktion  $Q$  aufstellen, die es ermöglicht, für jede Kombination aus state und action den return abzuschätzen (Gl. 2).

$$\pi(s) = \arg \max_a Q(s, a) \quad (1)$$

$$Q : state \times action \rightarrow R \quad (2)$$

Würde der agent lediglich die action wählen, die unmittelbar zu dem größten reward führt, wäre ein Erlernen von langfristigen Strategien nicht möglich. Aus diesem Grund berücksichtigt Gl. 3 (vgl. Bellman Gleichung [4]) zur Abschätzung vom return  $R$  sowohl den unmittelbaren reward  $r$  als auch den zukünftigen return aller zukünftigen states  $s'$ , abgemindert durch den Discount Faktor  $\gamma$ .

$$Q^\pi(s, a) = r + \gamma Q^\pi(s', \pi(s')) \quad (3)$$

Bei der in dieser Arbeit genutzten Methode, dem Deep-Q-Network (DQN), erfolgt die Abschätzung von  $Q$  durch Neuronale Netze. Diese erhalten als Input den state und werden so trainiert, dass zu jeder action der Wert  $Q$  ausgegeben wird (vgl. Abb. 5). Der agent kann daraus die action mit dem größten  $Q$ -Wert auswählen. Mit dieser Methode gelang es Mnih et al. 2013 einem Rechner atari Spiele teilweise oberhalb des Niveaus eines menschlichen Spielers beizubringen [5].

### 1.3 Anwendungsfall

Der Compliant-Mechanismus anhand dessen die Steuerung über Reinforcement Learning erfolgt, besteht aus einem Stahl-Blechstreifen mit der Breite 13 mm, der Stärke 0.5 mm und der Länge 1000 mm mit einem rein elastischen, isotropen Material mit einem E-Modul von 210 GPa und einer Poisson Zahl von 0.3. Dessen Enden werden initial jeweils 400 mm zusammengeschoben, durch das Ausknicken stellt sich die in Abb. 4 dargestellte Form ein. Die Aktuatoren befinden sich jeweils in den Einspannungen und dürfen sich innerhalb von  $0^\circ$  bis  $270^\circ$  (links,  $\theta_1$ ) und von  $180^\circ$  bis  $-90^\circ$  (rechts,  $\theta_2$ ) drehen.

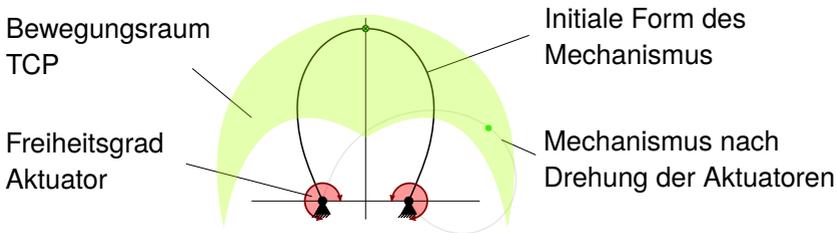


Abb. 4: Qualitative Darstellung des Bewegungsraums vom TCP innerhalb der zulässigen Aktuatordrehungen

## 2 Methoden

Die Anwendung von Reinforcement Learning erfordert eine environment die für jeden Winkel der Aktuatoren die zugehörige Position vom TCP ausgibt. Für den in 1.3 vorgestellten Compliant-Mechanismus ist dazu mittels der FEM-Software ANSYS ein Simulationsmodell aufgebaut worden. Der hier genutzte DQN Algorithmus basierend auf [6] ist in PYTHON umgesetzt und kommuniziert über die PYTHON-ANSYS-Schnittstelle von [7] mit dem Simulationsmodell.

Der allgemeine Lernablauf läuft nach folgenden Schritten ab:

- „Spielen“ der Episode bis zum Abbruchkriterium (z.B. Erreichen des Ziels)
- Speichern der Erfahrungen (states und der dazugehörigen actions und rewards)
- Lernen aus den Erfahrungen

Die Funktionsweise des Lernprozesses ist detailliert in [6] erklärt. Individuell an die environment muss insbesondere die Funktion angepasst werden, die die Höhe des rewards bestimmt und somit direkten Einfluss auf das eintrainierte Verhalten des DQN hat. Der hier verfolgte Ansatz ist, den TCP auf den kürzesten Weg zum target zu bewegen. Der reward berechnet sich aus der Differenz der euklidischen Disztanz zwischen der Zielposition  $P_{target}$  und der vorheriger TCP Position  $P_{TCP-1}$

und der euklidischen Distanz zwischen der Zielposition  $P_{target}$  und der aktuellen TCP Position  $P_{TCP}$ :

$$r = \left| \overline{P_{target} P_{TCP-1}} \right| - \left| \overline{P_{target} P_{TCP}} \right| \quad (4)$$

Wird vom agent aus den möglichen actions (vgl. Abb. 5) eine ausgewählt die dazu führt, dass die Winkel den zulässigen Bereich verlassen, wird der reward auf -1 gesetzt und die action nicht ausgeführt. Die Episode (das Bewegen des TCP in Einzelschritten, actions, zum Ziel) ist beendet, wenn sich der TCP dem Ziel innerhalb von 3 mm genähert hat (dann beträgt der reward 50) oder sich der TCP innerhalb der Episode über 200 mal vom Ziel distanziert hat. Nach Abschluss der Episode wird für das target eine neue, innerhalb von  $-150 \text{ mm} \leq x \leq 150 \text{ mm}$  und  $200 \text{ mm} \leq y \leq 400 \text{ mm}$  zufällige Position ausgewählt und ebenso für die Winkel von den Aktuatoren eine zufällige Position innerhalb deren jeweiligen erlaubten Bereichen.

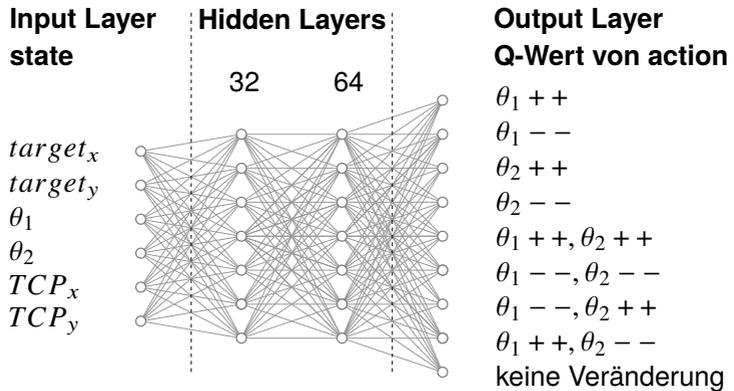


Abb. 5: Neuronales Netz zur Vorhersage des Q-Werts einer action. ++ und -- stehen für die Erhöhung bzw. Verringerung von  $\theta$  um das Winkelinkrement von 0.01 rad. Die Anzahl der Neuronen in den Hidden Layers beträgt 32 und 64.

Würde der agent immer die action auswählen, die entsprechend dem jeweiligen Trainingszustand zu dem größten return führen würde (Gl. 1), würde dies dazu führen, dass immer die gleichen actions ausge-

wählt werden und keine neue Erfahrungen gemacht werden - somit auch kein Lernen stattfindet. Aus diesem Grund wird die sogenannte epsilon-greedy-strategy angewandt, die den agent zu Beginn des Trainings vorwiegend zufällige actions wählen lässt, was dem agent ermöglicht, die gesamte environment zu erkunden (exploration) und mit fortgeschrittenen Training häufiger den agent nach Gl. 1 entscheiden lässt (exploitation).

### 3 Ergebnisse

Das DQN ist über 1656 Episoden trainiert worden. Dabei sind insgesamt ca. 480000 actions ausgeführt worden. In Abb. 6 ist der Verlaufs des Abstandes vom TCP zum target in den einzelnen Episoden dargestellt. Daran zeigt sich, dass zu Beginn des Trainings, bei einer kleinen Anzahl

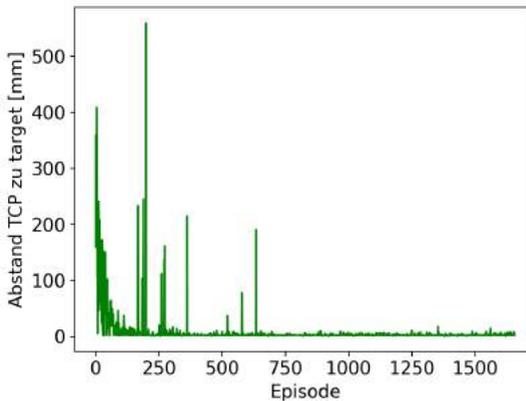


Abb. 6: Verlauf des Abstandes vom TCP zum target nach der letzten action über alle Episoden

von Episoden, ein großer Abstand zwischen TCP und target besteht, sich dieser jedoch im Laufe der Episoden stark verringert und sich einem Grenzwert von 3 mm (der Toleranz innerhalb derer das target als erreicht gilt) annähert. Das DQN ist somit in der Lage, zu lernen die Winkel von den Aktuatoren des Compliant-Mechanismus so zu

manipulieren, dass der TCP das target erreicht. Bereits nach ca. 250 Episoden steuert der agent, abgesehen von wenigen Ausreißern, den TCP zum target.

Die Wegkurve vom TCP in den einzelnen Episoden bestätigt das erfolgreiche Ansteuern vom TCP zum target, dargestellt an exemplarischen Episoden in Abb. 7. Gleichzeitig wird hier jedoch auch ersichtlich, dass

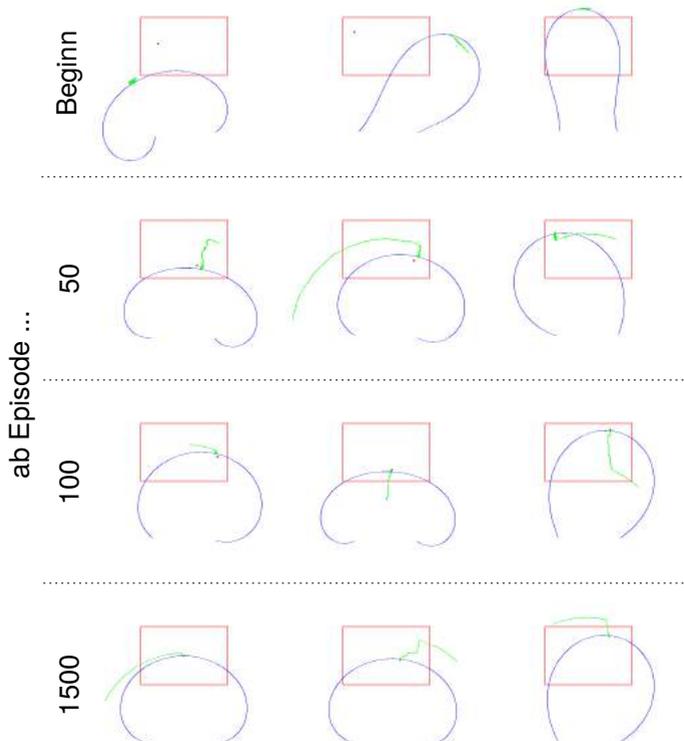


Abb. 7: Wegkurve vom TCP (grün) in exemplarischen Episoden zu verschiedenen Trainingsfortschritten

der agent nur in der Tendenz den kürzesten Weg wählt und sich dies auch nicht zum Ende des Trainings verbessert.

## 4 Diskussion und Ausblick

In Abschnitt 3 ist gezeigt worden, dass es mittels Reinforcement Learning möglich ist, den TCP vom exemplarischen Compliant-Mechanismus in ein beliebiges Ziel zu bewegen. Dabei besteht noch Verbesserungspotential dies auch auf dem kürzesten Weg zu erreichen. Ein Ansatzpunkt dazu ist die Anpassung der Belohnungsfunktion und der zugehörigen Variablen. Diese sind bisher nicht ausgiebig untersucht worden. Zusätzlich ist davon auszugehen, dass mit Anpassung von anderen Parametern, wie z.B. beim Neuronalen Netz der Anzahl der Hidden Layers und deren Neuronen, auch das Training insgesamt effektiver wird, somit weniger Episoden benötigt werden. Mit dem erfolgreichen Training an der Simulation ist geplant nun das Training auch an einem realen Prüfstand durchzuführen (siehe Abb. 8).

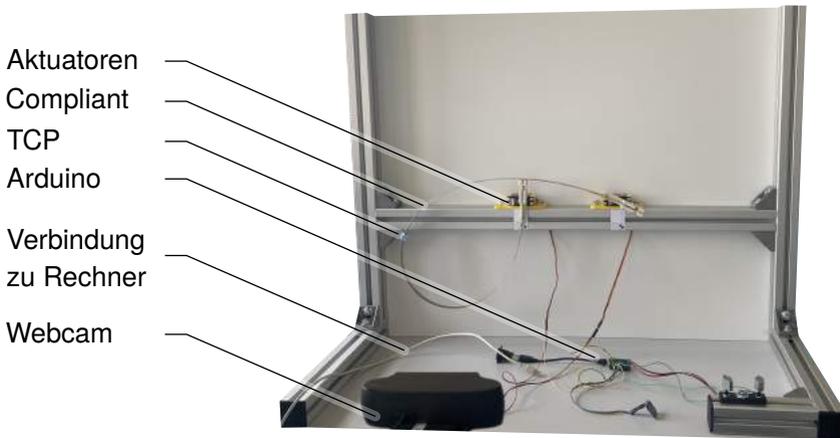


Abb. 8: Prüfstand vom Compliant-Mechanismus

Dies bildet die Grundlage Reinforcement Learning auch an Compliant-Mechanismen aus interaktiven Faser-Elastomer-Verbunden [3] anzuwenden, da bei diesen die Simulation sehr zeitintensiv ist.

## Danksagung

Die Arbeit wurde durch das Center for Scalable Data Analytics and Artificial Intelligence - ScaDS.AI Dresden/Leipzig im Rahmen der Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF, 01/S18026A-F) unterstützt.

## Literatur

- [1] Howell, L. L., Magleby Spencer P. Howell, L. und Olsen, B. M. *Handbook of compliant mechanisms*. John Wiley & Sons, 2013. isbn: 978-1-118-51651-5.
- [2] Gallego, J. A. und Herder, J. „Synthesis Methods in Compliant Mechanisms: An Overview“. en. In: *Volume 7: 33rd Mechanisms and Robotics Conference, Parts A and B*. San Diego, California, USA: ASMEDC, Jan. 2009, S. 193–214. isbn: 978-0-7918-4904-0. doi: 10.1115/DETC2009-86845.
- [3] *Graduiertenkolleg 2430: Interaktive Faser-Elastomer-Verbunde*. url: <https://tu-dresden.de/ing/forschung/graduiertenkollegs/grk2430#intro> (besucht am 05. 08. 2022).
- [4] Sutton, R. S. und Barto, A. *Reinforcement learning: an introduction*. en. Second edition. Adaptive computation and machine learning. Cambridge, Massachusetts London, England: The MIT Press, 2018. isbn: 978-0-262-03924-6.
- [5] Mnih, V. et al. *Playing Atari with Deep Reinforcement Learning*. en. arXiv:1312.5602 [cs]. Dez. 2013. url: <http://arxiv.org/abs/1312.5602> (besucht am 18. 08. 2022).
- [6] PyTorch. *Tutorial DQN*. 2022. url: [https://pytorch.org/tutorials/intermediate/reinforcement\\_q\\_learning.html](https://pytorch.org/tutorials/intermediate/reinforcement_q_learning.html) (besucht am 18. 08. 2022).
- [7] Kaszynski, A. *pyansys: Python Interface to MAPDL and Associated Binary and ASCII Files*. Version 0.43.2. Aug. 2020. doi: 10.5281/zenodo.4009467. url: <https://doi.org/10.5281/zenodo.4009467>.



# Eine Methode zur Optimierung nachgiebiger Mechanismen

Hannes Jahn\*; Stefan Henning\*; Lena Zentner\*

\* Technische Universität Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau, 98693 Ilmenau, Deutschland

Fachgebiet Nachgiebige Systeme:

{hannes.jahn, stefan.henning, lena.zentner}@tu-ilmenau.de

## Kurzfassung

In diesem Beitrag wird eine Methode vorgestellt, mit deren Hilfe nachgiebige Mechanismen bezüglich ihres Verformungsverhaltens optimiert werden können. Berechnungsgrundlage der Methode ist die Theorie großer Verformungen stabförmiger Strukturen. Die Berechnung erfolgt mit numerischen Lösungsverfahren in *Python*. Für die Optimierung werden Festkörpergelenke entlang einer vorgegebenen Balkenachse verschoben. Durch Parameterstudien dreier Mechanismen wird zunächst die Auswirkung der Gelenkposition auf das Verformungsverhalten herausgestellt. Abschließend wird die Berechnungsmethode mit Hilfe von den aus den Parameterstudien resultierenden Ergebnissen erfolgreich verifiziert.

## Title / Abstract

### **A method for optimising compliant mechanisms**

In this paper, a method is presented which can be used to optimize the deformation behavior of compliant mechanisms. The method is based on the theory of large deformations of rod-like structures. The calculation is carried

out with numerical solution methods in *Python*. For the optimisation, flexure hinges are displaced along a given beam axis. Through parameter studies of three mechanisms, the effect of the hinge position on the deformation behaviour is first highlighted. Finally, the calculation method is successfully verified using the results obtained from the parameter studies.

## 1 Einführung

Aufgrund zahlreicher Vorteile, wie ihre Spiel-, Reibungs-, Verschleiß- und Wartungsfreiheit, finden nachgiebige Mechanismen (NM) zunehmend Anwendung in der Präzisions-, Feinwerk- und Messtechnik [1]. Aufgrund der Bewegungserzeugung durch Verformungen und den damit verbundenen strukturellen Eigenschaften werden nur kleine, währenddessen jedoch hoch präzise und reproduzierbare Bewegungen erreicht [2, 3]. Generell kann die Verformung von NM durch Finite-Elemente-Methoden (FEM) zuverlässig analysiert werden [4]. Auch Optimierungen lassen sich mittels FEM realisieren, sind jedoch aufgrund beschränkter Rechenleistung oft zeitintensiv. Zudem können NM mithilfe von Starkkörperersatzmodellen analysiert und synthetisiert werden, dieses Vorgehen ist jedoch meist mit Ungenauigkeiten verbunden, da bei diesem Modell eine starke Abstraktion getroffen wird [5]. Eine weitere Möglichkeit NM zu analysieren ist die analytische Modellbildung mit Hilfe der Theorie großer Verformungen stabförmiger Strukturen. Verglichen mit FEM werden hierbei sehr schnell Ergebnisse erzielt [6], was diesen Ansatz für die Optimierung und Synthese äußerst interessant macht. Zur Optimierung können verschiedene Ansätze gewählt werden, wie zum Beispiel die Änderung der Gelenkkontur [7] oder der Gelenkorientierung [8]. Ferner kann die gesamte Topologie der Mechanismen geändert werden. In diesem Beitrag soll es um die Optimierung von NM durch die Verschiebung der Festkörpergelenke (FKG) entlang einer vorgegebenen Balkenachse gehen. Realisiert wird diese Optimierung mit Hilfe von *Python* und deren Optimierungsbibliothek *SciPy*. Eine Validierung wird durch Parameterstudien dreier Mechanismen durchgeführt. Die entwickelte Methode ist im Berechnungstool *CoMSys*, vorgestellt in [9], implementiert. Das Programm steht zum freien Download bereit [10].

## 2 Mathematische Grundlagen

Grundlage für die Berechnung des Verformungsverhaltens der nachgiebigen Mechanismen bildet die Theorie großer Verformungen stabförmiger Strukturen [11]. Hierbei wird angenommen, dass die Hauptbeanspruchung des Balkens durch Biegung erfolgt. Des Weiteren wird die Gültigkeit der BERNOULLI'schen Hypothesen, des Prinzips von ST. VENANT und des HOOKE'schen Gesetzes vorausgesetzt. Der in Abbildung 1 dargestellte, im Koordinatenursprung eingespannte, Balken wird am freien Ende belastet. Er wird geometrisch durch die Länge  $L$ , Breite  $w$  und Höhe  $H$  sowie den E-Modul  $E$  beschrieben. Die Belastung verursacht eine Verformung.

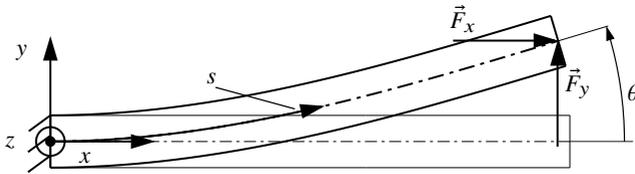


Abb. 1: Balken in unverformten und verformten Zustand mit Kräften  $\vec{F}_x$  und  $\vec{F}_y$

Es resultiert ein nichtlineares Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned}
 \frac{dM_{bz}}{ds} &= F_x \sin \theta - F_y \cos \theta, \\
 \frac{d\theta}{ds} &= \kappa \quad \text{mit} \quad \kappa = \frac{M_{bz}}{EI_z} + \kappa_0, \\
 \frac{dx}{ds} &= \cos \theta, \\
 \frac{dy}{ds} &= \sin \theta.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Die Belastungen  $F_x$  und  $F_y$  sowie der Auslenkwinkel  $\theta$  lassen sich Abbildung 1 entnehmen,  $M_{bz}$  beschreibt das resultierende Biegemoment und durch  $\kappa$  wird die Krümmung des Balkens beschrieben.

Zur Lösung des Gleichungssystems aus Gleichung 1 werden Randbedingungen benötigt. Diese ergeben sich für den betrachteten Balken zu:

$$M_{bz}(L) = 0, \quad \theta(0) = 0, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0. \quad (2)$$

Das Modell stellt ein Randwertproblem dar, bei dem die Randbedingungen je nach Anwendung beliebig angepasst werden können. So lassen sich komplexe Mechanismen, analog zu [12], modular zusammenstellen.

### 3 Prüfung des Einflusses der Gelenkposition

In Abbildung 2 ist zu sehen, wie ein solch modular gestalteter Mechanismus aussehen kann. Darin sind zudem die auftretenden unbekanntnen Lagerreaktionen eingezeichnet. Die Längen der einzelnen Segmente sind mit

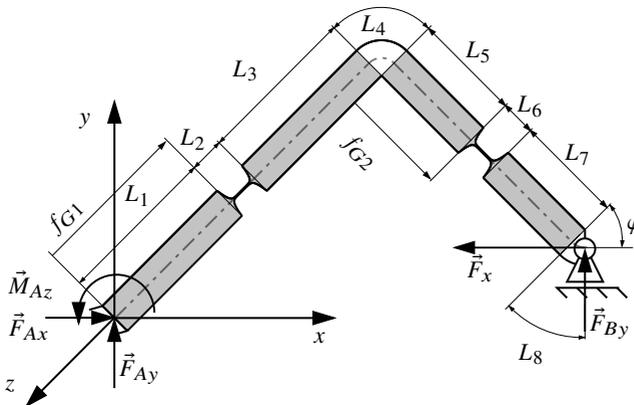


Abb. 2: Eingespannter nachgiebiger Mechanismus mit Loslager in x-Richtung

$L_i$  beschrieben, dabei wird durch  $i = 1, \dots, n$  das jeweilige Segment bezeichnet. Um die Gelenkposition in einem Abschnitt eines NM variieren zu können, werden zunächst Gelenkfaktoren  $f_{Gi}$  eingeführt. Mit Hilfe dieser Gelenkfaktoren, in den Grenzen von  $0 < f_{Gi} < 1$ , kann die Position eines Gelenks in einem Abschnitt ( $L_A$ ) von drei Segmenten vom linken Rand bis zum rechten Rand variiert werden. Sei  $L_i = l$  die Länge eines beliebigen Gelenks im Mechanismus, welches von zwei Balkensegmenten der Längen  $L_{i-1}$  und  $L_{i+1}$  umgeben ist, so lässt sich so die Position des Gelenks mit Gleichung 3 im Abschnitt  $L_A$  frei verschieben.

$$\begin{aligned}
 L_{i-1} &= (L_A - l) \cdot f_{Gi} \\
 L_i &= l \\
 L_{i+1} &= (L_A - l) \cdot (1 - f_{Gi})
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

So können auf diese Weise die Gelenke in Abbildung 2 durch die Gelenkfaktoren  $f_{G1}$  und  $f_{G2}$  innerhalb der grau markierten Bereiche frei verschoben werden. In einer Parameterstudie wurden unter einer Last  $\vec{F}_x$  die beiden Gelenkfaktoren jeweils von  $0 < f_{Gi} < 1$  variiert und dabei die Dehnung  $\varepsilon$  und der Auslenkwinkel am Balkenende  $\varphi$  ausgewertet. Dazu wird der NM in *Python* aufgebaut und anschließend mit einer Runge-Kutta (*RK45*) Funktion und einem Schießverfahren (*root*) gelöst. Die Ergebnisse der Studie sind in Abbildung 3 dargestellt. Darin sind auf den Achsen die Gelenkfaktoren aufgetragen und durch die Farben der Winkel  $\varphi$  dargestellt. Im schattierten Bereich wird die maximal zulässige Materialdehnung von  $\varepsilon_{\max} = 0,3\%$  überschritten - dieser Bereich wird deswegen ausgeschlossen da es zu plastischen Verformungen kommen würde.

Durch dieses Vorgehen können Gelenkfaktoren ermittelt werden, wodurch unter einer Nebenbedingung  $\varepsilon_{\max} \leq \varepsilon_{\text{zul}}$  an einem Mechanismus eine maximale Auslenkung am Balkenende möglich ist. Es stellt sich heraus, dass die Gelenkposition auf der Balkenachse einen erheblichen Einfluss auf das Verformungsverhalten von NM nimmt und die Lösung nicht trivial ist. Aufbauend auf dieser Erkenntnis wird folgend eine Optimierungsmethode entwickelt, welche diesen Lösungsvorgang beschleunigen soll.

