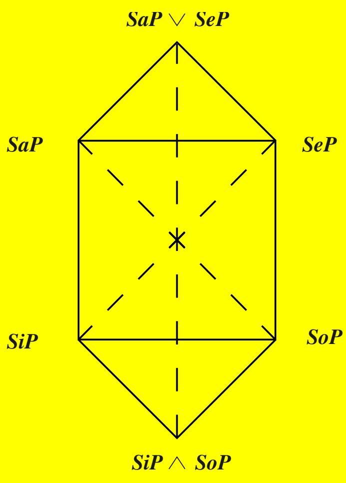
Logische Philosophie

Herausgeber

Bente Christiansen
Uwe Scheffler

Was folgt

Themen zu Wessel



λογος

Die Open-Access-Stellung der Datei erfolgte mit finanzieller Unterstützung des Fachinformationsdiensts Philosophie (https://philportal.de/)

DOI: https://doi.org/10.30819/0500

Herausgeber

Bente Christiansen
Uwe Scheffler

Was folgt

Themen zu Wessel

Logische Philosophie
Herausgeber:
H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko, M. Urchs

λογος

Herausgeber der Reihe Logische Philosophie

Horst Wessel

Unter den Linden 61
D-14621 Schönwalde
Deutschland

Uwe Scheffler

Institut für Philosophie
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6
D-10099 Berlin
Deutschland

SchefflerU@philosophie.hu-berlin.de

Yaroslav Shramko

Lehrstuhl für Philosophie
Staatliche Pädagogische Universität
UA-324086 Kryvyj Rih
Ukraine

kff@kpi.dp.ua

Max Urchs

Fachbereich Philosophie
Universität Konstanz
D-78457 Konstanz
Deutschland

max.urchs@uni-konstanz.de

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

ISSN 1435-3415
ISBN 3-8325-0500-8

Logos Verlag Berlin
Gubener Str. 47, 10243 Berlin, Tel.: +49 030 42 85 10 90
INTERNET: http://www.logos-verlag.de

Vorwort

„Was folgt“ ist zweifellos das zentrale Thema für die Logik, im Grunde geht es Logikern in ihrer Arbeit immer um das Charakterisieren von logischen Folgebeziehungen oder Ableitbarkeitsbeziehungen in interpretierten Sprachen oder deduktiven Systemen. Formale Theorien der Folgebeziehung oder der Ableitbarkeit setzen den Maßstab für die Gültigkeit von Argumenten in der natürlichen Sprache, zumindest jedoch schaffen sie die Grundlage, auf der man überhaupt erst zu einer Einigung über die Gültigkeit von Argumenten kommen kann – ohne die keine Philosophie sinnvoll betrieben werden kann.

Diese Auffassung von Logik als *philosophischer Logik*, als Disziplin der Philosophie, ist kennzeichnend für die Philosophie Horst Wessels.

Am 16. August 2001 wurde Horst Wessel 65 Jahre alt. Aus diesem Anlaß und zu seiner Verabschiedung aus seinem Berufsleben als Professor an der Humboldt-Universität zu Berlin fand ihm zu Ehren im September 2001 ein Symposium statt. Die Beiträge in diesem Band sind vornehmlich Vorträge dieses Symposiums. Sich verschiedenen logischen Fragestellungen widmend, ist ihnen doch eines gemeinsam: sie beschäftigen sich mit dem logisch-philosophischen Werk Horst Wessels – sie sind *Themen zu Wessel*.

Der Titel des vorliegenden Bandes ist mehrdeutig: „Was folgt“ kann zunächst als Frage aufgefaßt werden, als logisch-philosophische Problemstellung im obigen Sinne; es kann aber auch als Kennzeichnung verstanden werden: wir betrachten dann *das, was folgt*. – Die Artikel in diesem Band setzen sich nicht nur kritisch mit dem logischen Konzept, das Wessel entwickelt hat und vertritt (und das im ersten Artikel kurz umrissen wird), auseinander, sondern zeigen zahlreiche Ansätze zu dessen Weiterentwicklung.

Bente Christiansen

Uwe Scheffler

Inhaltsverzeichnis

Wessellogik

Bente Christiansen
bchrist@logos-verlag.de
Logos Verlag Berlin, Gubener Str. 47, 10243 Berlin
Uwe Scheffler
SchefflerU@philosophie.hu-berlin.de
Institut für Philosophie, Humboldt-Universität zu Berlin, 10099 Berlin

Das Sprechen, als materiell, und Folge realen Bedürfnisses, geht unmittelbar nur auf Bezeichnen von Sachen; das Denken, als ideell, immer auf Form. Ueberwiegendes Denkvermögen verleiht daher einer Sprache Formalität, und überwiegende Formalität in ihr erhöhet das Denkvermögen.
(Wilhelm von Humboldt)

1 Einleitung

Wenn man sich mit Arbeiten Horst Wessels beschäftigt, so trifft man auf ein Konglomerat von Abhandlungen zu verschiedensten Bereichen der Logik und Philosophie. Als Beispiele seien die Theorie der logischen Folgebeziehung genannt, ebenso die nichttraditionelle Prädikationstheorie, die Terminitheorie und, damit zusammenhängend, Untersuchungen zu vermeintlich intensionalen Kontexten; Existenz hat er gleich in verschiedenen Zusammenhängen untersucht (Existenz als Prädikat; als Theorie der Existenzbelastung von Aussagen; Existenz und Identität u. a.). Er hat eine Kritik des Intuitionismus vorgelegt, zu Modalitäten publiziert und das Verhältnis von Logik zu Philosophie und ihren Disziplinen neu bestimmt. Die Liste ließe sich noch lange fortführen. Angesichts dieser Fülle scheinbar zusammenhangsloser Themen kann man sich fragen: Was soll eigentlich Wessellogik sein?

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 1–23

Charakteristisch für das logische Werk Horst Wessels sind vor allem zwei Dinge: Zunächst liegt allen logischen Systemen, die Wessel aufgestellt hat, die Idee einer „Komplexen Logik“ zugrunde. Dieses Konzept geht auf A. A. Sinowjew zurück, mit dem Wessel seit 1964 viele Jahre zusammengearbeitet hat. Es zielt darauf ab, die verschiedenen (Wissenschafts-)Logiken zu einem einheitlichen, universell gültigen und damit grundlegenden Gesamtsystem der Logik zusammenzufassen – und zwar kraft universeller Sprachregeln. So erhält die Philosophie – und damit sind wir beim zweiten Punkt – die notwendigen Schlußwerkzeuge an die Hand. Denn Logik war für Wessel seit je her eine philosophische Disziplin, deren Zweck vor allem ist, philosophische (und andere einzelwissenschaftliche) Probleme mit logischen Methoden präziser formulieren und lösen zu können.

Wir können an dieser Stelle keine allumfassende Wertung der Ergebnisse von Horst Wessel geben und beschränken uns daher auf die Punkte, die uns einerseits als die zentralen in seiner Arbeit erscheinen und die andererseits auch dazu herausfordern, an der Konzeption weiterzuarbeiten.

2 Die nichttraditionelle Prädikationstheorie

2.1 Zur Geschichte

Die Grundsätze der nichttraditionellen Prädikationstheorie sind zum ersten Mal von Alexander Sinowjew in den Arbeiten [9], [10, S. 143 ff.] und [11, S. 237–250] beschrieben worden. Wessel hat in seiner Arbeit *Vollständigkeit der Nichttraditionellen Prädikationstheorie* [13] eine neue Axiomatisierung der nichttraditionellen Prädikationstheorie vorgestellt und dessen Vollständigkeit bewiesen. In einer Reihe von Arbeiten wird die nichttraditionelle Prädikationstheorie angewendet und diskutiert, beispielsweise von Wessel selbst bei der Kritik der intuitionistischen Logik [14, 15], bei der Lösung einiger wissenschaftlicher Paradoxien [17, 20, 21], und, zusammen mit K. Wuttich, bei der logischen Analyse sogenannter *intensionaler Kontexte* [28]; des weiteren in [30, 1, 7] und anderen. Die bisher letzte Wesselsche Fassung liegt mit [25, S. 153–169] vor.

2.2 Das System

Für eine Sprache mit Gegenstands- und Prädikatenkonstanten und aussagenlogischen Operatoren werden *zwei* Arten der Prädikation unterschieden:

das Zusprechen und das Absprechen einer (n-stelligen) Eigenschaft bezüglich eines Subjektes (eines n-Tupels von Subjekten). Zusprechen und Absprechen sind verschiedene Bildungsmechanismen für atomare Aussagen, die gleichberechtigt sind und deren Unterscheidung sprachphilosophisch gerechtfertigt wird.

In Fällen wie den folgenden beiden und anderen ist die Unterscheidung von Zusprechen und Absprechen offenkundig sinnvoll:

- Existiert das Subjekt einer atomaren Aussage nicht, kann das Prädikat nicht zugesprochen, aber auch nicht abgesprochen werden. Es kann aber immerhin behauptet werden, daß die Negationen beider solcher Aussagen gelten.

- Ist das Prädikat einer atomaren Aussage dem Subjekt nicht angemessen, liegt also ein Kategorienfehler vor, kann das Prädikat nicht zugesprochen, aber auch nicht abgesprochen werden. Es kann aber immerhin behauptet werden, daß die Negationen beider solcher Aussagen gelten.

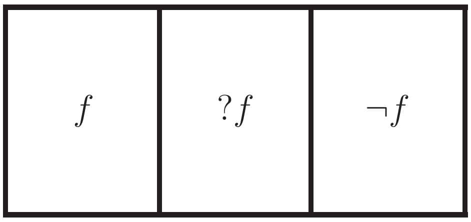
Während in der traditionellen Prädikationstheorie jedes n-stellige Prädikat die Menge aller n-Tupel im Gegenstandsbereich in genau zwei Teile teilt, stellt sich die Lage in der nichttraditionellen Prädikationstheorie graphisch so dar, wie in Abbildung 1. Die dargestellten Mengen von n-Tupeln entsprechen:[1]

f – der Menge aller $\langle i_1, \ldots, i_n\rangle$ derart, daß $\langle i_1, \ldots, i_n\rangle \leftarrow f$
(– Zusprechen)
$\neg f$ – der Menge aller $\langle i_1, \ldots, i_n\rangle$ derart, daß $\langle i_1, \ldots, i_n\rangle \not\leftarrow f$
(– Absprechen)
$?f$ – der Menge aller $\langle i_1, \ldots, i_n\rangle$ derart, daß $\sim\langle i_1, \ldots, i_n\rangle \leftarrow f$ und $\sim\langle i_1, \ldots, i_n\rangle \not\leftarrow f$
(– weder Zu- noch Absprechen)

Aus der Visualisierung läßt sich unschwer eine entsprechende Semantik ablesen: Betrachtet werden alle Belegungen für die vorkommenden atomaren Formeln $\langle i_1, \ldots, i_n\rangle \leftarrow f^n$ und $\langle i_1, \ldots, i_n\rangle \not\leftarrow f^n$ mit den Wahrheitswerten `w` und `f` unter der Bedingung, daß keine zwei Formeln, die sich nur im Zeichen für die Prädikation unterscheiden, gemeinsam den Wert `w` zugeschrieben bekommen. Eine Axiomatik der nichttraditionellen Prädikationstheorie erhält man aus einer axiomatischen Darstellung der Aussagenlogik, indem zunächst

[1] Wir verwenden in diesem Artikel eine andere Notation als die zitierte.

Abbildung 1: Die nichttraditionelle Prädikationstheorie



anstelle der Aussagenvariablen die atomaren Aussagen der nichttraditionellen Prädikationstheorie zur Basis der induktiven Formeldefinition gewählt werden und anschließend das Formelschema

$$\langle i_1, \dots, i_n \rangle \not\leftarrow f^n \supset {\sim}\langle i_1, \dots, i_n \rangle \leftarrow f^n \tag{1}$$

zu den Axiomen hinzugefügt wird.

Zum Beweis der Korrektheit und Vollständigkeit reicht es aus, eine bestimmte Abbildung der Sprache der nichttraditionellen Prädikationstheorie in die der Aussagenlogik zu betrachten: Zunächst werden alle (abzählbar vielen) zusprechenden atomaren Formeln auf Aussagenvariablen „p“ mit entsprechenden Indizes abgebildet. Dann wird jede entsprechende absprechende atomare Formel der nichttraditionellen Prädikationstheorie auf eine Aussagenvariable „q“ mit demselben Index abgebildet, den ihre zusprechende Entsprechung hat. Offenbar entspricht das neue Axiomenschema nun einer Menge M von Aussagen $q_i \supset {\sim}p_i$, und die semantische Bedingung wird zur selben Menge M der Bedingungen ${\sim}(q_i \wedge p_i)$. Da die Aussagenlogik korrekt und vollständig ist, gilt unter anderem auch:

$$M \models A \quad \Leftrightarrow \quad M \vdash A \tag{2}$$

und die nichttraditionelle Prädikationstheorie ist ebenfalls korrekt und vollständig. Diese Präsentation des Beweises, deren Idee auch Wessels Beweisen zugrunde liegt, läßt sich ganz natürlich auf einen prädikatenlogischen Fall ausdehnen, in dem die Prädikate nicht nur zu-, sondern auch abgesprochen werden können. Voraussetzung ist dann, daß die Interpretationsfunktion einer üblichen referentiellen Semantik (Wessel betrachtet so etwas nicht) jedem Prädikat ein Paar von Mengen von Tupeln zuschreibt, deren erste die Menge für das Zusprechen, deren zweite die für das Absprechen ist.

2.3 Was ist $\not\leftarrow$?

Man kann sich die Frage stellen, was mit der nichttraditionellen Prädikationstheorie Neues im Vergleich zu Konzeptionen erreicht ist, die ebenfalls mit Problemen wie den beiden oben genannten (Existenzpräsuppositionen, Kategorienfehler) umzugehen versuchen. Der Wesselschen Deutung des Absprechens als einer *Prädikation*, das heißt als aussagenbildendem Operator, welcher aus Termini bestimmter Art Aussagen produziert, welcher semantisch also eine direkte Wahrheitsbewertung erfährt, stehen andere Versuche gegenüber:

- Absprechen ist eine weitere Art von aussagenlogischer *Negation* neben der klassischen kontradiktorischen.
- Absprechen ist eine *Prädikatnegation*, also terminusbildend.
- Absprechen ist ein Ausdrucksmittel für eine *Wertlücke*, die dann selbstverständlich nicht der Menge $\neg f$, sondern $?f$ in Abbildung 1 entspricht.

Wessel weist diese Interpretationen immer zurück. Auch wenn für bestimmte Logiken mit zweiter Negation, Prädikatnegation oder Wertlücke gezeigt werden kann, daß Formeln dann und nur dann beweisbar (tautologisch) sind, wenn deren Übersetzungen in der nichttraditionellen Prädikationstheorie beweisbar (tautologisch) sind, ist es nicht gleichgültig, welcher Zugang gewählt wird. Zusprechen und Absprechen sind, sprachphilosophisch gesehen, Handlungen, deren Resultate die entsprechenden Aussagen sind. Mit dem Vollzug einer solchen Handlung wird eine Aussage gebildet – dafür müssen die entsprechenden Termini vorhanden sein –, und es wird gleichzeitig etwas über etwas behauptet – dafür müssen zumindest die Subjekte der Behauptung vorhanden sein. Aus diesem Verständnis ergibt sich zwingend, daß

1. Zusprechen und Absprechen nicht iteriert auftreten können, denn nach der Handlung liegen keine Termini, sondern Aussagen vor;

und

2. Zusprechen und Absprechen beide die Existenz der Subjekte der Prädikation für die Wahrheit der entsprechenden Aussagen erfordern.

Wie ist das für die genannten anderen Versuche?

Alle drei Konzeptionen können nicht befriedigend erklären, warum die Negationen nicht iteriert auftreten können bzw. die Wertlücke nicht für komplexe Formeln auftritt. Sei $\neg$ eine zweite, konträre Negation neben der klassischen $\sim$, sei $\overline{}$ eine prädikatbildende Negation. Dann ist durch nichts zu erklären, warum Zeichenreihen wie $\neg\neg f^n(i_1, \ldots, i_n)$ oder $\overline{\overline{f^n}}(i_1, \ldots, i_n)$ nicht vorkommen können sollen. Bezüglich einer Lückensemantik wäre offen, warum Wahrheitswertlücken stets nur bei der Grundbewertung der atomaren Formeln auftreten können sollen, nicht aber bei der Bewertung von zusammengesetzten. Insbesondere wäre zu begründen, warum die Negation einer Formel mit Wertlücke keine Formel mit Wertlücke ist – was unter anderem dazu führt, daß der klassische Äquivalenzbegriff umdefiniert werden muß. Im Grunde geht es um ein Problem, was man sich anhand natürlicher Antonyme klarmachen kann: „klug“ einmal als Grundprädikat gegeben, kann man mit Hilfe der nichttraditionellen Prädikationstheorie „dumm“ (als eigenes Prädikat, als natürliches Antonym), „unklug“ (als Prädikatnegation, die im konkreten Fall mit einem natürlichen Antonym auch zusammenfallen kann, aber nicht muß) und „nicht klug“ (als klassische Negation) auseinanderhalten, und zwar mittels Absprechen und der Negation eines (atomaren) Satzes mit „klug“. Tatsächlich lassen sich unschwer Sätze finden, die leicht als verschachtelte Verwendungen verschiedener solcher Konstruktionen zu erkennen sind.

Die Frage danach, ob absprechende prädikative Aussagen die Existenz der Subjekte präsupponieren, wird nur durch Prädikatnegationen im Sinne der Wesselschen Vorgaben beantwortet. Beim Versuch, Wertlücken einzuführen, werden Wertlücken gerade für solche Aussagen postuliert, in denen die Existenzpräsupposition nicht eingelöst ist. Man muß also über die Existenz oder Nichtexistenz von Gegenständen Bescheid wissen, um Werte oder Lücken zuzuschreiben. Im Gegensatz dazu ist in der nichttraditionellen Prädikationstheorie ein syntaktisches Kriterium (die Verwendung des Absprechens oder aber der klassischen Negation zur Aussagenbildung) für eine vorhandene oder nichtvorhandene Existenzbelastung ausschlaggebend. Eine zweite Negation klärt ganz offensichtlich die Frage nicht, warum bestimmte negativ formulierte Aussagen existenzpräsupponierend sind, andere nicht. Für Prädikatnegationen gilt dagegen wie in Wessels Theorie, daß die fraglichen Aussagen prädikativ und damit eindeutig existenzpräsupponierend sind, was denn immerhin eine nähere Verwandschaft zwischen diesen beiden Konzeptionen vermuten läßt, als sie zwischen diesen und den anderen beiden besteht.