## 4 Entwicklung der Optimierungsmethode

Zunächst wird im bestehenden *Python*-Analysemodell eine Optimierungsroutine implementiert und überprüft. *Python* bietet eine Vielzahl von Optimierungsalgorithmen. Eine Übersicht dieser Funktionen, welche in der Bibliothek *scipy.optimize* enthalten sind, ist in der Online-Dokumentation [13] gegeben. Für eine lokale multivariable Optimierung ist dort die Funktion *minimize* verfügbar. Diese Funktion beinhaltet verschiedene Lösungsalgorithmen. Da für die Optimierung Grenzen benötigt werden, scheiden einige Algorithmen aus. Eine weitere Einschränkung ist die verwendete Nebenbedingung, wodurch von den ursprünglich 15 Algorithmen lediglich SLSQP und

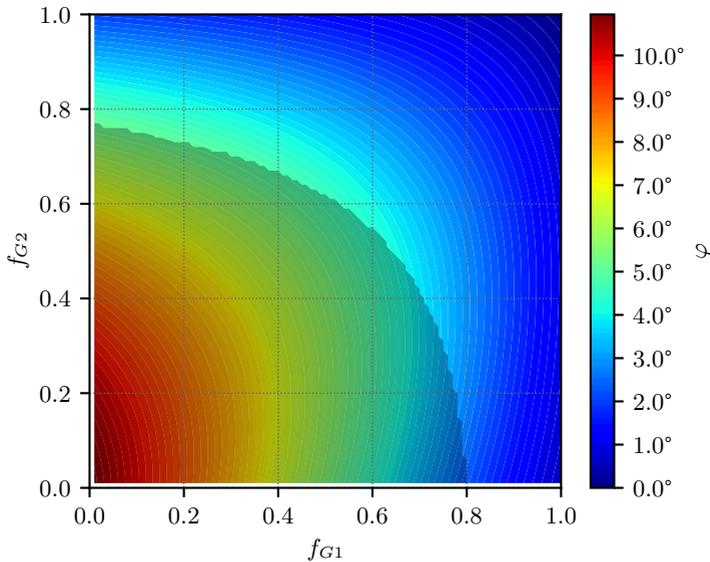


Abb. 3: Lösungsraum der Parameterstudie

`trust-constr` von Interesse sind. Somit wird durch die Funktion `minimize` in `Python` ein Tool zur Optimierung von deterministischen nichtlinearen multivariablen Funktionen unter Einhaltung von Einschränkungen und Grenzen geboten. Ein Vergleich beider Lösungsmöglichkeiten stellt heraus, dass die Lösung mittels `SLSQP` für diese Anwendung quantifizierbar schneller ist. Der Funktionsaufruf erfolgt mit:

```
res = minimize(fun, x0, args, 'SLSQP', bounds,
               constraints, tol, options)
```

Mit `fun` wird die Funktion, in welcher der Mechanismus gelöst wird, aufgerufen. Die Startwerte für die Optimierung werden mit `x0` angegeben. Mit `args` lassen sich zusätzlich Argumente an die Funktion übergeben. Über `bounds` lassen sich die Grenzen der Variablen einstellen, welche sich auf die Gelenkfaktoren  $f_{Gi}$  beziehen. Mittels `constraints` wird ein Dictionary an die Funktion übergeben, in welchem die Einschränkungen überprüft

werden. Ein Abbruchkriterium lässt sich über `tol` einstellen. Über `options` lassen sich weitere Einstellungen vornehmen, beispielsweise wird dort eine maximale Wiederholung des Funktionsaufrufs beschränkt. Ein Ablaufplan der Optimierungsmethode ist in Abbildung 4 gezeigt.

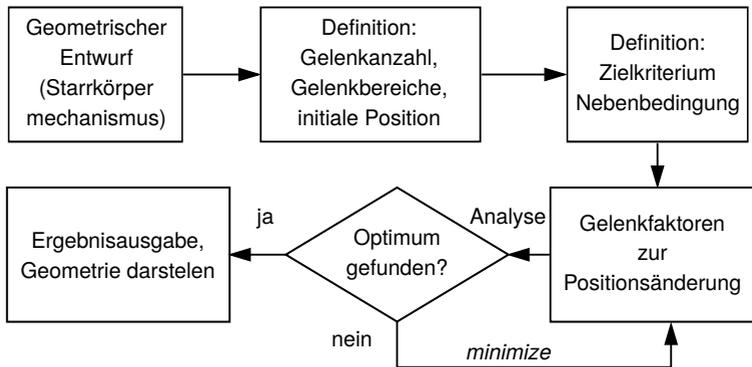


Abb. 4: Ablauf der Optimierungsmethode

So wird nach einer ersten Überlegung, wie ein Mechanismus aussehen soll, beispielsweise anhand eines Starrkörpermechanismus, ausgewählt, wie viele Gelenke in welchen Abschnitten platziert werden sollen, wie groß die maximale Dehnung sein darf und welche Parameter, an welcher Stelle, optimiert werden sollen. In einem iterativen Prozess wird dann, durch den Algorithmus der *Python*-Funktion *minimize*, ein Optimum gefunden.

## 5 Ergebnisse

Nach Entwicklung der Methode, wurden analog zum Mechanismus aus Abbildung 2 (BSP1) Parameterstudien der Mechanismen aus Abbildung 5 durchgeführt. Die Mechanismen sind nach dem Vorbild einer Schubkurbel (BSP2) und einer Parallelkurbel (BSP3) entstanden. In BSP2 werden drei Gelenke entlang der Balkenachse verschoben, wodurch die Berechnung aller Parameter viel Zeit in Anspruch nimmt. Hingegen wird BSP3 aufgrund der Symmetrie als Halbmodell berechnet, was eine Verkürzung der Rechenzeit mit sich bringt. Die Ergebnisse der Voruntersuchung sowie der Optimierung mit der entwickelten Methode sind in Tabelle 1 aufgezeigt.

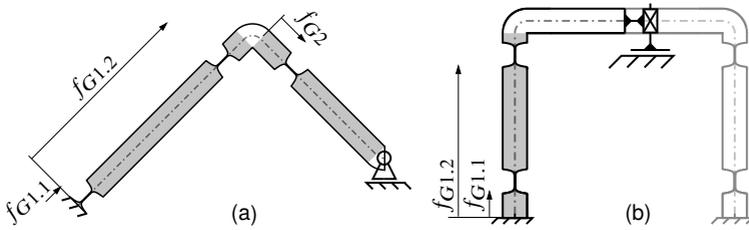


Abb. 5: Weitere in Parameterstudien untersuchte Beispiele

Darin lässt sich eine deutliche Zeitersparnis zwischen der Voruntersuchung und der damit verbundenen Findung eines Maximums und der Anwendung der entwickelten Methode feststellen.

Tab. 1: Gegenüberstellung der ermittelten Werte aus der Voruntersuchung zu den optimierten Werten für die Gelenkposition

NM	Voruntersuchung		Optimierung	
	Zeit	Ergeb.	Zeit	Ergeb.
BSP 1	2 Std.	$\varphi \approx 8^\circ$	15 Sek.	$\varphi = 7,99^\circ$
BSP 1	2 Std.	$u_x \approx 7 \text{ mm}$	15 Sek.	$u_x = 7,01 \text{ mm}$
BSP 2	6 Tage	$\varphi \approx 6,9^\circ$	110 Sek.	$\varphi = 7.01^\circ$
BSP 3	2 Std.	$u_x \approx 7,5 \text{ mm}$	6 Min.	$u_x = 7,93 \text{ mm}$

## 6 Schlussfolgerung

In diesem Beitrag wurde eine Methode vorgestellt, die auf Basis analytischer Berechnungen nachgiebige Mechanismen, durch die Verschiebung der Position von Festkörpergelenken, in ihrer Verformung optimiert. Als Grundlage zur Berechnung wird die Theorie großer Verformungen stabförmiger Strukturen herangezogen. Die Berechnung der Verformung erfolgt in *Python*. Die Berechnung der Mechanismen wird durch eine Optimierungsfunktion aufgerufen und dabei die Verformung und die Materialdehnung ausgewertet. Ausgehend von einem Zielkriterium, bei dem es sich um eine

Verschiebung oder einen Winkel handeln kann, wird unter Einhaltung einer Nebenbedingung, die in diesem Beitrag die maximale Dehnung darstellt, in einem iterativen Prozess ein Optimum für die Gelenkpositionen gefunden. Zur Verifizierung der mit der Methode ermittelten Ergebnisse wurden drei Parameterstudien unterschiedlicher Mechanismen durchgeführt. Für die untersuchten Mechanismen konnte eine Verbesserung des Verformungsverhaltens festgestellt werden. Durch die Optimierung konnte der zeitliche Aufwand für die Findung der optimalen Gelenkposition deutlich verringert werden. Zusammenfassend bietet diese Methode einen neuen Ansatz, um nachgiebige Mechanismen in ihrem Verformungsverhalten zu verbessern und leistet somit einen wichtigen Beitrag für die Synthese.

## 7 Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Projektförderung (ZE714/22-1).

## Literatur

- [1] L. L. Howell, S. P. Magleby und B. M. Olsen, Hrsg. *Handbook of compliant mechanisms*. isbn: 978-1-119-95345-6.
- [2] Howell, L. L. „Compliant Mechanisms“. In: *21st Century Kinematics*. Hrsg. von J. Michael McCarthy. London: Springer, 2013. isbn: 978-1-4471-4509-7. doi: 10.1007/978-1-4471-4510-3\_7.
- [3] Saxena, A. und Ananthasuresh, G. K. „Synthesis for Mechanical Behavior“. In: *Optimal Synthesis Methods for MEMS*. Hrsg. von S. Senturia und G. K. Ananthasuresh. Bd. 13. Microsystems. Springer US, 2003, S. 13–42. isbn: 978-1-4613-5101-6. doi: 10.1007/978-1-4615-0487-0\_2.
- [4] Friedrich, R., Lammering, R. und Heurich, T. „Nonlinear modeling of compliant mechanisms incorporating circular flexure hinges with finite beam elements“. In: *Precision Engineering* 42 (2015), S. 73–79. issn: 01416359. doi: 10.1016/j.precisioneng.2015.04.001.

- [5] Wang, L.-P., Jiang, Y. und Li, T.-M. „Analytical Compliance Modeling of Serial Flexure-Based Compliant Mechanism Under Arbitrary Applied Load“. In: *Chinese Journal of Mechanical Engineering* 30.4 (2017). issn: 1000-9345. doi: 10.1007/s10033-017-0138-9.
- [6] Henning, S. et al. „Non-linear analytical modeling of planar compliant mechanisms“. In: *Mechanism and Machine Theory* 155 (2021), S. 104067. issn: 0094114X. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.104067.
- [7] Gräser, P. et al. „Optimization of Compliant Mechanisms by Use of Different Polynomial Flexure Hinge Contours“. In: doi: 10.1007/978-3-030-16423-2\_25.
- [8] Gräser, P. et al. „On the influence of the flexure hinge orientation in planar compliant mechanisms for ultra-precision applications“. In: *Ilmenau Scientific Colloquium* 2017.1.3.07 (2017). url: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2017iwk-090:9>.
- [9] Jahn, H., Henning, S. und Zentner, L. *CoMSys - ein GUI-basiertes Berechnungstool zur Analyse und Optimierung nachgiebiger Mechanismen*. 2022. doi: 10.17185/uepublico/75432.
- [10] Jahn, H. *CoMSys – Compliant Mechanism Synthesis*. url: <https://www.tu-ilmenau.de/nsys/tools/comsys>.
- [11] Zentner, L. und Linß, S. *Compliant systems*. Berlin und Boston: De Gruyter Oldenbourg, 2019. isbn: 978-3-11-047731-3. doi: 10.1515/9783110479744.
- [12] Henning, S. et al. „Optimization of Compliant Path-Generating Mechanisms Based on Non-linear Analytical Modeling“. In: *Microactuators, Microsensors and Micromechanisms*. Hrsg. von Lena Zentner und Steffen Strehle. Bd. 96. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer International Publishing, 2021, S. 25–35. isbn: 978-3-030-61651-9. doi: 10.1007/978-3-030-61652-6\_3.
- [13] SciPy.org. *Optimization and root finding*. url: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/optimize.html#module-scipy.optimize> (besucht am 13. 04. 2022).

# Leichtgewichtige prototypische Mechanismensimulation im Web-Kontext

Lightweight prototypal mechanism simulation on the web

Pascal Schnabel\*; Stefan Goessner\*\*

\* TU Chemnitz, Professur Montage- und Handhabungstechnik  
pascal.schnabel@mb.tu-chemnitz.de

\*\* FH Dortmund, Professur für Dynamik, Mechanismentechnik und Webtechnologien  
stefan.goessner@fh-dortmund.de

## Kurzfassung

Die Möglichkeiten zur Simulation und Analyse ebener Mechanismen mithilfe von Webanwendungen sind bislang sehr stark begrenzt.

Aus diesem Anlass wird ein impulsbasierter Ansatz zur Modellierung und Simulation planarer Mechanismen mithilfe von *Nodes* und *Constraints* vorgestellt, der vollständig auf kinematische Größen verzichtet. Im Anschluss folgt die Vorstellung der eigens entwickelten Javascript-Simulationsbibliotheken sowie eine Erklärung zu deren Anwendung an einer umfangreichen Anzahl von Beispielen. Zudem wird durch einige komplexere Beispiele die Mächtigkeit des Verfahrens demonstriert.

## Abstract

The possibilities for simulating and analyzing planar mechanisms with web applications are currently very limited.

Therefore, an impulse-based approach for modeling and simulating planar mechanisms using *Nodes* and *Constraints* is presented, which completely ignores kinematic quantities. The developed Javascript simulation libraries and their usage is described by many examples. Finally, some complex examples show the power of the new approach.

## 1 Einführung

Eine leichtgewichtige Alternative zur traditionellen Beschreibung ebener Mechanismen mittels Glieder und Gelenke ist die Modellierung als Partikelsystem. Auf jene ausdehnungslose, massebehaftete Punkte (*Nodes*), zwischen denen geometrische Bindungen (*Constraints*) definiert werden können, lassen sich vorteilhaft Konzepte einer Physik-Engine anwenden. Der hier zugrundeliegende impulsbasierte Ansatz ist geschwindigkeitszentriert. Allerdings ist bei dem iterativen Verfahren zudem eine Lagenkorrektur bei jedem Schritt von Nöten [1].

In diesem Beitrag wird nun im Sinne eines *Proof of Concept* die prototypische Mechanismenmodellierung unter vollständigem Verzicht auf kinematische Größen untersucht. Nodemassen beeinflussen dabei die Verteilung der Nodeverschiebungen. Eine rein geometrische Lagenanalyse benötigt keine kinematischen Eingangsparameter, beschränkt sich auf die angesprochene Lagenkorrektur und ist sehr einfach im Webkontext zu implementieren.

Altbekannte Konzepte der geometrischen Kinematik, wie Pollagen und Bresse'sche Kreise sowie geometrische Verfahren der Mechanismensynthese, etwa Robert'sche Ersatzgetriebe, lassen sich vorteilhaft und anschaulich abbilden.

Die Bindungsgleichung zweier Nodes an den Positionen  $\mathbf{p}_1$  und  $\mathbf{p}_2$  und lautet in allgemeiner Form:

$$\mathcal{C}(\mathbf{q}) \equiv (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) - r(t) \cdot \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad \text{mit} \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

wobei  $\mathbf{e}$  der Einheitsvektor von *Node*  $\mathbf{p}_1$  in Richtung *Node*  $\mathbf{p}_2$  und  $r$  der Abstand beider Nodes ist. Diese beiden polaren Komponenten sind jeweils entweder als Konstante oder Funktion der Zeit festgelegt, beziehungsweise nicht beschränkt.

Wenn Bindungsgleichung (1) nicht erfüllt, d.h. ungleich Null ist, wird ein Korrekturvektor  $\delta \mathbf{q}$  eingeführt, so dass  $C(\mathbf{q} + \delta \mathbf{q}) \equiv \mathbf{0}$  gilt. Gemäß den Ausführungen in [1] lässt sich für die Lagekorrektur schließlich

$$\delta \mathbf{q} = -\mathbf{W} \mathbf{J}^T \mathbf{m}_c \mathbf{C}(\mathbf{q}) \quad (2)$$

herleiten. Hierin findet die inverse Massenmatrix  $\mathbf{W} = \mathbf{M}^{-1}$ , die Jakobimatrix  $\mathbf{J} = \partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}$  sowie die Masse der Bindung  $m_c = (\mathbf{J} \mathbf{W} \mathbf{J}^T)^{-1}$  Verwendung.

## 2 Bindungsgleichung zwischen zwei Nodes

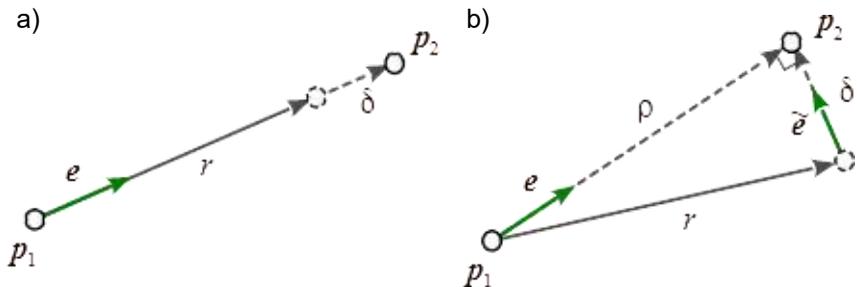


Abb. 1: Vorgabe von Distanz und Richtung zweier Nodes

Die Bindungsgleichung (1) ist vektorieller Natur. Nachfolgend wird die Korrektur der polaren Komponenten Länge  $r$  und Richtung  $e$  unabhängig voneinander diskutiert. Dies führt jeweils zu skalaren Bindungsgleichungen. Zudem wird ein anschaulicher geometrischer Ansatz gewählt, der zwar unabhängig von Beziehung (2), jedoch mit dieser kompatibel ist.

### 2.1 Distanzerhaltende Bindung zweier Nodes

Ausgehend von Gleichung (1) sei die geforderte Länge  $r$  des Vektors von  $\mathbf{p}_1$  zu  $\mathbf{p}_2$  zunächst nicht gegeben. Vielmehr liegt eine zu korrigierende Längendifferenz  $\delta$  vor (Abb. 1a).

$$(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) - (r + \delta) \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (3)$$

Die Multiplikation von Gleichung (3) mit dem Einheitsvektor  $e$  liefert die Längendifferenz  $\delta = (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)e - r$ . Diese wird im Verhältnis der *Node*-massen aufgeteilt

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{m_C}{m_1} \delta + \frac{m_C}{m_2} \delta \quad (4)$$

und führt durch Einsetzen in (3) zu den korrektiven Verschiebungen beider Nodes.

$$\left( \mathbf{p}_2 - \frac{m_C}{m_2} \delta e \right) - \left( \mathbf{p}_1 + \frac{m_C}{m_1} \delta e \right) - r e = \mathbf{0} \quad (5)$$

## 2.2 Orientierungserhaltende Bindung zweier Nodes

Ausgehend von Gleichung (1) sei die geforderte Richtung  $e$  des Vektors von  $\mathbf{p}_1$  zu  $\mathbf{p}_2$  zunächst nicht eingehalten. Vielmehr liegt eine zu korrigierende Winkeldifferenz vor. Zur Korrektur hat es sich als vorteilhaft erwiesen, statt einer Rotation des Vektors mittels Relativwinkel eine zur Zielrichtung  $e$  orthogonale Komponente der Länge  $\delta$  in die Bindungsgleichung einzufügen (Abb. 1b).

$$(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1) - (\rho e - \delta \tilde{e}) = \mathbf{0} \quad (6)$$

Die Multiplikation von Gleichung (6) mit dem orthogonalen Einheitsvektor  $\tilde{e}$  liefert die (vorzeichenbehaftete) „Länge“ dieser orthogonalen Komponente  $\delta = (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)\tilde{e}$ . Diese wird wiederum im Verhältnis der *Nodemassen* gemäß Beziehung (5) aufgeteilt und liefert nach Einsetzen in Gleichung (6) die korrektive Verlagerung der *Nodepositionen*.

$$\left( \mathbf{p}_2 - \frac{m_C}{m_2} \delta \tilde{e} \right) - \left( \mathbf{p}_1 + \frac{m_C}{m_1} \delta \tilde{e} \right) - \rho e = \mathbf{0} \quad (7)$$

Bei gegebenem Winkel  $\alpha$  zur positiven x-Achse wird  $e = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$  ermittelt.

Verfahrensbedingt darf der Betrag des Relativwinkels von  $r$  nach  $e$   $90^\circ$  nicht überschreiten, was jedoch beim iterativen Verfahren in der Praxis kein Problem darstellt. Anzumerken ist zudem, dass die hier beschriebene Richtungskorrektur die Länge des Vektors  $r$  nicht erhält. Diese ist ggf. mit einer vorzugsweise nachgeschalteten Distanzkorrektur wieder herzustellen.

### 3 Implementierung

Zur Anwendung des zuvor beschriebenen Verfahrens sollen ausschließlich die Standard-Webtechnologien HTML, CSS und Javascript genutzt werden. Dazu wurde die Javascript-Bibliothek `cstr.js` entwickelt, die es ermöglicht ein System aus mehreren *Constraints* zu modellieren und zu lösen. Zur grafischen Darstellung des Systems wird die Bibliothek `g2.js` eingesetzt. Am Beispiel der in Abb. 2 dargestellten Kurbelschwinge soll nun die Verwendung beider Bibliotheken exemplarisch erläutert werden.

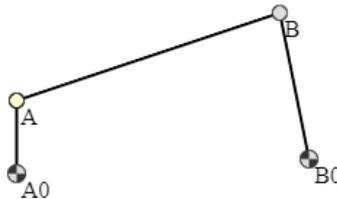


Abb. 2: Kurbelschwinge

Zunächst wird ein neues HTML-Dokument mit einem entsprechendem Dokumentkopf erstellt. Im Kopf des Dokuments können Informationen über den Autor, der Darstellung der Seite, der Titel der Seite und weitere Angaben definiert werden.

```
<!doctype html>
<html lang="en">

<head>
  <meta charset="utf-8">
  <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1">
  <title>Titel des Dokuments</title>
</head>
```

Quelltext 1: HTML-Dokumentkopf

Im Anschluss folgt die Definition des Grafikelementes mithilfe des HTML-eigenen *canvas*-Elements und zusätzliche Gestaltung der HTML-Seite durch weitere Elemente. Danach folgt die eigentliche Programmlogik in einem neuen Programmblock (*script*-Element). In diesem muss zunächst anhand der *id* des *canvas* auf das Grafik-element zugegriffen werden. Als Nächstes wird ein neues Interaktions-objekt aus der *g2*-Bibliothek erstellt, das später die grafische Animation und Interaktion erlaubt. Danach wird ein Selektionsobjekt erstellt, das ein interaktives Bewegen („drag“) der *Nodes* ermöglicht.

Es folgt die Definition der *Nodes*, die später die Rolle der Drehgelenke einnehmen. Für jeden *Node* kann durch die *x*- und *y*-Attribute die Ausgangsposition, die Masse mit dem Attribut *m* und eine Beschriftung der *Nodes* mit dem *label*-Attribut angegeben werden. Des Weiteren ist es möglich gestellfeste *Nodes* durch das *base*-Attribut zu kennzeichnen. In diesem Fall erhalten die *Nodes* eine unendliche Masse.

Danach werden die *Constraints* zwischen den einzelnen *Nodes* defi-

```

<body>
  <canvas id="c" width="601" height="401"></canvas><!--Grafikelement-->
  <script src="./g2.js"></script> <!--Verweis auf Grafikbibliothek-->
  <script src="./cstr.js"></script> <!--Verweis auf Constraintbibliothek-->
  <script>
    //Zugriff auf canvas-Element
    const ctx = document.getElementById('c').getContext('2d');
    const interactor = canvasInteractor.create(ctx, { x: 140, y: 140,
      cartesian: true }); //Interaktionsobjekt erstellen
    const selector = g2.selectorHdl(interactor.evt); // Selektionsobjekt

    //Definition der Nodes
    const A0 = { x: 0, y: 0, base: true, label: 'A0' },
      A = { x: 0, y: 50, m: 2, label: 'A' },
      B = { x: 180, y: 110, label: 'B' },
      B0 = { x: 200, y: 10, base: true, label: 'B0' };
  </script>

```

Quelltext 3: Definition der *Nodes*

niert. Hierfür wird zunächst durch Aufruf des Konstruktors *cstr()* ein neues *Constraint*-Objekt erstellt und mithilfe der Methode *n2()* eine Bindung zwischen zwei *Nodes* definiert. Jedem *Constraint* wird durch die Attribute *n1* und *n2* ein Start- und Endnode zugewiesen und durch die Attribute *len* (Länge) und/oder *ang* (Winkel) die Art der Bindung zwischen den einzelnen *Nodes* definiert. Durch zusätzliche Vergabe des *id*-Attributs ist es zu einem späteren Zeitpunkt möglich erneut auf den *Constraint* zuzugreifen.

Im Anschluss folgt das Zeichnen des Getriebes auf dem Grafikelement. Hierfür werden die Funktionen der *g2*-Bibliothek, einer 2D Grafikkbibliothek, basierend auf dem Command-Pattern, eingesetzt. Zuerst wird durch Aufruf des Konstruktors *g2()* ein neues *g2*-Objekt erstellt, die Zeichenfläche durch die Methode *clr()* "gereinigt" und mithilfe der Methode *view()* eine Koordinatentransformation der Zeichenfläche definiert. Im Anschluss folgt mit den Methoden *ply()* und *nod()* das Zeichnen des Getriebes durch Linien und Kreise. *Nodes* die später mit der Maus interaktiv bewegbar sein sollen, werden durch die Methode *hdl()* gezeichnet. Weitere verwendete Symbole bzw. Methoden sind im Quelltext durch Kommentare erläutert.

Intern erstellt das *g2*-Objekt nun eine Befehlswarteschlange (Command-Queue) mit einem Zeiger (Pointer) zu den auszuführenden Funktionen. Erst durch Aufruf der Methode *exe(ctx)* erfolgt das eigentliche Zeichnen des Getriebes.

```
//Definition der Constraints
const c = cstr().n2({ id: 'A0A', n1: A0, n2: A, len: 'const' })
    .n2({ n1: A, n2: B, len: 'const' })
    .n2({ n1: B0, n2: B, len: 'const' });
//Zeichnen des Getriebe
const g = g2().clr()
    .view(interactor.view)
    .ply({ pts: [A0, A, B,B0], lw: 2}) //Polylinie
    .gnd(A0) //Symbol für gestellfesten Node
    .gnd(B0)
    .hdl(A) //"Handle" - Symbol
    .nod(B) //"Node" - Symbol
g.exe(ctx);
```

Quelltext 4: Definition der *Nodes* und *Constraints*

Abschließend erfolgt die Definition der Animationen und Interaktionsmöglichkeiten mithilfe des *Interactor*-Objektes (Quelltext 5). Dieses ermöglicht es, sobald bestimmte Ereignisse, sogenannte *Pointer*-Events auftreten eine grafische Änderung eines oder mehrerer *canvas*-Elemente durchzuführen. Im Codeblock *on('tick', (e)=>{...})* wird zunächst eine Befehlsfolge definiert, die bis zu 60x pro Millisekunde ausgeführt wird. Im Anschluss wird durch die Methode *on('drag', (e)=>{...})* das interaktive Verschieben, der durch die *hdl()*-Methode gezeichneten *Nodes*, ermöglicht und abschließend durch Aufruf der Methode *startAnimation()* die Animation gestartet.