Ein Indiz für diese Vermutung ist auch der oben genannte Beweis für Korrektheit und Vollständigkeit, dessen Idee in eine Übersetzung in eine Sprache mit (nichtiterierbaren) Prädikatnegationen umgedeutet werden kann.

3 Die Theorie der logischen Folgebeziehung

3.1 Zur Geschichte

Hat man sich auf eine Theorie der Prädikation festgelegt, kann man sich über Prinzipien des Folgerns aus Aussagen Gedanken machen. Sinowjews Zugang (zusammenfassend dargestellt in [11, S. 209–236]) geht zwei Probleme an, die bei der Interpretation der Subjunktion als Zeichen für die Folgebeziehung bestehen. Wegen der semantischen Eigenschaften der Subjunktion gilt

$$A \models B \quad \Leftrightarrow \quad \models A \supset B \tag{3}$$

Allerdings lassen sich nur die Subjunktionen, die *Hauptoperatoren* sind, als Zeichen für eine logische Folgebeziehung interpretieren, und außerdem bekommt man über diese Interpretation die Paradoxien der materialen Implikation als Paradoxien der logischen Folgebeziehung. Wessel beantwortet entsprechende Fragen mit dem System $\mathbf{F^s}$ [12], für welches Pietruszczak in [4] eine korrekte und vollständige Axiomatisierung angibt und deren Vollständigkeit beweist. In $\mathbf{F^s}$ kommt das Zeichen für die logische Folgebeziehung (Wessel verwendet $\vdash$, wir werden dies von nun an auch tun) *zwischen* aussagenlogischen Formeln vor, bildet aber keine aussagenlogischen Formeln, die aussagenlogisch verknüpft werden könnten. Subjekte in Aussagen über die logische Folgebeziehung sind eben *Aussagen*, nicht die Gegenstände, über die in den Aussagen gesprochen wird, und so ist eine Aussage $A \vdash B$ eine Abkürzung für die prädikative Aussage

$$\langle \text{die Aussage } A,\ \text{die Aussage } B \rangle \leftarrow \ \vdash \tag{4}$$

Zur Vermeidung der Paradoxien der materialen Implikation werden den Aussagen A und B gewisse Bedingungen auferlegt, die in ihrer Gesamtheit einen bestimmten Sinnzusammenhang zwischen ihnen garantieren sollen, falls $A \vdash B$ gilt. In [6] ist dieser Sinnzusammenhang als Informationsbeziehung interpretiert worden, in [5, 16, 19] und anderen Arbeiten sind die Grundlagen des Systems $\mathbf{F^s}$ diskutiert worden.

3.2 Das System

Axiomatisiert werden soll folgende semantische Idee:
Eine Formel $A \vdash B$ ist genau dann eine gültige Regel der strikten logischen Folgebeziehung, wenn

1. $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist;
2. B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen;
3. A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist.

Axiome von $\mathbf{F^s}$ sind alle Formeln, die die logische Form eines der Axiomenschemata haben und folgende Bedingungen erfüllen:

E1. In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine Variablen vor, die nicht in A vorkommen.

E2. In einer Formel $A \vdash B$ ist A keine Kontradiktion und B keine Tautologie.

A1. $A \vdash {\sim}{\sim}A$

A2. ${\sim}{\sim}A \vdash A$

A3. $A \wedge B \vdash A$

A4. $A \wedge B \vdash B \wedge A$

A5. ${\sim}(A \wedge B) \vdash {\sim}A \vee {\sim}B$

A6. ${\sim}A \vee {\sim}B \vdash {\sim}(A \wedge B)$

A7. $(A \vee B) \wedge C \vdash (A \wedge C) \vee B$

A8. $(A \wedge C) \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge C$

A9. $A \vee B \vdash A$ (wobei B eine Kontradiktion ist)

A10. $B \vee A \vdash A$ (wobei B eine Kontradiktion ist)

R1. Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash C$, so $A \vdash C$.

R2. Wenn $A \vdash B$ und $A \vdash C$, so $A \vdash B \wedge C$.

R3. Wenn $A \dashv\vdash B$, so $C \vdash C\,[A/B]$, wobei C keine Kontradiktion und $C\,[A/B]$ keine Tautologie ist.

R4. Wenn $A \vdash B$, so $A \vdash B \wedge C$, wobei C eine Tautologie ist und nur Variablen enthält, die in A vorkommen.

R5. Wenn $A \vdash B$, so $A \vdash B \vee C$, wobei C eine Kontradiktion ist und nur Variablen enthält, die in A vorkommen.

R6. Wenn $A \vdash B$, so $A \vdash C \vee B$, wobei C eine Kontradiktion ist und nur Variablen enthält, die in A vorkommen.

3.3 Die Bedingungen

Die Variablenbedingung (E1) und die semantische Bedingung (E2) sind gesetzt worden, um eine Art Sinnzusammenhang zu garantieren und damit die Paradoxien der materialen Implikation fernzuhalten. Für die Aussagenlogik ist dies völlig unproblematisch, was der oben erwähnte Vollständigkeitsbeweis auch zeigt. Für andere, interessantere logische Sprachen und Systeme ist das komplizierter.

Nach der Variablenbedingung präsupponiert die Aussage über die logische Folgebeziehung $A \vdash B$, daß in B kein sprachliches Material vorkommt, was nicht schon in A vorkommen würde. Schon die Übertragung der Bedingung E1 auf die Sprache der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist nicht trivial: Was genau ist das sprachliche Material, worauf sich die Bedingung bezieht? Die größte in Frage kommende Einheit sind die atomaren Aussagen, daneben kämen aber auch Paare von Prädikattermini und n-Tupeln von Subjekttermini (also atomare Aussagen unter Vernachlässigung der Art der Prädikation), Termini überhaupt oder nur Prädikattermini bzw. nur Subjekttermini in Betracht. Möglich wären also folgende Fomulierungen des hinter E1 stehenden Prinzips:

E1-1 In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine atomaren Formeln vor, die nicht in A vorkommen.

E1-2 In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine prädikativen Formeln vor, die nicht selbst oder wenigstens deren prädikative Pendants in A vorkommen.

E1-3 In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine Prädikat- und keine Subjekttermini vor, die nicht in A vorkommen.

E1-4 In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine Prädikattermini vor, die nicht in A vorkommen.

E1-5 In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine Subjekttermini vor, die nicht in A vorkommen.

Die erste Forderung ist ganz offensichtlich zu stark, da sie für das oben erwähnte charakteristische Axiom der nichttraditionellen Prädikationstheorie, die Formel

$$\langle i_1, \ldots, i_n \rangle \not\leftarrow f^n \supset \sim\langle i_1, \ldots, i_n \rangle \leftarrow f^n \tag{1}$$

keine entsprechende Formulierung als Regel der Folgebeziehung zuläßt. Solche Formulierungen sind nach der zweiten Forderung möglich, und es ist in der Tat für die nichttraditionelle Prädikationstheorie nicht zu sehen, warum eine noch schwächere Forderung gesetzt werden sollte. Eine Erweiterung der nichttraditionellen Prädikationstheorie in einem System der logischen Folgebeziehung durch ein Identitätszeichen (mit der adäquaten Regel zur Ersetzung Identischer in prädikativen Ausdrücken) – etwas, was Wessel nicht betrachtet, – verlangte dagegen nach der dritten Forderung. Die zweite ließe nämlich

$$i \leftarrow f \wedge i = j \quad \vdash \quad j \leftarrow f \tag{5}$$

durchfallen, was klar unerwünscht ist.

Auch für E1-4 und E1-5 lassen sich durchaus Fälle konstruieren, in denen die Wahl dieser Forderungen angemessen erscheint. Die beiden Forderungen sind inhaltlich so zu interpretieren, daß der Sinnzusammenhang jeweils dadurch garantiert wird, daß immer noch die gleichen Eigenschaften (wenn auch nun von verschiedenen Gegenständen) betrachtet werden (E1-4) respektive daß noch über dieselben Gegenstände (jedoch anderes) behauptet wird (E1-5). Welche Konsequenzen die Wahl der Variablenbedingung für das System hat, kann man sich klarmachen, indem man die dann erlaubten Versionen der Einführung der Adjunktion betrachtet: es gilt in keinem der Fälle uneingeschränkt

$$A \quad \vdash \quad A \vee B \tag{6}$$

Wie zu erwarten, wirft die Portierung der Variablenbedingung in reichere Sprachen weitere Probleme auf, so ist etwa für die Prädikatenlogik zu untersuchen, ob Individuenvariablen und Individuenkonstanten unterschiedlich behandelt werden müssen, für Sprachen mit termbildenden Operatoren und Definitionen sind entsprechende Einschränkungen oder Erlaubnisse explizit zu formulieren. Gerade letztere Frage ist im Grunde auch für einige von Wessel bereits betrachtete Systeme genauer zu untersuchen – insbesondere mit Bezug auf konstante Prädikate. Wessel setzt beispielsweise bei seiner Behandlung des Existenzprädikates $\mathcal{E}$

$$\langle i_1, \ldots, i_n \rangle \leftarrow f^n \quad \vdash \quad i_j \leftarrow \mathcal{E} \tag{7}$$

$$\langle i_1, \ldots, i_n \rangle \not\leftarrow f^n \quad \vdash \quad i_j \leftarrow \mathcal{E} \tag{8}$$

für $j = 1, \ldots, n$ als Postulate, die jede der Fassungen der Variablenbedingung, mit Ausnahme der letzten, verletzen. Sollten wir uns also auf eine so schwache Fassung der Variablenbedingung einlassen? Nicht unbedingt: wenn man Postulate als implizite Definitionen (hier des Existenzprädikates) auffaßt, dann ist es nur zu natürlich, daß der Sinnzusammenhang vor und nach der Definition durch ein Postulat anders ist: Vorher war $\mathcal{E}$ ein in keiner Weise mit anderen Prädikaten verbundenes Prädikat, nachher besagen (7) und (8) ja gerade, daß beim Prädizieren Existenz mitbehauptet wird, also ein Sinnzusammenhang besteht.

Die semantische Bedingung E2 besagt, daß nicht aus Kontradiktionen und nicht auf Tautologien geschlossen wird. Wessel hält diese Forderung offenbar für weniger wichtig als die Variablenbedingung und begründet sie damit, daß es unsinnig ist, aus (bekannten) Kontradiktionen, und unnötig, auf (bekannte) Tautologien zu schließen. Man könne in Fällen, in denen man nichts darüber wisse, ob A eine Kontradiktion oder B eine Tautologie sei, ja routinemäßig ein schwächeres System verwenden – etwa das Sinowjewsche, was man aus $\mathbf{F}^{\mathrm{S}}$ durch Verwerfen der Forderung E2 erhält. Diese Bemerkung ist wichtig, denn es gibt schließlich Systeme, in denen wir grundsätzlich nicht davon ausgehen können, für jede Formel die Frage entscheiden zu können, ob sie eine Tautologie oder eine Kontradiktion ist.

3.4 Folgebeziehung und Existenz

Neben den beiden bereits erwähnten Formelschemata (7) und (8) benutzt Wessel folgendes Postulat, um den Zusammenhang zwischen dem Existenzprädikat und der logischen Folgebeziehung zu charakterisieren:

$$\vdash {\sim} i \nleftarrow \mathcal{E} \tag{9}$$

Der philosophische Hintergrund läßt sich in den Diskussionen um die bekannte These finden, daß es schwierig ist, *von etwas* zu sagen, daß *es* nicht existiere. Wie sollte das gehen, welches *etwas* oder *es*? Tatsächlich muß man (9) gar nicht postulieren. Es läßt sich herleiten, sofern man die Variablenbedingung entsprechend liberalisiert oder, wegen des definitorischen Charakters von (7) und (8), als eingelöst betrachtet:

$$\begin{array}{lrcll} 1. & i \nleftarrow \mathcal{E} & \vdash & {\sim} i \leftarrow \mathcal{E} & (1) \\ 2. & i \nleftarrow \mathcal{E} & \vdash & i \leftarrow \mathcal{E} & (8) \\ 3. & i \nleftarrow \mathcal{E} & \vdash & i \leftarrow \mathcal{E} \wedge {\sim} i \leftarrow \mathcal{E} & (R2) \\ 4. & {\sim}(i \leftarrow \mathcal{E} \wedge {\sim} i \leftarrow \mathcal{E}) & \vdash & {\sim} i \nleftarrow \mathcal{E} & (\mathbf{F^s}) \\ 5. & & \vdash & {\sim} i \nleftarrow \mathcal{E} & (\mathbf{F^s}) \end{array} \tag{10}$$

In (10) ist die einzige Voraussetzung, die über die (vollständigen) Theorien von Folgebeziehung und Prädikation hinausgeht, die zweite – eine Einsetzung in das nichttraditionelle Dogma von der Existenz der Gegenstände, denen eine Eigenschaft (hier: die, zu existieren) abgesprochen wird. Was man also als *logischen* Satz, im Unterschied zum *faktischen* Postulat (9), festhalten kann, ist die Regel:

$$\text{Wenn} \quad \langle i_1, \ldots, i_n \rangle \nleftarrow f^n \quad \vdash \quad i_j \leftarrow \mathcal{E}, \quad \text{dann} \quad \vdash {\sim} i \nleftarrow \mathcal{E} \tag{11}$$

Da $\langle i_1, \ldots, i_n \rangle \nleftarrow f^n \quad \vdash \quad i_j \leftarrow \mathcal{E}$ aber, wie erwähnt, die Variablenbedingung verletzt, ist es vielleicht sinnvoller, anstelle der Folgebeziehung in diesem Formelschema doch eine Subjunktion (noch besser: einen Konditionaloperator) zu verwenden, und man erhält das Schema

$$\langle i_1, \ldots, i_n \rangle \nleftarrow f^n \supset i_j \leftarrow \mathcal{E} \quad \vdash \quad {\sim} i_j \nleftarrow \mathcal{E} \tag{12}$$

als gültige Regel für die logische Folgebeziehung, die die Existenz und die nichttraditionelle Prädikation verbindet. Formeln mit diesem Schema entsprechen der Fassung der Variablenbedingung, die oben mit E1-3 für vernünftig befunden wurde (selbst E1-2 kann verwendet werden).

Zurück zur Existenzlogik mit Folgebeziehung und unter Voraussetzung der nichttraditionellen Prädikationstheorie: Eine Folge der beiden Postulate (7) und (8) ist die Gültigkeit von

$$i \leftarrow f \vee i \nleftarrow f \quad \vdash \quad i \leftarrow \mathcal{E} \tag{13}$$

für beliebige Prädikattermini f (bei Wessel ein Axiom), das Umgekehrte gilt selbstverständlich nicht. Allerdings folgt aus (13) (oder wahlweise (8)) eine interpretationsbedürftige Formel, nämlich

$$\sim i \leftarrow \mathcal{E} \quad \vdash \quad \sim i \not\leftarrow \mathcal{E} \tag{14}$$

4 Existenzbelastung und Identität

Die Theorie der Existenzbelastung dient dazu, die Frage zu klären, wie genau Formeln eines logischen Kalküls von der Existenz von Gegenständen abhängig sind. Wessel hat sie, im Anschluß an eine Arbeit von K.-H. Krampitz [2], in zwei Versionen vorgelegt ([24], außerdem [25, S. 115 ff., S. 339 ff.]), eine weitere, mit geringfügig anderer Zielsetzung, wird in [3] vorgestellt. Wir verwenden hier die kürzere Fassung für die Diskussion unserer Zwecke:

Wessel verweist darauf, daß man von *Existenzbelastung* nur für wahre Aussagen sinnvoll sprechen kann, so nutzt er zwei Abkürzungen für vorliegende respektive nicht vorliegende Existenzbelastung:

- Wenn A wahr ist, hat A die Charakteristik $\mathtt{e}$
  A hat die Charakteristik $\mathtt{e}$
  $\lfloor A \rfloor = \mathtt{e}$
- Wenn A wahr ist, hat A die Charakteristik $\mathtt{n}$
  A hat die Charakteristik $\mathtt{n}$
  $\lfloor A \rfloor = \mathtt{n}$

Den prädikativen Aussagen wird – entsprechend den Festlegungen (7) und (8) – die Charakteristik $\mathtt{e}$ zugeschrieben, sie sind existenzbelastet. Entlang des Formelaufbaus wird dann festgelegt:

$$\begin{aligned} \lfloor \sim A \rfloor &= \mathtt{e} \text{ genau dann, wenn } \lfloor A \rfloor = \mathtt{n} \\ \lfloor A \vee B \rfloor &= \mathtt{e} \text{ genau dann, wenn } \lfloor A \rfloor = \lfloor B \rfloor = \mathtt{e} \\ \lfloor \forall i\, A \rfloor &= \mathtt{e} \text{ genau dann, wenn } \lfloor A \rfloor = \mathtt{e} \end{aligned} \tag{15}$$

und diese Belegung wird in zu erwartender Weise auf die anderen Operatoren erweitert.

Wessel kann nun zeigen, daß alle Theoreme der klassischen Prädikatenlogik die Charakteristik $\mathtt{n}$ haben, das heißt nicht existenzbelastet sind. Er interpretiert dies als präzise Antwort auf eine weithin diskutierte Frage, nämlich als Feststellung, daß die Theoreme der Prädikatenlogik nichts über die außersprachliche Wirklichkeit aussagen. Weiter unten betrachten wir sein Argument, nach welchem die Prädikatenlogik mit Identität diesen Vorzug nicht besitzt – und daher als ontologische Theorie anzusehen ist. Ist die Prädikatenlogik mit Identität wirklich ontologisch verdächtiger als die Prädikatenlogik?