Genauere Erklärungen zur Funktionsweise der beiden Bibliotheken können den Dokumentationen entnommen werden [2] [3].

```

//Definition der Interaktions- und Animationsmethoden
interactor
  .on('tick', (e) => {
    c.correct();
    g.exe(selector).exe(ctx);
  })
  .on('drag', (e) => {
    if (selector.selection && selector.selection.drag) {
      selector.selection.drag({x:e.xusr,y:e.yusr,
        dx:e.dxusr,dy:e.dyusr,mode:'drag' });
    }
  })
  .startTimer();
</script>
</body>
</html>

```

Quelltext 5: Definition der Interaktions- und Animationsfunktionen

Ist es erforderlich einen Koppelpunkt *K* mit einem festen Abstand zu den *Nodes A* und *B* zu definieren, können zwei *n2-Constraints* mit einer konstanten Länge genutzt werden. Alternativ kann einer der *n2-Constraints* durch eine orientierungserhaltende Bindung zwischen drei *Nodes* ersetzt werden. Hierfür ist in der Bibliothek zusätzlich die Methode *n3()* enthalten, die die Definition einer Bindung zwischen drei *Nodes* erlaubt. Da ein *n3-Constraint* allerdings intern annähernd wie zwei *n2-Constraints* behandelt wird sind aus Performancegründen zwei einzelne *n2-Constraints* immer einem *n3-Constraint* vorzuziehen. Der zusätzlich hinzuzufügende Code ist im Quelltext 6 zu finden.

```

const K = { x: 90, y: 120, label: "K" };
c.n2({ n1: A, n2: K, len: 'const' });
.n3({ n1: B, n2: A,n3:K, ang:'const' });
g.ply({pts: [A,K,B],closed:true,lw:2}).nod(K); //Polygon

```

Quelltext 6: Definition und Zeichnen eines Koppelpunktes

Wird eine andere bzw. zusätzliche Gestaltung der Zeichenfläche gewünscht, können weitere Methoden der *g2*-Bibliothek genutzt und/ oder eigene Symbole erstellt werden. Hierfür sei auf die ausführliche Dokumentation verwiesen [2].

Gegenüber anderen Programmen zur Mechanismensimulation, die auf der Zeichenfolge-Rechenmethode basieren, wie Geogebra, begnügt sich das Vorgehen mit einer sehr geringen Dateigröße und ist äußerst performant. Zum Vergleich: Ein Webdokument, in das eine mit Geogebra erstellte Kurbelschwinge eingebettet wird, erfordert 54,5MB Speicherplatz, während die Javascript-Bibliotheken inklusive erstelltes HTML-Dokument nur 106kB benötigen. Des Weiteren erfordert das beschriebene Vorgehen kein zusätzliches Programm sowie mehrere umständliche Exportschritte und erlaubt eine komplett freie Gestaltung des Webdokumentes.

## 4 Beispiele

Mit dem beschriebenen Verfahren lassen sich alle einschleifigen Koppelgetriebe (Abb. 2 und 3) problemlos und fehlerfrei simulieren. Des Weiteren ist die Animation deutlich komplexerer Getriebestrukturen, wie das der 14-gliedrigen-Tiefziehkurbelpresse (Abb. 6a) ebenfalls fehlerfrei möglich.

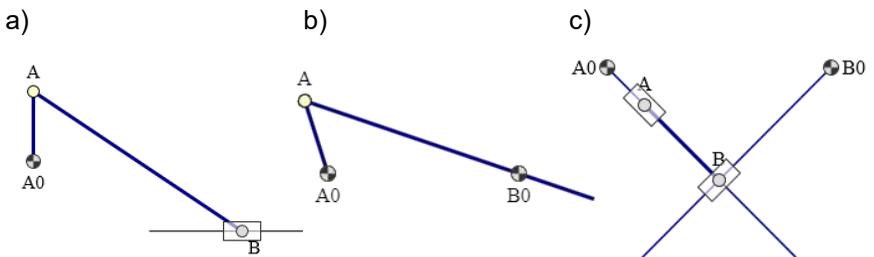
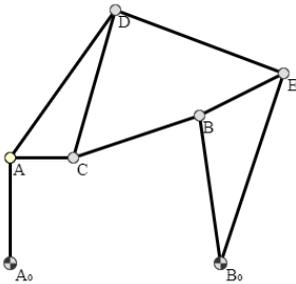


Abb. 3: exzentrische Schubkurbel, Kurbelschleife, Kreuzschubkurbel

Der Stephenson II Mechanismus (Abb. 4a) ist bekanntlich analytisch nicht lösbar. Das beschriebene iterative Lösungsverfahren hingegen führt auch in solchen Fällen zuverlässig zu einer Lösung.

Auch die Veranschaulichung wichtiger Lehrsätze aus dem Bereich der Mechanik ist möglich. Der Satz von Bobillier [4] ermöglicht die Ermittlung des Wendekreises und wurde als grafische interaktive Simulation mit dem Verfahren aufbereitet (Abb. 4b).

a)



b)

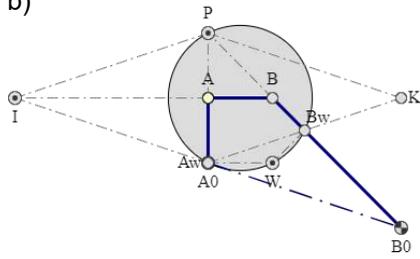
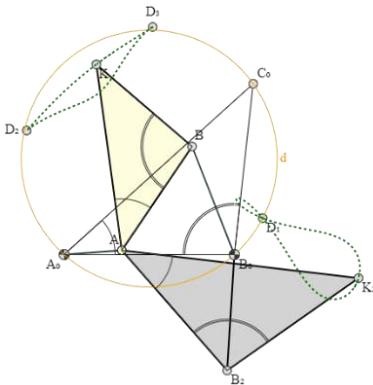


Abb. 4: Stephenson II Mechanismus; Satz von Bobillier

Wird das Interaktionsobjekt um einige Funktionen erweitert können die Bahnkurven einzelner *Nodes* gezeichnet und zusätzliche Informationen wie der Drehwinkel der Kurbel oder dem Winkel zwischen Koppel und Schwinge angezeigt werden. In Abb. 5a wurde das Verfahren genutzt, um die zweiteilige Koppelkurve einer Kurbelschwinge zu veranschaulichen und in Abb. 5b den Übertragungswinkel zwischen Koppel und Schwinge darzustellen.

a)



b)

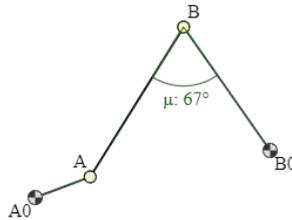


Abb. 5: zweiteilige Koppelkurve, Übertragungswinkel

Werden zusätzliche Grafiksymbbole benötigt, kann die *g2*-Bibliothek um einige benutzerdefinierte Symbbole und Befehle erweitert werden. Beispielsweise wurden zur grafischen Gestaltung der Getriebe in Abb. 6 die Bibliothek um einige zusätzliche Getriebesymbolen erweitert. In Abb. 6a ist der Mechanismus einer Tiefziehkurbelpresse und in Abb. 6b ein Textilmaschinenmechanismus mit langer Rast dargestellt [5] [6].

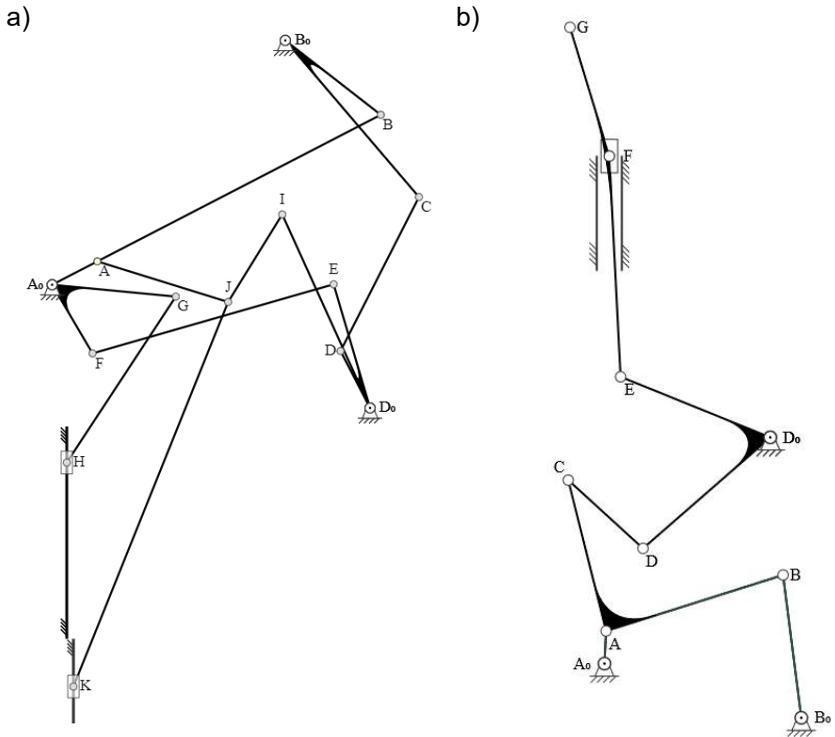


Abb. 6: 14-gliedrige-Tiefziehkurbelpresse [5], Textilmaschine [6]

Alle hier vorgestellten Beispiele mit Quellcode können [7] entnommen werden.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Das vorgestellte impulsbasierte Verfahren zur Modellierung von Mechanismen mittels massebehafteter *Nodes* und vektorieller *Constraints* zwischen ihnen, erweist sich als möglicher Weg und bietet einige Vorteile gegenüber dem klassischen Weg. Die erstellten Beispiele zeigen eindrucksvoll die sehr einfache Anwendung des Verfahrens mithilfe der beiden entwickelten Bibliotheken und machen zuversichtlich, zukünftig *Constraint*typen, wie Seil- und Kurvenbindung implementieren zu können. Des Weiteren ermöglicht das Vorgehen eine direkte Einbindbarkeit der Simulationen in Webdokumente. Zukünftig sollen weitere Animatio-

nen und Veranschaulichungen wichtiger Lehrsätze, wie der Drehzahlplan nach Kutzbach oder der Satz von Roberts für die Verwendung in der Lehre erstellt werden. Zeitnah wird die Entwicklung an beiden Bibliotheken abgeschlossen und die Anwenderdokumentation vervollständigt.

## Literatur

- [1] Gössner, S., "Ebene Mechanismenmodelle als Partikelsysteme – ein neuer Ansatz", 13. Kolloquium Getriebetechnik, Dortmund, September 2019.
- [2] Gössner, S., "g2", URL: <http://goessner.github.io/g2/>.
- [3] Gössner, S., "Make your HTML canvas Interactive", URL: <https://goessner.github.io/canvasInteractor/>.
- [4] Gössner, S. Mechanismentechnik. Vektorielle Analyse ebener Mechanismen. Logos Verlag Berlin, 2017, ISBN 978-3-8325-4362-4.
- [5] Heinrich, S., Berger, M.: Module based synthesis of a 14 bar deep drawing press considering kinetic criteria, ESI SIMULATIONX CONFERENCE. Messe Dresden, 8.-9. November 2018, Dresden, 2018.
- [6] Heinrich, S.: Modulbasierte Synthese ebener Koppelgetriebe unter Einbeziehung kinetischer Kenngrößen, Technische Universität Chemnitz, Dissertation, 2018, ISBN: 978-3-96100-066-1
- [7] Schnabel, P., "Beispiele Getriebetagung 2022", URL: [https://github.com/Pasquale19/Beispiele\\_GT2022](https://github.com/Pasquale19/Beispiele_GT2022).

# **Lastfreie Kontaktanalyse in der Toolbox next|Gear zur Optimierung der Mikro- und Makrogeometrie für Spezialverzahnungen**

Florian Eigner\* \*\*; Martin Hipp\*\*; Prof. Dr.- Ing. Maik Berger\*

\* Professur Montage und Handhabungstechnik, Technische Universität Chemnitz, [florian.eigner@mb.tu-chemnitz.de](mailto:florian.eigner@mb.tu-chemnitz.de),  
[maik.berger@mb.tu-chemnitz.de](mailto:maik.berger@mb.tu-chemnitz.de)

\*\* imk Health Intelligence GmbH, Amselgrund 30, 09128 Chemnitz,  
[florian.eigner@imk-ic.com](mailto:florian.eigner@imk-ic.com), [martin.hipp@imk-ic.com](mailto:martin.hipp@imk-ic.com)

## **Kurzfassung**

Dieser Artikel zeigt die Berechnung und Optimierung der Mikrogeometrie des Getriebes HypoGear. Hierzu wurde das in Matlab programmierte Tool next|Gear verwendet, das auf der Konjugation von Zahnflanken nach dem allgemeinen Verzahnungsgesetz basiert. Ein modularer Aufbau mit zahlreichen Funktionsblöcken zur Grundgeometrieberechnung, zum Zahnprofildesign, zur Flankenmodifikation und zur Auswertung, wie der lastfreien Kontaktanalyse, ermöglicht die Konzeptionierung und Optimierung von Spezialverzahnungen als disruptives Lösungsverfahren.

## **Title / Abstract**

**Load-free tooth contact analysis with the toolbox next|Gear for optimization of micro and macro geometry of special gearboxes**

This article shows the calculation and optimization of the micro geometry of the HypoGear gearbox. For this purpose, the matlab toolbox next|Gear was used, which is based on the conjugation of tooth flanks according to

the general law of gearing. A modular structure with numerous function blocks for basic geometry calculation, tooth profile design, conjugation workflows, flank modification and also evaluation algorithms, such as load-free tooth contact analysis, enables the conceptual design and optimisation of special gears.

## 1 Einführung

Der Ressourcen schonende Umgang ist derzeit aktueller denn je. So ist jede Einsparung an Material und Energie wünschenswert und sichert die Position von Unternehmen und Produkten am Markt. Neben üblichen Optimierungsmethoden, die selbstverständlich ihre Berechtigung behalten, führen disruptive Technologien meist zu einem Innovationssprung. Ein Werkzeugkasten mit dem neue Lösungen im Bereich der Verzahnungsauslegung realisiert werden können, ist die next|Gear toolbox für Matlab. Die next|Gear toolbox baut auf Algorithmen eines Forschungsprojektes zwischen der TU Chemnitz und der imk Health Intelligence GmbH auf. Am Beispiel des Getriebes HypoGear, das sich vom Lösungskonzept der etablierten koaxialen Getriebe abhebt, wird erläutert, wie die Mikrogeometrie in Bezug auf das Eingriffsverhalten optimiert wird. Erst durch diese Lösungsauswahl wird das vollständige Potenzial im Bereich NVH der Getriebeanordnung entfaltet.

## 2 Stand der Technik

### 2.1 Getriebestruktur des Getriebes HypoGear

Abbildung 1 zeigt die Anordnung der Hauptbaugruppen, bestehend aus dem Gehäuse einer Antriebsschnecke, einem Abtriebsrad (Hypoidrad) und drei Zwischenwellen. Die zweistufige Übersetzung erfolgt mittels eines Schneckengetriebes und einer Hypoidstufe. Die Verwendung von drei winkel- und abstandsversetzten Zwischenwellen bringt zahlreiche Vorteile mit sich. Insbesondere können durch Lastverteilung große Drehmomente im Verhältnis zur Baugröße auf die Abtriebswelle übertragen werden. Die genutzten Verzahnungsarten weisen eine hohe

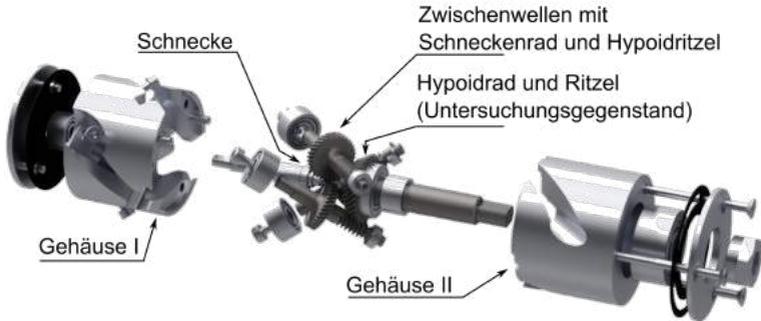


Abb. 1: Explosionszeichnung des zweiten Prototyps.

Gesamtüberdeckung auf. Die Berechnung der Zahnflanken beruht auf dem allgemeinen Verzahnungsgesetz und wird im Anwendungsfall des Getriebes HypoGear bereits in [1] beschrieben. Johann und Scheurle [2] stellen zur Konjugation der Flanken einen Gleichungssatz bereit.

## 2.2 Kontaktanalyse

Es gibt bereits einige Ansätze der Kontaktanalyse sowohl für allgemeine als auch für verzahnungsspezifische Probleme. Die Finite-Elemente-Methode (FEM) hat sich als allgemeine Methode durchgesetzt und wird meist zur Verifikation von Lösungen anderer Ansätze angewendet. Mittels FEM lassen sich beliebige Bauteile einzeln oder im Baugruppenverbund simulieren und somit qualitativ hochwertige Ergebnisse ermitteln. Nachteilig ist vor allem bei Kontaktanalysen der hohe Zeitbedarf, sodass sich die FEM nicht als praktisches Werkzeug für die Vorentwicklung mit Variantenstudien eignet.

Verzahnungsspezifisch sind vor allem Softwareprodukte unter dem Dach der FVA-Workbench beheimatet. Das FZG der TU München hat eine Softwarelandschaft zur Berechnung von Verzahnungsprodukten entwickelt. Das Softwareprodukt RIKOR erlaubt eine Berechnung des Zahnkontaktes und schadensrelevante Beanspruchungen von Getrieben mit parallelen Achsen. Neben dieser Einschränkung können nur Evolventenprofile nach DIN 3960 zur Geometriebetrachtung genutzt werden.

Aus [3] ist zu entnehmen, dass neben dem Flankengenerator zur Geometrieerzeugung ein Tool zur lastfreien Kontaktanalyse existiert. Dieses Werkzeug nutzt Alpha-Flächen zur triangulierten Geometriebeschreibung einer gegebenen Punktwolke. Laut Zimmermann wird der Abstand mittels Oberflächennormalen ermittelt. Die Art und Weise der Kontaktfindung bleibt unbeschrieben.

Das Programm BECAL der TU Dresden stützt sich auf ein anderes Berechnungsmodell, das die Punktwolke in eine kontinuierliche und differenzierbare mathematische Form überführt. Dies können Bézier-Tensorproduktflächen oder nicht-uniforme rationale B-Spline-Flächen (NURBS) sein. Letztere verbessern die Flächenabbildung nach [4] deutlich, was zu realistischeren Ergebnissen der kinematischen und kinetischen Auswertegrößen führt. BECAL unterstützt sowohl die lastfreie und lastbehaftete Kontaktanalyse.

ZaKo3D ist ein weiteres Programm, das speziell für den Kontakt zwischen Zahnrädern an der RWTH Aachen entwickelt wurde. Auf Grundlage einer Triangulation sind numerische Kontaktfindungsalgorithmen erforderlich [5], die zum einen eine sehr gute Adaptierbarkeit an modifizierte Flanken zulassen und zum anderen rechenintensiver sind als analytische Ansätze, wie in BECAL.

Die in next|Gear umgesetzte Kontaktanalyse basiert auf einem ähnlichen Ansatz wie das Programm ZaKo3D, kann jedoch aufgrund umfangreicher interner Geometrieerzeugungsverfahren in Optimierungsschleifen eingebettet werden.

### **3 Implementierung der lastfreien Kontaktanalyse in next|Gear**

#### **3.1 Datenbeschreibung der Zahnradgeometrie**

Zum Verständnis der implementierten lastfreien Kontaktanalyse ist es erforderlich, das Datenmodell für die Beschreibung der Zahngeometrie zu kennen. Grundsätzlich bestehen die Zahnräder aus einer ganzzahligen Anzahl an Zähnen, die jeweils gleich aufgebaut sind. Es genügt somit die Beschreibung eines Zahnes, da die weiteren Zähne durch Du-

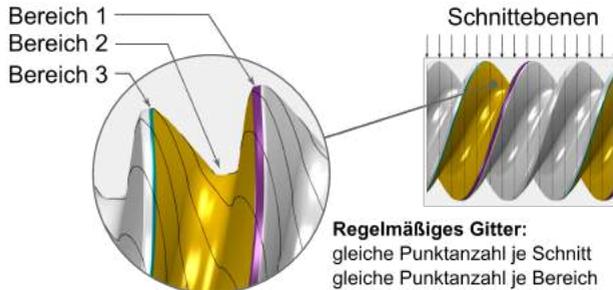


Abb. 2: Datenmodell der Zahnräder in Schnittebenen und Bereichen.

plizieren und Rotieren mit dem Teilungswinkel erzeugt werden können. Vor allem aus Gründen der Geometrieberechnung und Bereitstellung eines export-fähigen Datenformates ist die Punktwolke, die die Geometrie beschreibt, in einem regelmäßigen Gitter angeordnet. Regelmäßig bedeutet in diesem Fall, dass es eine bestimmte Anzahl axialer Schnitte je Zahnrad gibt, die jeweils über die gleiche Anzahl an Stützpunkten verfügen. Die Anzahl der Stützpunkte sollte je nach Krümmungseigenschaften und gewünschter Genauigkeit durch den Nutzer variiert werden. Durch die konjugierte und teilweise nachträglich modifizierte Geometrie ergeben sich meist Verschneidungsbereiche, die nur in bestimmten axialen Bereichen ausgeprägt sind. Im Datenformat führt dies zu folgender Restriktion: Jeder Bereich muss in jedem Schnitt die gleiche Anzahl Datenpunkte aufweisen, die Anzahl der Punkte pro Bereich kann jedoch variieren. Die Abbildung 2 zeigt die Bereiche und Schnitte am Ritzel. Weiterhin erfolgt die Beschreibung der Gitterpunkte in einem lokalen Zylinder-Koordinatensystem, wovon vor allem Interpolationsberechnungen profitieren. Zur Berechnung der Kontaktanalyse erfolgt eine Transformation in globale kartesische Koordinaten.

### 3.2 Kontaktberechnung

Die Berechnung der Kontakteigenschaften basiert auf einer geometrischen Methode und teilt sich in fünf grundlegenden Berechnungsschritte ein:

## Initialisierung → Grobsuche → Feinsuche → Kontaktschrittberechnung → Auswertung

Während der Initialisierung werden alle benötigten Berechnungsobjekte erzeugt und in einer geeigneten Datenstruktur gespeichert. Hierzu zählt beispielsweise die Triangulation der Kontaktfläche, die Auswahl der relevanten Oberflächenpunkte und die Ermittlung des Leistungsflusses. Die Grobsuche dient der Ausrichtung der Zähne zueinander. Das wird mittels einer numerischen Minimalwertsuche erreicht, die den Abstand des Punktes mit minimalem Abstand zur Drehachse des anderen Rades minimiert. Durch die Grobsuche erhöht sich die Robustheit des Algorithmus, da somit auch Zahnräder, die nicht durch einen Konjugationsablauf miteinander verknüpft sind, auf Kontakt geprüft werden können.

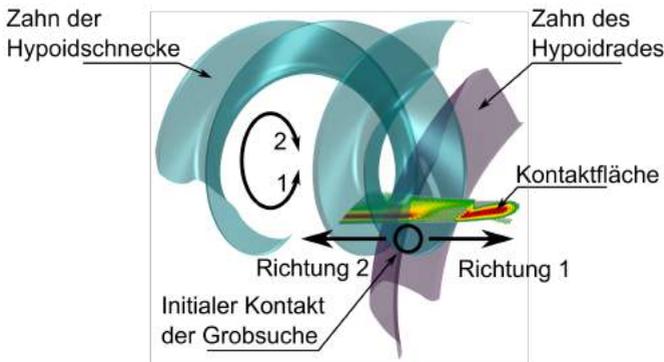


Abb. 3: Ablauf der Feinsuche mittels diskreter Schritte.

Die Feinsuche beschreibt den Kern der Kontaktanalyse und umfasst die schrittweise Abstandsminimierung der Verzahnungsflächen auf Basis einer Triangulation der Punktelcke. Ausgangspunkt ist das Ergebnis der Grobsuche, das mittels der Feinsuche zum initialen Kontakt gemäß Abbildung 3 führt. Ausgehend von dieser Getriebestellung wird in der Kontaktschrittberechnung mit spezifizierbarer Schrittweite jeweils der nächste Kontaktpunkt in Richtung 1 und anschließend in Richtung 2 gesucht. Verschiedene Abbruchkriterien schließen die Berechnung

ab. Die Kontaktfindung selbst basiert auf einem modifizierten Newton-Verfahren mit adaptiver Schrittweite zur schnelleren Ergebnisfindung stark gekrümmter Oberflächen. Da die Abstandsberechnung auf der Triangulation mit linearer Interpolation aufbaut, ist ein Polygoneffekt zu erwarten, der jedoch bei geeigneter Punktdichte keine praktische Relevanz besitzt. Durch ein mehrstufiges Auswahlverfahren werden nur die nötigen Punkte beider Verzahnungspartner mit in die Kalkulation einbezogen, wovon die Berechnungsgeschwindigkeit profitiert. Ein Kriterium ist die Auswahl aller Punkte, deren Oberflächennormale einen bestimmten Grenzwinkel zur Bewegungsrichtung nicht überschreitet. Auf diese Weise können Punkte ausgeschlossen werden, die für die Kraftübertragung in der vorgegebenen Richtung keine Relevanz haben, wie z.B. Kopf- und Fußbereiche.

### 3.3 Auswertungsmöglichkeiten der Berechnungsergebnisse

Zur Auswertung der Berechnung können verschiedene Ergebnisgrößen herangezogen werden. Die Gesamtüberdeckung der Verzahnung nimmt eine maßgebliche Rolle ein. Hierfür ist es im Falle der lastfreien Kontaktanalyse erforderlich, ein Toleranzband der Flankenabstände einzuführen, da grundsätzlich numerisch betrachtet immer nur ein Zahn an der Lastübertragung beteiligt ist. Dies wird vorallem nach Aufprägung einer Flankenmodifikation und/oder bei Lageabweichungsuntersuchung auffällig.

Da das oben beschriebene Berechnungsverfahren nur einen Zahn pro Zahnrad berechnet und durch die Überdeckung mehrere Zähne gleichzeitig im Eingriff sind, wird im nächsten Schritt berechnet, welcher Zahn maßgeblich an der Kraftübertragung beteiligt ist. Aufgrund der lastfreien Annahme ist dies eine binäre Entscheidung. Anhand der Abbildung 6 lässt sich erkennen, dass der Übertragungsfehler durch sein Minimum der zyklisch replizierten Funktion den im Kontakt stehenden Zahn zeigt. Weitere Algorithmen berechnen Kontaktflächen und -volumen, die Hertzische Pressung, den Wirkungsgrad, Vektorfelder der Gleitgeschwindigkeit und kinetische Größen auf Zahn- und Zahnradebene.

## 4 Implementierung der Flankenmodifikation in next|Gear

Einer der wichtigsten Konstruktionsparameter für die Erstellung optimierter Verzahnungsbaugruppen ist die Oberflächenmodifikation von Zahnrädern. In der Toolbox next|Gear gibt es zwei Möglichkeiten, um Modifikationen an einem Zahnrad zu erhalten:

1. Modifikation der Zahnstange mittels abweichendem Zahnprofil
2. Modifikation mittels Formfunktion

Bei der Modifikation der Zahnstange ist zum aktuellen Stand nur eine Veränderung des Zahnes in Profilrichtung möglich. Auf Ebene der Zahnstange führt dies zu einer eindimensionalen Veränderung der Fläche, was einer sehr reduzierten Parametrierfähigkeit gleicht. Der Vorteil darin liegt in der Nähe zur Fertigung. Profilballigkeiten an der herstellenden Zahnstange können sehr gut in der Herstellung umgesetzt werden.

Während beim ersten Ansatz das Zahnstangenprofil modifiziert wird, werden beim zweiten Ansatz die Modifikationen direkt an der konjugierten Zahnoberfläche vorgenommen. Die Modifikationen werden über zwei Eingabeobjekte definiert, wobei das erste eine Formfunktion in Richtung der Zahnhöhe und das zweite in Richtung der Zahnbreite definiert. Hierbei ist eine beliebige Anzahl von Stützstellen möglich, jedoch empfiehlt es sich aus verschiedenen Gründen mehr als einen Vorzeichenwechsel im Krümmungsverlauf zu vermeiden. Der Bereich der Formfunktionen liegt zwischen 0 und 1, der auf den tatsächlichen geometrischen Bereich des Zahnrades abgebildet wird. Für die Längenballigkeit wird hierfür die Zahnbreite verwendet und für die Zahnhöhe wird als Referenz eine untere und eine obere Grenze ermittelt, die aufgrund der Zugehörigkeit zu bestimmten Bereichen der erzeugenden Zahnstange exakte Werte liefert – auch wenn der Verschnitt der Zahnflächen prozessbedingt nachträglich erfolgt.

Die Formfunktion ist eine stückweise kubische hermitesche Polynominterpolation (PCHIP) aus den gegebenen Stützstellen und Funktionswerten. Im nachfolgenden Beispiel (Abschnitt 5) werden für die Variantenstudie jeweils 4 Stützstellen genutzt. Der qualitative Verlauf bleibt jeweils gleich und kann der Abbildung 4 entnommen werden. Es sind die vier

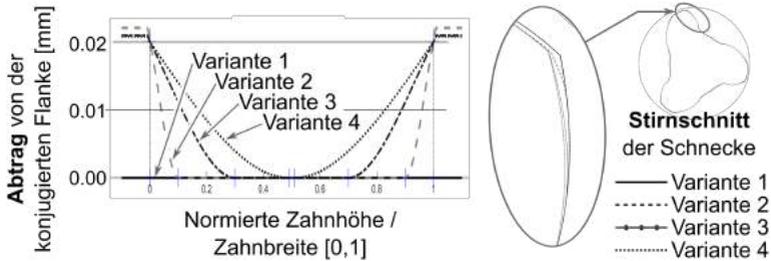


Abb. 4: Vergleich der vier Formfunktionen und der realen Geometrie.

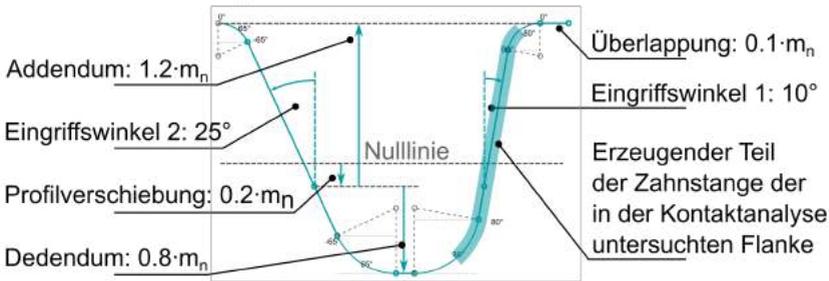
Varianten dargestellt, die im Beispiel jeweils auf die Verzahnungspartner aufgetragen werden. In der praktischen Anwendung ist es wichtig, den Umfang und vor allem die Krümmung der Modifikation in realistischen Grenzen zu halten. Andernfalls kann der Verschnittprozess zu Fehlern in der Geometrie führen. Der rechte Teil der Abbildung 4 zeigt am Beispiel des Hypoidritzels den Effekt der Flankenmodifikation auf die reale Geometrie. Durch den großen Schrägungswinkel der Zähne verzerrt der Stirnschnitt die tatsächlichen Abstände.

## 5 Kontaktanalyse am Beispiel der Hypoidstufe

### 5.1 Zahnprofil der Hypoidstufe

Zur Erzeugung der Zahngeometrie wird eine modifizierte Zahnstange nach DIN 867 genutzt, die in der Toolbox next|Gear in verschiedenen Ausprägungen definiert werden kann. Aufgrund der windschiefen Achsen treten während des Konjugationsprozesses Lücken in der Zahngeometrie durch nicht identische Tangentialgeschwindigkeiten auf. Um diesem Problem vorzubeugen, wird eine Zahnstange mit einem überlappenden Bereich gemäß Abbildung 5 gewählt. Das Zahnprofil ist in diesem Beitrag kein Gegenstand der Variation, ist jedoch zur Einordnung der in Abschnitt 5.2 gezeigten Ergebnisse wichtig. Vor allem der Eingriffswinkel, die Profilverschiebung, der Schrägungswinkel und der mit letzterem stark korrelierende Gleitanteil wirken maßgeblich auf die Übertragungseigenschaften und den Wirkungsgrad ein.

**Zahnprofil** der erzeugenden Zahnstange parametrisiert in Abhängigkeit des Normalmoduls  $m_n$



**Anmerkung Eingriffswinkel:**

Minimaler Eingriffswinkel begrenzt durch reale Lösungen der Konjugation.

Abb. 5: Zahnprofil der analysierten Verzahnung.

## 5.2 Variantenstudie

Am Beispiel der Hypoidstufe des Getriebes HypoGear wurde eine Variantenstudie durchgeführt. Die Abbildungen aus Abschnitt 3 und 4 sind diesem Auswahl- und Berechnungsprozess entnommen. Die Verzahnungsberechnung dieser Getriebestufe erfolgt in Abhängigkeit von bereits mehr als 100 Parametern, sodass diese Variantenstudie kein vollumfängliches Optimum zu finden versucht. Die beliebige Anzahl freier Parameter zur Flankenmodifikation wird wiederum auf zwei Größen beschränkt, die beim Fertigungsprozess des zweiten Prototyps ohne verringerte Wirtschaftlichkeit umsetzbar waren. Dies betrifft eine Profilballigkeit am Hypoidritzel und eine Längenballigkeit am Hypoidrad. Gemäß Abbildung 4 wurde nur der Einflussbereich und nicht der Betrag der Modifikation untersucht. Die Berechnung erfolgte mit einer Schrittweite von  $\frac{1}{30}$  der Winkelteilung. Am Ritzel mit 3 Zähnen entspricht dies einem Winkelschritt von  $4^\circ$  und am Hypoidrad einem Winkelschritt von  $0,52^\circ$ . Die Auswertung des Verzahnungsvorganges wurde unter verschiedenen Achsabstandsänderungen von 0 bis  $+0,5$  mm durchgeführt, damit eine Sensitivität gegenüber Toleranzeinflüssen ermittelt werden konnte. Die gezeigten Abbildungen beziehen sich auf eine Achsabstandsänderung von  $+0,1$  mm.

Simulierte Drehwinkelabweichung bei Achsverschiebung um 0,1 mm

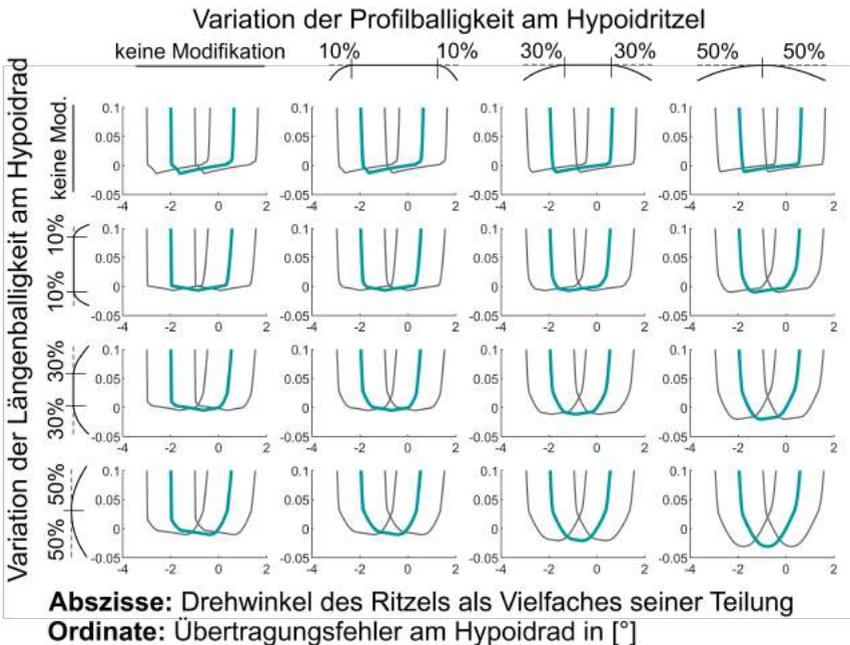


Abb. 6: Drehwinkelabweichung am Hypoidrad.

Die Abbildung 6 veranschaulicht den Übertragungsfehler der Verzahnung bei einer Variantenstudie mit vier mal vier Varianten. Die Abszisse der einzelnen Diagramme zeigt jeweils die Antriebskoordinate des Ritzels als Vielfaches der Winkelteilung von  $120^\circ$ . Diese Achseneinteilung lässt einfache Rückschlüsse auf die Gesamtüberdeckung zu. Die Ordinate zeigt den Übertragungsfehler am getriebenen Rad in  $[\circ]$ . Äquivalent ist in der Abbildung 7 das Klaffmaß (Ease-Off) als direkte Darstellung auf der Zahnflanke am getriebenen Hypoidrad dargestellt.

Die Variante ohne Modifikation trägt vorrangig am Zahnkopf der Zehe des Hypoidrades, das passend zu Abbildung 6 dem ruckbehafteten (eckigen) Übergang zwischen den tragenden Zähnen zu entnehmen ist. Die Variante 1/1 ohne jegliche Modifikation und damit theoretischem

Linienkontakt ist praktisch nicht empfehlenswert. Damit durch einen zu stark ausgeprägten Punktkontakt die Pressung eine nicht ertragbare Beanspruchung hervorruft, ist die Auswahl der Variante 4/4 ebenfalls nicht zielführend. Ein Kompromiss aus geringer Pressung, Toleranzsensitivität und Drehwinkelabweichung stellen die Varianten 2/2, 2/3, 3/2 und 3/3 dar.

Simulierter Flankenabstand bei Achsverschiebung um 0,1 mm

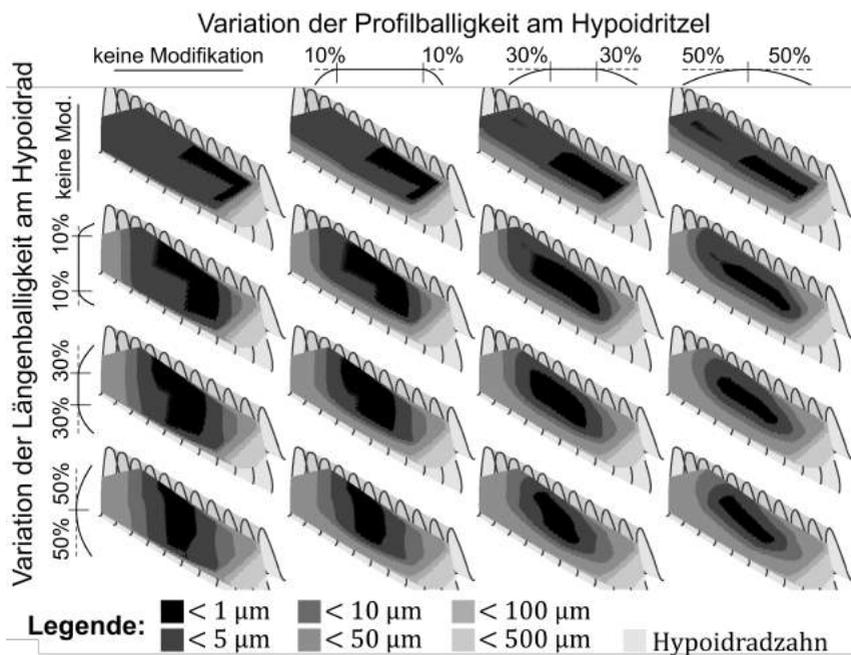


Abb. 7: Ease-Off (Klaffmaß) als Darstellung auf der Flanke.

### 5.3 Schlussfolgerungen aus der Variantenstudie

Es ist wichtig, Fertigungstoleranzen entgegenzuwirken, um Kantenräger zu vermeiden wie vor allem die Abbildung 7 zeigt. Die Simulationsergebnisse lassen darauf schließen, dass eine kombinierte Modifikation von Profil- und Längenballigkeit die besten Ergebnisse bezüglich Über-

deckung und Klaffmaß unter Toleranzeinfluss sicherstellt. Auf den Wirkungsgrad übt die Mikrogeometrie nur einen untergeordneten Einfluss aus.

## 6 Zusammenfassung

Der vorgestellte Workflow zeigt die Integration der Kontaktanalyse in die Entwicklungsumgebung next|Gear für Sondergetriebe mit beliebig ausgerichteten Achsen. Dadurch ist eine erste Getriebeauslegung ohne Programmwechsel möglich und der Nutzer erhält in kurzer Zeit Auskunft über die generelle Machbarkeit und das Kontaktverhalten. Als vorteilhaft ist die generische Flankenmodifikation mittels zweier verschiedener Ansätze zu nennen, die eine Unabhängigkeit von Maschinenparametern schafft.

Trotz der linearen Interpolation der Kontaktflächen mittels Triangulation bereits existierender Geometriepunkte ist kein Polygoneffekt festzustellen. Obgleich der analytische Ansatz anderer Verfahren weniger berechnungsintensiv ist, können durch das Zusammenwirken aller Module in next|Gear disruptive Lösungswege eingeschlagen werden. Im Vergleich zu einer FE-Simulation ist dieses Verfahren deutlich schneller und im Rahmen der Vorentwicklung ausreichend genau, ersetzt aber in keiner Weise eine FE-Simulation.

Verbesserungspotentiale liegen in der Implementierung einer Rückflankenspielanalyse und Durchdringungsprüfung sowie der Verbesserung der Pressungsberechnung.

## Literatur

- [1] Eigner, F., Michel, R. und Berger, M. „Analyse des Wirkungsgrades und Laufverhaltens des koaxialen Getriebes „HypoGear““. In: *Sechste IFToMM D-A-CH Konferenz 2020: 27./28. Februar 2020, Campus Technik Lienz 2020* (Feb. 2020). doi: 10.17185/

duepublico/71202. url: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:464-20200221-084355-6>.

- [2] Johann, A. und Scheurle, J. „On the generation of conjugate flanks for arbitrary gear geometries“. In: *GAMM-Mitteilungen* 32.1 (Juni 2009), S. 61–79. issn: 09367195, 15222608. doi: 10.1002/gamm.200910005. url: <http://doi.wiley.com/10.1002/gamm.200910005> (besucht am 14. 05. 2020).
- [3] Zimmer, M. *Berechnung und Optimierung von Geometrie und Eingriffsverhalten von Verzahnungen beliebiger Achslage: vom Verzahnungsgesetz zur optimierten Auslegung*. Lehrstuhl für Maschinenelemente, Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau FZG-Nr. 215/2017. München: Verlag Dr. Hut, 2017. 199 S. isbn: 978-3-8439-3063-5.
- [4] Müller, F., Schumann, S. und Schlecht, B. „Innovative tooth contact analysis with non-uniform rational b-spline surfaces“. In: *Forschung im Ingenieurwesen* (13. Sep. 2021). issn: 0015-7899, 1434-0860. doi: 10.1007/s10010-021-00521-7. url: <https://link.springer.com/10.1007/s10010-021-00521-7> (besucht am 05. 08. 2022).
- [5] Hemmelmann, J. E. *Simulation des lastfreien und belasteten Zahn-eingriffs zur Analyse der Drehübertragung von Zahnradgetrieben*. Berichte aus der Produktionstechnik Bd. 32/2007. Aachen: Shaker, 2007. 147 S. isbn: 978-3-8322-6837-4.

# Nicht-koaxial gekoppelte Umlaufrädergetriebe zur Einleitung von Zusatzbewegungen in die Hauptspindel einer Werkzeugmaschine

Tino Freigang

UNITECH-Maschinen GmbH, Clemens-Winkler-Straße 6, 09116 Chemnitz  
freigang\_tino@hotmail.com

## Kurzfassung

Ressourcen- und Kosteneffizienz bedeuten für Antriebssysteme von Werkzeugmaschinen u. a. den Betrieb in optimalen Arbeitspunkten. Der Beitrag zeigt beispielhaft ein aus Direktantrieb und Umlaufrädergetrieben (URG) kombiniertes Antriebskonzept, bei dem ein Nebenantrieb eine Hauptspindel bedarfsgerecht unterstützt. Basis ist die nicht-koaxiale Koppelung u. a. offener URGs, genutzt im Dreiwellenbetrieb.

Zunächst werden Methoden der Berechnung und Konzeption nicht-koaxial gekoppelter, insbesondere offener URGs vorgestellt. Zwei Antriebskonzepte (Orbital-Bearbeitungsmaschine; bedarfsgerechte Hauptspindelunterstützung) zeigen beispielhaft die Möglichkeiten dieser Getriebe-koppelung. Auf einen Auswahlalgorithmus inkl. Reduktion möglicher Koppelvarianten durch Mindestanforderungen wird verwiesen.

## Title/Abstract

**Non-coaxially coupled planetary gearboxes for introducing additional movements into the main spindle of a machine tool.**

Resource and cost efficiency for machine tool drive systems means, among others, operation at optimum working points. The article shows an example of a drive concept combined of direct drive and planetary gears, in which an additional drive supports a main spindle as required.

The basis is the non-coaxial coupling of e. g. open planetary gears, used in three-shaft operation.

First, methods of calculation and conception of non-coaxially coupled, especially open planetary gears are presented. Two drive concepts (orbital machine tool; demand-oriented main spindle support) exemplarily show the possibilities of this gear coupling. A selection algorithm incl. reduction of possible coupling variants by minimum requirements is referred to.

## 1 Einleitung und Aufgabenstellung

### Einleitung

Aktuelle Konstruktionen zeigen URGs häufig als Übersetzungsgetriebe. Ihre besonderen kinematischen Möglichkeiten als Überlagerungs- oder Verzweigungsgetriebe, in einfacher oder gekoppelter Form, bleiben somit ungenutzt. Dabei bieten z. B. offene URGs in nicht-koaxialer Kopplung reizvolle, da robuste Möglichkeiten, mehrachsige Bewegungsaufgaben alternativ zu Direktantrieben zu lösen. Der Nebenantriebsstrang von Orbital-Bearbeitungsmaschinen (OBM) zur positionsexakten und flexiblen Ansteuerung, der um das Werkstück umlaufenden Werkzeugschlitzen ist ausführlich in [Fre22] beschrieben.

Dem getriebetechnisch wenig versierten Konstrukteur gelingt die notwendige Herleitung der Berechnungsgleichungen für offene URGs aus den allgemeingültigen Gleichungen rückkehrender URGs zumeist nicht fehlerfrei. Ursächlich ist die sinkende Vorstellungskraft für Bewegungsfolgen gleichzeitig laufender, voneinander abhängiger Getriebeglieder. Insbesondere für die Betrachtung der Planetenradwelle offener URGs als Abtriebswelle werden Methoden der Getriebesynthese, Konstruktionsrichtlinien und Simulationswerkzeuge benötigt. Dem Getriebetechniker erscheint es z. B. nachvollziehbar, dass zur nicht-koaxialen URG-Kopplung pro Koppelwelle mind. ein Übertragungsgetriebe notwendig ist. Wie wird hierfür das Drehzahlleiterdiagramm konstruiert? Welchem Teilgetriebe werden die Übertragungsgetriebe bzgl. der Ermittlung der Berechnungsgleichungen der Umlaufwirkungsgrade dieser gekoppelten Struktur zugeschrieben? Es bedarf einer nachvollziehbaren Aufklärung.

## Aufgabenstellung

Ressourcen- und Kosteneffizienz ist für Antriebssysteme von Werkzeugmaschinen gleichbedeutend mit dem Betrieb in optimalen Arbeitspunkten. Prozesskenntnis und Technologiemodulation ermöglichen, speziell in der hochproduktiven Serienfertigung, zugeschnittene Maschinenlösungen. Der Antrieb einer Werkzeugmaschinenhauptspindel wird entweder gemäß der abgeforderten Schnittleistung oder bei Bedarf für geringe Nebenzeiten ausgelegt. Ist der Leistungsbedarf während des Beschleunigens durch geringe Zykluszeiten wesentlich größer als der des Zerspanens, müsste der Antrieb stark überdimensioniert werden.

Der Beitrag stellt die Idee eines hybriden Antriebskonzeptes aus Direktantrieb und nicht-koaxial gekoppeltem URG zur temporären Antriebsunterstützung während des Beschleunigens vor. Dazu wird der Direktantrieb über zwei Übertragungsgetriebe mit einem im Dreiwellenbetrieb arbeitenden Umlaufrädergetriebe (URG) gekoppelt. Ein, das URG antreibender, nicht zwangsweise elektrischer Nebenantrieb führt der Hauptspindel bedarfsgerecht Leistung zu. Die Übersetzungen der Übertragungsgetriebe und des URGs sollen so gewählt sein, dass nur bei aktivem Nebenantrieb Leistung unterstützend eingetragen wird.

Welche Koppelvarianten, Übersetzungen und Zähnezahlen sind nützlich? Wie lauten die Übertragungsfunktionen? Welche Berechnungsmethoden sind für offener, nicht-koaxial gekoppelte URGs empfehlenswert?

## 2 Berechnung offener und nicht-koaxial gekoppelter Umlaufrädergetriebe

Die Erweiterung der theoretischen Grundlagen und Berechnungsgleichungen für offene URGs erfolgt nachfolgend stets in Anlehnung an den etablierten Wissensstand der rückkehrenden URGs.

### 2.1 Darstellung und Indizierung offener URGs

Ist die Planetenradwelle offener URGs Abtriebswelle, sind erforderlich:

- die Einführung einer Mehrfachindizierung zur eindeutigen Zuordnung von Getriebegliedern und deren Beziehungen auf Basis der Getriebegliederbezeichnung nach VOLMER, vgl. Bild 2-1,

- die Ergänzung der symbolischen Darstellungen nach WOLF durch Einführung neuer Symbole für offene URGs mit mehrfachem Abtrieb am Planetenrad, vgl. Bild 2-1:
  - links: offenes URG mit einer Abtriebswelle  $3''_8$
  - rechts: offenes URG mit drei Abtriebswellen  $3''_{9I} \dots 3''_{9III}$

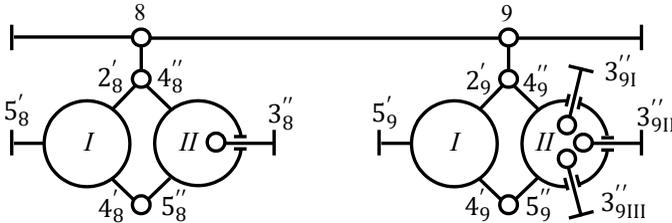


Bild 2-1: WOLF'sche Symbolik gekoppelter URGs, Mehrfachindizierung mit neuer Symbolik für offene URGs [Fre22]

## 2.2 Übersetzungen und Drehzahlen offener URGs

Durch das Fehlen einer Zentralradwelle kann für offene URGs keine Standübersetzung  $i_{24}$ , wie bei rückkehrenden URGs, definiert werden. In Abhängigkeit ihrer Bauform (Plus- oder Minusgetriebe) ergeben sich für **offene URGs zwei Standübersetzungen** und zugehörige Umlaufübersetzungen, vgl. Gleichung (2.1).

$$i_{y3} = \frac{n_{y1} - n_{51}}{n_{31} - n_{51}} = \frac{n_{y5}}{n_{35}} = -\frac{z_3}{z_y} \quad (2.1)$$

Für offene URGs berechnen sich mit den Standübersetzungen  $i_{23}$ ,  $i_{34}$  folgende Relatvdrehzahlen:

$$n_{35} = \frac{n_{25}}{i_{23}} = \frac{n_{21} - n_{51}}{i_{23}} \quad (2.2)$$

$$n_{35} = \frac{n_{45}}{i_{43}} = i_{34} (n_{41} - n_{51}) \quad (2.3)$$

Die absoluten Drehzahlen der Getriebeglieder eines offenen URGs lassen sich mit Hilfe der verallgemeinerten Gleichungen (2.4), (2.5) und (2.6) ermitteln. Die Wahl des Index  $y$  erfolgt wie bei Gleichung (2.1) in Abhängigkeit der vorhandenen Zentralradwelle.

$$n_{y1} = i_{y3} n_{31} + n_{51}(1 - i_{y3}) \quad (2.4)$$

$$n_{31} = \frac{n_{y1} + n_{51}(i_{y3} - 1)}{i_{y3}} \quad (2.5)$$

$$n_{51} = \frac{i_{y3} n_{31} - n_{y1}}{i_{y3} - 1} \quad (2.6)$$

$y$  ... Index des vorhandenen Zentralrades  
 offenes Minusgetriebe  $y = 2$  (Sonnenrad)  
 offenes Plusgetriebe  $y = 4$  (Hohlrاد)

### Anmerkungen:

Die Herleitung einer Standübersetzung  $i_{24}$  für offene URGs, z. B. durch Hinzufügen des fehlenden Zentralrades als virtuelles Zentralrad, ist für offene Minusgetriebe denkbar, jedoch nicht ratsam. Für ein nicht vorhandenes Getriebeglied können z. B. keine Wirkungsgradverluste eingepreßt werden. Beispielsweise sind offene Plusgetriebe hoch übersetzend mit  $z_3 \approx z_4$  ausführbar. Aus der Geometrie der verbleibenden Getriebeglieder kann jedoch nicht auf das fehlende Zentralrad, auch nicht virtuell, geschlossen werden, da in diesem Fall  $z_2$  gegen null geht.

## 2.3 Drehmomente, Leistungsflüsse und Wirkungsgrade

**Der Betriebszustand der Leistungsverzweigung ist Leitgedanke zum Verständnis der Wirkungsweise und Berechnung offener URGs.** Im Unterschied zur Leistungsteilung findet in jedem URG, unabhängig vom Betriebszustand, eine Leistungsverzweigung statt. Die Leistung wird innerhalb des URGs auf die Planeten verzweigt und anschließend auf ein Zahnrad/eine Welle wieder zusammengeführt. Findet die Leistungsverzweigung nach Aufteilung vom Zentralrad auf die

Planetenräder nicht wieder in einem Zentralrad zusammen, wie es bei offenen URGs der Fall ist, muss die Leistung von den Planeten abgeführt werden.

Auch bei offenen URGs wird die Wellenleistung aus Wälz- und Kupplungsleistung gebildet. Diese Unterscheidung ist jedoch bei offenen URGs bzgl. der Ermittlung der tatsächlich nutzbaren Leistung besonders notwendig und hilfreich.