Betrachten wir die Formel

$$\exists i\, f(i) \vee \exists i \sim f(i) \tag{16}$$

die ein Theorem der Prädikatenlogik ist. Diese Formel ist, als Theorem, nicht existenzbelastet und hat die Charakteristik $\mathtt{n}$. Die Regeln verlangen, daß dann $\lfloor \exists i\, f(i) \rfloor = \mathtt{n}$ oder $\lfloor \exists i \sim f(i) \rfloor = \mathtt{n}$, daß also $\lfloor f(i) \rfloor = \mathtt{n}$ oder $\lfloor f(i) \rfloor = \mathtt{e}$. Das heißt nichts anderes, als daß (16) entweder von der Existenz von i abhängig ist oder eine nicht-existenzpräsupponierende Prädikation beinhaltet. Unter dem Dogma (7) bleibt gar kein Zweifel, daß die Prädikatenlogik die Existenz eines Interpretationsbereiches (mit wenigstens einem Element) voraussetzt. Damit sagt die Prädikatenlogik doch etwas über die außersprachliche Wirklichkeit aus, nämlich: es gibt wenigstens ein Ding.

4.1 Identität

Wahre Identitätsaussagen sind existenzbelastet, die Identität ist schließlich ein Prädikat. Der springende Punkt sind also Formeln wie

$$\forall i\ i = i \tag{17}$$

die auch häufig als Axiome in entsprechend aufgebauten Systemen der klassischen Prädikatenlogik mit Identität vorkommen. Die Identität in Systemen der klassischen, traditionellen Prädikatenlogik mit Identität spielt in gewisser Weise eine ähnliche Rolle wie das Existenzprädikat: Während der Wertebereich der Interpretationsfunktion für das Existenzprädikat die Menge aller Gegenstände aus dem Interpretationsbereich ist, ist der Wertebereich der Interpretationsfunktion für das Identitätsprädikat die Menge aller Paare von solchen Gegenständen mit sich selbst. Innerhalb eines traditionellen Zugangs ohne absprechende Prädikation könnte man also probeweise Existenz und Identität als definierte Prädikate über Tautologien für ein bestimmtes oder alle beliebigen Prädikate einführen:

$$\mathcal{E}(i) \quad =_{\mathrm{def}} \quad f(i) \vee \sim f(i) \tag{18}$$

$$i = i \quad =_{\mathrm{def}} \quad f(i) \vee \sim f(i) \tag{19}$$

Wessels Einwand gegenüber solchen Versuchen bezieht sich auf eine Definitionsregel, die nach der Theorie der Existenzbelastung zu beachten sei: $A =_{\text{def}} B$ ist nur dann eine gültige Definition, wenn A und B entweder beide die Charakteristik $\mathtt{e}$ oder beide die Charakteristik $\mathtt{n}$ haben. Das kann durchaus auch angezweifelt werden, denn Formeln der Art von (17) setzen tatsächlich nicht mehr voraus, als daß es überhaupt Gegenstände im Interpretationsbereich gibt. Dies ist aber, wie wir gesehen haben, bereits mit der Prädikatenlogik geklärt und bringt nichts Neues in die Diskussion. Im Unterschied dazu sagt eine Formel $a \leftarrow P$ tatsächlich etwas Informatives über die außersprachliche Wirklichkeit aus, nämlich daß es a gibt, welches außerdem die Eigenschaft P hat. Die mit (17) gelieferte Information läßt sich aber allein aus der gewählten Semantik ableiten (genauer: daraus, daß die Interpretationsfunktion eine *Funktion* ist) und ist damit, um mit Carnap zu sprechen, L-wahr und nicht (nur) F-wahr.

Die Version, in der die angegebene Definitionsregel für identitätsartige Relationen beachtet ist, ist von Wessel ausführlich untersucht worden. In [25, S. 229 ff.] formuliert er zunächst vier Definitionen:

$$\langle i,j\rangle \leftarrow \| =_{\text{def}} \quad i \leftarrow \mathcal{E} \wedge j \leftarrow \mathcal{E} \wedge \exists f\,(i \leftarrow f \wedge {\sim} j \leftarrow f \vee {\sim} i \leftarrow f \wedge j \leftarrow f) \tag{20}$$

$$\langle i,j\rangle \not\leftarrow \| =_{\text{def}} i \leftarrow \mathcal{E} \wedge j \leftarrow \mathcal{E} \wedge {\sim}\langle i,j\rangle \leftarrow \| \tag{21}$$

$$\langle i,j\rangle \leftarrow | =_{\text{def}} \exists f\,(i \leftarrow f \wedge j \not\leftarrow f \vee i \not\leftarrow f \wedge j \leftarrow f) \tag{22}$$

$$\langle i,j\rangle \not\leftarrow | =_{\text{def}} i \leftarrow \mathcal{E} \wedge j \leftarrow \mathcal{E} \wedge {\sim}\langle i,j\rangle \leftarrow | \tag{23}$$

die in der angegebenen Reihenfolge für die schwache Unterscheidbarkeit, strenge Ununterscheidbarkeit, strenge Unterscheidbarkeit und die schwache Ununterscheidbarkeit stehen.

Kandidaten für eine Identitätsrelation sind die beiden Ununterscheidbarkeitsbegriffe, die mit der folgendermaßen definierten Identitätsrelation verglichen werden[2]:

$$
\begin{array}{lcll}
\langle i,j\rangle \leftarrow = & =_{\text{def}} & \langle \mathtt{t}i,\mathtt{t}j\rangle \leftarrow \mathcal{S} & \text{Def.} \qquad (24)\\
\langle i,j\rangle \not\leftarrow = & =_{\text{def}} & i \leftarrow \mathcal{E} \wedge j \leftarrow \mathcal{E} \wedge {\sim}\langle i,j\rangle \leftarrow = & \text{Def.}\\
\langle i,j\rangle \leftarrow = & \supset & \langle \mathtt{t}i,\mathtt{t}j\rangle \leftarrow \rightleftharpoons & \text{Axiom}
\end{array}
$$

Tatsächlich kann gezeigt werden, daß Gegenstände genau dann identisch sind, wenn sie streng ununterscheidbar sind – allerdings wird Identität nicht genau dann abgesprochen, wenn strenge Unterscheidbarkeit vorliegt. Letzteres folgt aus ersterem. Das erzielte Ergebnis hängt in hohem Maße von Wessels Terminitheorie und sogar von nicht weiter geklärten Regeln wie der Behandlung der Quantifikationen über Prädikate oder Termini (anstelle von Gegenstandsvariablen) ab. Wessel legt alle diese Bezüge explizit offen und leistet mit seiner Analyse des Identitätsbegriffs einen wichtigen Beitrag zur analytischen Ontologie.

5 Terminitheorie

An dieser Stelle sollen Wessels Arbeiten zur Terminitheorie nur insoweit verfolgt werden, wie sie zum Verständnis seiner Konzeption von Intensionalität nötig sind. Dies ist ein eingeschränkter Zugang, hat sich Horst Wessel doch auch im Rahmen der Wissenschaftslogik, der (engeren) Modallogik und bei der Behandlung von Paradoxien auf terminitheoretische Grundlagen bezogen und diese dabei weiterentwickelt. Das Gebiet ist noch weitgehend offen, und viele von Wessels Ansätzen sind, genau wie Sinowjews, noch zu systematisieren und weiter zu vervollständigen. Wir beschränken uns hier auf das Thema „Intensionalität“, da einerseits Horst Wessel gerade in jüngster Zeit auf diesem Gebiet gearbeitet hat, da andererseits der allgemein fruchtbare Zugang einen frischen Blick auf verschiedene Diskussionen in Erkenntnistheorie und Ontologie ermöglicht.

Schon bei der Arbeit an den Systemen zur logischen Folgebeziehung haben Sinowjew und Wessel einen Standardnamen-bildenden Operator verwendet,

[2] Für die bisher nicht erwähnten vorkommenden Zeichen $\mathtt{t}$, $\mathcal{S}$ und $\rightleftharpoons$ seien hier Erläuterungen angegeben, zwei werden noch genauer diskutiert: $\mathcal{S}$ bezeichnet eine außerordentlich streng reglementierte Bezeichnungsrelation, $\mathtt{t}$ produziert aus einem Terminus (oder aus einer Aussage) einen Standardnamen für den Terminus (die Aussage), und $\rightleftharpoons$ ist „Bedeutungsgleichheit“, eine Synonymierelation zwischen Termini.

der aus Aussagen Namen dieser Aussagen bildet ([11, S. 209 f.], siehe auch [25, S. 138]). In (4) wurde „*die Aussage A*" verwendet, um auf diesen Standardnamen zu verweisen, und in Fußnote 2 wurde der Operator `t`, der Standardnamen von Ausdrücken bildet, beschrieben. Daß es sich tatsächlich um streng reglementierte Standardnamen handelt, die sogar einen gewissen Rückbezug vom Namen auf das Benannte zulassen, erkennt man an den gesetzten Postulaten:

$$\begin{aligned} \langle i, \mathtt{t}j\rangle \leftarrow \mathcal{S} \wedge \langle j, \mathtt{t}k\rangle \leftarrow \mathcal{S} &\supset \langle i, \mathtt{t}k\rangle \leftarrow \mathcal{S} \\ \langle i, \mathtt{t}j\rangle \leftarrow \mathcal{S} &\supset \langle j, \mathtt{t}i\rangle \leftarrow \mathcal{S} \text{ für singuläre } i, j \\ i \leftarrow \mathcal{E} &\supset \langle i, \mathtt{t}i\rangle \leftarrow \mathcal{S} \end{aligned} \tag{25}$$

Für die existierenden Gegenstände bilden deren (Standard-)Namen Äquivalenzklassen, womit für diese Gegenstände eine Identitätsrelation induziert wird. Wessels Behandlung der Identität ist also nicht nur an traditionelle Leibnizsche Ideen angelehnt, sondern auch formal aus der Terminitheorie erzwungen und kann für singuläre Termini wie folgt zusammengefaßt werden:

$$\text{Wenn } i \leftarrow \mathcal{E}, j \leftarrow \mathcal{E}, \text{ so } \langle i, j\rangle \leftarrow = \text{ genau dann, wenn } \langle \mathtt{t}i, \mathtt{t}j\rangle \leftarrow \rightleftharpoons \tag{26}$$

Für die Äquivalenzrelation auf der Seite der Termini wurde hier das Zeichen $\rightleftharpoons$ verwendet, das Wessel für die Gleichheit der Bezeichnungsaufgabe benutzt. Er führt den Bedeutungseinschluß $\rightharpoonup$, der den Einschluß der Bezeichnungsaufgaben symbolisieren soll, über normativ-semantische Tafeln ein [23], weil er die folgende, von Krampitz kritisierte Definition über den kategorialen Terminus „Gegenstand" (g) für defekt hält[3]:

$$\langle \mathtt{t}i, \mathtt{t}j\rangle \leftarrow \rightharpoonup \quad =_{\text{def}} \quad \langle g, \mathtt{t}i\rangle \leftarrow \mathcal{S} \supset \langle g, \mathtt{t}j\rangle \leftarrow \mathcal{S} \tag{27}$$

Wessel vermutet mit Krampitz, daß es Probleme mit leeren Termini geben könnte. Dies ist nur bedingt so. Natürlich sind Nixen auch nach Definition (27) weiterhin Fabelwesen (das Vorderglied der Subjunktion ist falsch), allerdings sind Nixen auch Hexen und Märchenprinzessinnen und Feministinnen. Letzteres läßt sich vermeiden, wenn man – wie Wessel früher vorgeschlagen

[3]Genauer verwendet Wessel in der folgenden Definition einen Konditionaloperator. Da wir seine Vorstellungen von der Logik der Konditionalaussagen hier nicht referieren wollen, verwenden wir die Subjunktion – um den Preis, nun mit den Paradoxien der materialen Implikation leben zu müssen. Dies ist allein den Beschränkungen des vorliegenden Aufsatzes geschuldet.

hat – einen Konditionaloperator anstelle der Subjunktion verwendet. Wir werden die Zeichen $\rightharpoonup$ und $\rightleftharpoons$ aus diesem Grunde stets im Sinne der gegebenen Definition verwenden und betrachten die normativ-semantischen Tafeln weiter nicht.

Ist nun `t` der einzige interessante terminusbildende Operator auf Aussagenargumenten, und ist die Theorie der Folgebeziehung seine einzige interessante Anwendung? Wessel ist, in zeitweiser Zusammenarbeit mit Wuttich (der sich in [29] mit epistemischer Logik befaßt) beim Nachdenken über epistemische Kontexte zu der Auffassung gekommen, daß Aussagen wie

John glaubt, daß Paris schön ist

mindestens auf zweifache Weise verstanden werden können:

John glaubt *den Satz*, daß Paris schön ist (28)

John glaubt *den Sachverhalt*, daß Paris schön ist (29)

(siehe dazu [22] und [28, S. 157 ff.]).

Mit diesem Verständnis können epistemische (und andere interessante) Ausdrücke als Prädikate analysiert werden, die einen Handlungsträger und verschiedene aus Sätzen konstituierte Entitäten zu Argumenten haben: Aussagen, Sachverhalte, Wahrheitswerte und andere. Auftretende sogenannte Paradoxien und Rätsel lassen sich dann dadurch klären, daß in entsprechenden Kontexten nur Sätze gegen Sätze, Sachverhalte gegen Sachverhalte usw. ersetzt werden dürfen (siehe [27] und [28, S. 98 ff.]). Kann man die innere Struktur von Ausdrücken für solche Entitäten berücksichtigen, so kann man unter Umständen weitere Ersetzbarkeitsregeln formulieren. Dazu ist es aber zunächst notwendig, diese Ausdrücke korrekt in die Sprache einzuführen – und dies tut Wessel mit einer Reihe von Definitionen, deren Nützlichkeit in der Ontologie, der Kausallogik, der epistemischen und auch alethischen Modallogik nachgewiesen wurde. Wessel beabsichtigt, die vorliegende Analyse von daß-Ausdrücken zu einer Theorie der Intensionalität zu erweitern.

Im folgenden werden die Wesselschen Definitionen[4] vorgestellt, ohne sie weiter zu diskutieren:

[4] Die letzte Fassung dieser Definitionen liegt mit [28, S. 94 ff.] vor. Wessel redet dann nicht mehr von *Definitionen*, sondern von *Terminibildungsregeln*.

1. $\mathtt{t}A \leftarrow \mathcal{E}$ genau dann, wenn der Ausdruck A eine Aussage ist. (30)
2. $\sim\langle \mathtt{tt}A, \mathtt{t}A\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$
3. Mit tA ist nur ein anderer Name von A bedeutungsgleich.

1. $\mathtt{l}A \leftarrow \mathcal{E}$ genau dann, wenn $\mathtt{t}A$ eine Aussage ist. (31)
2. $\langle \mathtt{tl}A, \mathtt{tl}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$ genau dann, wenn $A \dashv\vdash B$

1. $\mathtt{s}A \leftarrow \mathcal{E}$ genau dann, wenn $\mathtt{t}A$ eine Aussage ist. (32)
2. $\langle \mathtt{ts}A, \mathtt{ts}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$ genau dann, wenn $\langle \mathtt{tl}A, \mathtt{tl}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$ oder $A \wedge C \dashv\vdash B \wedge C$, wobei C wahr ist und die Form $\langle \mathtt{t}i, \mathtt{t}j\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$ hat oder eine Konjunktion solcher Aussagen ist.

1. $\mathtt{e}A \leftarrow \mathcal{E}$ genau dann, wenn $\mathtt{t}A$ eine Aussage ist. (33)
2. $\langle \mathtt{te}A, \mathtt{te}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$ genau dann, wenn $A \equiv B$

1. $\downarrow A \leftarrow \mathcal{E}$ genau dann, wenn $\mathtt{t}A$ wahr ist. (34)
2. $\langle \mathtt{t}{\downarrow}A, \mathtt{t}{\downarrow}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$ genau dann, wenn $\langle \mathtt{ts}A, \mathtt{ts}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$

1. $\uparrow A \leftarrow \mathcal{E}$ genau dann, wenn $\mathtt{t}A$ falsch ist. (35)
2. $\langle \mathtt{t}{\uparrow}A, \mathtt{t}{\uparrow}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$ genau dann, wenn $\langle \mathtt{ts}A, \mathtt{ts}B\rangle \leftarrow \rightleftharpoons$

Die Lesevorschläge, die Wessel für die terminibildenden Operatoren gibt, versteht er als intuitive Lesehilfe, maßgeblich sind die Festlegungen in den Definitionen. Für die Analyse philosophischer Kontexte stehen nun zur Verfügung:

(30)	$\mathtt{t}A$	die Aussage A
(31)	$\mathtt{l}A$	was $\mathtt{t}A$ bedeutet
(32)	$\mathtt{s}A$	der Sachverhalt A
(33)	$\mathtt{e}A$	der Wahrheitswert von A
(34)	$\downarrow A$	die Tatsache, daß A
(35)	$\uparrow A$	die Untatsache A

Die Sätze (28) und (29) nehmen – mit Hilfe der beschriebenen Mittel – dann entsprechend die Form folgender prädikativer Sätze an

$$\langle \text{John}, \mathtt{t}(\text{Paris} \leftarrow \text{schön})\rangle \leftarrow \text{ glaubt} \tag{36}$$
$$\langle \text{John}, \mathtt{s}(\text{Paris} \leftarrow \text{schön})\rangle \leftarrow \text{ glaubt} \tag{37}$$

in der neben „John“ die singulären Subjekttermini $\mathtt{t}(\text{Paris} \leftarrow \text{schön})$ und $\mathtt{s}(\text{Paris} \leftarrow \text{schön})$ vorkommen.

Auf dieser Grundlage lassen sich Carnaps, Quines und Kripkes Bedenken gegen intensionale Kontexte weitgehend ausräumen. Das gleichzeitige Glauben eines $\mathtt{t}A$ und Nichtglauben von $\mathtt{t}B$, wobei B die (gelungene wortgetreue) Übersetzung von A in eine fremde Sprache ist, ist gut möglich: Einen Satz, den man nicht versteht, vielleicht noch nicht einmal als Satz erkennt, kann man nicht glauben. Für $\mathtt{s}A$ und $\mathtt{s}B$ müssen die zugrunde liegenden Bedeutungspostulate über die verwendeten Termini mitbetrachtet werden. Wenn diese Maßstab in der Analysesprache sind und zur „Sachverhaltskonstituion“ verwendet werden, dann glaubt man mit $\mathtt{s}A$ jeden Sachverhalt $\mathtt{s}B$ für jede Sprache mit. Natürlich kann man sich darüber irren, beispielsweise, wenn man bezüglich der Übersetzungsregeln im Irrtum ist.

In den letzten dreißig Jahren hat sich das Bild der Logik mehrfach wesentlich geändert. Ganz klare Trends lassen sich in den Anstößen aus der Informatik, aber auch in der Rückkehr der Philosophie und der philosophischen Probleme in das Zentrum der logischen Forschung erkennen; eine weitere wichtige Aufgabe besteht in der Dienstleistung für die Linguistik. Wessels Logik befindet sich gerade dort: wo wichtige philosophische Fragen behandelt werden, wo interessante neue technische Mittel ausprobiert werden und wo Sprache, Sprachverständnis und Sprachkritik ernstgenommen werden. Dabei hat Horst Wessel eine Reihe von Vorschlägen gemacht und Ergebnisse erzielt, die sinnvolle Weiterarbeit ermöglichen. Selbstverständlich gibt es so etwas wie „Wessellogik“ gar nicht – das ist, hoffen die Autoren, in unserem Beitrag klar geworden. Wer da weiterarbeitet, betreibt einfach nur Logik.

6 Literaturverzeichnis

[1] A. Fuhrmann. Das Schöne und das Unschöne. Etwas über Horst Wessels Prädikationstheorie zu seinem sechzigsten Geburtstag. In: [8], 25–30.

[2] K.-H. Krampitz. Prädikation, Quantoren, Existenz. Ein Beitrag zur philosophischen Logik. Dissertation B, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Philisophie, Berlin 1990.

[3] K.-H. Krampitz, U. Scheffler und H. Wessel. Time, Truth and Existence. Is Socrates Mortal? In: J. Faye (Hrsg.) [u. a.], *Perspectives on Time.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London 1997, 345–365. (Boston Studies in the Philosophy of Science, Bd. 189)

[4] A. Pietruszczak. Zur Axiomatisierung der strikten logischen Folgebeziehung Horst Wessels. In: [8], 215–228.

[5] G. Priest. Gegen Wessel. In: [18], 109–120.

[6] U. Scheffler und Y. Shramko. Eine generelle Informationssemantik. In: [8], 229–247.

[7] U. Scheffler und Y. Shramko. The logical ontology of negative facts. On what is not. In: J. Faye, U. Scheffler und M. Urchs (Hrsg.), *Things, Facts and Events*, Rodopi, Amsterdam/Atlanla, GA, 2000, 109–131. (Poznan Studies in the Philosophy of Sciences and the Humanities, v. 76)

[8] U. Scheffler und K. Wuttich (Hrsg.). *Terminigebrauch und Folgebeziehung.* Logos Verlag, Berlin 1998.

[9] A. A. Sinowjew. *Über mehrwertige Logik. Ein Abriß.* Übersetzt und hrsg. von H. Wessel, Berlin; Braunschweig/Basel 1968.

[10] A. A. Sinowjew. *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens.* Übersetzt und hrsg. von H. Wessel, Berlin; Braunschweig/Basel 1970.

[11] A. Sinowjew und H. Wessel. *Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik.* Berlin; München/Salzburg 1975.

[12] H. Wessel. Ein System der strikten logischen Folgebeziehung. In: F. Bolck (Hrsg.), *„Begriffsschrift“, Jenaer Frege-Konferenz, 7.–11. Mai 1979. Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena*, Jena 1979, 505–518. Wiederabdruck in: [26], 229–243.

[13] H. Wessel. Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie. *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, 11 (1982), 1363–1368. Wiederabdruck in: [26], 267–275.

[14] H. Wessel. Nichttraditionelle Prädikationstheorie und intuitionistische Aussagenlogik. In: *VII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 11.–16.7.1983, Salzburg – DDR-Beiträge –*, Berlin 1983, 106–117. (Kolloquien, Bd. 32)

[15] H. Wessel. Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logikkonzeption. In: G. Wechsung (Hrsg.), *Frege Conference 1984. Proceedings of the International Conference held at Schwerin (GDR). September 10–14. 1984*, Akademie-Verlag, Berlin 1984, 284–288. (Mathematical Research, Bd. 20) Wiederabdruck in: [26], 289–294.

[16] H. Wessel. Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande. In: *VIII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 17.–22.8.1987, Moskau – DDR-Beiträge –*, Berlin 1987, 123–132. Wiederabdruck in: [26], 327–335.

[17] H. Wessel. Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie. In: H. Wessel (Hrsg.), *Thematische Information. Philosophie*, 2: Logische Philosophie, Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED, 1988, 6–24.

[18] H. Wessel (Hrsg.). *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“*. Berlin 1989. (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2)

[19] H. Wessel. Logische, dialektische und mystische Widersprüche. In: [18], 121–127. Wiederabdruck in: [26], 337–342.

[20] H. Wessel. Zur Lösung einiger Paradoxien. In: W. Stelzner (Hrsg.), *Philosophie und Logik. Frege-Kolloquien Jena 1989/1991*, Walter de Gruyter, Berlin/New York 1993, 302–308. (Perspektiven der Analytischen Philosophie, Bd. 3) Wiederabdruck in: [26], 363–371.

[21] H. Wessel. Alternative Logiken und empirische Wissenschaften. In: G. Meggle/U. Wessels (Hrsg.), *Analyomen 1. Proceedings of the 1st Conference „Perspectives in Analytical Philosophy"*, Walter de Gruyter, Berlin/New York 1994, 168–176. (Perspektiven der Analytischen Philosophie) Wiederabdruck in: [26], 383–392.

[22] H. Wessel. Kripkes Puzzle ist kein Puzzle. *Ruch Filozoficzny*, LII (1995), Nr. 3-4, 460–471. Wiederabdruck in: [26], 449–461.

[23] H. Wessel. Grundlagen einer Theorie der Termini. *Zeitschrift für Semiotik* 17 (1995), Nr. 3-4, 355–367. Wiederabdruck in: [26], 411–427.

[24] H. Wessel. Existenzbelastung in der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie. In: M. Omyła (Hrsg.), *Skłonność Metafizyczna*, Wydział filozofii socjologii uniwersitetu Warszawskiego, Warschau 1997, 175–182. Wiederabdruck in: [26], 441–448.

[25] H. Wessel. *Logik*. Logos Verlag, Berlin 1998.

[26] H. Wessel. *Antiirrationalismus. Logisch-philosophische Aufsätze*. Logos Verlag, Berlin 2003.

[27] H. Wessel. Einige Schwierigkeiten im Umgang mit Ersetzbarkeitsregeln. In: [26], 463–472.

[28] H. Wessel und K. Wuttich. *daß-Termini. Intensionalität und Ersetzbarkeit*. Logos Verlag, Berlin 2003.

[29] K. Wuttich. *Glaube – Zweifel – Wissen*. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1991.

[30] K. Wuttich. Die Struktur von intensionlen Aussagen. In: [8], 99–118.

„Es gibt“ – „ist“ – „existiert“. Ein Beitrag zur Existenzproblematik

Karel Berka

Žatecká 12, 110 00 Praha 1, Tschechische Republik

1 Einleitung

Das Problem der Existenz hat seit Platos Ideenlehre die westliche Philosophie beschäftigt. In der neuzeitlichen philosophischen Diskussion wurde diese Problematik durch Kants Beurteilung des ontologischen Beweises Anselms von Canterbury erneut ins Blickfeld gerückt. In der weiteren Entwicklung wurde diese Problematik auf zweifache Weise behandelt: einmal im Bereich der Ontologie und Metaphysik, einmal in bezug auf Logik und Erkenntnistheorie.

In dem folgenden Beitrag lasse ich außer Acht, ob Existenz ein „gewöhnliches“ Prädikat oder ein Prädikat zweiter Stufe ist, ob das existentiale Gewicht nur den partikulären Urteilen zugesprochen werden kann, ob der Existenzquantor das Existenzprädikat ersetzt etc., und konzentriere mich auf zwei genügend umfangreiche Aspekte.

Das erste, grundsätzlich wesentliche Thema bezieht sich auf das Meinongsche Problem, nach dem es „Gegenstände [gibt], von denen gilt, daß es dergleichen Gegenstände nicht gibt“ [10, S. 9], das man auch in einer paradoxen, offensichtlich widersprüchlichen Ausdrucksweise „Es existieren Gegenstände, die nicht existieren“ formulieren kann. Diese Behauptung sowie Meinongs Gegenstandstheorie beschäftigten nicht nur die Grazer Schule, repräsentiert besonders durch A. Höfler und E. Mally, sondern haben durch Russells Kritik die Grenzen der Donaumonarchie überschritten.

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 25–41

In meiner Darlegung hebe ich zwei Sachverhalte hervor. Ich werde zeigen, daß eine gründliche Untersuchung des gegebenen Problems mit einer plausiblen Lösung der so oft zitierten Beispiele des *runden Vierecks* und des *goldenen Berges* bereits in Bolzanos *Wissenschaftslehre* erfolgte, ohne jedoch – ähnlich wie viele andere seiner Ideen zur semantischen Grundlegung der Logik – später von der weiteren logischen Forschung berücksichtigt zu werden. Anschließend werde ich zeigen, wie kontingente Aspekte natürlicher Sprachen – und zwar der deutschen und der englischen im Gegensatz zu der tschechischen – die Existenzproblematik belasten und zu unbegründeten Schlußfolgerungen führen können. Dabei werde ich zuerst den Zusammenhang von existenz- und subjektlosen Sätzen untersuchen, dann das wichtigere Thema besprechen: den Unterschied in den erwähnten Sprachen, den Existenzbegriff auf zweierlei bzw. dreierlei Art sprachlich auszudrücken.

Auf der Grundlage von Meinongs Unterscheidung von *existieren* und *bestehen* (bzw. *Existenz* und *Bestand*) und *existence* und *subsistence* im Falle Russells wird als zweites Thema untersucht, ob man nur eine oder eher mehrere Existenzarten annehmen soll.

2 Bolzano als Vorläufer Meinongs

Bolzano hat sich mit der Frage der Existenz sehr intensiv befaßt, da sie grundsätzlich mit seiner eigentlichen Lehre von den objektiven Entitäten: den Vorstellungen, Sätzen und Wahrheiten *an sich* – im Gegensatz zu den subjektiven: den *gehabten* Vorstellungen, den *ausgesprochenen* Sätzen und den *gedachten wahren* Sätzen – sehr eng verknüpft ist. Für meine Zwecke genügt es, die wichtigsten Gedanken Bolzanos zu reproduzieren.

Grundsätzlich unterscheidet er zwischen *Daseins-* oder *Existentialsätzen*, in denen „ein *Daseyn*, ein *Seyn* oder eine *Wirklichkeit* ausgesagt oder verneint wird“ [1, § 142, Bd. II, 64] – wie in den Sätzen „Ich bin; Gott ist; Wahrheiten an sich haben kein Daseyn u. s. w.“ (ebd.) –, und Sätzen, die er *Aussagen* oder Behauptungen einer *Gegenständlichkeit* nennt, wobei er unter einer gegenständlichen Vorstellung nichts anderes versteht „als daß es Gegenstände, die unter ihr stehen, gebe“ (ebd., § 50, Bd. I, 222, siehe auch § 137, Bd. II, 52). Er ist sich bewußt, „daß man die Worte Seyn, Daseyn, Wirklichkeit“, welche er „als gleichgeltend angenommen“ hat, „zuweilen in ganz eigenen Bedeutungen gebrauche“ (ebd., § 142, Bd. II, 66).

Die objektiven Entitäten haben kein *Dasein*, kein *wirkliches Dasein*, keine *Existenz*, da sie nicht in Raum und Zeit lokalisiert sind (siehe ebd., § 19, Bd. I, 78; § 25, Bd. I, 112 f. und § 49, Bd. I, 219). Dasselbe gilt nach Bolzano auch für Wahrheiten der Religion, moralische, mathematische oder metaphysische Wahrheiten, denen man „das Prädicat der Ewigkeit" beilegen kann (siehe ebd., § 25, Bd. I, 113). Da Begriffe eine Art von Vorstellungen sind (siehe ebd., § 73, Bd. I, 330), ist auch „ein Begriff an sich nichts Existierendes". Bolzano hat in einer Fußnote (ebd., § 51, Bd. I, 224) hervorgehoben, daß dies bereits die Nominalisten richtig bemerkt hatten.

Den subjektiven Entitäten „kommt allerdings ein Daseyn in dem Gemüthe dessen, welcher sie denket, zu" (ebd., § 54, Bd. I, 238, siehe auch § 122, Bd. II, 4). Das kann nur metaphorisch verstanden werden, da sie kaum im Gehirn, Kopf eines Individuums vorhanden, wohl aber mit seiner Denktätigkeit verbunden und sprachlich fixiert sind – dies zu einer konkreten Zeit- und Ortsbestimmung.

Wie kann er aber behaupten, daß es sogar unendlich viele Wahrheiten an sich gibt, obzwar sie keine wirkliche Existenz haben? Er bemerkt vorrangig, daß in der üblichen sprachlichen Deutung von Sätzen wie „Es gibt Engel" der Ausdruck *es gibt* ein Sein, die Existenz einer Sache bezeichnet. Daß es Wahrheiten an sich gäbe, obwohl sie kein wirkliches Dasein haben, versucht Bolzano dadurch zu erklären, daß damit nichts anderes gemeint sei, „als daß gewisse Sätze die Beschaffenheit von Wahrheiten an sich haben" (ebd., § 30, Bd. I, 144). Diese Antwort ist eher ein Ausweg als eine Lösung des Problems.

Mit dem Ausdruck *es gibt* befaßt sich Bolzano auch in seiner Analyse der Aussagen der Gegenständlichkeit (siehe ebd., § 137, Bd. II, 53) und unterscheidet zwei Fälle: zum einen soll ein wirkliches Dasein eines Gegenstandes ausgesagt werden („Es gibt einen Gott", „Es gibt Körper, die mit vier gleichen Seitenflächen begrenzt sind"), zum anderen eben gerade nicht („Es gibt ein oberstes Sittengesetz"), da eine Wahrheit an sich „nichts Existirendes ist und seyn kann"(ebd.). Die Sätze mit *es gibt* beziehen sich auf gegenständliche Gegenstände, aber nicht unbedingt auf existierende: „nur in dem Falle, wenn es schon in der Vorstellung *A* selbst liegt, daß der ihr entsprechende Gegenstand ein existierender sey, wie bei dem Begriffe Gott, ist der Satz: es gibt ein *A*, zwar noch nicht einerlei, aber gleichgeltend mit dem Satze: *A* hat Daseyn" (ebd., § 137, Bd. II, 53).

Bolzano ist sich offensichtlich der Mehrdeutigkeit des Ausdrucks *es gibt* bewußt und betrachtet ihn nicht als ein Synonym von „ist" oder „hat Daseyn". Er richtet sich damit folglich dagegen, – in einer modernen Interpretation gesprochen – die prädikativen und nichtprädikativen Existenzbegriffe zu identifizieren, sowie gegen die Tradition in der modernen Logik, „Existenzaussagen ohne das Pädikat E mit Hilfe des Quantors $\exists$ zu schreiben“ [23, S. 418]; mit anderen Worten: den Partikularisator als Existenzquantor zu interpretieren.

Für Bolzanos Stellung als Vorläufer Meinongs ist wesentlich zu bemerken, daß er zwischen Gegenständlichkeit und Existenz (wirklichem Dasein), gegenständlichen und gegenstandslosen Vorstellungen unterscheidet. Die folgenden Beispiele antizipieren die später so entschieden abgelehnten und als unsinnig betrachteten Beispiele Meinongs.

a) „So sind die Vorstellungen: goldener Berg, ein eben jetzt blühender Weinstock, vielleicht ohne Gegenstand, obgleich sie eben nichts Widersprechendes enthalten.“ [1, § 67, Bd. I, 305]

b) „[Es hängt] oft von gewissen äußerst zufälligen Umständen ab, ob einer gegebenen Vorstellung ein Gegenstand entspreche oder nicht; wie bei der Vorstellung: goldener Thurm, davon, ob es Jemand beliebt hat, einen Thurm aus Gold in der That aufzuführen.“ (ebd., § 127, Bd. II, 17)

c) „So nehmen wir z. B. keinen Anstand, die beiden Vorstellungen: ‚ein Berg, der golden ist,‘ und: ‚Gold, das einen Berg bildet,‘ für *gleichgeltend* zu erklären, selbst wenn wir zweifeln, ob es einen diesen Vorstellungen entsprechenden Gegenstand gebe.“ (ebd., § 108, Bd. I, 513)

Als gegenstandslose Vorstellungen werden folgende Beispiele angeführt: „rundes Viereck“ (ebd., § 63, Bd. I, 267), „rundes Quadrat“, „reguläres Pentaeder“ (ebd., § 70, Bd. I, 317), „grüne Tugend“ (ebd., § 67, Bd. I, 305) oder „ein Mittel, um das Geschehene wieder ungeschehen zu machen“ (ebd., § 78, Bd. I, 354). Alle diese Beispiele repräsentieren widersprüchliche Vorstellungen und dies aus logischen bzw. aus semantischen Gründen. Gegenstandslose Vorstellungen, die nicht logisch widersprüchlich sind, werden durch empirische Betrachtung entschieden: Die Vorstellung „ein eben jetzt blühender Weinstock“ enthält keine sich widersprechende Bestimmung, und sobald sie gegenstandslos ist, erfolgt das „aus irgend einem anderen Grunde“ (ebd., § 67, Bd. I, 305), wenn man den Weinstock beispielsweise im Januar statt im Juli betrachtet. Die Zeit- und Ortsbestimmung ist dabei ohne Zweifel maßgebend – auch im Falle von Sätzen wie „Heute, in diesem Orte schneit es“ (ebd., § 25, Bd. I, 113). Bolzano faßt auch „Ein Viereck ist rund“ als Satz auf, „denn auch durch diese Verbindung von Worten wird etwas ausgesagt oder behauptet, obgleich etwas Falsches und Unrichtiges“ (ebd., § 19, Bd. I, 76). Auch hier hat Bolzano Meinongs Auffassung vorweggenommen, für sich widersprechende Gegenstände Aussagen formulieren zu können – ohne Berücksichtigung, daß sie sinnleer sind.