*Wälzleistung*  $P_{W3}$  an der Planetenradwelle offener URGs:

Ist die Stegwelle fixiert, findet der Leistungsfluss zwischen Zentralradwelle und Planetenradwelle als verlustbehaftete Wälzleistung statt. Der Bezugspunkt ist durch die stillstehende Stegwelle nun das Gestell. D. h. an einer, an der Planetenradwelle angeschlossenen, fiktiven Gelenkwelle ist die gleiche Leistung wie an der Planetenradwelle abgreifbar. Steht der Steg still, entspricht die Wellenleistung  $P_3$  an der Planetenradwelle der Wälzleistung.

*Kupplungsleistung*  $P_{K3}$  an der Planetenradwelle offener URGs:

Alle Getriebeglieder rotieren mit der Kupplungsdrehzahl. An der fiktiven Gelenkwelle ist die Kupplungsdrehzahl und damit die Kupplungsleistung als Wellenleistung relativ zum Gestell abgreifbar. Ein mit dem Steg rotierender Verbraucher stellt im Kupplungsbetrieb keine Drehzahl des Planeten relativ zum Steg fest, d. h. es ist im Kupplungsbetrieb von der Planetenradwelle relativ zum Steg keine Wellenleistung vorhanden.

Wälz- und Kupplungsleistung überlagern sich zur *Wellenleistung*  $P_3$ .

Bei offenen URGs muss bzgl. des Leistungseintrages/-abgriffs an der Planetenradwelle das Bezugssystem des Leistungsflusses stets beachtet werden. **Wälz- und Kupplungsleistung treten zwar gemeinsam auf, können aber einzeln genutzt werden**, z. B.:

- rotiert der Verbraucher mit dem Steg, ist die nutzbare Wellenleistung relativ auf den Steg zu beziehen und entspricht der Wälzleistung. Die Verstellung der Aktoren einer OBM erfolgt beispielsweise relativ zum Steg und damit durch den Wälzleistungsanteil. Der Kupplungsleistungsanteil bleibt dahingehend ungegenutzt bzw. addiert sich zur Stegleistung  $P_5$ ,

- ausschließlich Kupplungsleistung  $P_{K5}$  wird bei einer OBM von der Stegwelle 5 des URG II als Hauptspindelleistung  $P_5$  genutzt. Diese Leistung wird im Fall des Werkzeugeingriffes zur Schnittleistung  $P_{K5} = P_5 = P_C$ ,
- bewegt sich der Aktor relativ zum Gestell 1, wie z. B. bei einem Rührwerk, werden sowohl Kupplungs- als auch Wälzleistung als Wellenleistung genutzt. Neben der Rührbewegung (Wälzleistung) vollzieht das Rührgerät ebenfalls die Stegbewegung (Kupplungsleistung), die zusätzlich in das Rührgut eingetragen wird.

Aus den Leistungsflüssen leiten sich die Wirkungsgrade ab. Für rückkehrende URGs wird nach GUMPOLTSBERGER die Bestimmung des Exponenten  $w_1$  zur Ermittlung der Wälzleistungsflussrichtung bzw. des Standtrieb Wirkungswertes genutzt. Für offene URGs wäre die Verwendung des Exponenten  $w_1$  mit Bezug auf die erste Zentralradwelle irreführend. Bei offenen Plusgetrieben ist beispielsweise die erste Zentralradwelle, die Sonnenradwelle 2, nicht vorhanden.

Es wird daher für offene URGs der **Exponent  $w_3$**  eingeführt. Das Vorzeichen von  $w_3$  entspricht dem Vorzeichen der Wälzleistung  $P_{w3}$  und orientiert sich damit an der immer vorhandenen Planetenradwelle 3.

Es ergeben sich somit die Gleichungen der verlustbehafteten Drehmomentverhältnisse und Leistungsflüsse für offene URGs:

$$\frac{M_y}{M_3} = -i_{3y} \cdot \eta_0^{w_3} \qquad \frac{M_5}{M_3} = i_{3y} \cdot \eta_0^{w_3} - 1 \qquad (2.7)$$

---


$$P_{w3} > P_{wy} \qquad \rightarrow \qquad w_3 = +1 \qquad \rightarrow \qquad \eta_0^{w_3} = \eta_{3y}$$

$$P_{w3} < P_{wy} \qquad \rightarrow \qquad w_3 = -1 \qquad \rightarrow \qquad \eta_0^{w_3} = \frac{1}{\eta_{y3}}$$

Es leiten sich dadurch für offene URGs konstruktionsrelevante Schlussfolgerungen ab. Bilden z. B. Planetenrad- und Stegwelle die Abtriebswellen, ist hinsichtlich der Wirkungsgradberechnung nicht bedeutsam, ob

ausschließlich die Wälzleistung  $P_{W3}$  genutzt wird (2.8) zeigt, dass der Kupplungsleistungsanteil  $P_{K3}$  der Stegbewegung zugerechnet wird und damit ebenfalls als Abtriebsleistung gilt.

$$\eta_{y<3} = -\frac{\sum P_b}{\sum P_a} = -\frac{P_3 + P_5}{P_y} = -\frac{P_{W3} + (P_{K3} + P_5)}{P_{Wy} + P_{Ky}} \quad (2.8)$$

Triebe die Planetenradwelle 3 als alleinige Antriebswelle eine Leistung relativ zum Steg 5 ein, würde damit vermeintlich ausschließlich der Wälzleistungsanteil die Antriebsleistung repräsentieren. Infolge des Gleichgewichtes der Drehmomente erbringt der Steg eine Stützwirkung und erfährt somit ebenfalls einen Antrieb, d. h. die Drehzahl  $n_{51}$  wird eingepreßt und damit auch die Kupplungsleistung  $P_{K3}$ . Es ist somit unmöglich, ein offenes URG ausschließlich über Wälzleistung  $P_{W3}$  anzutreiben. Es wird stets Wälz- und Kupplungsleistung als Wellenleistung eingetragen. Analoges gilt für den alleinigen Abtrieb.

Die für Konstrukteure empfehlenswerte **Berechnungsmethode nach STANGL** [Sta07] ist durch die Integration o. g. Zusammenhänge auch für die Berechnung offener URGs (Ermittlung Freiheitsgrade, Drehmomentenbeziehungen) universell anwendbar.

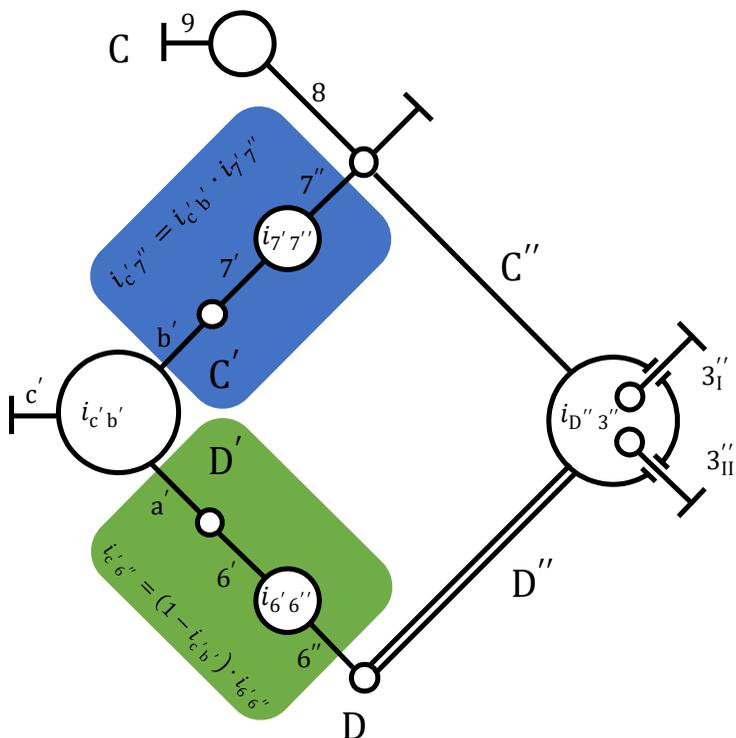
Die methodenintegrierte **Drehmomentenbilanz** wird unterschieden für:

$$\text{rückkehrende URGs} \quad M_5 + M_{Z1} + M_{Z2} + \dots + M_{Zn} = 0$$

$$\text{offene URGs} \quad M_3 + M_5 + M_{Z1} + M_{Z2} + \dots + M_{Zn} = 0$$

### Methoden zur Berechnung nicht-koaxial gekoppelter URGs

Die nicht-koaxiale URG-Koppelung erfordert mindestens zwei Übertragungsgetriebe (ÜGs) zur Realisierung des Achsabstandes. Um die Gleichungen zur Berechnung elementarer URGs auch für nicht-koaxial gekoppelte URGs nach deren Überführung auf diese anwenden zu können, bedarf es der Berücksichtigung der **Übersetzungen der ÜGs**. Die ÜGs werden dazu gedanklich jeweils dem Teilgetriebe zugeordnet, mit dem das ÜG direkt über die Teilkoppelwelle verbunden ist, vgl. Bild 2-2, grün unterlegter Getriebestrang.



	zugehörige Teilkoppelwelle	Zuordnung zum Teilgetriebe
ÜG I (6', 6'')	D'	URG I
ÜG II (7', 7'')	C'	URG I

Bild 2-2: Zuordnung ÜG-Übersetzungen, nicht-koaxiale Koppelung

Eine **Methode der Ermittlung der Umlaufwirkungsgrade** nicht-koaxial gekoppelter URGs wird in [Fre22, S. 57ff] vorgeschlagen. Die nicht-koaxiale Koppelung erfordert die Berücksichtigung der ÜG-Wirkungsgrade entlang der inneren Teilkoppelwellen D' und D''.

Die graphische Drehzahlermittlung mit **Drehzahlleiterdiagramm (DLD)** für nicht-koaxial gekoppelte URGs erfordert die Konstruktion einer zweiten Drehzahlgeraden über Koppelgeraden, vgl. Bild 2-3. Empfehlung:

- Ermittlung aller Drehzahlen: zwei Drehzahlgeraden nutzen,
- Ermittlung der Drehzahlen äußerer Anschlusswellen: eine Drehzahlgerade nutzen.

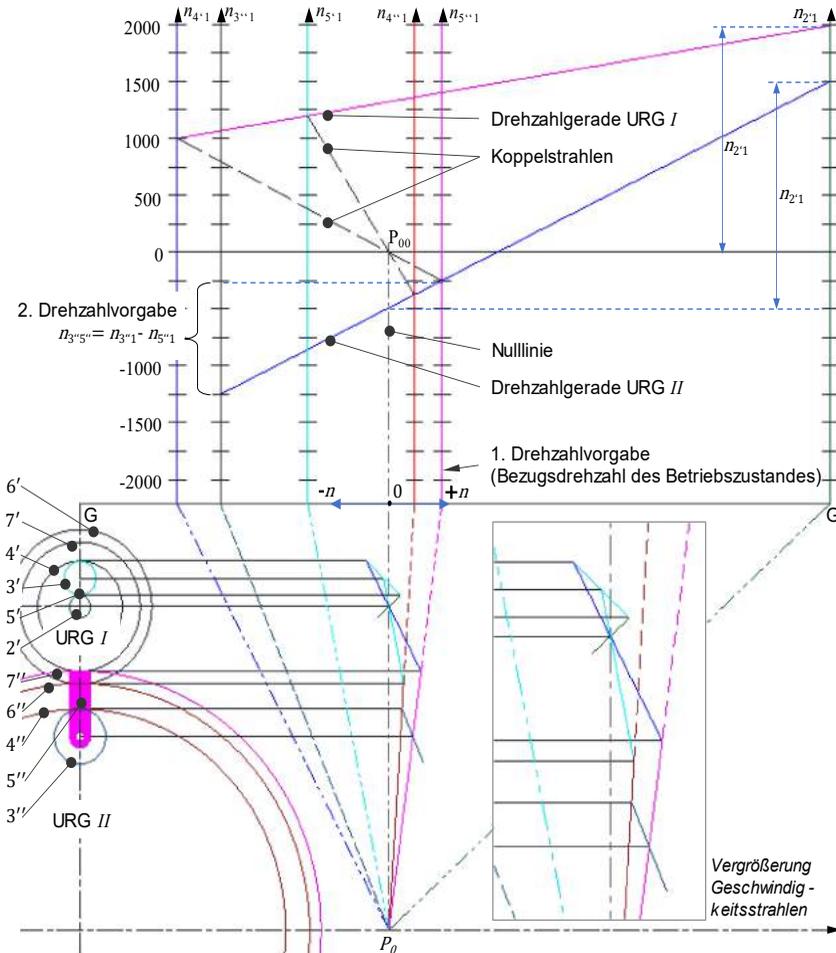


Bild 2-3: KUTZBACH-Plan, DLD für OBM (nicht-koaxial gekoppelte URGs)

### 3 Hybrides Antriebskonzept: bedarfsgerechte Unterstützung der Hauptspindel einer Werkzeugmaschine

Oben gezeigte Berechnungsgrundlagen für offene URGs basieren auf der Auslegung einer OBM. Darauf aufbauend kann ein gemäß der Einleitung beschriebenes, hybrides Antriebskonzept zur bedarfsgerechten Unterstützung u. a. einer Hauptspindel abgeleitet werden, vgl. Bild 2-3.

Zur Einleitung relativer Rotationen  $n_{3''5''}$  in ein mit der Drehzahl  $n_{5''1}$  rotierendes System (Hauptspindel) werden URGs gekoppelt. Die relative Rotation wird zu einer zusätzlich aufgeprägten, zur Beschleunigung genutzten Leistung, wenn gilt:  $3'' = 5'' = 7''$ . Eine nicht-koaxiale URG-Koppelung (Achsabstand  $a_{2'5''}$  zw. Hauptspindel und angekoppeltem URG) ermöglicht die Ausführung der Hauptspindel  $5''$  mit Spindeldurchlass. Ist die gewünschte Hauptspindeldrehzahl erreicht, möge der Nebenantrieb  $n_{2'1}$  außer Betrieb gehen. Trennende Kupplungen sind nicht notwendig.

#### Zielbedingung:

$$\text{für } n_{2'1} = 0 \quad \text{gilt} \quad n_{5''1} = n_{6''1} (= n_{7''1}) \rightarrow n_{3''5''} = 0$$

$$-\frac{i_{2'4'}}{1 - i_{2'4'}} \cdot \frac{i_{7'7''}}{i_{6'6''}} = 1 = i_{5'4'} \cdot i_{6''6'} \cdot i_{7'7''} \quad (3.1)$$

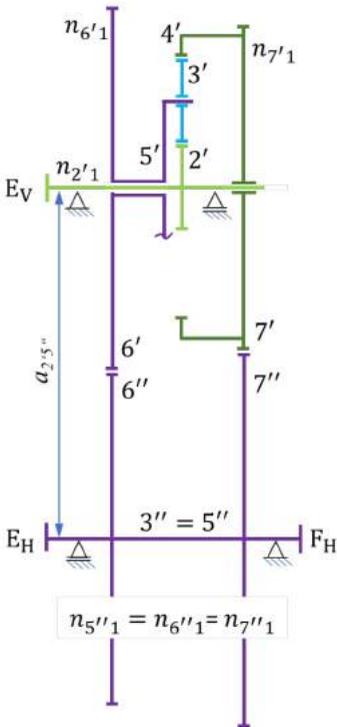
#### Achsabstandsbedingung:

$$a_{2'5''} = \frac{1}{2}(d_{6'} + d_{6''}) = \frac{1}{2}(d_{7'} + d_{7''}) = a_{6'6''} = a_{7'7''} \quad (3.2)$$

#### Übertragungsfunktionen:

$$n_{6''1} = \frac{i_{6''6'}}{i_{2'5''}} \cdot n_{2'1} + n_{7'1} = \frac{i_{6''6'}}{1 - i_{2'4'}} \cdot n_{2'1} + i_{7'7''} \cdot n_{5''1} \quad (3.3)$$

$$\text{für } 3'' \neq 5'' \text{ gilt: } n_{3''5''} = -n_{2'1} \cdot i_{4'2'} \cdot i_{3''4''} \cdot i_{7''7'} \quad (3.4)$$



Die Ermittlung optimaler Zähnezahlen und Übersetzungen ist aufgrund der vielfältigen Kombinatorik komplex. Pro Koppelvariante sind z. B. für das angekoppelte URG I (gekennzeichnet durch einen Apostroph) mehr als 1.600 Standübersetzungen gleichrangig wählbar. Eine neue Methode zur schrittweisen Ermittlung der Übersetzungen und Zähnezahlen ist in [Fre22] beschrieben. Diese basiert auf der vollständigen Enumeration und der Variantenreduktion unter Anwendung entwickelter, montage- und verzahnungstechnischer Mindestanforderungen.

**Legende:**

- E<sub>H</sub>    Hauptspindel, Antrieb
- F<sub>H</sub>    Hauptspindel, Abtrieb
- E<sub>V</sub>    Nebenantrieb

Bild 3-1:    Hybrides Antriebskonzept zur bedarfsgerechten Hauptspindelunterstützung

### 4    Literatur

[Fre22]    FREIGANG, T.: *Beitrag zur Entwicklung nicht-koaxial gekoppelter, offener Umlaufrädergetriebe am Beispiel des Antriebsstranges einer Orbital-Bearbeitungsmaschine*. Technische Universität Chemnitz, 2022. (Veröffentlichung ausstehend)

[Sta07]    STANGL, M.: *Methodik zur kinematischen und kinetischen Berechnung mehrwelliger Planeten-Koppelgetriebe*. Technische Universität München, 2007.

# **Untersuchung passiver Lenkkonzepte mittels MATLAB SIMULINK für deren Einsatz in einer modifizierten Tram 2000**

## **Investigation of passive steering concepts using MATLAB SIMULINK for their application in a modified Tram 2000**

Stefan Heinrich\*, Simone Urbinati\*\*

Traila AG, Simulation Engineer and Technical Lead

\*Stefan.Heinrich@traila.ch, \*\*Simone.Urbinati@traila.ch

### **Kurzfassung**

Die Schienenfahrzeugindustrie zählt zu den traditionsreichsten und damit auch eher konservativen Industrien im Maschinenwesen. Dennoch gibt es neben innovativen Themen wie der voranschreitenden Autonomisierung oder der Etablierung von Wasserstoff-Brennzellen-Technologien auch Konzepte der aktiven Spurführung von Schienenfahrzeugen. Als junges, aufstrebendes Start-Up entwickeln wir bei Traila ein solches aktives Lenkkonzept (Traila-Active-Steering), welches neben Geräuschemissionen vor allem auch den Verschleiß im Schiene-Rad-Kontakt reduziert. In unserer gegenwärtigen Projektphase haben wir in Zusammenarbeit mit den Verkehrsbetrieben Zürich (VBZ) eine Straßenbahn Typ T2000 übernommen, mit welcher wir nun einen prototypischen Funktionsnachweis unserer Technologie erbringen können.

Im Rahmen sicherheitsrelevanter Untersuchungen wurden für das eigenentwickelte, aktiv gesteuerte Drehgestell neben der aktiven auch passive Steuerkonzepte untersucht. In diesem Beitrag werden unterschiedliche Kinematiken zur passiven Steuerung auf deren Adaption für die Tram 2000 hin untersucht und dabei eine eigens entwickelte Schiene-Rad-Bibliothek in MATLAB SIMULINK eingesetzt.

Neben den dynamischen Untersuchungen am Model fokussiert sich der Beitrag besonders auf eine Beurteilung der passiven Sicherheit mit Hilfe der in MATLAB SIMULINK verfügbaren Werkzeuge. Es wird gezeigt, wie basierend auf Hydraulik-, Mechanik-, Steuerungs- und Regelungs- sowie externer Bibliotheken ein domänenübergreifendes und multiphysikalisches Modell als virtueller Zwilling der T2000 insbesondere unserer Modifikationen aufgebaut und für den Einsatz in einem HIL-Prüfstand aufgearbeitet wird.

## **Abstract**

The rail vehicle industry is one of the most traditional and thus also rather conservative industries in mechanical engineering. Nevertheless, alongside innovative topics such as the advancing autonomisation or the establishment of hydrogen fuel cell technologies, there are also concepts for the active guidance of rail vehicles. As a young, up-and-coming start-up, we at Traila are developing just such an active steering concept (Traila Active Steering), which, in addition to noise emissions, above all reduces wear in the rail-wheel contact. In our current project phase, we have taken over a tram type T2000 in cooperation with the Zurich Transport Authority (VBZ), with which we can now provide prototypical functional proof of our technology.

Within the framework of safety-relevant investigations, passive control concepts as well as active control concepts were examined for the self-developed, actively controlled bogie. In this presentation, different kinematics for passive control are investigated with regard to their adaptation for the Tram 2000, using a specially developed rail-wheel library in MATLAB SIMULINK. In addition to the dynamic investigations on the model, the presentation focuses in particular on an assessment of passive safety with the help of the tools available in MATLAB SIMULINK. It is shown how, based on hydraulic, mechanical, control and external libraries, a domain-spanning multi-physical model is built up as a virtual twin of the T2000, in particular of our modifications, and processed for use in a HIL test bench.

# Das Planarmotorantriebssystem XPlanar

Felix Schulte

**Beckhoff Automation GmbH & Co. KG**

f.schulte@beckhoff.com

## **Kurzfassung**

Das Multi-Mover-Planarmotorantriebssystem XPlanar kombiniert die Eigenschaften herkömmlicher Transport- und Handlingsysteme wie Sechs-Achs-Robotern, Linearmotoren oder Fahrerlosen Transportsystemen (AGV). Produkte werden über die XPlanar-Mover dynamisch und hochpräzise in bis zu sechs Achsen positioniert und können unabhängig voneinander durch den Fertigungsprozess geführt werden. Durch den einzigartigen magnetischen Schwebeseffekt des Systems werden Verschleiß, Geräuschemissionen und Wartungsaufwand minimiert. In Kombination mit der zentralen Steuerung und Programmierung ergeben sich vielfältige neue Ansätze für die Konzeption moderner, hochflexibler Fertigungsmaschinen.

## **Titel / Abstract**

The multi mover planar motor system Xplanar combines the attributes of traditional transport and handling systems such as six axis robots, linear motors, or automated guided vehicle (AGVs). XPlanar offers a dynamic and precise positioning of products on movers in up to 6 axis and an individual transport of products through the entire manufacturing process. The unique magnetic levitation effect of the movers minimizes wear and tear, noise emissions, and maintenance time. In combination with central control and programming the XPlanar system enables new approaches to design modern and highly flexible production machines.

## 1 Einführung

Der moderne Maschinenbau bedient sich einer Vielzahl unterschiedlicher Transport- und Positioniersysteme, um Produkte innerhalb oder zwischen Produktionsanlagen zu befördern oder für die Bearbeitung zu positionieren.

Rotatorische Antriebe, vom Mühlrad über die Dampfmaschine bis hin zum modernen Servomotor, bilden hierfür seit jeher die technische Basis. In Kombination mit entsprechender Mechanik werden rotatorische Motoren genutzt, um lineare und unidirektionale Produktflüsse in einer Dimension zu realisieren. Klassische Beispiele sind Förderbänder oder Kettenabtriebe. Durch den Einsatz eines einzelnen aktiven Elements wird eine Vielzahl an Produkten mit gleichförmiger Geschwindigkeit entlang einzelner Fertigungsschritte bewegt.

Werden rotatorische Motoren elektromechanisch miteinander kombiniert, ergeben sich weitere Bewegungsmöglichkeiten. Die mathematische Interpolation zwischen den einzelnen rotatorischen Achsen ermöglicht in Kombination mit entsprechender Mechanik fast beliebige Handlungsfreiheit im dreidimensionalen Raum. Diese Handlungsfreiheit wird z.B. durch moderne Sechs-Achs-Roboter ausgenutzt, welche automatisiert einzelne Fertigungsschritte wie Schweißarbeiten, Oberflächenprüfung oder Lackierung durchführen.

Insbesondere für hochpräzise und/oder hochdynamische eindimensionale Transport- und Positionieraufgaben finden Linearmotoren vielfältige Anwendung. Hochgenaue Wegmesssysteme in Kombination mit fein auflösender Stromregelung ermöglichen die Positionierung im Nanometer-Bereich. Gleichzeitig erlaubt die Kombination aus Linearmotoren und entsprechenden Führungsschienen den Transport großer Lasten mit mehreren Metern pro Sekunde Geschwindigkeit.

Für den flexiblen Transport von Gütern zwischen einzelnen Produktions- und Lagereinheiten eignen sich Flurförderfahrzeuge. Die freie Bewegung in zwei Dimensionen ermöglicht einen vollständig entkoppelten Produktfluss. Überholvorgänge oder Stillstände einzelner Teilnehmer beeinflussen den Produktionsfluss als Ganzes nicht. Die Unabhängigkeit

der einzelnen Teilnehmer kann die Robustheit und Flexibilität des Gesamtfertigungsprozesses signifikant stärken.

Die vorgenannten Transport- und Positioniersysteme finden aufgrund ihrer spezifischen Eigenschaften spezielle Anwendungsfälle in den unterschiedlichsten Industrien. Speziell vor dem Hintergrund der Individualisierung von Produkten und der stetigen Verkürzung von Produktlebenszyklen kann eine Kombination der Merkmale herkömmlicher Systeme einen bedeutenden Mehrwert für den modernen Maschinenbau darstellen.

Das Konzept des magnetischen Planarmotors bietet in diesem Kontext Vorteile. Eine Kombination aus freiem 2D-Produkttransport, interpolierten 6D-Bewegungen zur Bearbeitung und hochgenauer Positionierung ist möglich. Hinzu kommt der Vorteil des magnetischen Schwebeffekts – mechanischer Verschleiß wird praktisch ausgeschlossen.

## **2 Stand der Technik**

Bereits heute findet der magnetische Schwebeffekt in unterschiedlichen kommerziellen und experimentellen Applikationen Anwendung.

Hochpräzise Positioniereinheiten richten Werkstücke mittels exakt eingestellter Magnetfelder schwebend in bis zu sechs Dimensionen aus. Innerhalb eines Arbeitsbereichs von z.B. 5 mm x 5 mm werden Positioniergenauigkeiten im Nanometer-Bereich für Inspektion oder Bearbeitung erreicht (Kim, Verma, & Shakir, 2007). Planarmotoren mit vergrößertem Arbeitsbereich sind ebenfalls bekannt, üblicherweise wird der Schwebeffekt in diesem Fall durch eine Luftlagerung erzeugt. Bei luftgelagerten Planarmotoren werden die aktiven Spulen häufig in die bewegten Elemente des Systems (Mover) integriert und die Permanentmagneten ortsfest montiert (Gao, et al., 2004). Ein Vorteil dieses Aufbaus ist die geringe Anzahl an geregelten Spulen. Eine Vielzahl ortsfester Spulen würde hohe Anforderungen an die Leistungsfähigkeit der eingesetzten Steuerungstechnik stellen. Ein Nachteil eines aktiven Movers ist die Notwendigkeit einer Energiezufuhr zum Mover. Eine Verkabelung schränkt den Arbeitsraum ein und Energiespeicher müssen regelmäßig geladen werden. Eine Luftlagerung am Mover kann für weitere Einschränkungen sorgen.