3 A. Meinong und die Grazer Schule

Was nun die Ansichten Meinongs betrifft, so kann ihre gedankliche Verwandtschaft mit denen von Bolzano kaum übersehen werden. Auf die Frage, ob Meinong sich bewußt von Bolzano hat beeinflussen lassen oder ob es sich um ein zufälliges Zusammentreffen von Umständen handelt, kann man keine begründete Antwort geben. Die Beziehung von Meinong zu Bolzano könnte natürlich durch A. Höfler vermittelt worden sein. Höfler war schließlich Verfasser eines Logiklehrbuches (Prag 1890), an dessen Bearbeitung sich Meinong beteiligt hatte, und zugleich der Herausgeber der ersten zwei Bände der dritten Ausgabe der *Wissenschaftslehre* (1914 und 1915) sowie der Neuausgabe der *Paradoxien des Unendlichen* (1921).

Meinong hat den Unterschied zwischen „existierend sein“ im Sinne einer Existentialbestimmung und „existieren“ im gewöhnlichen Sinne von Dasein, was „eben durchaus nicht dasselbe“ [11, Bd. 129, S. 63] ist, nicht in einer klaren Art und Weise präsentiert. Nach seiner Meinung kann man von einem „existierenden goldenen Berg“ ebenso sprechen wie von einem „hohen goldenen Berg“, wobei „jener Berg so wenig wie dieser existiert“. Der Unterschied zwischen beiden soll in Hinsicht auf Ontologie und Logik spezifiziert werden. „Existieren“ im gewöhnlichen Sinne des Wortes bezieht sich auf wirkliche Dinge, und mit denen soll sich die Ontologie befassen. Die Logik dagegen soll von allen Gegenständen handeln, von „den wirklichen und den nicht wirklichen, den möglichen und den unmöglichen ohne Rücksicht auf ihr Dasein“ (ebd., Bd. 130, S. 26).

Den Bolzanoschen Unterschied zwischen der Gegenstandslosigkeit aus logischen und aus anderen Gründen hat Meinong nicht beachtet, was aus den folgenden Beispielen unmöglicher Gegenstände „das runde Viereck“, „die unausgedehnte Materie“ und „der goldene Berg“ ersichtlich ist (siehe ebd., Bd. 129, S. 60 ff.).

Die wesentliche Charakteristik der Gegenstandstheorie beruht auf einer Unterscheidung von *Existenz* und *Bestand*, *existieren* und *bestehen*, die mit einer Differenzierung von realen und idealen Gegenständen, von Gegenständen unterschiedlicher Ordnung, von *Superiora* und ihnen entsprechenden *Inferiora* verbunden ist.

Existenz ist auf die Wirklichkeit, Bestand auf eine Quasi-Wirklichkeit bezogen (siehe [9, S. 126]). „Bestände unterscheiden sich von Existenten unter Anderen auch darin, daß sie auf keine Zeitbestimmung gebunden, in diesem Sinne ewig, oder besser zeitlos sind.“ (ebd., S. 189) Existenz bezieht sich nur auf reale Gegenstände, Bestand auf ideale. So können z. B. „daß 3 größer als 2“ oder auch „daß krumm nicht gerade ist“ gleichfalls nur bestehen, aber nicht existieren (siehe ebd., S. 187). Allgemein gilt, daß „Gegenstände höherer Ordnung“, zu denen alle Gedankenobjekte gehören, „höchstens bestehen, keinesfalls aber existieren können“, und dies eben darum, „weil sie nicht real, sondern ideal sind“ [11, Bd. 129, S. 75].

Meinong demonstriert seine Meinung anhand von Objekten der Mathematik, die „doch ohne Zweifel ideale Gegenstände höherer Ordnung sind, die als solche gar nicht existieren, sondern nur bestehen können“ (ebd.). Unter dem Einfluß E. Machs verteidigt er eine empirische Deutung mathematischer und geometrischer Objekte und betont, daß der „Wissensbesitz der Geometrie [...] auf praktische Messungen zurückweist“ und daß die realen Inferiora der Zahlen- und Raumgrößen „die Mathematik und ihre Ergebnisse in ebenso nahe als wichtige Beziehungen zur Wirklichkeit“ bringen (ebd.).

Ausgehend „von dreierlei Objekten: *Dasein*, *Bestand* und *Sosein*“ [9, S. 191], was ontologisch aufzufassen ist, beurteilt Meinong den Wirkungsbereich des Bestandes und der Existenz und behauptet: „was existiert, muß jederzeit auch bestehen; was besteht, muß dagegen nicht existieren“ [12, S. 63].

Besonders problematisch dabei ist, wie bereits angedeutet, daß Meinong empirisch mögliche und logisch unmögliche Gegenstände als bestehende, wohl nicht existierende betrachtet.

In Anlehnung an Meinong und unter Berücksichtigung der Ansichten Mallys unterscheidet *A. Höfler* zwischen dem „logischen und nur empirischen Umfang = 0“, wobei der letztere durch folgende Beispiele illustriert wird: „goldener Berg“, „kubikmetergroßer Diamant“ und „lenkbarer Luftballon“. Von dem Letztgenannten bemerkt er ausdrücklich, daß es zur Zeit der ersten Auflage seiner *Logik* (1890) ein gültiges Beispiel für einen Begriff mit dem empirischen Umfang Null war, was zur Zeit der zweiten Auflage (1922) nicht der Fall war (siehe [7, S. 168]).

Höfler betrachtet *Sein* als übergeordneten Begriff zu *Dasein* (*Existenz*) und *Bestehen* (*Bestand*) und sieht darin einen der erkenntnistheoretisch folgenreichsten Leitbegriffe (siehe ebd., S. 442). Dieser gegenständliche Unterschied zwischen Dasein bzw. Existieren und Bestehen, wobei sich der erste Begriff auf das Reale, der zweite sich auf das Ideale bezieht, ist nach seiner Überzeugung nicht nur erkenntnistheoretisch, sondern auch metaphysisch begründet (siehe ebd., S. 461).

Wie die meisten Denker seiner Zeit, konnte auch Höfler die Beziehung zwischen *es gibt* und *ist* kaum unbeachtet lassen. Er betrachtet sie grundsätzlich als Synonyma. Solche Urteile wie „Gott ist“ oder „Es gibt keine Gespenster“ „[...] haben keinen anderen Sinn und Gegenstand, als das Dasein (die Existenz) des Beurteilten zu bejahen oder zu verneinen“ (ebd, S. 440). In einem anderen Zusammenhang bemerkt er: „‚Es gibt einen Gott‘ heißt nicht mehr oder weniger als ‚Gott ist‘ und ebenso ‚Es gibt keine Gespenster = Gespenster sind nicht‘.“ (ebd, S. 463) Er ist sich aber nicht ganz gewiß, ob dies wirklich so ist. Seinen Zweifel hat er in einer Anmerkung geäußert: „Ob man dem ‚Es gibt‘ neben dem Sinn [...] [eines] ‚als real Existierenden‘ auch einen sozusagen ermäßigten oder gemilderteren Sinn (den des bloßen Bestehens oder einen ähnlichen) geben soll, [...] bleibe [...] eine Restfrage“ (ebd, S. 464).

Mallys Untersuchungen der Existenzproblematik sind überwiegend mit dem Ausdruck *es gibt* verbunden, von dem er behauptet, daß er jedesmal anders verstanden wird, d. h., daß verschiedene Seinsarten unterschieden werden müssen. Er stellt fest, „ es gebe außer den Dingen und Ereignissen der Wirklichkeit, die ‚existieren‘, Gegenstände, wie Verschiedenheit, Ähnlichkeit, Gleichheit, Zahlen und anderes ‚Ideales‘, das gewiß nicht als Wirkliches, in der Zeit, existiert, aber gewiß außerzeitlich ‚besteht‘.“ [8, S. 55] Etwas konkreter erläutert, kann sogar ein solcher idealer Gegenstand, „wie die Gleichheit zwischen 2 mal 2 und 4 oder die Verschiedenheit zwischen Rot und Grün mit Notwendigkeit bestehen, während wir ein notwendiges Existieren nicht kennen“ (ebd.).

E. Mally spricht von *es gibt* auch als Ausdruck dessen, was man *mathematische Existenz* nennt, und betrachtet die Existenz der Null – formuliert auch in der Form „Es gibt die Zahl Null“ – als „Existenz eines Begriffsinhaltes“ oder als „rein begriffliche Existenz“, wobei die Null im Unterschied zu der Eins, der Zwei, ... nicht das Ergebnis einer erfüllbaren Bestimmung ist (siehe ebd, S. 106).

Diese bereits übermäßig differenzierte Auffassung von *es gibt* – das er davon abweichend manchmal einfach als gleichbedeutend mit Existenz betrachtet – unterteilt er noch durch weitere Bedeutungsunterscheidungen:

> „[Erstens] ‚Es gibt‘, in einer stärksten Bedeutung, zunächst das Wirkliche und von da übertragen wird der Ausdruck angewandt auf eine Bestimmung, die Erfüllungen in der Wirklichkeit hat; [ferner] ‚es gibt‘ in einem schwächeren Sinne eine Bestimmung, sofern sie erfüllbar ist, und ihr *Determinat* (‚den starren Körper‘); [und endlich] ‚es gibt‘ in einem schwächsten Sinne jede Bestimmung als Bedeutung eines sinnvollen Bestimmungsausdrucks, ohne Rücksicht auf Erfüllbarkeit (so die Bestimmung ‚x ist rund und x ist nicht rund‘).“ (ebd., S. 144)

Sobald *es gibt* auf Anzahlen angewendet wird, soll man nach Mallys Meinung, der im Gegensatz zu Meinong philosophisch einen extremen Platonismus vertritt, die Mathematik sowohl in historischer als auch in genetischer Hinsicht von der Realität gänzlich trennen. „[Eine] Bindung der Mathematik an ‚zufällige‘ Verhältnisse der Wirklichkeit [...] [erweist] sich als der Formalwissenschaft fremd und nicht wohl tragbar“ (ebd.). Deswegen macht man „in keinem Falle [...] die Existenz der Zahl abhängig von der Existenz irgendwelcher Dinge der Wirklichkeit“ (ebd, S. 145). Ausgehend hiervon kritisiert Mally die „existenziale Logik“ der *Principia Mathematica* und ähnlicher Systeme. Sie sei keine Logik, sondern „ein System von Wirklichkeitsaussagen, sofern sie die Existenz von Gegenständen in allen ihren Sätzen mitbehauptet“ (ebd., S. 203). So sind nach seiner Auffassung die Formeln $\overline{(x)}\, F(x) \equiv (\exists x)\, \overline{Fx}$ oder $\overline{(\exists x)}\, F(x) \equiv (x)\, \overline{F(x)}$ keine logischen Sätze. „Denn es ist in ihnen die Voraussetzung gemacht (aber nicht ausgesprochen), daß es Dinge x, ‚Werte von x‘ überhaupt *gibt*; und das ist keine Selbstverständlichkeit, d. h. daß Dinge existieren, ist nicht ein logischer, analytischer Satz, sondern Sache der Erfahrung“ (ebd., S. 219).

Dazu nur eine kurze Bemerkung: Wenn nichts existieren würde, wäre die Logik überhaupt möglich?

4 Die Kritik B. Russells

Russell widmete der Meinongschen Gegenstandstheorie in Rezensionen und selbständigen Aufsätzen große Aufmerksamkeit (siehe [14]–[20]). Anfangs waren Meinongs Ansichten im Einklang mit seiner eigenen Unterscheidung von

Sein (being) und Existenz, wie er sie bereits im Jahre 1901 formuliert hat (siehe [14, S. 293 ff.]). Russell differenziert dort zwischen realer und logischer Existenz, und außerdem ist „Sein [being] ein allgemeines Attribut von allem, und etwas nennen ist zeigen, daß es ist" (ebd., S. 310). Aus diesem Grunde haben auch „Zahlen, die homerischen Götter, Beziehungen, Chimären und vierdimensionale Räume" *Sein*. Diese Feststellung ist auch logisch begründet, „denn wenn sie nicht Seiende irgendwelcher Art wären, könnten wir keine Aussagen über sie machen" (ebd.). Im Gegensatz dazu ist „*Existenz* die Prärogative von nur einigen unter Seienden. Existieren ist eine besondere Beziehung zur Existenz zu haben, eine Beziehung [...], die die Existenz selbst nicht hat" (ebd., S. 310 f.). Russell bemängelt, daß man den Unterschied zwischen *Existenz* und *Sein* nicht beachtet. Er sieht ihn als wesentlich an, wenn man überhaupt die Existenz von irgend etwas verneinen können soll. „Denn was nicht existiert, muß etwas sein, oder es wäre sinnlos, seine Existenz zu verneinen, und deswegen brauchen wir den Begriff des Seins als das, was sich sogar auf das Nicht-Existierende bezieht" (ebd., S. 311).

In dieser Zeit hat Russell diese Auffassung als sehr bedeutsam betrachtet und deswegen auch später in den *Principles of Mathematics* (1903) veröffentlicht. Sie war jedoch stark durch den platonistischen Standpunkt belastet. Er behauptet hier nämlich, daß „die Arithmetik entdeckt werden muß gerade in demselben Sinne, wie Columbus West Indien entdeckt hat, und daß wir die Zahlen nicht mehr schaffen, als er die Indianer geschaffen hat" (ebd., S. 312). Noch im Einklang mit Meinong war er der Ansicht, daß das Seiende (die *subsistence*) – das *Bestehende*, wie Meinong sagt, – vor dem Nicht-Existierenden oft unmittelbar bekannt ist, und stimmt auch zu, daß „der goldene Berg besteht [subsists]" oder „Sein [being]" hat [16, S. 217]. Noch im Jahre 1905, in dem sein Aufsatz *On Denoting* erschien, mit dem er seine Kennzeichnungstheorie vorgelegt hat, hat er in demselben Band des *Mind* behauptet, daß das Wort *Existenz* in zwei Bedeutungen aufgefaßt wird: in einer philosophischen oder üblichen Ausdrucksweise, zum Beispiel in den Sätzen ‚Gott existiert', ‚Sokrates existierte', und in der Mathematik und symbolischen Logik, wo „A existiert" bedeutet, daß A eine Klasse ist, die wenigstens ein Element enthält (siehe [17, S. 398]).

Da ihn Meinongs Lehre letztlich nicht befriedigt hat, hat er, um dessen „übermäßig überfülltem Reich des Seienden zu entgehen" [21, S. 13], im Zusammenhang mit seiner Kennzeichnungstheorie nur einen Existenzbegriff, die reale Existenz in Raum und Zeit, anerkannt. Als eine gewisse Kompensation seines urspünglichen Platonismus hat er erklärt: „Die Logik [...] darf die

Existenz eines Einhorns nicht zulassen gerade so, wie es die Zoologie nicht kann, denn die Logik befaßt sich mit der realen Welt gerade so wahr, wie die Zoologie, obzwar in ihren abstrakten und allgemeinen Aspekten. [...] Es existiert nur eine Welt, die ‚reale Welt‘“ [20, S. 169].

Diese Wende hatte jedoch auch bedeutsame Nachteile. Russell konnte damit nicht zwischen unmöglichen, d. h. logisch widersprüchlichen, und empirisch möglichen Gegenständen unterscheiden, wie es Bolzano tut, zum Beispiel zwischen dem *goldenen Berg* und dem *runden Quadrat*. In Hinsicht auf sein bekanntes Beispiel des *gegenwärtigen Königs von Frankreich* hat Russell die zeitliche Bestimmung der realen Existenz auf den gegenwärtigen Zeitpunkt beschränkt und so die empirisch möglichen Gegenstände, die in der Vergangenheit existierten oder erst in der Zukunft existieren werden, aus der Klasse der existierenden Gegenstände eliminiert. Als Beispiele können dienen die Existenz von *Troja* nach Schliemanns archeologischen Entdeckungen und die Existenz des *Mondbesuchers*, nachdem im August 1969 N. Armstrong den Mond betrat. Ein ähnliches Beispiel auf eine zukünftige Existenz hat allerdings schon Höfler angeführt.

Als eine weitere problematische Konsequenz seiner Kennzeichnungstheorie, die durch eine kontingente Beschaffenheit der englischen Sprache hervorgerufen ist, wie ich in dem folgenden Abschnitt zeigen werde, kann man seine Behauptung auffassen, daß „Existenz nur von etwas beschriebenem, aber nicht genannten ausgesagt werden kann“ [20, S. 203].

Diesen Standpunkt verteidigte Russell auch später in seiner *History of Western Philosophie*. Er ist überzeugt, daß *Existenz* weder eine Eigenschaft von Gegenständen noch von Begriffen, sondern nur von Aussagefunktionen ist. „Zu sagen ‚Löwen existieren‘ bedeutet ‚Es gibt Löwen‘, d. h., ‚x ist ein Löwe‘ ist wahr für ein geeignetes x. Aber wir können dieses Zeitwort nur auf eine Kennzeichnung anwenden“ [22, S. 168]. In dem letzten Kapitel, in dem er die Philosophie der logischen Analyse darstellt, wiederholt er in einer Auseinandersetzung mit Platon: „‚Existenz‘ [...] kann nur von Kennzeichnungen [descriptions] behauptet werden. Wir können sagen ‚Der Verfasser von *Waverley* existiert‘, aber zu sagen ‚Scott existiert‘ ist schlechte Grammatik, oder eher schlechte Syntax“ [22, S. 785].

Ohne Russells Motivation erklären zu wollen, sollen folgende Beispiele seinen Standpunkt problematisieren: „Polen existiert“ (seit 1945), auch wenn es im Jahre 1940 nicht existiert hat; „Lidice existiert“ (heute), obzwar diese Ortschaft im Jahre 1942 dem Erdboden gleichgemacht wurde. Anstatt zu sagen: „Die Stadt, in die nach Homer Paris die Gemahlin des Königs Menelaos entführte, existierte", kann man doch auch sagen: „Troja existierte". Der Unterschied besteht hier im Bezug nur auf die Denotation, im zweiten Fall, während im ersten Fall auch die Konnotation erwogen wird.