Ohne aktive Komponenten kommen Konzepte aus, welche sich supraleitender Materialien bedienen. Der Schwebefeffekt wird hier unter Ausnutzung des Meißner-Ochsenfeld-Effekts erzielt. Entlang einer fest installierten Bahn von Permanentmagneten erfolgt eine hochdynamische Bewegung. Ergänzt um geeignete Wegmesssysteme und Methoden zur Positionierung, können interessante Möglichkeiten für das Produkthandling entstehen. Der kommerzielle Einsatz derartiger Konzepte erscheint aufgrund des großen Kühlaufwands zur Herstellung der supraleitenden Eigenschaften derzeit unrealistisch. Aktuelle Hochtemperatur-Supraleiter benötigen um 100 °K Temperatur.

Für die Substitution der einleitend beschriebenen Transport- und Positioniersysteme auf breiter Fläche erscheinen derartige Technologien in aktueller Ausführung weniger geeignet. Vor diesem Hintergrund wurde das Planarmotorantriebssystem XPlanar – welches im weiteren Verlauf erläutert wird – entwickelt.

### **3 Planarmotorantriebssystem XPlanar**

Das Planarmotorantriebssystem XPlanar besteht aus fünf wesentlichen Komponenten: Motorkachel, Mover, Industrie-PC (IPC) zur Steuerung, Automatisierungssoftware TwinCAT und Kommunikationsfeldbus EtherCAT G (siehe Abb. 1). Die Motorkacheln (Kacheln) beinhalten alle Komponenten zur elektrischen Erzeugung von Magnetfeldern. Jede einzelne Kachel stellt einen vollständigen Antrieb dar. Eine Vielzahl von Kacheln kann in beliebiger Anordnung zu einer Fläche kombiniert werden. Die durch die Spulen in der Kachel fließenden Ströme interagieren mit den in den Movern verbauten Permanentmagneten und erzeugen so eine abstoßende – oder bei Bedarf anziehende – Lorentzkraft auf diese. Im Resultat schwebt der Mover bis zu 5°mm über der Kachel. Der Mover verfügt weder über Kabelanschlüsse noch über aktive Komponenten, eine Luftlagerung ist nicht erforderlich. Alle notwendigen Berechnungen zur Positionserfassung, Lageregelung und Kollisionsvermeidung der Mover innerhalb der gesamten Kachelfläche werden von der Automatisierungssoftware TwinCAT auf einem zentralen IPC durchgeführt. IPC und TwinCAT dienen gleichzeitig als Interface für die Anwendungsprogrammierung. Die Kommunikation zwischen Kacheln und IPC wird über den Feldbus EtherCAT G realisiert.

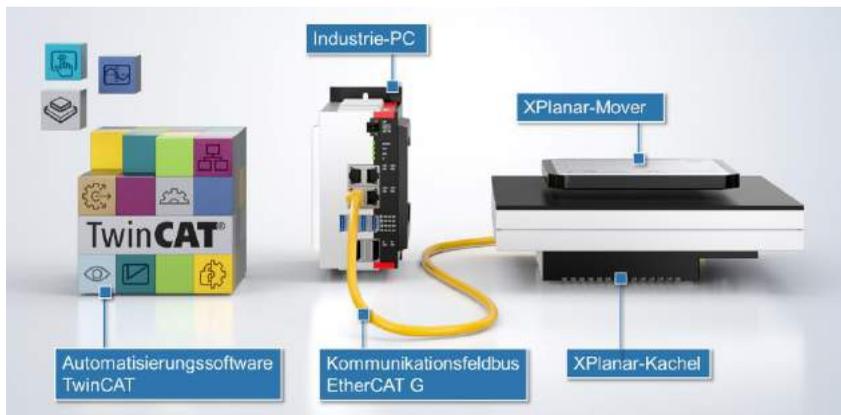


Abb. 1: Systemübersicht XPlanar

### 3.1 XPlanar-Kachel

Die XPlanar-Kacheln messen 240 mm x 240 mm und integrieren in einem Aluminiumgehäuse vier wesentliche Komponenten: Spulengruppen, Leistungselektronik zu deren Ansteuerung, Positionerfassungssystem und Netzteil. Die flach ausgeführten Spulen erstrecken sich entlang der X- und der Y-Achse der quadratischen Baugruppe. Für eine feingranulare Einstellung der Magnetfelder beträgt die Länge der Spulen jeweils nur 120 mm. Die Spulen sind ohne Eisenkern ausgeführt, um Rastkräfte und eine Anhaftung des Movers bei ausgeschaltetem System zu vermeiden. Sind die Kacheln ausgeschaltet, wirken dementsprechend keine magnetischen Kräfte auf die XPlanar-Mover. Die Positionerfassung erfolgt über die Detektion des Magnetfeldes der Mover mittels in den Kacheln verbauter Hall-Effekt-Sensoren. Externe Positionerfassungssysteme sind nicht notwendig. Das integrierte Netzteil versorgt die vorgenannten Baugruppen. Die Einspeisung erfolgt im Weitbereich von 100 V bis 240 V und genügt unterschiedlichsten internationalen Gegebenheiten. Separat können 24 V eingespeist werden, um Kommunikation und Positionerfassung bei ausgeschalteter Leistungselektronik zu betreiben. Rückseitig befindet sich neben den Anschlüssen für die Versorgung ein Eingang sowie ein Ausgang für EtherCAT G, dem zur Kommunikation mit der Steuerung verwendeten Feldbus. Für die EtherCAT G Kommunikation werden die Kacheln untereinander im Daisy-Chain-Prinzip zu Strängen verbunden. Die erste Kachel jedes Stranges wird mit

der Steuerung verbunden. Bei Bedarf kann rückseitig ein Lüfter sowohl elektrisch als auch mechanisch angeschlossen werden. Der entsprechende Gehäusedeckel ist mit Kühlrippen versehen, um die Wärmeabfuhr zu gewährleisten. Das Gehäuse der XPlanar-Kachel verfügt über Anschraubpunkte sowie Passstiftbohrungen und Langlöcher zur präzisen Befestigung und Ausrichtung der Baugruppe am Maschinenbett.

Das modulare und vollintegrierte Konzept der Kachel ermöglicht zum einen die bedarfsgerechte Auslegung des XPlanar-Systems entsprechend der Applikation. Zum anderen wird der Platz-, Installations- und Wartungsaufwand für externe Versorgungs- oder Positionserfassungseinheiten minimiert.

### **3.2 XPlanar-Mover**

Der XPlanar-Mover besteht aus einem Aluminium- oder Edelstahlgehäuse, in welches die Permanentmagneten eingesetzt werden. Die stabförmigen Permanentmagneten sind als Halbach-Array angeordnet. Der Betrag des B-Feldes des Arrays ist signifikant größer als der Betrag des B-Feldes eines einzelnen Stabmagneten. Der Strom, welcher durch die Spulen der Kachel fließen muss, um den Mover mittels Lorentzkraft von der Kachel abzustößen, wird durch das verstärkte Magnetfeld des Movers reduziert. Die Energieeffizienz des Systems steigt. Die Verstärkung des Magnetfeldes erfolgt lediglich einseitig. So ist der Betrag des B-Feldes auf der Unterseite des Movers – im Luftspalt zwischen Kachel und Mover – vergleichsweise hoch. Auf der Oberseite können jedoch auch magnetisch sensible Produkte wie z.B. elektronische Baugruppen transportiert werden. Nach unten hin werden die Permanentmagneten je nach Gehäuseausführung von einer Deckfolie oder einem Edelstahlblech vor äußeren Einflüssen geschützt. Am Gehäuse des Movers wird zusätzlich ein Bumper aus Kunststoff montiert. Dieser dient je nach Ausführung der Einhaltung eines minimalen physischen Mover-zu-Mover-Abstands oder zusätzlich der eindeutigen Identifikation des Movers. Sofern der Bumper mit der Identifikationsfunktion ausgerüstet ist, verfügt dieser über eine Aufnehmerspule und eine Elektronikeinheit. Über die Kachel kann die Elektronik induktiv mit Energie versorgt und der Kachel wiederum die Identifikationsnummer des Movers mitgeteilt werden.

Zur Montage und Ausrichtung von Aufbauten verfügt der Mover über Gewindebohrungen und Passstiftlöcher. Es können unterschiedlich dimensionierte Mover – sowohl rechteckig als auch quadratisch – betrieben werden. Die Traglast des Movers richtet sich nach dessen Größe. Ein 155 mm x 155 mm großer Mover ist für Transportlasten bis 1500 g geeignet. Für hygienisch herausfordernde Umgebungen können Permanentmagnete und Identifikationsfunktion in ein Edelstahlgehäuse eingekapselt werden.

### 3.3 Positionserfassung

Die besondere Anordnung der Spulen innerhalb der XPlanar Kachel und die eigens entwickelte Bestromung erlauben die freie Positionierung des Movers in sechs Achsen. Zur Regelung dieser Positionierung wird eine Positionserfassung aller sechs Achsen (X, Y, Z sowie Rotationsachsen um diese) benötigt. Als Maßstabsverkörperung der Position wird das Magnetfeld des Movers herangezogen und von den in der Kachel verbauten Hall-Effekt-Sensoren erfasst. Die Messwerte der Sensoren werden über EtherCAT G an die zentrale Steuerung kommuniziert und dort verarbeitet.

Im Verlauf der Entwicklung wurde mit unterschiedlichen Verfahren zur Berechnung der Moverposition in sechs Achsen experimentiert. Neben klassischen Verfahren wurde ein Ansatz basierend auf maschinellem Lernen getestet. Über einen Vermessungs- und Trainingsprozess wird dem individuellen System beigebracht, welche Magnetfeld-Messwerte der spezifischen 6D-Position eines Movers zuzuordnen sind. Mit diesen Informationen wird ein neuronales Netz trainiert, welches zur Laufzeit des XPlanar-Systems die Werte der Hall-Sensoren als Eingangsinformationen erhält. Die Positionsrechnung durch das neuronale Netz erfolgt im zentralen Industrie-PC mit TwinCAT deterministisch in Echtzeit innerhalb weniger Mikrosekunden (Beckhoff, 2021). Mit diesem Ansatz werden Wiederholgenauigkeiten von bis zu  $\pm 10 \mu\text{m}$  in X- oder Y-Achse bei der Positionierung der XPlanar-Mover erreicht. Diese Genauigkeit wird unter anderem erreicht, weil durch den Vermessungs- und Trainingsprozess Bauteil- und Montagetoleranzen ausgeglichen werden können. Alle Systemteilnehmer – sowohl Mover als auch Kacheln - werden auf eine Referenz normiert. Bei installierten Systemen erweist sich das neuronale

Netz als robuste Positionserfassungsmethode. So werden installationsbedingte Lücken von wenigen Millimetern zwischen einzelnen Kacheln einfach überflogen.

### **3.4 EtherCAT-Kommunikation und zentrale Steuerung**

Die Positionsberechnung mittels neuronaler Netze in der zentralen Steuerung setzt voraus, dass die Messwerte der Hall-Effekt-Sensoren deterministisch und zeitsynchron an die zentrale Steuerung kommuniziert werden. Für eine optimale Regelung der Mover in allen sechs Achsen ist zudem eine möglichst hohe Kommunikationsgeschwindigkeit erforderlich. Innerhalb eines festen Zyklus müssen alle Berechnungen sowie die gesamte bidirektionale Kommunikation zwischen Steuerung und Kacheln durchgeführt werden. Lange Kommunikationszeiten verkürzen entsprechend die verfügbaren Berechnungszeiten.

Als Kommunikationsfeldbus wurde den Kriterien entsprechend EtherCAT G ausgewählt. Alle Mechanismen von EtherCAT G arbeiten analog zur weit verbreiteten EtherCAT-100-Mbit-Technologie. Lediglich die physikalische Schicht wird von 100BASE-TX auf 1000BASE-T erweitert, sodass eine Datenrate von 1.000 Mbit/s erreicht wird (Beckhoff Automation GmbH & Co. KG, 2018). Diese vergrößerte Übertragungsrate wird unter anderem benötigt, um die analogen Messwerte der Hall-Effekt-Sensoren zu kommunizieren.

Die zentrale Verarbeitung der Daten in Echtzeit benötigt neben einer performanten Kommunikation eine leistungsfähige Steuerung. Um den Anforderungen des XPlanar-Systems hinsichtlich der Rechenperformance zu entsprechen, werden Industrie-PCs mit aktuellen Server-Prozessoren mit bis zu 40 Kernen und je 2,0 GHz Taktfrequenz eingesetzt. Das vom IPC berechnete mathematisch-physikalische Systemmodell beinhaltet neben der Positionserfassung unter anderem die Berechnung der Ströme für die einzelnen Spulen innerhalb der Kacheln sowie diverse Kompensationen. Im Vergleich zu dezentralen Steuerungsansätzen ergeben sich diverse Vorteile. Das Systemmodell kann zur Implementierung neuer Funktionen beliebig manipuliert und ausgetauscht werden. Mithilfe einer alternativen Bestromung der Spulen wird unter anderem die stationäre 360°-Rotation der Mover mit bis zu 10 Hz möglich. Ein

Eingriff in die einzelnen Kacheln ist für ein Systemupdate nicht erforderlich. Ein weiterer Vorteil der zentralen Steuerung ist die Möglichkeit des umfassenden Datenzugriffs. Im Fehlerfall können Anwender einzelne System- und Prozessvariablen sorgfältig analysieren. Darüber hinaus ist keine dezentrale in den Kacheln verbaute Intelligenz notwendig. Dies bringt wiederum Kostenreduktionen und Vereinfachungen bei Beschaffung und Fertigung mit sich.

### 3.5 Softwarestruktur und Moverkommandierung

Die Steuerungssoftware TwinCAT kapselt alle für die Anwendung des XPlanar-Systems notwendigen Funktionalitäten und stellt ein Interface für Anwender zur Verfügung. Über XPlanar hinaus stellt TwinCAT weitere Funktionalitäten bereit, welche zur vollständigen Steuerung einer modernen Fertigungsanlage benötigt werden (z.B. PLC nach IEC 61131-3, HMI, Vision, Kommunikationsinterfaces, Sicherheitstechnik).

Für den Betrieb und die Inbetriebnahme eines XPlanar-Systems sind vier Softwarekomponenten erforderlich: Treiber, Motion-Control-Software (TwinCAT NC), Applikationsprogramm und Konfigurator (vergleiche Abb. 22). Der Treiber beinhaltet das mathematisch-physikalische Systemmodell. Er erhält von den XPlanar-Kacheln Sensormesswerte und berechnet aus diesen die Ist-Position aller Mover im System in sechs Achsen. Die Ist-Positionen werden der Motion-Control-Software zur Verfügung gestellt. Diese generiert daraus für den Anwender über die Applikation einsehbare Statusinformationen („Mover 1 in Bewegung“, „Mover 2 in Schleppfehler“). In der Applikation wird der Bewegungsablauf der Maschine vom Anwender programmiert. Entsprechend des Status eines Movers wird durch das Applikationsprogramm entschieden, welches Bewegungskommando als nächstes ausgeführt werden soll. Dieses Bewegungskommando wird von der Motion-Control-Software in eine Soll-Position für den Mover übersetzt. Der Treiber berechnet abschließend, welcher Strom in welcher Spule zur Erreichung der Soll-Position eingestellt werden muss.

Bei der Inbetriebnahme des Systems unterstützt der grafische Systemkonfigurator. Dieser erlaubt es, allen vorhandenen Hardwareelementen die richtigen Softwareverknüpfungen zuzuordnen. Das System erkennt die verschiedenen Kacheln und erzeugt eine Gesamtkonfiguration. Im

TwinCAT-Projekt werden zudem alle notwendigen Softwareobjekte erzeugt. Konfigurator, Applikationsprogramm, Motion-Control-Software und Treiber können modular ausgetauscht und aktualisiert werden. Dies erlaubt eine einfache Wartung der Softwarekomponenten.

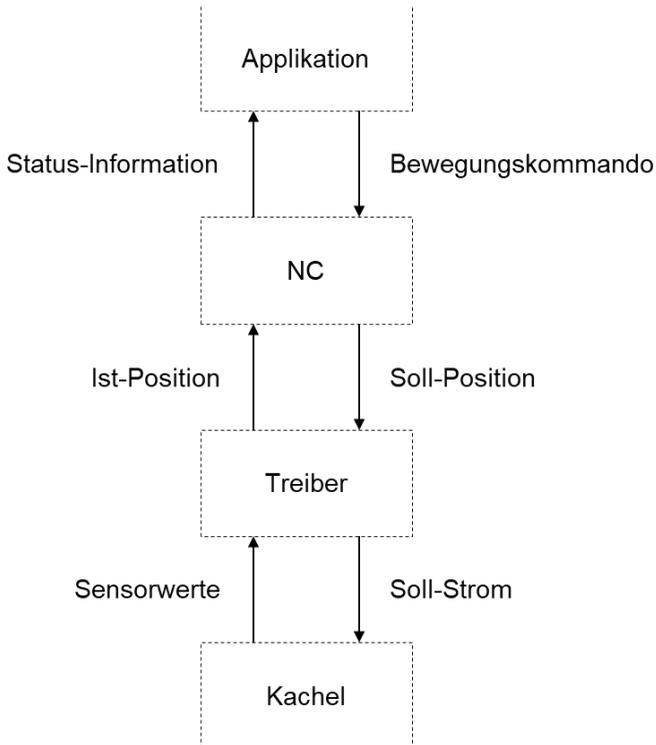


Abb. 2: XPlanar-Softwarestruktur innerhalb TwinCAT

Zur Steuerung der Mover stehen dem Anwender unterschiedliche Werkzeuge zur Verfügung. Grundsätzlich kann jeder einzelne Mover in jeder Achse zu jedem Zeitpunkt Sollwertvorgaben erhalten. Diese Sollwertvorgaben können unterschiedlichen Quellen entstammen. Die zwei derzeit gebräuchlichsten Werkzeuge zur Sollwertvorgabe sind das Track Management und die externe Sollwertvorgabe. Für Transportaufgaben findet das Track Management Anwendung. Der Anwender definiert in diesem Fall grafisch im Konfigurator oder über die Vorgabe von Stützkoordinaten offene oder geschlossene 2D-Tracks. Zwischen diesen Tracks kann beliebig gewechselt werden (vergleiche: Schienennetz, Abb. 3).

Überholvorgänge oder Produktausschleusungen können einfach realisiert werden. Der Anwender gibt dem Mover lediglich eine Zielstation im Gesamtsystem vor und der Mover findet automatisch den Weg entlang der Tracks. Sobald ein Mover einem Track beigetreten ist, kann dieser Mover über eine 1D-Position innerhalb des Tracks bewegt werden. Kollisionen mit anderen Movern auf dem Track werden automatisch vermieden. Der Anwender muss in diesem Fall keine weiteren Vorgaben für die einzelnen Moverachsen generieren.

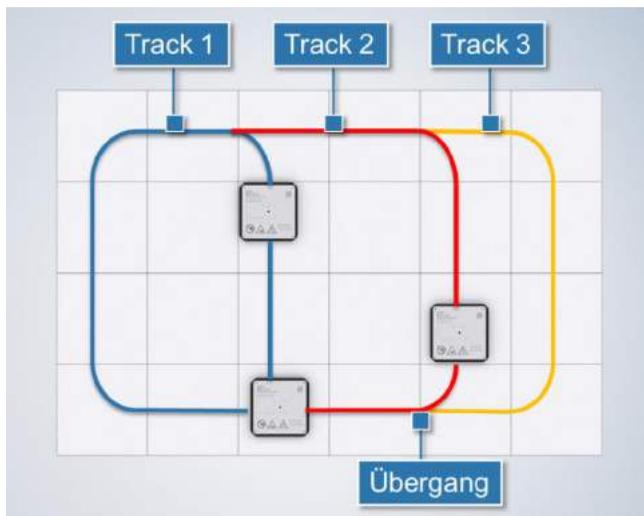


Abb. 3: Track Management

Der Anwender kann der Transportbewegung zu jedem Zeitpunkt weitere Bewegungen mittels der externen Sollwertvorgabe überlagern. Die externe Sollwertvorgabe erlaubt die Verbindung einzelner oder aller Achsen eines Movers mit einem Sollwertgenerator. Dieser Sollwertgenerator kann ein in TwinCAT ausgeführter CNC-Code, die Position eines parallel zum XPlanar laufenden Förderbandes oder ein angeschlossener Joystick sein. Die Ausführung komplexer, interpolierter Bearbeitungsbewegungen, das Einlernen von Positionen oder die mit externen Aktoren synchronisierte Moverbewegung sind möglich.

## 4 Anwendungsbeispiel Sortierpuffer

Ein Beispiel für die Anwendung der XPlanar-Technologie ist eine vielfältig einsetzbare Sortier- und Puffereinheit (vergleiche Abb. 4). Von links werden dem Sortierpuffer unterschiedliche Produkte aus verschiedenen Maschinen mit individuellen Arbeitstakten zugeführt. Rechts sollen vordefinierte Produktgruppen in einem festen Arbeitstakt die Maschine verlassen. In der Anwendung synchronisieren sich die XPlanar-Mover mittels externer Sollwertvorgabe auf die einlaufenden Förderbänder auf. Im mittleren Teil der Anlage wird eine gewisse Anzahl beladener Mover vorgehalten und sortiert, rechts geben die Mover einzeln die benötigten Produkte in der gewünschten Reihenfolge an das auslaufende Förderband ab. In Kombination mit einem Vision-System kann zusätzlich die Ausrichtung der Produkte erfasst werden. Je nach Zielsetzung kann die Ausrichtung der Produkte über die 360°-Rotation der XPlanar-Mover korrigiert werden.

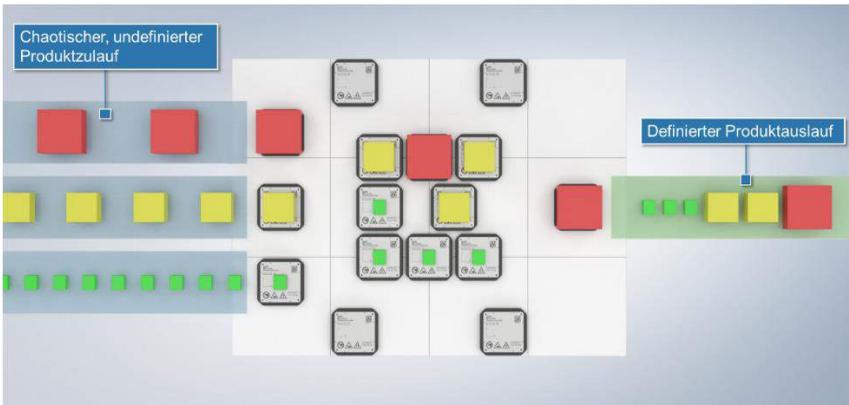


Abb. 4: Sortier- und Pufferanwendung mit XPlanar

Im Vergleich zu konventionellen Lösungen ergeben sich vielfältige Vorteile. Jedes einlaufende Förderband kann individuell entladen werden. Kommt es in einem vorgelagerten Prozess zum Stillstand, ist eine Beschickung der verbleibenden Einläufe ohne weiteres möglich. Durch die individuelle 2D-Produktbewegung ist im Mittelteil die Ordnung der Produkte in beliebiger Reihenfolge möglich. Die Reihenfolge der auslaufenden Produkte kann jederzeit in der Software geändert werden. Insbeson-

dere für Anwendungen in der Lebensmittelindustrie lässt sich ein derartiges XPlanar-System mit einer Edelstahlverkleidung einhausen. Schwer zugängliche Hinterschnitte können reduziert werden, wodurch die Reinigung vereinfacht wird.

## 5 Zusammenfassung

Die Basisspezifikation des XPlanar Systems ist in Tab. 1 dargestellt.

Tab. 1: Systemeigenschaften XPlanar

Attribut	Ausprägung
Geschwindigkeit	bis 2 m/s
Beschleunigung	bis 10 m/s <sup>2</sup>
Traglast	je nach Movergröße bis 5 kg, im Verbund mehr
Wiederholgenauigkeit	+/-10 µm in X/Y-Achse
Rotation um Z-Achse	stationär 360° bis 10 Hz, +/-10° während Fahrt
Steuerung	zentral, 250 µs Arbeitstakt

Mit diesen und weiteren Eigenschaften bietet das XPlanar-System vielfältige Ansätze für die Entwicklung neuer Konzepte zur Bewegung und Positionierung von Produkten innerhalb oder zwischen Fertigungsanlagen. Seit der Vorstellung 2018 konnte bereits eine Vielzahl von Anwendungsfällen z.B. in der Lebensmittel-, Pharma-, Halbleiter- und insbesondere Elektronikindustrie umgesetzt werden. Folgende Vorteile konnten durch den Einsatz der XPlanar-Technologie erzielt werden:

- Reduktion des Maschinenfootprints
- ökonomische Losgröße-1-Produktion
- Vereinfachung der Reinigungsvorschriften
- Reduktion der Produktwechselzeiten
- Einsparung von Handlingsystemen
- verringerter Montageaufwand
- Reduktion der wartungsbedingten Anlagenstillstände

Die XPlanar-Technologie bietet insgesamt vielfältige Vorteile gegenüber klassischen Transport- und Handlingsystemen. Aufgabe für die nähere

Zukunft wird sein, sie im Hinblick auf Transportlast, Genauigkeit und Dynamik an herkömmliche Systeme anzugleichen.

## Literatur

- Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. (November 2018).  
<https://www.beckhoff.com/>. Abgerufen am 11. August 2022 von  
[https://www.beckhoff.com/media/downloads/information-media/beckhoff\\_ethernet\\_g\\_d.pdf](https://www.beckhoff.com/media/downloads/information-media/beckhoff_ethernet_g_d.pdf)
- Beckhoff, J. (November 2021). TwinCAT unterstützt optimal die Multi-Mover-Systeme XTS und XPlanar. *PC Control*, S. 30-31.
- Gao, W., Dejima, S., Yanai, H., Katakura, K., Kiyono, S., & Tomita, Y. (July 2004). A surface motor-driven planar motion stage integrated with an XYθZ surface encoder for precision positioning. *Precision Engineering*(28), S. 329-337.
- Kim, W.-j., Verma, S., & Shakir, H. (April 2007). Design and precision construction of novel magnetic-levitation-based. *Precision Engineering*(31), S. 337-350.

# Vergleich verschiedener Gelenkstrukturen für faltungsbasierte Roboter ‡

Markus Huber\*§; Judith Merz\*\*§;  
Burkhard Corves\*\*; Franz Irlinger\*; Tim C. Lüth\*

\* TU München, Lehrstuhl für Mikrotechnik und Medizingerätetechnik  
[markus.m.huber; irlinger; tim.lueth]@tum.de

\*\* RWTH Aachen, Institut für Getriebetechnik, Maschinendynamik und Robotik  
[merz; corves]@igmr.rwth-aachen.de

## Kurzfassung

Der folgende Beitrag soll eine Orientierungshilfe bieten, welche faltbaren Gelenke in der Robotik vorteilhaft genutzt werden können. Hierzu werden drei Gelenkartentypen getestet. Die betrachteten Gelenkartentypen sind so gewählt, dass sie durch die am weitesten verbreiteten 3D-Druck-Technologien, Selektives Lasersintern (SLS), Stereolithographie (SLA) und Fused Deposition Modeling (FDM), hergestellt werden können.