5 Das Existenzproblem sprachlich bedingt

Die betreffenden Fragestellungen, die ich untersuchen werde, können durch folgende pseudo-linguistische Behauptung Freges aus der nachgelassenen Schrift *Dialog mit Pünjer über Existenz* (vor 1884) eingeleitet werden:

> „Wie die Sprache da in der Verlegenheit um ein grammatisches *Subjekt* das ‚es' erfand, so hat sie hier in der Verlegenheit um ein grammatisches *Prädikat* das ‚existieren' erfunden." [6]

Mit dem ersten Problem – der Beziehung zwischen Existentialurteilen und subjektlosen Sätzen – hat sich insbesondere A. Höfler befaßt. Nach seiner Meinung soll die impersonale Form („Es regnet", „Es donnert", „Es schneit" u. ä.) zur Bezeichnung von Existenzialurteilen dienen (siehe [7, S. 464]). Dementsprechend wird dann der Satz „Es regnet" als sinngleich mit „Regnen ist" oder „Regen ist" betrachtet. In einem anderen Zusammenhang hat er hervorgehoben, daß die Sätze „Gott ist" und „Es regnet" je zwei Begriffe und eine Aussage „des einen von dem anderen wie die Urteile: ‚Gott lenkt', ‚Zeus regnet' [enthalten]" [7, S. 402].

E. Mally äußert sich zurückhaltend und meint, „daß die Umschreibung durch das Existenzobjektiv ‚Regen existiert' in dieser Form zu unbestimmt ist, denn es handelt sich nicht darum, daß Regen ‚überhaupt' existiert, sondern nur in dem vorliegenden Falle" [8, S. 60].

Miklosich selbst hat dazu allgemein bemerkt, daß man zwar versuchen könne, alle subjektlosen Sätze als Existenzialsätze aufzufassen, „indem man etwa sagte: ‚Es friert' ist so viel wie ‚Frieren ist' oder ‚Es gibt Frost' " [13, S. 6], hält es aber für fraglich, ob alle subjektlosen Sätze die Form von Existenzialsätzen annehmen können. Sein Standpunkt ist durch linguistische Kenntnisse bedingt; denn „in vielen slawischen Sprachen findet sich nichts dem deutschen ‚es' Entsprechendes" [13, S. 5]. So findet man im Tschechischen – im Unterschied auch zum Englischen, das ebenfalls eine explizite subjekt-prädikative Form erfordert und als Quasisubjekt das Wort „it" benutzt („It rains") – subjektlose Sätze im wörtlichen Sinne nicht nur in Sätzen, die Naturerscheinungen ausdrücken, sondern auch in Sätzen, in denen das Personalpronomen implizit in der Form des Zeitwortes enthalten ist, wie dies aus den folgenden paarweisen Sätzen ersichtlich ist: „Ich spreche“ – „Mluvím“, „Sie ging“ – „Šla“, „Er weint“ – „Place“.

Laut Frege ist auch das Prädikat *existieren* – ähnlich wie das Subjekt *es* – nur ein bloßes Formwort. Nach seiner Meinung ist in Sätzen wie „Einige Menschen existieren“ oder „Einiges Existierendes ist Mensch“ oder „Menschen existieren“ der Inhalt der Aussage nicht in dem Wort *existieren* enthalten, sondern in der Form der Aussage (siehe [6, I, S. 69, S. 71]).

Diese spekulativen Deutungen brachten die Diskussion der Existenzproblematik seiner Zeit natürlich nicht wesentlich voran. Was jedoch wirken konnte, war seine Argumentation zugunsten der Auffassung, daß Existenz ein Prädikat zweiter Stufe ist und demnach sich nicht auf Gegenstände, sondern auf Begriffe bezieht. Als Beispiel führt Frege den Satz „Es gibt Afrika“ an, von dem er erklärt, daß man nur sagen kann: „Es gibt etwas, was Afrika genannt wird“, wobei „wird Afrika genannt“ einen Begriff bezeichnet (siehe [5, S. 373]).

Ob diese Konzeption Russells Auffassung unmittelbar beeinflußt hat oder ob es nur um eine gedankliche Koinzidenz ging, vermag ich nicht zu entscheiden. Klar ist, daß man im Englischen nicht sagen kann „There is Scott“. Das ist grammatisch inkorrekt. Sobald man dann noch zusätzlich *there is* und *exists* identifiziert, was allgemein nicht anerkannt wird, sobald man – wie Bolzano – *es gibt* auch auf Wahrheiten an sich bezieht, die doch nicht existieren, oder, um mit Meinong zu sprechen, auf Gegenstände, die nur bestehen, kann man natürlich nicht sagen: „Scott exists“. Die weitere Konsequenz folgt dann mit logischer Notwendigkeit: Der Ausdruck *es gibt* (there is) bedarf – grammatisch betrachtet – einer Kennzeichnung, aber keines Eigennamens. Der deutsche Sprachgebrauch läßt höchstens allgemeine Namen zu, wie beispielsweise in dem Satz „Es gibt Philosophen“.

Die Schwierigkeiten, die mit *es gibt* (there is) verbunden sind, treten im Tschechischen nicht auf, da in dieser Sprache kein entsprechender Ausdruck vorhanden ist. Dadurch ist hier die Existenzproblematik sprachlich vereinfacht, ohne aber aus sachlichen Gründen die Russellsche Kennzeichnungstheorie abzulehnen. Und trotzdem stößt man auch hier auf sprachlich bedingte Schwierigkeiten: Zunächst kommt „je“ (ist) als kategorematischer und synkategorematischer Ausdruck vor, beispielsweise in dem Satz „Bůh je“ (Gott ist), wie er in theologischen Kontexten üblich ist; in Sätzen der Form „A ist b“ kommt „ist“ dagegen als Kopula vor oder erfüllt verschiedene andere Funktionen (Ausdruck der Inklusion u. a.). Diese Vorkommen könnten möglicherweise nicht unterschieden werden. Ich kann weiter darauf hinweisen, daß die Pluralformen „jsou" (sind) und „existují" (existieren) nicht immer gleichbedeutend sind, besonders wenn sie in einer Frage und Antwort vorkommen. Das mag folgendes Beispiel verdeutlichen: Die Antworten auf die Fragen „Existují země se velkou natalitou?" bzw. „Jaou země s velkou natalitou?" (Existieren Länder mit einer hohen Geburtenrate?) haben eine unterschiedliche Bedeutung; im Falle von „Země s velkou natalitou jsou" erwartet man eine Aufzählung: Indien, China etc., im Falle von „Země s velkou natalitou existují" dagegen nicht. Dieser Bedeutungsunterschied verschwindet aber in zweistelligen negativen Sätzen: „Strašidla nejsou" hat dieselbe Bedeutung wie „Strašila neexistují" (Gespenster existieren nicht).

Diese Beispiele genügen, um darzulegen, daß man aus der kontingenten Beschaffenheit natürlicher Sprachen keine allgemein verbindlichen Schlußfolgerungen für jede Sprache ziehen kann. Man kann demnach der Warnung Freges – im Gegensatz zu seinen eigenen sprachlich orientierten Lehren – zustimmen, nämlich „[w]ie leicht man durch die Sprache zu falschen Auffassungen verleitet wird und welchen Wert es daher für die Philosophie haben muß, sich der Herrschaft der Sprache zu entziehen" [6, I, S. 74].

6 Existenzarten

Es wurde gezeigt, daß man *es gibt* (there is) als eine kontingente Erscheinung gewisser natürlicher Sprachen betrachten soll und daß es nicht einmal unbedingt im Sinne der Existenz in Raum und Zeit (wie im Falle der Bolzanoschen Wahrheiten an sich) zu interpretieren, sondern allgemein eher „als Möglichkeit der Auswahl eines Gegenstandes" zu betrachten ist [3, S. 113]. Außerdem führt dieser Ausdruck zu einer Unterscheidung von *Existenz* und *Bestand* als besondere Existenzweisen. Man kann somit das Problem der Existenzarten nicht umgehen. Grundsätzlich geht es hier um eine Alternative: eine oder mehrere Existenzarten.

Die zweite Alternative scheint – auch gegenüber der späteren Meinung Russells – plausibler zu sein; man muß dabei aber nicht befürchten, daß dann eigentlich alles irgendwie existieren würde. Der Existenzbegriff ist zweifellos systematisch mehrdeutig und kann nicht exakt begrenzt und eindeutig erläutert werden. Wessel schreibt: „So hat etwa das Wort ‚existiert' in Ausdrücken ‚*a* existiert' einen verschiedenen Sinn in Abhängigkeit davon, ob *a* ein individueller oder allgemeiner Terminus, ein Terminus einer Klasse oder eines Individuums usw. ist" [24, S. 348]. Eine solche Auffassung findet man bereits bei Aristoteles, der im ersten Satz des Buches *Z* der *Metaphysik* (Met. Z, c.l p. 1028b 2 f.) erklärt, daß das *Seiende* in einer vielfältigen Bedeutung gebraucht wird.

Auch diejenigen, die den Existenzbegriff nur auf Gegenstände in Raum und Zeit beschränken, also nur die empirische oder reale Existenz anerkennen, und deswegen das Vorhandensein von inhaltlich diversen Existenzarten – idealer, abstrakter, mythischer, poetischer, mythologischer, literarischer, religiöser Existenz usw. – leugnen, können kaum den Unterschied zwischen *logischer* und *außerlogischer* Existenz übersehen.

Vom logischen Standpunkt betrachtet, wird Existenz als Widerspruchsfreiheit bzw. Nichtleerheit expliziert. Logisch existiert alles, was widerspruchsfrei ist, ohne dabei zu betrachten, auf was sich die Widerspruchsfreiheit bezieht. Die Logik selbst kann keine speziellen, konkreten Existenzansprüche festlegen, setzt aber einen nichtleeren Gegenstandsbereich voraus, denn in einem leeren wäre es nicht möglich, zwischen empirisch existierenden und nicht existierenden Gegenständen zu unterscheiden. Ontologisch betrachtet, ist die logische Existenz gegenüber allen anderen Arten genetisch oder systematisch primär. Die Nichtleerheit, die Bolzanosche Gegenständlichkeit, ist primär genetisch. Die Widerspruchsfreiheit ist primär systematisch.

Die diversen extralogischen Existenzarten lassen sich gegenseitig nicht scharf voneinander abgrenzen. Hier spielen verschiedene konzeptuelle, theoretische und ideologische Annahmen eine Rolle, retrospektive oder prognostische Erwägungen, sachliche und historisch bedingte Kenntnisse, sogar auch rein sprachliche Momente. Das alles kann leicht zu unterschiedlichen, sich widersprechenden und oft auch irrtümlichen Auffassungen führen.

Da dies meist aus eigener Erfahrung wohlbekannt ist, möchte ich nur auf einige Fälle hinweisen.

Der Zusammenhang von religiöser und mythologischer Existenz wird von einem Gläubigen und einem Atheisten unterschiedlich aufgefaßt. Für einen Gläubigen hat „Gott ein wirkliches Daseyn“ [1, § 54; I, 238], was auch für andere Gegenstände, die die Religion anerkennt (Teufel, Engel, Himmel, Hölle usw.) gilt. Ein Atheist dagegen macht keinen Unterschied hinsichtlich des realen Existenzanspruchs zwischen *Gott* der christlichen Religion und *Zeus, Wotan, Ammon* und anderen Göttern der Mythologie. Eine Entscheidung zwischen einer literarischen und einer realen Existenz gründet sich auf sachlich bzw. historisch gegebene Kenntnisse; als Beispiele seien die Könige Lear, John the Lackland, Artus, Ecgbert und James I. genannt. Der Übergang von einer fiktiven Existenz aus theoretischen Überlegungen zu einer realen ist mit dem Wachstum des Wissens verknüpft. So ist für einen gegenwärtigen Physiker im Gegensatz zu E. Mach ein Atom oder Elektron ein real existierender Gegenstand. Wie gegensätzlich die Auffassungen von der Existenz von gedanklich vorhandenen Gegenständen waren, wie sie in der gesamten Geschichte der Philosophie zwischen Platonismus und Nominalismus, Idealismus und Materialismus entwickelt und vertreten wurden, muß nicht besonders betont werden. Daß es an Irrtümern nicht mangelt, soll ein weiteres Beispiel darlegen: Auf Grund einer oberflächlichen Analogie könnte man leicht annehmen, daß als Länder nicht nur Deutschland, England, Griechenland usw., sondern auch Schlaraffenland real existiert.

Bisher habe ich nichts von der mathematischen Existenz gesagt, die in einer gewissen Hinsicht den Unterschied von logischer und außerlogischer Existenz überbrückt. Vom Standpunkt des Logizismus betrachtet, wie ihn Frege und Russell entworfen haben, ist die mathematische Existenz nichts anderes als Widerspruchsfreiheit. Vom Standpunkt des Intuitionismus betrachtet, entwickelt von L. E. J. Brouwer und A. Heyting, genügt das nicht, und die mathematische Existenz muß als effektive Konstruierbarkeit gedeutet werden. In der Diskussion zwischen Vertretern der klassischen und der intuitionistischen Mathematik hat A. Fraenkel eine neutrale Konzeption vorgeschlagen, welche die Sonderstellung der Mathematik gegenüber allen anderen Wissenschaften in bezug auf die Existenzproblematik sozusagen „entthront". Er hat nämlich ausdrücklich erklärt:

> „Es ist für die Ausdrucksweise zuweilen bequem, von den in unserer Betrachtung vorkommenden Mengen zu sagen, daß sie „existieren"; die Behauptung „m existiert" will also nichts anderes ausdrücken, als daß m eine für uns in Betracht kommende Menge bezeichnet." [4, S. 188]

Mit diesem Standpunkt hat sich grundsätzlich auch E. Dölling, die dem Existenzproblem viel Aufmerksamkeit gewidmet hat, identifiziert: „Der Mathematiker fragt danach, ob gewisse, durch Prädikate charakterisierte Individuen in einem Bereich vorkommen, und dies nennt er die Existenz" [2, S. 90]. Um diesen Standpunkt zu bekräftigen, wird noch betont, daß man in der Mathematik das Existenzprädikat nicht benötigt, „da in der Mathematik über abstrakte Gegenstände gesprochen wird, die sich nicht verändern." (ebd., S. 92).

Dazu aber auch eine kritische Bemerkung: Was sich auf jeden Fall ändert, ist unsere Auffassung von diesen Gegenständen, unser Wissen, wie sie entstanden sind und in welchem Zusammenhang sie mit den entsprechenden *Inferiora* im Sinne Meinongs stehen.

7 Literaturverzeichnis

[1] B. Bolzano. *Wissenschaftslehre*, Bd. I–IV. Sulzbach 1837.

[2] E. Dölling. Das Prädikat der Existenz. In: *Begriffsschrift, Jenaer Frege-Konferenz*, Jena 1979, 83–95.

[3] E. Dölling. *Logik und Sprache. Untersuchungen zum Gebrauch des Existenzprädikats.* Berlin 1986.

[4] A. Fraenkel. *Einleitung in die Mengenlehre.* 2. Auflage, Berlin 1923.

[5] G. Frege. Über die Grundlagen der Geometrie, II. *Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Philosophie*, XVI (1892), 368–375.

[6] G. Frege. *Nachgelassene Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Bd. I, II. 2. Auflage, Hamburg 1983.

[7] A. Höfler. *Logik.* 2. Auflage, Wien/Leipzig 1922.

[8] E. Mally. *Logische Schriften.* Dordrecht/Boston 1971.

[9] A. Meinong. *Über Annahmen.* Leipzig 1902.

[10] A. Meinong. Über Gegenstandstheorie. In: *ders.: Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie, I*, Leipzig 1904.

[11] A. Meinong. Über die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaften. *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 129 (1906), 48–94, 155–207; 139 (1907), 1–46.

[12] A. Meinong. *Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit.* Leipzig 1915.

[13] F. Miklosich. *Subjektlose Sätze.* 2. Auflage, Wien 1883.

[14] B. Russell. Is Position in Time and Space Absolute or Relative? *Mind*, X (1901), 293–317.

[15] B. Russell. *The Principles of Mathematics.* Cambridge 1903.

[16] B. Russell. Meinongs Theory of Complexes and Assumptions. *Mind*, XIII (1904), 204–219, 336–354, 509–524.

[17] B. Russell. The Existential Import of Propositions. *Mind*, XIV (1905), 398–401.

[18] B. Russell. On Denoting. *Mind*, XIV (1905), 479–493.

[19] B. Russell. Rez.: A. Meinongs Über die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaften. *Mind*, XVI (1907), 436–439.

[20] B. Russell. *Introduction to Mathematical Philosophy*. London/New York 1919.

[21] B. Russell. My Mental Development. In: P. A. Schilpp (Hrsg.), *The Philosophy of Bertrand Russell*, Evanston/Chicago 1944, 1963.

[22] B. Russell. *A History of Western Philosophy*. London/New York 1945, 1979.

[23] A. Sinowjew und H. Wessel. *Logische Sprachregeln*. Berlin 1975.

[24] H. Wessel. *Logik*. 4. Auflage, Berlin 1984. Neuauflage: Logos Verlag, Berlin 1999.

Zwischen Ko-Texten und Kon-Texten: Logik und Kommunikation

Sebastian Köhler
sebkoe@uni-leipzig.de
Institut für Kommunikations- und Medienwissenschaft, Universität Leipzig,
Ritterstraße 24, 04109 Leipzig

Meinem Lehrer Horst Wessel in Dankbarkeit gewidmet am 10.10.2001

1 Verkehrtes Vorab

Sprachliche Verkehrsformen lassen uns Menschen nicht nur gemeinschaftliche, sondern auch gesellschaftliche Kommunikation entwickeln (vgl. [21]). Diese sprachlichen Verkehrsformen bauen auf „sympraktischen" (nichtsprachlichen oder nonverbal symbolischen) Verkehr und ermöglichen zugleich – entsprechend der nicht zuletzt mit dem Schreiben verbundenen Tendenz von Sprachen zum Dekontextualisieren – metasprachliches Verkehren (vgl. [10, S. 111]). Für die mit den informationellen Umbrüchen kulturell-technisch möglich scheinenden Prozesse gesamtgesellschaftlichen Problematisierens, Informierens, Entscheidens und darauf bezogener weiterführender Tätigkeiten reicht alltagssprachliche Kommunikation allein nicht aus. Wir scheinen ein solches Niveau menschenmöglicher Bandbreiten unserer Kommunikationen am ehesten zu erlangen, wenn und indem wir funktionsteilige Verkehrsformen institutionalisieren, in denen metasprachliche Kommunikation eine wichtige Rolle spielt. Diese sollte nach bestimmten kognitiven und sozialen Regeln praktiziert werden – kotextbezogen nach denen der Logik und kontextbezogen nach denen der Argumentation ([3], vgl. [6, 7]). Denn nicht zuletzt können die Verfahrensregeln logischer und argumentativer Verkehrsformen beispiels-

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 43–50

weise der klassenantagonistischen Durchsetzung von Sonderinteressen bzw. Monopolbildungen entgegenwirken.

2 Kommunikation und Operationalisierungen

Kommunikation ist keine von anderen menschlichen Verhaltens- oder Handlungsarten zu trennende, sondern gerade die (auch sprachlich) zeichenvermittelte Koordinierungsweise dieser Arten. In Kommunikationen geht es damit – und hier folge ich vor allem Juri M. Lotman und Hans-Peter Krüger [12, 10] – um das Herstellen kontingenter Zuordnungen zwischen Sequenzmustern, wobei auch neue Muster entstehen. Diese menschliche Tätigkeit bezieht sich auf Zuordnungen einerseits zwischen Sequenzmustern der durch Kommunikation zu koordinierenden Tätigkeiten (das zu Koordinierende bzw. der Kon-Text) und andererseits zwischen Sequenzmustern von semiotisch unterscheidbaren, eher selbstreferenziellen Zeichenniveaus, die als Koordinierungspotenzial fungieren (das Koordinierende bzw. der Ko-Text). Vor diesem Hintergrund sind dann Operationen feststellende Verfahren [11, S. 20 ff.], mit deren Hilfe andere Tätigkeiten verwirklicht werden und die als Elemente in deren Struktur eingehen. Stammesgeschichtlich sind Operationen Tätigkeitsprodukte, in „deren Ergebnis eine lebendige, für das Subjekt sinnvolle Handlung in gewisser Weise abstirbt“. Operables wird in der Regel gesellschaftlich erwirkt, verallgemeinert und historisch fixiert. Operationen gelten als Transformation von Tätigkeiten in Richtung einer „Technisierung“ derselben. Aus der informationstechnologischen Operationalisierung etlicher Tätigkeiten folgt freilich nicht, dass sich Kommunikation in Operationen erschöpfte ([10, S. 155]; vgl. [1, S. 151 f.]). Denn nicht alle Kommunikationen lassen sich dem informationstechnologischen Leitbild entsprechend kodifizieren und digitalisieren (übertragen, speichern, bearbeiten). Schließlich besteht ein nicht unwichtiger Teil menschlichen Lebens in Verkehrsformen, die (beispielsweise als Werte oder Emotionen) sinnlich und zumindest mehrdeutig erfahren und vermittelt werden. Auch gänzlich Neues entsteht dabei in Unterscheidung zum bereits (insbesondere: digital) Geronnenen und Operablen (vgl. [10, S. 155]; vgl. [1, S. 151 f.]).

3 Logik zwischen Ko-Texten und Kon-Texten

Wie unter anderem Alexander R. Lurijas umfassende Feldstudien in Usbekistan 1931/32 belegen (vgl. [13]), kann logisches Sich-Äußern kaum ohne Schrift entstehen. Schreiben verlangt überlegteres Konstruieren, es ist anderen Ansprüchen ausgesetzt als die mündliche Rede, welche aktuell, hic et nunc, gelingen muss. Schriftlichkeit befördert den Aufbau differenzierterer Zeichensysteme und damit zugleich Manipulationen mit Buchstaben, Silben, Wörtern und Sätzen, aber auch mit Ziffern und anderen Syntagmen. Logisch und grammatisch lassen sich je festgestellte Einheiten (häufig Sätze oder Satzverbindungen) analysierend zerlegen. Logisch werden dann auch Vorschläge für neue Zeichen und Zeichenverhältnisse unterbreitet.

Mittels entwickelter Schrift wird eine neue, allgemeinere Art der Beziehung von Zeichen auf gemeinte Gegenstände und Relationen hergestellt. Diese soll im Unterschied zur mündlichen Sprache möglichst konstant und unpersönlich sein [4, S. 88]. Ein Motiv, das sich seit dem – durch Schriftlichkeit erheblich beförderten – Aufkommen von Logik im antiken Griechenland durchhält, ist gerade jenes des Vor- oder Festschreibens universaler Sprachstrukturen.

Diese Tendenz also, Logik in reproduzierbaren Formen zu entwickeln, ist auch in Stephen Toulmins Hinsicht der Logik nichts Äußeres oder Zufälliges. Vor allem auf der Basis dieses Loslösens aus rhetorischer Anwesenheit und tendenzieller Unmittelbarkeit konnte die Logik selbständige Disziplin werden (vgl. [16, S. 157 ff.]). Toulmin erkennt diese dekontextualisierende, verselbständigende Tendenz der Logik schon bei Leibniz im 17. Jahrhundert, vor allem aber ab der Mitte des 19. Jahrhunderts bei Boole, Frege und dann den symbolischen und mathematisch orientierten Logikern des zwanzigsten Jahrhunderts [16, S. 157 ff.]. Er kritisiert hier eher gegenmodern, dass die Frage der praktischen Anwendbarkeit gegenüber jener der Orientierung am mathematischen Ideal für die Logiker (zu sehr) in den Hintergrund getreten sei. Toulmin unterscheidet dazu innerhalb „formaler Logik“ historisch und systematisch „Äußerungslogik“ von „Propositionslogik“. In ersterer, weniger radikaler Variante sollen Beziehungen zwischen raumzeitlich wandelbaren Grundbausteinen als stabile fixiert werden. Die zweite, zugespitztere Variante geht darüber hinaus von zeitlosen, ewig wahren oder aber falschen bzw. das Wahre oder das Falsche bezeichnen sollenden Propositionen aus [16, S. 158 ff.]. Sein Interesse an diesem „bestimmten historischen Übergang“ von vor-moderner, ausdrücklich kontextbezogener Äußerungslogik zu modernerer, kontextunabhängigerer Propositionslogik lässt sich in der These zusammenfassen, dass sich Literalität und damit die wesentliche, dekontextualisierende Tendenz von Logik nicht zuletzt mit der Erfindung des Buchdruckes durchsetzen konnten: In einer noch weithin vorliteralen Welt dominierte offenkundig der „vergängliche, feuerwerksähnliche Charakter unserer Äußerungen". Erst nachdem dauerhaft aufgezeichnete Schrift eine viel größere Rolle zumindest im Leben der Intelligenz und anderer Eliten zu spielen begann, wurde die Vorstellung plausibel, Aussagen könnten den Augenblick ihrer Äußerung nicht nur überdauern, sondern wären im Extremfalle unabhängig von menschlicher Kommunikation überhaupt. Toulmin sieht diesbezüglich im Wiederaufleben des Platonismus und in der Apotheose Euklids auch ein Ergebnis der Verbreitung gedruckter Schriften.

Zuzugeben ist Toulmin jedenfalls, dass das Dekontextualisieren dann sinnlos würde, wenn man in platonistischer Zuspitzung behauptete, die sprachlichen Einheiten (wie Aussagen oder Termini), zwischen denen im Sinne kommunikativer Ökonomie logische Regeln gelten (sollen), seien unveränderliche Entitäten. Er kritisiert jenen „Propositionalismus" exemplarisch an Auffassungen Freges und Quines [16, S. 158 ff.]. In solcher pragmatisch-semiotischen Tradition hatte lange vor Toulmin Charles Sanders Peirce formuliert, „Logik entwickelt sich zu einer kontrollierten Theorie der Zeichen" [14, S. 63].

Denn logische Untersuchungen setzen relativ entwickelte, d. h. literaldifferenzierte Sprachen als empirisch gegebene voraus [17, S. 82]. Metasprachliche Reflexionen ermöglichen Strukturierungen und Operationalisierungen vorliegenden sprachlichen Materials. Dadurch kann der individuelle, gemeinschaftliche oder (welt-)gesellschaftliche Kommunikationsaufwand jeweils zweckgerichtet und angemessen reduziert werden. Denn lassen sich solche Operationalisierungen technisch vergegenständlichen – was mit Schriftsprachen praktisch relevant geworden ist und wovon aktuelle informations- und kommunikationstechnische Entwicklungen neue Quantitäten sowie Qualitäten hinsichtlich Übertragung, Speicherung und Transformation versprechen –, dann können kommunikative Entlastungen in Richtung von mehr Übersichtlichkeit erreicht werden. Freilich gilt es, die Möglichkeit (selbst-)blockierend werdender logischer Konservierungen von Verwendungen sprachlicher Ausdrücke immer wieder (selbst-)kritisch zu diskutieren, wofür (vgl. [9]) polyzentrische und -mediale Kommunikationsmodelle Spielräume offenhalten sollten.

Versteht man unter Logik jene von Aristoteles begründete Wissenschaft der formalen Logik, die in ihrer modernen Gestalt auch mathematische Logik genannt wird, dann befassen sich Logiker – im Unterschied zu Psychologen, Erkenntnistheoretikern oder Ontologen – objektivierend mit bestimmten Aspekten von Sprachen. Untersuchen lassen sich demgemäß Termini, logische Operatoren und Aussagen als von Menschen vor allem schriftsprachlich und dekontextualisierend für bestimmte Zwecke geschaffene sprachliche Gebilde, die produzier- und reproduzierbar, in ihrem Auftreten raumzeitlich angeordnet und zumindest intersubjektiv überprüfbar sind (vgl. [15]; [17, S. 19 ff.]; [18, S. 20 ff.]; [19]; [20, S. 9]). Hinsichtlich der zu vereinbarenden Syntax lassen sich dann Eigenschaften wie Vollständigkeit, Widerspruchsfreiheit oder Unabhängigkeit der Grundbausteine, aber auch existentielle Belastung oder Unbestimmtheit, Ersetzbarkeit oder Bedeutungseinschluss kontrollieren.

Verwechselt man nun logische Konventionen als sprachliche Festlegungen von Menschen nicht mit privatsprachlicher Willkür, sondern berücksichtigt die im Rahmen von historisch-sozialen Verkehrs- und Spielformen gegebenen Bedingungen für Kommunikation, vermag man die Rolle solcher Vereinbarungen für Sprachentwicklungen adäquater zu bestimmen und zugleich einsehen, dass es keine apriorischen Schranken für die schöpferische Einführung neuer Operatoren sowie Termini- und Aussagestrukturen gibt.

Solche Logik ist eine eher konstruierende denn beschreibende, mehr erfindende als findende Tätigkeit und kann nicht zuletzt dadurch von einer allgemeinen Grammatik unterschieden werden: Wenn logische Vorschläge sich als zweckmäßig herausstellen, sollte es nicht ausgeschlossen sein, dass sie als stabilisierende, vereinfachende Dekontextualisierungstendenzen in andere Sprachpraxen über- und perspektivisch eingehen – als ein „Zentrum“ möglichst vielfältigen menschlichen Verkehrens und Spielens neben anderen – diese anderen UND sich selbst kritisierend und beschränkend.

4 Alternative Ausblicke

Vom Standpunkt der polyzentrischen Potenziale gesellschaftlich-vernetzter und vernetzender Kommunikation, aus der Sicht der polysymbolischen und polylogischen Möglichkeiten mediengestützter Perspektivenwechsel erscheint die überkommene Moderne als eine anachronistische Selektion [10, S. 10], als eine einseitig am Geld- bzw. Machtmedium orientierte Reduktion des sozialen Verkehrsspektrums und der menschenmöglichen Spielformen. Dabei ginge es angesichts der modernen Pathologien um nicht weniger als einen Paradigmenwechsel vom bloßen „linguistic turn“ hin zu einem das gesamte menschliche Verkehrs-Zeichenpotenzial und seine Spielformen aufschließenden „semiotic turn“ (vgl. [10, S. 197 ff.]). „Reflexion“ wäre damit als polysymbolischer Perspektivenwechsel zu fassen und nicht mehr als monologisierendes Selbstbewusstsein. „Polysymbolisch“ soll die nonverbal vermittelten Perspektivenwechsel einschließen. Zu polysymbolischen Perspektivenwechseln zählen somit ebenso polylogische (die Vielfalt der Perspektiven, die als Invarianten aus der Reproduktion diskursiven Sprechens und Denkens hervorgehen und operationalisiert werden können) wie auch polyphone (in ihrer ästhetischen Sinnlichkeit der Vielfalt von Stimmen).

Netzverkehr in seinen eher polyzentrischen – was die Kon-Texte angeht – und mehr polysymbolischen – die Ko-Texte betreffend – Formen könnte zu sozialen Medien beitragen, welche Integrationen tendenziell aller herkömmlichen Medien und (schriftlichen wie nichtschriftlichen) Kommunikationsmodi ermöglichen. Das Neue an solcherart Neuen Medien sind die Verbindungen, welche erlaubt werden durch die fortschreitende Übersetzbarkeit auf Ko-Textebene und die Potenziale zu Interaktivität auf Kon-Textebene. Verknüpfende Vernetzung betrifft damit die Kontext- UND die Kotextebenen von Kommunikation, insofern Mensch-Maschine-Schnittstellen wie auch Dateien miteinander verbunden sein können.

Phänomene wie die kulturpessimistische Angst vor Informationsüberflutung, vor Vereinzelung und sinnlicher Verkümmerung etc. sowie die komplementären euphorischen Hoffnungen auf eine schöne, neue Welt der Informationsgesellschaft weisen auf einen Widerstreit hin: Den neuen kommunikativtechnischen Potenzialen entsprechen bisher kaum sozio-kulturelle Verkehrsformen, die für tendenziell alle Menschen, global und intergenerationell, hinreichend differenzierend und zugleich integrierend wirkten. Die informationellen Umbrüche bringen viele (auch neue) „Kommunikationselemente“ und Re-Kombinationen mit sich, womit jedoch die bisherigen sozialen Verarbeitungsformen überfordert scheinen (vgl. [5, S. 59, S. 63]).

Aber durch markt- oder machtfetischisierende Vor-Entscheidungen werden die Kommunikationspotenziale Neuer Medien für gesellschaftliches Kommunizieren eher behindert als gefördert. Beschränkung von Profit- und Herrschaftsinteressen könnte hingegen kultureller Kreativität die nötigen Spielräume erhalten oder schaffen, um die Kommunikationsnetze womöglich zum weltweiten Hauptentstehungs- und Hauptverbreitungsfeld von entwicklungsoffenerer Kultur zu gestalten. Da noch nicht festgestellt ist, auf welche Weise die aktuellen Kommunikations- und überhaupt Verkehrsumbrüche sich stabilisieren, darf weiter debattiert werden, wie Neue Medien mit ihrem kulturellen Potenzial zu nicht-exklusivem Wettstreit unter Einschluss logischer Verkehrsformen am besten wirken können und sollen (vgl. [2, 8, 9]).

5 Literaturverzeichnis

[1] G. Bosch. Die Auswirkungen der neuen Informationstechnologien auf die Beschäftigung. *WSI-Mitteilungen*, 3 (1997), 150 ff.

[2] W. Coy. Lernen als lebenslange Aufgabe. *Der Tagesspiegel*, W3, 14.12.1997.

[3] D. Føellesdal, L. Walløe und J. Elster. *Rationale Argumentation*. Berlin/New York 1988.

[4] J. Goody, I. P. Watt und K. Gough. *Entstehung und Folgen der Schriftkultur*. Frankfurt/M. 1986.

[5] F. Hartmann. *Cyber. Philosophie*. Wien 1996.

[6] S. Köhler. Logik und der Gebrauch von Argumenten. Magisterarbeit, 1996.

[7] S. Köhler. Braucht man zum „Gebrauch von Argumenten“ eine besondere Logik? In: K. Wuttich und U. Scheffler (Hrsg.), *Terminigebrauch und Folgebeziehung*, Logos Verlag, Berlin 1998, 31 ff.

[8] S. Köhler. Potenziale neuer Medien für gesellschaftliche Kommunikation. Zwei philosophische Perspektiven von Dewey und Plessner. In: E. Hebecker, F. Klemann und H. Neymanns (Hrsg.), *Neue Medienumwelten. Zwischen Regulierungsprozessen und alltäglicher Anwendung*, Frankfurt/M. 1999, 62 ff.

[9] S. Köhler. *Netze – Verkehren – Öffentlichkeiten? Zu polyzentrischen Potenzialen Neuer Medien*. Schkeuditz 2001.

[10] H.-P. Krüger. *Perspektivenwechsel*. Berlin 1993.

[11] A. N. Leont'ev, A. A. Leont'ev und E. G. Judin. *Grundfragen einer Theorie der sprachlichen Tätigkeit*. Berlin 1984.

[12] J. M. Lotman. *Kunst als Sprache. Untersuchungen zum Zeichencharakter von Literatur und Kunst.* Leipzig 1981.

[13] A. R. Lurija. *Cognitive Development.* Cambridge/London 1976.

[14] Ch. S. Peirce. *Phänomen und Logik der Zeichen.* Frankfurt/M. 1976.

[15] A. Sinowjew. *Komplexe Logik.* Berlin 1970.

[16] St. Toulmin. *Der Gebrauch von Argumenten.* Kronberg/Taunus 1975.

[17] H. Wessel. *Logik und Philosophie.* Berlin 1976.

[18] H. Wessel. *Logik.* Berlin 1984.

[19] H. Wessel. Vorwort. In: Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie Humboldt-Universität zu Berlin, *Wissen, Wertung, Wirkung. Philosophische Logik. Philosophische Beiträge*, Berlin 1989, Heft 2, 1.

[20] H. Wessel. Wertungen als empirsiche Aussagen. In: Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie Humboldt-Universität zu Berlin, *Wissen, Wertung, Wirkung. Philosophische Logik. Philosophische Beiträge*, Berlin 1989, Heft 2, 2–14.