## Title / Abstract

### Comparison of different types of joints for origami based engineering

The following article is intended to provide guidance as to which foldable joints are advantageous for the use in robotics. For this purpose, three joint types are tested. The joint types considered are chosen to cover the most widely used 3D printing technologies.

---

‡Gefördert durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) – 439938364

§Beide Autoren haben zum gleichen Maße zu dieser Publikation beigetragen

## 1 Einführung

Für Handhabung, Montage oder Bearbeitung im industriellen Umfeld hat sich der Einsatz von Robotern bewährt: Insbesondere ihre Präzision und Effizienz machen sie im Produktionsprozess heute unersetzlich. Im Vergleich zu seriellen Strukturen erweisen sich parallele Strukturen im Hinblick auf hohe Präzision bei gleichzeitig hohen Arbeitsgeschwindigkeiten und erhöhte Steifigkeit aufgrund des parallelen Aufbaus als vorteilhaft. Demgegenüber begrenzt der redundante Aufbau jedoch direkt den Arbeitsraum und lässt nur kleine Bewegungswinkel zu.

Um diesem verkleinerten Arbeitsraum entgegenzuwirken, soll im Folgenden der Einsatz einer neuartigen, faltbaren, alternativen Gelenkart für die Verwendung in parallelkinematischen Roboterstrukturen untersucht werden. Vorteilhafte Falt-Eigenschaften können sich dabei potenziell positiv auf die Anwendung in der Parallelrobotik auswirken: Zum einen die Komprimierbarkeit, d.h. die Fähigkeit der Faltung (verschiedene) kompakte Zustände einzunehmen und zwischen diesen zu wechseln. Dies wird bereits für faltbaren Anwendungen in der Robotik [1] oder in der Luft- und Raumfahrt [2] angewendet. Zum anderen durch eine erhöhte Steifigkeit, d.h. Faltungen sind in kinematisch geschlossenen Ketten aufgebaut, was sich positiv auf die Steifigkeit auswirken kann [3].

Als alternatives Konstruktionsprinzip haben faltbasierte Mechanismen und origami-inspirierte Produkte seit Ende des 20. Jahrhunderts zunehmend an Bedeutung gewonnen [4]. Der Aufbau der technisch eingesetzten Faltungen unterscheidet sich in dem Sinne von der traditionellen Origami-Papierfaltung, dass die Faltflächen als starr und die Faltlinien als ideale Drehgelenke angenommen werden. Die Bewegung wird einzig über die Faltlinie realisiert. Dies wird als *rigid origami* bezeichnet. Beim *rigid origami* sind somit Faltungen in geschlossenen Ketten, sog. Vertices, aufgebaut [5]. Dies ist vergleichbar mit dem Aufbau eines sphärischen Getriebes, bei dem sich alle Gelenkachsen, hier Faltlinien, in einem Punkt treffen. Wird dieses Modell des *rigid origami* um eine relevante Flächendicke erweitert, wird vom sog. *thick origami* gesprochen [6]. Dies ist im technischen Kontext insbesondere für die Kraft- und Bewegungsübertragung relevant.

Nachdem nun potenzieller Nutzen und Vorteile von Faltungen für den Ein-

satz als Gelenke in Parallelrobotern dargestellt wurden (Kapitel 1), sollen nachfolgend, aufbauend auf der Problemstellung (Kapitel 2), drei verschiedene Gelenkarten für den Einsatz bei Faltungen (Kapitel 3) zunächst vorgestellt werden. Anschließend werden diese für drei faltbare Gelenke (Kapitel 4) verwendet. Abschließend wird mithilfe von Vergleichskriterien (Kapitel 5) eine Bewertung (Kapitel 6) durchgeführt und ein Ausblick auf zukünftige Arbeiten (Kapitel 7) gegeben.

## **2 Problemstellung**

Während der faltbasierte Ansatz für Mechanismen und Roboterstrukturen vielversprechend ist, wie auch in [7] gezeigt, ist die Einstiegshürde zu Faltungen hoch. Zum einen ist der Konstruktionsaufwand hoch, der durch die hohe Anzahl an Gelenken entsteht, zum anderen ist es oft schwierig festzustellen, welche Konstruktionsart für ein Gelenk für den Anwendungsfall die Geeignetste ist. Für das erste der beiden genannten Probleme ist bereits ein Lösungsansatz, basierend auf automatischer Konstruktion mittels der Matlab Bibliothek SG-Library[8], in einer Vorarbeit vorgestellt worden[9]. Weiterhin wurde in [10] eine Sammlung von Faltungen vorgestellt die als Ausgangsbasis für die Erstellung neuer Faltmechanismen genutzt werden kann und Aussagen zu geometrischen und kinematischen Eigenschaften der Faltung enthält. Eine Lösung, die einem die Auswahl einer geeigneten Konstruktionsart abnimmt, gibt es für Faltungen bisher nicht, weshalb das Ziel dieses Beitrages ist, hierzu einige Entscheidungshilfen bereitzustellen.

## **3 Gelenkarten**

Im Folgenden werden die analysierten Konstruktionsarten für Gelenke aufgezeigt, die in diesem Beitrag betrachtet werden. Diese sind so gewählt, dass Sie mittels 3D-Druck gefertigt werden können. Zusätzlich wurde darauf geachtet, möglichst verschiedene 3D-Druck Technologien zu betrachten, damit auch Gelenkarten dabei sind, die mit Low-Cost-3D-Druckern hergestellt werden können.

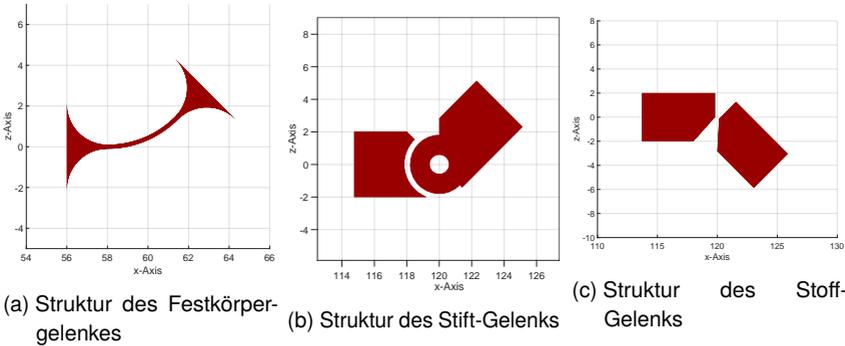


Abb. 1: Übersicht der betrachteten Gelenkstrukturen

### 3.1 SLS-Festkörper-Gelenk

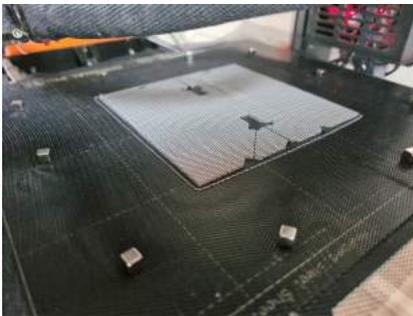
Das erste betrachtete Gelenk ist ein Festkörpergelenk. Die verwendete Struktur für die Festkörpergelenke kann in Abbildung 1a betrachtet werden. Hierbei werden die beiden Körper mit einer dünnen Materialbrücke verbunden, deren Winkel so gewählt ist, dass die Materialbrücke senkrecht auf den zu verbindenden Oberflächen steht. Um die Kerbwirkung zu reduzieren wurden Radien an den Übergängen zu den Körpern hinzugefügt. Da diese Gelenkkonstruktion hohe Anforderungen sowohl an das Material als auch an die Fertigung stellt, wurden diese Faltungen auf einer SLS-Anlage EOS Formiga P100 aus Nylon-12 (Pa-12) gefertigt.

### 3.2 SLA-Stift-Gelenk

Das zweite Gelenk, das in diesem Artikel betrachtet wird, ist eine bekannte Gelenkbauart. Hierbei werden die beiden Körper nicht direkt miteinander verbunden, sondern mittels eines dritten Elements - einer Achse. Ein hier verwendeter Aufbau ist in Abbildung 1b zu sehen. Die Gelenkachse ist hierbei im konstruktiven Schnittpunkt der Faltflächen platziert. Diese Gelenkachse wird dann abwechselnd von einem der beiden Körper mit einem Ring eingeschlossen. Zusätzlich ist es bei diesem Gelenktyp sehr einfach den Bewegungsbereich des Gelenkes zu begrenzen. Dazu wird oberhalb und unterhalb der Gelenkachse an beiden Körpern ein Anschlag angebracht,

der den Bewegungsbereich des Gelenkes einschränkt. Diese Einschränkung ist bei Faltungen von Bedeutung um andere Zustände, die zu einer anderen Bewegung der Faltung führen können, zu unterbinden. Da bei dieser Gelenkart hohe Anforderungen an die Genauigkeit des Druckprozesses gestellt werden, jedoch die Materialeigenschaften keinen unmittelbaren Einfluss auf die Bewegung des Gelenkes besitzen, wurden die Testkörper mit diesem Gelenk auf dem LCD-SLA Drucker Mono X der Firma Anycubic gefertigt.

### 3.3 FDM-Stoff-Gelenk



(a) Mit Magneten gehaltenes Stoffnetz



(b) Erste Schicht, die durch das Stoffnetz gedruckt wird

Abb. 2: FDM-Druckprozess mit einem Stoffnetz

Die dritte Gelenkart, welche hier betrachtet wird, macht sich die 2.5D Fertigungsweise des FDM-Drucks zu nutze. Hierbei wird der 3D-Drucker bei der Hälfte der Bauteilhöhe angehalten und ein Stoffnetz über die bereits gedruckten Bauteile gelegt. Anschließend wird der Druck fortgesetzt, so dass das Stoffnetz in das Bauteil eingedruckt wird. Dieser Prozess ist in Abbildung 2 dargestellt. Auch bei dieser Gelenkart kann, auf die selbe Art und Weise wie in Unterabschnitt 3.1 beschrieben, der Winkelbereich des faltgelenkes begrenzt werden. Eine solche Struktur kann in Abbildung 1c betrachtet werden. Da es für diese Gelenkart notwendig ist das Plastik durch das Stoffnetz gepresst wird um die Schichten des Bauteiles stabil

zu verbinden, wurde hier ein FDM-3D-Drucker MK3s der Firma Prusa mit einer relativ hohen Schichthöhe von 0,3mm verwendet.

## 4 Faltbare Gelenke

Um die oben beschriebenen Gelenkbauarten zu bewerten, wurden drei Faltungen neu erstellt, die alle unterschiedliche Eigenschaften und Bewegungsmuster besitzen.

### 4.1 Faltbares Drehgelenk

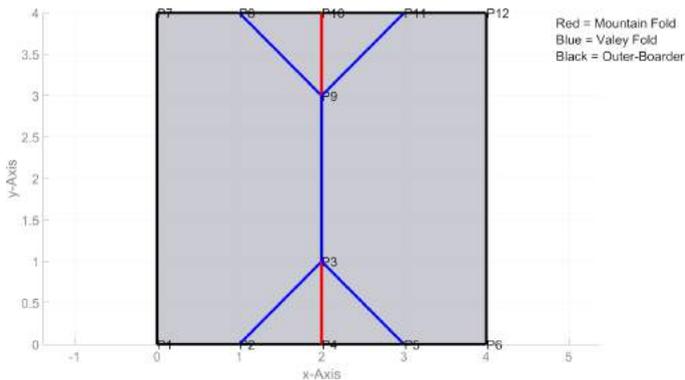


Abb. 3: Faltung für das R-Gelenk

Das erste faltbare Gelenk, im Folgenden R-Gelenk genannt, ist ein einfaches Drehgelenk, mit zusätzlichen Dreiecken zur Versteifung im gefalteten Zustand. Dieses Faltegelenk ist in Abbildung 3 gezeigt. Die Faltung ist in der hier verwendeten Bauform flachfaltbar und besteht aus zwei Faltnodes mit jeweils vier Faltnuten und sechs Faltoberflächen. Da sich die beiden vier Faltnodes analog zu zwei miteinander verbundenen sphärischen Viergelenken verhalten, ergibt sich für die Faltung ein Freiheitsgrad von eins.

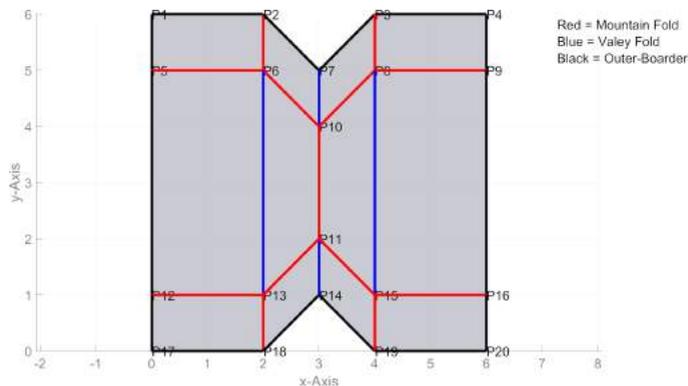


Abb. 4: Faltung für das P-Gelenk

## 4.2 Faltbares Lineargelenk

Das zweite faltbare Gelenk, im Folgenden P-Gelenk genannt, stellt zwischen seinen äußeren beiden Flächen die Bewegung eines prismatischen Gelenkes nach und ist in Abbildung 4 gezeigt. Das Faltmuster ist in den hier verwendeten Konfiguration ebenfalls flachfaltbar und besteht aus sechs Faltvertices, 17 Faltlinien und zwölf Faltflächen. Alle Faltvertices dieser Faltung besitzen vier Faltlinien, sodass sie sich wiederum analog zu sphärischen Viergelenken bewegen. Somit ergibt sich für die Faltung ebenfalls ein Freiheitsgrad von eins.

## 4.3 Faltbares Kugelgelenk

Das dritte faltbare Gelenk, im Folgenden S-Gelenk genannt, stellt zwischen zwei gegenüberliegenden Flächen jeweils die Bewegung eines Kugelgelenkes nach und ist in Abbildung 5 gezeigt. Diese Faltung ist nicht flachfaltbar und besteht nur aus einem Faltvertex mit sechs Faltlinien und sechs Faltflächen. Da dieser Faltvertex sechs Faltlinien besitzt ergibt sich ein Freiheitsgrad von drei.

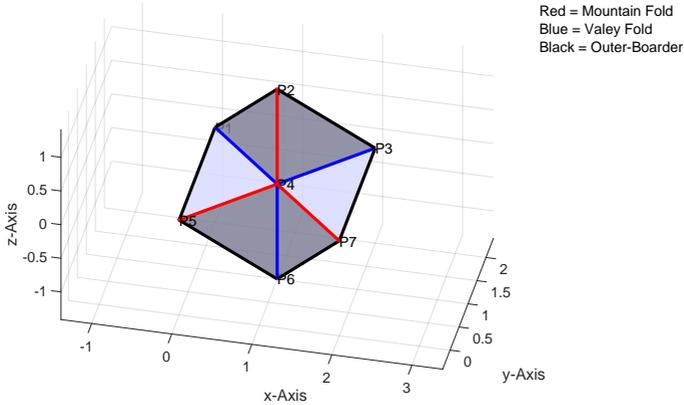


Abb. 5: Faltung für das S-Gelenk

## 5 Vergleichskriterien

Im Folgenden sind die Kriterien aufgeführt, anhand deren die unterschiedlichen Gelenke in Abschnitt 6 betrachtet wurden. Da nahezu alle Kriterien von der Dimensionierung, d.h. Winkel- und Längenverhältnissen, innerhalb der Faltung abhängen, ist die Bewertung qualitativ und steht im Bezug zu den anderen Gelenkarten.

### 1. Steifigkeit

Ein Kriterium, das je nach Anwendungszweck wichtig sein kann, ist die Steifigkeit des Gelenks. Als Steifigkeit wird hier der Widerstand gegen eine Bewegung gesehen, die entgegen der gewollten Bewegung steht.

### 2. Definierbare Neutrallage / Federwirkung

Für Gelenke kann es gewünscht sein, dass diese eine wählbare Neutrallage besitzen. Zu dieser Neutrallage kehrt das Gelenk eigenständig zurück, was eine Federwirkung im Gelenk voraussetzt.

### 3. Konstruktionsaufwand

Jede der drei betrachteten Gelenkarten, besitzt eine unterschiedliche Komplexität. Wenn diese Gelenke ohne die Verwendung von automatisierten Konstruktionsfunktionen verwendet werden ist es

entscheidend, wie viel Zeit für die Konstruktion des Gelenkes verwendet werden muss.

#### 4. Druckerkosten

Nicht alle Projekte besitzen das selbe Budget für die Fertigung. Wenn für ein Privatprojekt eine faltungsbasierte Gelenk verwendet werden soll, sind Lösungen, die teure Fertigungsmaschinen verwenden, oft keine Option.

#### 5. Aufwand für Nacharbeit

Der Aufwand, welcher nach dem Druckprozess noch ansteht um die Faltung verwenden zu können, unterscheidet sich bei den Gelenkarten. Einer der Hauptunterschiede ist, ob die Bauteile monolithisch gefertigt werden oder anschließend montiert werden müssen.

#### 6. Druckbarkeit von nicht flachfaltbaren Faltungen

Nicht alle Faltungen lassen sich flach falten. Dies ist beispielhaft bei dem S-Gelenk gezeigt. Wenn der Druckprozess nur flachfaltbare Faltungen unterstützt, müssen diese vor dem Druckprozess an den Faltflächen geteilt werden, um flachfaltbare Teilelemente zu erhalten, und anschließend wieder zusammengesetzt werden.

#### 7. Skalierbarkeit für große/kleine Teile

Abhängig vom Druckprozess sind nicht alle Gelenkarten für alle Größenskalen geeignet. Mit diesem Kriterium soll bewertet werden, wie skalierbar ein Gelenktyp ist.

## 6 Auswertung

Die grundlegende Bewertung der einzelnen Gelenktypen ist in der Tabelle 1 dargestellt. Einige besondere Punkte werden im folgenden jedoch noch genauer betrachtet.

Da die SLS-gedruckten Festkörpergelenke die einzigen sind, welche eine Federwirkung besitzen, ist dies bereits ein Ausschlusskriterium, wenn man dies für den Anwendungszweck benötigt. Im Gegenzug dazu setzen sich die SLA-gedruckten Stiftgelenke deutlich von den anderen Gelenkarten ab, wenn eine sehr hohe Steifigkeit in den faltungsbasierten Gelenken benötigt wird.

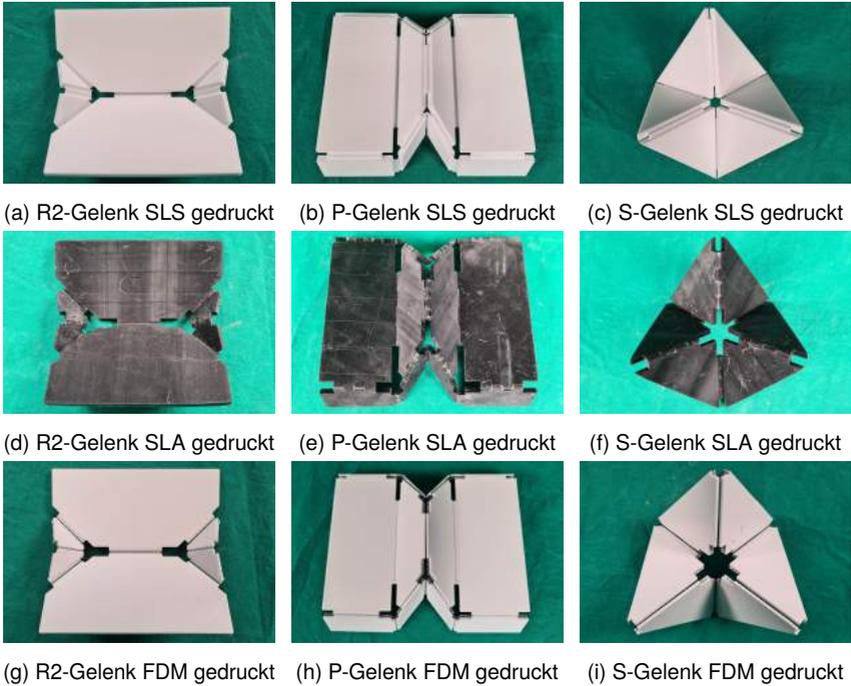


Abb. 6: Die in diesem Betrag betrachteten Gelenke mit den unterschiedlichen Gelenktypen

Der Kosten-Unterschied zwischen den unterschiedlichen Druckprozessen ist ebenfalls nicht zu vernachlässigen. Auch wenn SLS-Anlagen in den vergangenen Jahren stark im Preis gesunken sind und mittlerweile schon bei ca. 5000 € anfangen (Sintratec Kit), ist dies immer noch deutlich teurer als die Einstiegs FDM- und SLA-Drucker, die mittlerweile schon ab 200 € erhältlich sind (z.B. Ender3 v2 und Anycubic Mono).

Ein weiterer betrachtenwerter Punkt ist, dass auch wenn die Herstellung von nicht flachfaltbaren Faltungen mit dem zuvor beschriebenen Umweg möglich ist, dies bei einer größeren Faltung zu einem sehr hohen Zusatzaufwand führt, welches diese Option für die Faltung unattraktiv macht.

Gelenkart	SLS- Festkörper- gelenk	SLA- Stiftgelenk	FDM- Stoffgelenk
Steifigkeit	-	++	o
Federwirkung	++	--	--
Konstruktionsaufwand	o	-	+
Druckerkosten	-	++	++
Aufwand für Nacharbeit	++	-	+
Herstellbarkeit von nicht flachfaltbare Faltung	++	++	-
Skalierbarkeit	-	+	++

++  $\hat{=}$  sehr gut geeignet; +  $\hat{=}$  gut geeignet;  
o  $\hat{=}$  durchschnittlich geeignet;  
-  $\hat{=}$  nicht gut geeignet; --  $\hat{=}$  sehr schlecht geeignet

Tab. 1: Qualitative Bewertung der Gelenkeigenschaften für Faltgelenke

## 7 Ausblick

Die in diesem Artikel betrachteten Gelenke sind eine kleine Auswahl der möglichen Kombinationen aus Gelenktypen und Fertigungsverfahren. Eine Erweiterung dieser Auswahl, die Verfeinerung der Gelenkkonstruktionen und eine detaillierte Untersuchung ist angestrebt. Zusätzlich soll ebenfalls die Kombination von zwei Gelenktypen innerhalb einer Faltung betrachtet werden. Dies könnte entweder durch die Verwendung von unterschiedlichen Gelenktypen auf, in der Faltung gekoppelten, Faltlinien geschehen, oder sogar über die Verwendung von zwei Gelenktypen innerhalb von einer Faltlinie. Durch so ein Hybrid-Gelenk könnte möglicherweise die Federwirkung des Festkörpergelenks mit der Steifigkeit des Stiftgelenks verbunden werden.

## Literatur

- [1] Felton, S. et al. „A method for building self-folding machines“. In: *Science* 345 (Jan. 2014), S. 644–646.

- [2] Zirbel, S. A. et al. „Accommodating Thickness in Origami-Based Deployable Arrays“. In: *Journal of Mechanical Design* 135.11 (2013). issn: 1050-0472. doi: 10.1115/1.4025372.
- [3] Gan, W. und Pellegrino, S. „Closed-Loop Deployable Structures“. In: *44th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003. isbn: 978-1-62410-100-7. doi: 10.2514/6.2003-1450.
- [4] Miura, K. *Method of Packaging and Deployment of Large Membranes in Space*. Institute of Space and Astronautical Science report. Institute of Space and Astronautical Sciences, 1985. url: <https://books.google.de/books?id=nEoEHAAACAAJ>.
- [5] Paris, J. et al. „Classification, Collection, and Simulation of Folding Mechanisms“. In: *4th Int. Conf. On Reconfigurable Mechanisms and Robots* (Juni 2018). doi: 10.1109/REMAR.2018.8449857.
- [6] Tachi, T. „Rigid-Foldable Thick Origami“. In: *Origami 5*, S. 253–263. doi: 10.1201/b10971.
- [7] Merz, J. U., Laudahn, S. und Abdul-Sater, K. „Faltungsbasierte, plattenartige Gelenkstrukturen in der Robotik am Beispiel einer Deltakinematik“. In: *Sechste IFToMM D-A-CH Konferenz* (Feb. 2020). doi: 10.17185/dupublico/71188.
- [8] Lüth, T. C. „SG-Library: Entwicklung einer konstruktiven MATLAB-Toolbox zur räumlichen Modellierung von Körpern, Gelenken und Getrieben“. In: *11. Kolloquium Getriebetechnik* (2015). doi: 10.14459/2015md1276136. url: <http://mediatum.ub.tum.de/doc/1276136/330922.pdf>.
- [9] Huber, M., Irlinger, F. und Lüth, T. C. „Automatisierte Konstruktion von Gelenklösungen für origamibasierte Faltungen“. In: *14. Kolloquium Getriebetechnik* (2021). url: <https://books.google.de/books?id=xoJgEAAAQBAJ>.
- [10] Paris, J. et al. „Kinematic and Kinetostatic Classification for Motion-Task-Oriented Synthesis of Folding Mechanisms“. In: *Origami 7* (Sep. 2018), S. 1069–1086.

# Hocheffiziente Roboter: Mehrkörpersimulation und multiphysikalische Ansätze helfen bei der Auslegung für hochpräzise Bewegungen

Krystian Kuczek\*

\* Hexagon Manufacturing Intelligence, System Dynamics  
krystian.kuczek@hexagon.com

## Kurzfassung

Während des Konstruktionsprozesses eines Roboters müssen viele Herausforderungen berücksichtigt werden. Eine höhere Arbeitsgeschwindigkeit sollte die erforderliche Positioniergenauigkeit beibehalten. Adams als bekannte Software für die Mehr Körper Simulation kann helfen, um die Entwicklungszeit erheblich zu verkürzen. Nicht nur das kinematische Modell sollte berücksichtigt werden, sondern auch das Steuerungssystem, um eine korrekte Positionierung bei verschiedenen Szenarien wie höhere Belastung, höherer Geschwindigkeit oder Getriebeispiel zu gewährleisten.

Heutzutage scheint der beste Ansatz darin zu bestehen, ein Werkzeug zu verwenden, das dasselbe Simulationsmodell verwendet, aber auch in der Lage ist, Multiphysik-Ergebnisse zu liefern.

## Abstract

During design process of a robot a lot of challenges have to be meet. Increased operating speed should maintain required positioning accuracy.

Adams as well-known software for multi body dynamics simulation could help to reduce time of development process significantly. Not only kinematic model should be considered but the control system as well, to be able to provide correct positioning in case of different scenarios as higher payload value, higher speed or backlash of the gearbox.

Nowadays, the best approach seems to be to use a tool that will use the same simulation model, but which will also be able to provide multi-physics results.

## **1 Herausforderungen für eine Mehrkörpersimulation des Roboters**

Roboter müssen zuverlässig, präzise und oft mit hoher Geschwindigkeit arbeiten. Die Konstruktionen werden leichter, die Anforderungen höher – daher wirken sich Schwingungen und Getriebespiel stärker aus. Die Mehrkörpersimulation mit Adams kann den Designprozess, die Testphase sowie die Validierung beschleunigen, um die Produktanforderungen schließlich erfolgreich umzusetzen und zu erfüllen.

Während des Designprozesses müssen viele Herausforderungen gemeistert werden. Trotz erhöhter Betriebsgeschwindigkeit soll die nötige Positioniergenauigkeit aufrechterhalten werden. Der Nutzlastparameter muss berücksichtigt werden, denn er kann erheblichen Einfluss auf die Trajektorie des Endeffektors haben. Zusätzlich können die Drehmomente betroffen sein, die von Servomechanismen eingebracht und gesteuert werden. Hier kann der Anwender simulieren und validieren, ob der Steueralgorithmus mit unterschiedlichen Betriebsbedingungen umgehen kann.

Adams verbessert den gesamten Entwicklungsprozess. Es berücksichtigt in der 3D-Mehrkörpersimulation (MKS) das volle dynamische Verhalten, nicht nur vereinfachte kinematische Zusammenhänge.

Defaultmäßig werden die einzelnen Teile des Modells als Starrkörper modelliert, sie können jedoch auch als flexible Körper repräsentiert werden, um das Schwingungsverhalten genauer abzubilden. Die Integration flexibler Körper ermöglicht es, "Hot Spots" – Bereiche mit hohen Spannungen – zu erfassen.

Basierend auf diesen Informationen kann die Roboterstruktur schon in der frühen Entwurfsphase verbessert werden, um die Kosten und die Anzahl von Prototypen zu reduzieren.

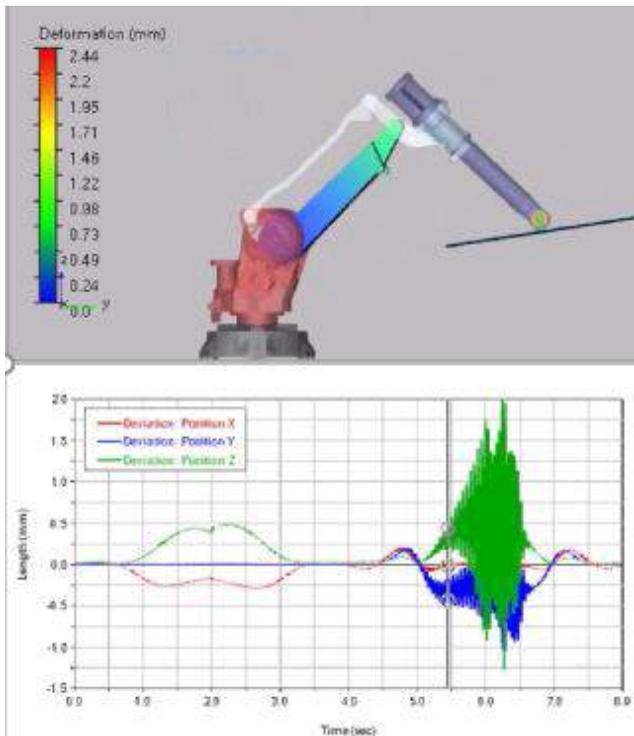


Abb. 1: Die Mehrkörpersimulation des Roboters in Adams

## 2 Adams Controls als große Hilfe für die Entwicklung vom Regler Algorithmus

Wie bereits erwähnt, ist der Steueralgorithmus eines der Hauptthemen im Roboterdesignprozess. Die Kopplung mit dem Regler System ist wichtig, da der Anwender den Regler Algorithmus entwickeln und validieren kann.

Adams/Controls bietet eine Schnittstelle, die eine Verbindung zwischen dem MKS-Modell in Adams und dem in MATLAB/Simulink modellierten Steuerungssystem herstellt. Das folgende Blockdiagramm der Adams-MATLAB-Co-Simulation, das für die Industrieroboteranalyse zur Berechnung der inversen Kinematik verwendet wurde, um die richtigen Winkelrotationen für die gewünschte Trajektorie zu liefern, welche über eine Excel-Datei definiert wurde.

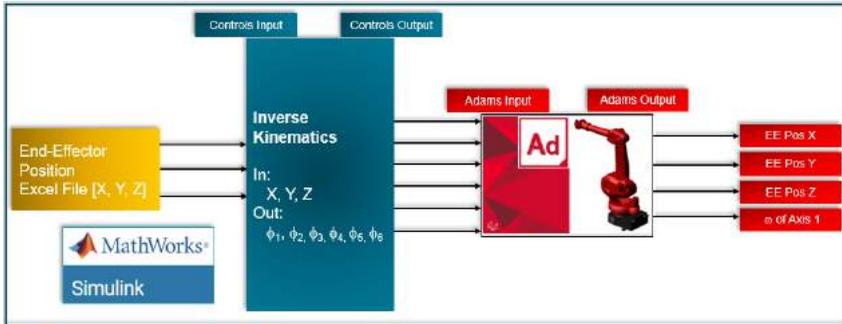


Abb. 2: Das Blockdiagramm der Adams-MATLAB-Co-Simulation

### 3 Getriebemodellierung Fähigkeiten in Adams

Oft wirkt sich das Getriebespiel auf die Trajektorie des Endeffektors aus. Natürlich enthält das Robotermodell hier die detaillierte Getriebemodellierung, nicht nur die reine Kinematik wie im obigen Modell. Adams ermöglicht den Einsatz unterschiedlicher Getriebetypen wie Stirnräder, Kegelräder oder auch Planetenradsätze im MKS-Robotermodell. Wie unten gezeigt, unterscheidet sich die Trajektorie zwischen dem rein kinematischen Modell und dem Modell mit detaillierten Getrieben. In Bereichen, wo die Bewegungsrichtung schnell geändert wird, zeigten sich Schwierigkeiten.

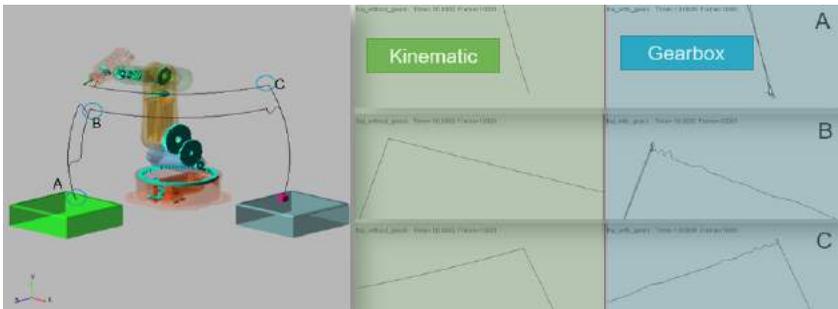


Abb. 3: Trajektorie des Endeffektors: Kinematisches Modell vs. Modell mit Getrieben

## 4 Multiphysics

Schließlich hat der Anwender die Möglichkeit, die Mehrkörpersimulation mit anderen Solvern zu koppeln. So können Sie mit Multiphysik-Lösungen Ihre Produktivität steigern und Smart Manufacturing unterstützen. Mit MSC CoSim ist die direkte Kopplung zwischen Adams und nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnung mit der Software Marc möglich, wenn Effekte wie große Verformungen oder Plastizität berücksichtigt werden müssen.

MSC CoSim ermöglicht auch die Kopplung zwischen Adams und der Strömungssimulation (CFD), um zu untersuchen, wie die Fluiddynamik die Trajektorie des Endeffektors beeinflussen kann und umgekehrt. Ein Beispiel ist der Lackierroboter, wo die Bewegung des Roboters mit Adams simuliert wird, aber die Verteilung der Partikel beim Sprühprozess mit CFD ermittelt wird.

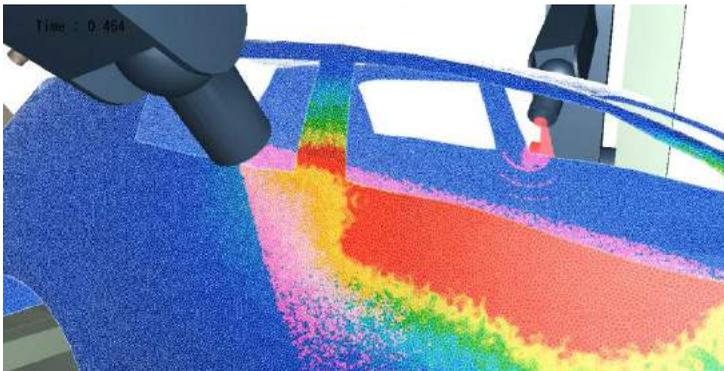


Abb. 4: Co-Simulation zwischen Adams und Cradle CFD

## 5 Zusammenfassung

Der Roboter-Designprozess ist also eine komplexe Aufgabe. Um erfolgreich zu sein, sollte dieser Prozess in Schritte unterteilt werden. Idealerweise sollte für jeden Schritt eine passende Simulationssoftware verfügbar sein. Heutzutage ist der beste Ansatz wohl ein Tool, das durchgängig dasselbe Simulationsmodell verwendet, aber auch multiphysikalische Ergebnisse liefern kann.



# Entwicklung eines haptischen Handschuhsystems für Virtual-Reality-Anwendungen

Akhilraj Anilkumar\*; Philipp Wabnitz\*; Maik Berger\*

\* TU Chemnitz, Professur Montage- und Handhabungstechnik  
akhilraj.chamakkalayil-anilkumar@mb.tu-chemnitz.de, asdf@pwab.net,  
maik.berger@mb.tu-chemnitz.de

## Kurzfassung

Force-Feedback-Systeme ermöglichen die Steigerung der Realitätsnähe der virtuellen Realität (VR) und eignen sich optimal für den Einsatz als Mensch-Maschine Schnittstelle. Der vorliegende Beitrag präsentiert die Entwicklung eines frei zugänglichen Systems, welches sich durch eine einfache Herstellbarkeit auszeichnet. Der entwickelte Handschuh besitzt ein neuartiges, für die additive Fertigung angepasstes Kraftübertragungssystem sowie mehrere Potentiometer und ein IMU-Sensor zum Messen der Position und Orientierung im Raum. Der Beitrag geht außerdem auf die zum Testen des Handschuhs entwickelte VR-Umgebung sowie der zugehörigen Schnittstellen ein.

## Title / Abstract

### **Development of a haptic glove system for use in virtual reality**

Force feedback systems improve the quality of virtual reality (VR) and are suitable for application in Human-Machine Interface. The following article presents the development of a freely available haptic feedback glove that can be manufactured with ease. The developed glove consists of a novel force transmission system that is optimised for additive

manufacturing. The proposed system includes several potentiometers and an IMU-Sensor for calculating the position and orientation of the hand. Furthermore, the VR-scene developed for testing the gloves and the corresponding interface are presented.

## 1 Einführung

Augmented Reality (AR) und VR sind Forschungsgegenstand im Bereich von Mensch-Maschine-Schnittstellen und der Industrie 4.0. Die Immersion, das Eintauchen in die virtuelle Welt, ist dabei essenziell. Diese kann unter anderem durch haptische Wahrnehmungen verbessert werden. Force-Feedback-Handschuhe ermöglichen beim Greifen virtueller Objekte ein haptisches Feedback auf die Finger der Nutzer:innen zu geben, steigern somit die Realitätsnähe und können somit zum Beispiel in der robotischen Teleoperation als Mensch-Maschine-Schnittstelle dienen.

Kommerziell-verfügbare haptische Systeme sind preisintensiv und frei zugängliche Systeme, die sich einfach herstellen lassen, sind bisher nicht verfügbar. Das Ziel der vorgestellten Entwicklung ist es, einen haptischen Handschuh zu entwerfen, der ausschließlich mit additiven Fertigungsverfahren hergestellt und mit Kauf- oder Normteilen zusammengebaut werden kann. Jede Person mit Zugang zu einem FDM-Drucker soll damit fähig sein, den entwickelten Handschuh herzustellen und in Betrieb zu nehmen

Kommerziell verfügbare haptische Handschuhe verfügen über elektromagnetische oder pneumatische Aktoren. Die Kraftübertragung auf die Finger erfolgt mittels Seil- oder Koppelgetriebe. Das auf der Hand montierte Gerät übt Kraft entweder auf die Fingerspitzen oder auf mehrere Glieder jedes Fingers aus [1] [2] [3] [4] [5] [6].

Weitere zur Forschung entwickelte Handschuhe nutzen dielektrische oder nachgiebige Aktoren [7] [8]. Die Mehrheit verfügt jedoch über elektromagnetische Motoren.

## 2 Mechanischer Aufbau

Abb. 1 zeigt den entwickelten Handschuh, der von einem Nutzer getragen wird. Er besteht aus einer Basis, die mit Klettverschlüssen auf der Handfläche der Nutzer:innen fixiert wird. An dieser Basis sind die Kraftübertragungseinheiten durch entsprechende Drehgelenke gelagert. Dieser erlauben die freie seitliche Fingerbewegung in der Ebene der Handoberfläche. Weiterhin beherbergt die Basis einen Inertial-Measurement-Unit-Sensor (IMU-Sensor).

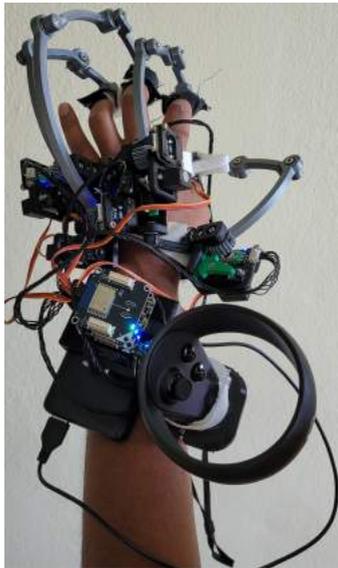


Abb. 1: Der Handschuh montiert auf der Hand

Die Kraftübertragungseinheit besteht unter anderem aus einem viergliedrigen Koppelgetriebe. Die Gliedlängen wurden gemäß den Ergebnissen der Kollisionssimulationen in [9] gewählt. Das Abtriebsglied des Getriebes ist auf der Fingerspitze mit Klettverschluss verbunden. Das System von Finger und Kraftübertragungsgetriebe kann entsprechend Abb. 2 als ein sechsgliedriges Koppelgetriebe mit einem Freiheitsgrad von  $F = 3$  betrachtet werden. Die Sehnen und Muskeln in Finger, Hand und Arm

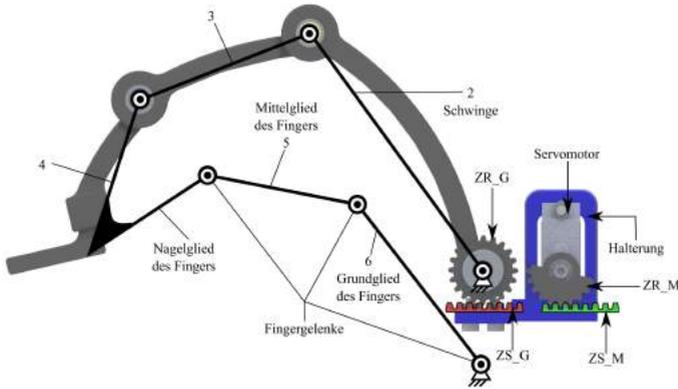


Abb. 2: Schnittansicht der Kraftübertragungseinheit

übernehmen die Funktion der Antriebe und sichern in einem Null-Kraft-Zustand einen Zwangslauf. Im Fall einer virtuellen Kollision treibt ein Servomotor das viergliedrige Kraftübertragungsgetriebe an. Hierfür wird ein System aus zwei Zahnstangen eingesetzt. Der Servomotor betätigt die Zahnstange  $ZS\_M$  bis sie mit, der im Zahnrad  $ZR\_G$  eingreifenden, Zahnstange ( $ZS\_G$ ) kollidiert. Damit wird das Koppelgetriebe statisch bestimmt. Die Gestaltung des Kraftübertragungssystems erlaubt die Herstellung der Getriebeglieder mittels additiver Fertigung.

### 3 Elektrischer Aufbau

Jede Aktoreinheit besteht aus einem kleinen MG90S Mikroservomotor, der bei einer Betriebsspannung von 6V, ein Drehmoment von 2,2 kg-cm erzeugt. Für die Messung der Fingerbeugung ist ein kostengünstiges Potentiometer mit der Schwinge des Kraftübertragungssystems formschlüssig verbunden. Der, auf der Basis aufgeschraubte IMU-Sensor, misst die Handorientierung im 3D-Raum. Die Berechnung der Handposition erfolgt mittels des auf dem Arm montierten Controllers der VR-Brille (Oculus-Quest).

Die Aktoren und Sensoren kommunizieren über einen Mikrocontroller der Firma Tinkerforge mit dem Regler. Die Servomotoren sind an einem auf

einem Master-Brick gesteckten Servo-Brick angeschlossen, der über ein Netzteil mit einer Spannung von 12 V versorgt wird. Die Potentiometer-Bricklets von Tinkerforge sind mit den Bricks über ein mehrpoliges Kabel verbunden. Ein auf dem Servo-Brick gestapelter WLAN-Brick etabliert die Kommunikation mit dem Regler (Computer mit Intel Core i7-7700 CPU, 16 GB Arbeitsspeicher und NVIDIA GeForce GTX 1050 Ti Grafikkarte). Abb. 3 stellt die elektrischen Verbindungen zwischen den Modulen dar.

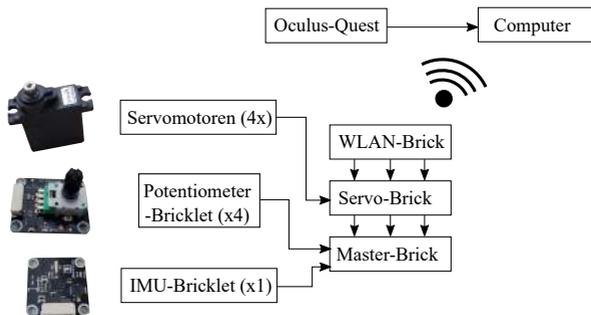


Abb. 3: Elektrischer Diagramm

## 4 Schnittstellen und VR-Umgebung

Während des Tragens des Handschuhs und der VR-Brille können die Nutzer:innen mit einer dafür erstellten virtuellen Umgebung interagieren. Die in der Spielengine „Unity“ modellierte erste Testumgebung enthält zum Testen des virtuellen Greifens einen Tisch mit Würfeln (Abb. 4). Abb. 5 stellt den Informationsfluss zwischen den drei Systemen (Handschuh, Unity und VR) dar. Zur Aktualisierung des virtuellen Handmodells werden die Information bezüglich der Fingerposition aus den Potentiometern, der Handorientierung aus dem IMU-Sensor und der Handposition aus dem Controller in der VR-Umgebung verarbeitet. Die während dieser Hand- und Fingerbewegung auftretenden Kollisionen werden in der VR-Umgebung detektiert. Ein C#-Skript berechnet die entsprechende Sollposition des Servomotors für ein Force-Feedback.

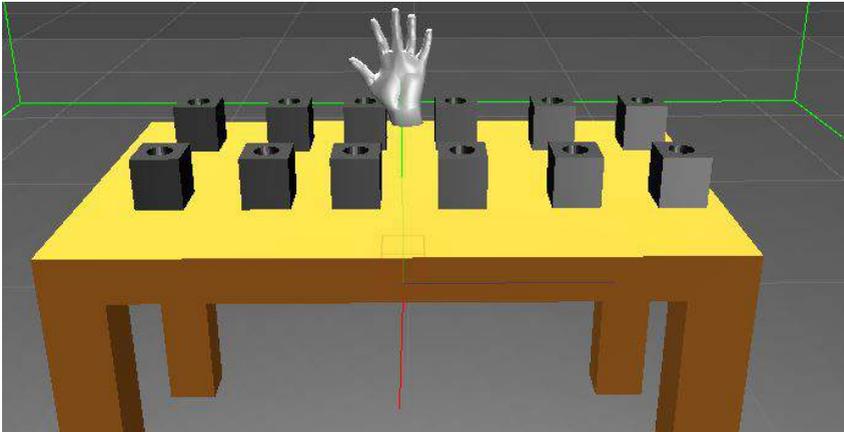


Abb. 4: Erste Testumgebung in Unity

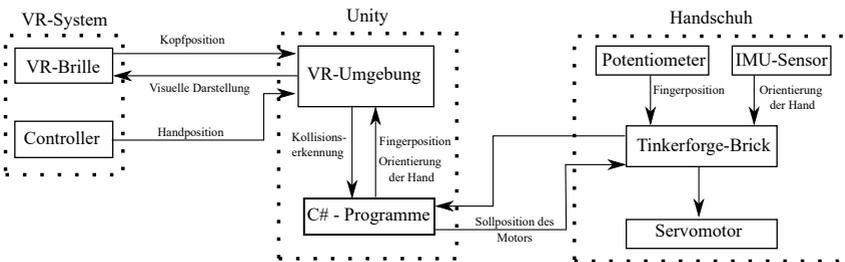


Abb. 5: Informationsfluss zwischen Systemen für die Kraftrückmeldung

Das in Abb. 6 dargestellte Handmodell besteht aus einem Polygonnetz, Kollisionsnetz und mehreren Skeletten und Gelenken. Die über ein Skript steuerbaren Skelette, das die normierten Potentiometerwerte als Eingang liest, legen die Bewegung der einzelnen Teile des Polygonnetzes fest. Damit erfolgt die Beugung des Fingermodells. Ein weiteres Skript detektiert die Kollision zwischen den Kollisionsnetzen der Finger mit dem eines der virtuellen Objekte. Das Skript erkennt weiterhin den kollidierten Finger und berechnet die Sollposition für ein entsprechendes Force-Feedback. Der Informationsaustausch erfolgt zwischen den Skripten und dem Mikrocontroller mit einer Frequenz von 60 Hz.



Abb. 6: 3D-Modell der virtuellen Hand

## 5 Ergebnisse

Der entwickelte Handschuh kann kinästhetische Kraft in Höhe von 5 N pro Finger auf vier Fingerspitzen ausüben und wiegt 685 g. Das neuartige für die additive Fertigung angepasste Kraftübertragungssystem erlaubt eine Herstellung für ca. 270 €. Mehrere Potentiometer in Kombination mit einem IMU-Sensor messen die Finger- bzw. Handorientierung zur Visualisierung in der VR. Das Eingabegerät der VR-Brille bestimmt die Handposition. Die virtuellen Kollisionen werden in Form einer Kraftrückmeldung auf den Nagelgliedern der Finger des Nutzers dargestellt. Damit können die Nutzer:innen die virtuellen Objekte erfolgreich „greifen“. Abb. 7 zeigt ein Nutzer, der den Handschuh zum Greifen eines virtuellen Objekts anwendet.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Das Handschuhsystem wurde von mehreren Probanden getestet und seine Verbesserungspotentiale bestimmt. Das An- und Ausziehen des Handschuhs dauerte durchschnittlich fünf Minuten. Zukünftig soll zur Erhöhung der Immersion und Bedienbarkeit das System weiteroptimiert werden. Dies geschieht durch eine Reduzierung des Gewichts. Zur



Abb. 7: Anwendung des Handschuhs in einer VR-Umgebung

Reduzierung der Latenz zwischen virtueller Kollision und Krafterückmeldung soll die Kommunikationsrate auf 1000 Hz gesteigert werden. Zusätzlich soll zur Steigerung der Realitätsnähe beim Greifen elastischer Objekte ein elastisches Kraftübertragungssystem integriert werden. Außerdem wurde mit der Erstellung einer Kommunikationsschnittstelle zwischen dem Handschuhsystem und einem Roboter begonnen, um eine Telemanipulation testen zu können. Eine Kombination dieses Handschuhs mit einem haptischen System, das auf den Arm ein haptisches Feedback gibt, ist weiterhin geplant.

## Literatur

- [1] Perret, J. und Vander Poorten, E. „Touching virtual reality: a review of haptic gloves“. In: *ACTUATOR 2018; 16th International Conference on New Actuators*. VDE. 2018, S. 1–5.
- [2] *Force Feedback Haptic Gloves for VR Training*. url: <https://www.vrglu.com/> (besucht am 12. 07. 2022).
- [3] *CyberGrasp*. url: <http://www.cyberglovesystems.com/cybergasp> (besucht am 19. 08. 2022).

- [4] Gu, X. et al. „Dexmo: An inexpensive and lightweight mechanical exoskeleton for motion capture and force feedback in VR“. In: *Proceedings of the 2016 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*. CHI '16. San Jose, California, USA: Association for Computing Machinery, 2016, S. 1991–1995. isbn: 9781450333627. doi: 10.1145/2858036.2858487. url: <https://doi.org/10.1145/2858036.2858487>.
- [5] *Haptic gloves for virtual reality and Robotics*. url: <https://haptx.com/> (besucht am 19. 08. 2022).
- [6] Perret, J., Parent, Q. und Giudicelli, B. „HGlove: A wearable force-feedback device for the hand“. In: *14th annual EuroVR conference*. 2017.
- [7] Wang, Z. et al. „A three-fingered force feedback glove using fiber-reinforced soft bending actuators“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 67.9 (2019), S. 7681–7690.
- [8] Hinchet, R. et al. „Dextres: Wearable haptic feedback for grasping in vr via a thin form-factor electrostatic brake“. In: *Proceedings of the 31st Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology*. 2018, S. 901–912.
- [9] Zhou, M. und Ben-Tzvi, P. „RML glove—An exoskeleton glove mechanism with haptics feedback“. In: *IEEE/Asme Transactions on mechatronics* 20.2 (2014), S. 641–652.



Dieser Tagungsband enthält die Beiträge der Getriebetagung 2022 in Chemnitz. Die Getriebetagung, nun organisiert von drei Lehrstühlen deutscher Universitäten, hat eine lange Tradition als Treffpunkt für Konstrukteure, Ingenieure und Wissenschaftler, die sich mit innovativen Antriebslösungen beschäftigen.

Branchenübergreifend unterliegen heute weltmarkttaugliche Lösungen von Bewegungsaufgaben einem ganzheitlichen Systemansatz. Dieser ist geprägt durch das Zusammenspiel neuester Forschungsergebnisse und Innovationen der Antriebs- und Getriebetechnik, der Regelungs-, Steuerungs- und Automatisierungstechnik und der Werkstoff- und Konstruktionstechnik, wobei die Methoden der virtuellen Produktentwicklung den Entwicklungsalltag mehr und mehr dominieren. Nur so ist es möglich, ressourcen- und energieeffiziente Produkte in immer kürzerer Zeit zu entwickeln. Die Möglichkeit, Bewegungsaufgaben, aufgaben-individuell mit einer minimalen Anzahl von Antrieben mittels Mechanismen zu realisieren, muss vor der immer dringlicher werdenden Notwendigkeit der Energieeinsparung weiter vorangetrieben werden. Daher stellt sich die Frage, wo die nichtlinearen Übertragungs- und Führungsgetriebe in Form von Koppel-, Kurven-, Riemen- oder Rädergetrieben auch im Zusammenspiel mit der Robotik ihren Platz finden. Die Möglichkeiten der additiven Fertigung und des automatisierten Entwurfs werden auf jeden Fall die Nutzung klassischer Mechanismen zunehmend attraktiver machen.