[21] L. S. Wygotski. *Denken und Sprechen.* Berlin 1964.

Zum Begründungsproblem der Logik

Lars Mecklenburg
`mecklenburg@designato.de`
Manteuffelstr. 9, 12203 Berlin

Das Begründungsproblem der Logik besteht darin, die Geltung von logischen Regeln zu rechtfertigen. Man kann dieses Problem auf zwei Weisen lösen. Zum einen kann man behaupten, dass logische Regeln ohne Einschränkung gelten. Um dies zu rechtfertigen, ist ein allgemeiner Grund anzugeben, der für jeden Menschen unabhängig von seiner Lebenswelt besteht. Zum anderen kann man sich damit zufrieden geben, dass logische Regeln in einem eingeschränkten Sinn gelten. Dann ist zu erklären, warum logische Regeln in der einen Situation gelten und warum jener Grund in einer anderen Situation nicht besteht. Ich möchte die erste Möglichkeit eine radikale, die zweite eine relative Begründung der Logik nennen. Ich werde hier den Weg einer radikalen Begründung betrachten.

Jede Regel hat einen bestimmten Bereich, in dem sie angewendet werden kann. Auch logische Regeln haben einen solchen Anwendungsbereich. Dieser ist vom Geltungsbereich zu unterscheiden. Nur wenn sich ein Mensch im Anwendungsbereich einer Regel bewegt, entsteht überhaupt die Frage von Geltung und nicht Geltung. Eine Analogie mit grammatischen Regeln soll dies verdeutlichen: Eine grammatische Regel R gelte in einer Sprache A. Wenn sich ein Mensch in der Sprache A unterhält, befindet er sich im Anwendungsbereich der Regel R. Er hat sich daher zu entscheiden, ob er ihr folgen will oder nicht, was mit jeweils unterschiedlichen Konsequenzen verbunden ist. Wenn sich nun ein Mensch in einer anderen Sprache B unterhält, befindet er sich außerhalb des Anwendungsbereichs der Regel R. Wenn er dann in einer Weise spricht, die nicht mit ihr zu vereinbaren ist, so verstößt er nicht gegen sie, denn es gibt für ihn gar keinen Grund, ihr zu folgen. Der Geltungs-

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 51–56

bereich einer Regel liegt immer innerhalb ihres Anwendungsbereichs. Eine relative Begründung bestimmt dabei das Verhältnis beider Bereiche anders als eine radikale Begründung, indem sie den Geltungsbereich gegenüber dem Anwendungsbereich einschränkt, d. h. akzeptiert, dass eine Regel trotz vorhandenem Anwendungsbereich ungültig ist. Eine radikale Begründung nimmt hingegen eine uneingeschränkte Geltung innerhalb des Anwendungsbereichs an, so dass dieser mit dem Geltungsbereich zusammenfällt.

Wie der Anwendungsbereich logischer Regeln zu charakterisieren ist, ergibt sich aus ihrer allgemeinen Bestimmung. Darum ist zuallererst das Verständnisproblem zu lösen, was logische Regeln sind, bevor man sich dem Begründungsproblem zuwenden kann, warum sie gelten. Andernfalls könnte man etwas anderes begründen, als man zu begründen beansprucht. Was sind logische Regeln? Als Orientierung nehme ich an, dass die zentrale Funktion der Logik darin besteht, zwischen dem zu unterscheiden, was logisch wahr, logisch falsch und logisch unbestimmt ist. Dieses allgemeine Merkmal der Logik hat sich in der nun vorzunehmenden Bestimmung logischer Regeln widerzuspiegeln.

Logische Regeln sind Sprachregeln. Sie sind Regeln „zum Operieren mit Aussagen und Termini sowie mit den in ihnen vorkommenden logischen Operatoren“ [1, S. 6]. Diese logischen Einheiten sind „immer Elemente einer konkreten Sprache“, auch wenn sich die Logik nur für solche Eigenschaften dieser Einheiten interessiert, „die unabhängig von der jeweiligen Sprache sind“ [1, S. 2]. Warum wählt nun die Logik ausgerechnet diese sprachlichen Elemente aus und formuliert für sie Regeln? Was ist die für logische Regeln charakteristische Ebene der Sprache? Dazu ist der spezifische Charakter logischer Regeln gegenüber anderen sprachlichen Regeln wie grammatischen, semantischen und pragmatischen zu bestimmen.

Gemeinsam ist diesen Regeln, dass sie sich als Sprachregeln auf die menschliche Handlung des Sagens beziehen. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden. Sprachliche Regeln von konstitutiver Art sind im Sagen des Menschen wirksam: Menschen sprechen in einer Weise, die von den konstitutiven Regeln in einem entweder allein physischem oder aber psychophysischen Sinn von Kausalität verursacht ist. Sprachliche Regeln von normativer Art sind hingegen Vorschläge von Menschen an ihre Mitmenschen. Aus einem jeweils näher zu charakterisierenden Grund soll man in bestimmter Weise sprechen, etwas Bestimmtes sagen. Den grammatischen, semantischen und pragmatischen Regeln der jeweiligen Sprache folgt ein Sprecher, ohne dass es jemanden gibt, der dies einfordert. Diese Regeln sind konstitutiv für die Handlung des

Sagens, gleichwohl diese Einschätzung für das Lernen einer Sprache nicht gelten mag. Von grundlegender Bedeutung sind grammatische Regeln. Sie bewirken, wie ein Sprecher spricht, und verhindern weitgehend, dass er ungrammatisch spricht. Denn im letzteren Fall würde ein Zuhörer nicht einmal verstehen, welche Worte der Sprecher zu was für Sätzen verbunden hat. Weitere Regeln spezifizieren diese Handlung hinsichtlich eines weiteren Aspekts. Semantische Regeln bewirken, was ein Sprecher sagt, damit das Gesagte auch das formuliert, was der Sprecher meint. Dadurch versteht der Zuhörer, worauf sich die Sätze beziehen. Pragmatische Regeln bewirken, was ein Sprecher sagt, damit das Gesagte auch das formuliert, was der Sprecher will. Der Zuhörer kann so die Absichten des Sprechers verstehen und sich in seinem eigenen Handeln darauf einstellen.

Logische Regeln sind demgegenüber als normative Regeln anzusehen. Sie werden dazu aufgestellt, damit der Sprecher nicht nur formuliert, was er will, sondern den Zweck seines Sprechens mit zunehmender Wahrscheinlichkeit auch erreicht. Dabei ist aber nur ein bestimmter Zweck relevant. Nicht dazu gehören beispielsweise eine Bestellung aufzugeben, eine Auskunft zu erhalten, ein Kompliment zu machen. Wenn ein Mensch zu diesen Zwecken spricht, befindet er sich nicht im Anwendungsbereich logischer Regeln. Diese schlagen nur vor, was man sagen soll, insofern man etwas mit zunehmender Wahrscheinlichkeit auf Erfolg behaupten will, insofern man beim Behaupten nicht von vornherein erfolglos sein will. Logische Regeln sind nicht allgemeine Sprachregeln, sondern nur insofern die Sprache zum Zweck des Behauptens gebraucht wird. Die vielen anderen Zwecke, zu denen man sprechen kann, sind für die Anwendung logischer Regeln nicht relevant – es sei denn, ein Behaupten ist in sie involviert.

Mit dieser Bestimmung lässt sich erklären, warum sich die Logik für solche sprachlichen Einheiten wie Aussagen, Termini und Operatoren interessiert. Es sind diejenigen Elemente, von denen ein erfolgreiches Behaupten abhängig ist. Andere sprachliche Regeln werden in der Logik als für das Sprechen ohnehin konstitutiv vorausgesetzt. Was heißt es aber, etwas zu behaupten? Es sind drei charakteristische Merkmale zu nennen. Bei jedem Behaupten sagt der Sprecher etwas (einen Satz), er meint mit dem Gesagten etwas (einen Sachverhalt) und er beansprucht, dass das Gemeinte existiert. Besteht dieser Anspruch zurecht, dann ist das Gesagte wahr. Wie der behauptende Sprecher die Existenz des Gemeinten beansprucht, so auch die Wahrheit des Gesagten. Logische Regeln sind insgesamt normative Sprachregeln, die als Vorschläge dafür aufgestellt werden, was man sagen soll, insofern man das, was man mit dem Gesagten meint, nicht von vornherein erfolglos als existierend behaupten will.

Inwiefern ist in dieser Bestimmung das eingangs zur Orientierung aufgestellte Merkmal der Logik berücksichtigt, dass sie zwischen logisch wahr, logisch falsch und logisch unbestimmt zu unterscheiden hat? Der enge Zusammenhang von Behaupten in der gegebenen Bestimmung und diesen Unterscheidungen wird anhand von Existenzbelastungen deutlich, denen eine Aussage unterliegen kann oder auch nicht.

- Eine logisch wahre Aussage ist deshalb immer wahr, weil sie allein aufgrund der Formulierung zu bejahen ist. Damit lässt sich nichts mit Aussicht auf Erfolg behaupten, denn dem Gemeinten wird bei einer solchen Aussage gar keine Existenz zugesprochen. Ansonsten würde ja die Wahrheit nicht logisch, sondern ontologisch zu bestimmen sein. Es ist nicht möglich, mit logisch wahren Aussagen eine erfolgreiche Behauptung aufzustellen.

- Eine logisch falsche Aussage ist deshalb immer falsch, weil sie allein aufgrund der Formulierung zu verneinen ist. Mit einer solchen Aussage lässt sich nichts mit Aussicht auf Erfolg behaupten, denn es steht von vornherein fest, dass dem Gemeinten keine Existenz zukommt. Auch hier ist zur Feststellung der Falschheit nicht dasjenige zu betrachten, was existiert.

- Eine logisch unbestimmte Aussage kann hingegen wahr oder falsch sein. Sie ist dann (und zwar ontologisch) wahr, wenn das damit Gemeinte in der Weise existiert, wie es vom Sprecher behauptet wird. Sie ist falsch, wenn das damit Gemeinte nicht in der Weise existiert, wie es vom Sprecher behauptet wird. Nur bei einem Gesagten, das logisch unbestimmt ist, besteht die Aussicht, etwas erfolgreich zu behaupten. Damit eine Aussage ontologisch wahr sein kann, muss sie zuallererst überhaupt ontologisch wahr oder falsch sein können und d. h. eben logisch unbestimmt sein. Logische Regeln schlagen einem Sprecher vor, dass er beim Behaupten u.a. auf Tautologien und Kontradiktionen verzichten sollte. Wenn das Gesagte eine tautologische oder kontradiktorische Form aufweist, ist es aussichtslos, es zum Zweck des Behauptens zu sagen.

Was ist der Grund dafür, dass logische Regeln gelten? „Logische Gesetze sind Gesetze für den Gebrauch der Sprache und müssen als solche begründet werden. Eine Begründung der Logik kann daher m. E. nur die Sprachpraxis insgesamt liefern.“ [2, S. I]. Diese Antwort ist unzureichend, denn wie kann die Sprachpraxis als dasjenige, welches man verbessern möchte, zugleich die Begründung dafür liefern, dass die normativen Vorschläge gelten? Wie kann man das Neue, das sich gegen das Alte richtet, mit dem Alten selbst begründen? Ein Ausweg ergibt sich, wenn man den im Behaupten enthaltenen Anspruch auf die Existenz des Gemeinten einbezieht. Denn mit diesem Anspruch verlässt man den Bereich des tatsächlichen Sprachgebrauchs und gelangt zu einem unabhängigen Grund, der die logischen Änderungsvorschläge für den tatsächlichen Sprachgebrauch rechtfertigt.

Der Anspruch des behauptenden Sprechers, dass das Gesagte wahr ist, dass damit etwas Existierendes gemeint ist, unterwirft jeden Sprecher in seinem Sagen bestimmten Regeln. Man kann nicht alles sagen und damit etwas mit Aussicht auf Erfolg behaupten wollen. Die Sprache ermöglicht dem Menschen, über die Welt zu sprechen. In bestimmten Fällen kann man aber bereits an der Sprache erkennen, dass dies nicht gelingen wird, weil bestimmte ontologische Gegebenheiten (vor allem die Identität alles Seienden) unberücksichtigt sind. Logisch Falsches soll man nicht behauptend sagen, da nichts existiert, das widersprüchlich ist. Logisch Wahres soll man nicht behauptend sagen, da damit Existenz gar nicht erst zugesprochen wird.

Ontologische Gegebenheiten sind ein für jeden Menschen unabhängig von seiner Lebenswelt bestehender Grund. Es gibt keine Situation, in der dieser Grund nicht gilt. Die so genannten ontologischen Begründungen der Logik haben den Fehler gemacht, logische Regeln mit ontologischen Gesetzen zu identifizieren. Hier ist hingegen die Verbindung der Logik zu den ontologischen Gegebenheiten vermittelt: Logische Regeln sind Sprachregeln und werden erst durch den Anspruch des behauptenden Sprechers, dass das Gemeinte existiert, auf die ontologischen Gegebenheiten bezogen. Das Befolgen von logischen Regeln ist eine Gelingensbedingung für Behauptungen. Wird diese verletzt, ist das Behaupten von vornherein erfolglos. Das Gesagte muss so formuliert sein, dass es mit den ontologischen Gegebenheiten grundsätzlich vereinbar ist. Ob dann das damit Gemeinte tatsächlich existiert, ist natürlich eine nicht logische Frage.

Literaturverzeichnis

[1] H. Wessel. *Logik.* Logos Verlag, Berlin 1998.

[2] K.-H. Krampitz. *Zum Begründungsproblem in der Logik.* Dissertation Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin 1980.

Ableitbarkeit und Folgebeziehung

Fabian Neuhaus
`fneuhaus@web.de`
Humboldt-Universität zu Berlin, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Horst Wessel zum 65. Geburtstag

1 Einleitung

Die Frage zu klären, was eine Aussage logisch impliziert, ist sicherlich eine der wichtigsten Aufgaben der Logik. Zu dieser Fragestellung gibt es zwei traditionelle Zugänge. Beide sind Reaktionen auf die sogenannten ‚Paradoxien der materialen Implikation', die entstehen, wenn man die Subjunktion als „... impliziert logisch ..." auffaßt. Der erste Ansatz in der Lewis-Tradition zeichnet sich dadurch aus, daß logische Systeme untersucht werden, die einen zweistelligen Operator enthalten, der als „... impliziert logisch ..." gelesen wird und in seinen logischen Eigenschaften der Subjunktion ähnelt, aber gleichzeitig die ‚paradoxen' Eigenschaften der Subjunktion nicht besitzen soll (vgl. [2]). Einen anderen Zugang verfolgt Ajdukiewicz mit seiner Auffassung, daß eine Aussage A eine Aussage B dann und nur dann logisch impliziert, wenn $A \supset B$ ein Theorem eines gegebenen Systems S ist (vgl. [1]). Ajdukiewicz' Ansatz unterscheidet sich in zwei Punkten wesentlich von der Lewis-Tradition: Erstens wird die logische Implikation auf der metalogischen Ebene angesiedelt. Zweitens kommt in einer Formel höchstens ein Zeichen vor, das als Zeichen der logischen Implikation interpretiert wird, nämlich eine Subjunktion als Hauptoperator in einem Theorem. An Ajdukiewicz' Vorschlag ist u. a. interessant, daß für jedes System S, in dem das Deduktionstheorem $\vdash_S A \supset B$ gdw $A \vdash_S B$ beweisbar ist, ein intuitiver Zusammenhang gewahrt wird: A impliziert logisch B in S gdw B aus A in S ableitbar ist.

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 57–67

Wendet man Ajdukiewicz' Zugang auf die klassische Aussagenlogik an, zeigt sich, daß nicht alle ‚Paradoxien der materialen Implikation' beseitigt werden. So impliziert ein Widerspruch alles, und eine Tautologie wird von allem impliziert, weil beispielsweise $(A \wedge \sim A) \supset B$ und $B \supset (A \vee \sim A)$ Theoremschemata der klassischen Aussagenlogik sind. Gleichzeitig gilt aufgrund des im letzten Absatz erwähnten Zusammenhangs $B \vdash (A \vee \sim A)$ und $A \wedge \sim A \vdash B$ – in der klassischen Aussagenlogik ist eine Tautologie aus jeder Annahme ableitbar, und jede Aussage ist aus einer Kontradiktion ableitbar. Daß in der klassischen Aussagenlogik aus einem Widerspruch alles logisch folgt, wird von vielen Logikern kritisiert und hat eine bedeutende Rolle bei der Entwicklung alternativer logischer Konzeptionen gespielt.[1]

2 Strenge und strikte Folgebeziehung

Um auch diese Paradoxien auszuschließen, werden von Sinowjew und Wessel Verbesserungen von Adjukiewczs' Vorschlag diskutiert.[2] Zu diesem Zweck verwendeten Sinowjew und Wessel eine aussagenlogische Sprache AF, dessen Alphabet aus den Zeichen eines Systems der klassischen Aussagenlogik S^k und dem Zeichen „$\vdash$" für „… impliziert …" besteht. Der Formelaufbau in AF ergibt sich wie folgt: Wenn A und B Formeln von S^k sind, ist $A \vdash B$ eine Formel von AF, darüber hinaus sind alle Formeln von S^k Formeln von AF.[3] Ajdukiewicz' Auffassung der logischen Implikation läßt sich dann mit dem Sinowjewschen/Wesselschen Ansatz in einem formalen System S^{aj} bezüglich AF darstellen:

Definition 1 *$A \vdash B$ ist eine Tautologie von S^{aj} gdw $A \supset B$ eine Tautologie von S^k ist.*

Die von Sinowjew und Wessel diskutierten Verbesserungen werden implementiert, indem die Menge der Tautologien eingeschränkt wird. Beispielsweise gilt in dem System der strengen logischen Folgebeziehung S^S:

[1] Die Relation „in S folgt y logisch aus x" wird verschieden verwendet. In dem Sinne, in dem sie in diesem Text gebraucht wird, ist die Relation synonym mit „in S ist y aus x ableitbar". Daher ist es nach meinem Sprachgebrauch durchaus möglich, daß aus einer unendlichen Annahmemenge etwas logisch folgt, auch wenn nur eine endliche Teilmenge der Annahmen für die Ableitung verwendet wird.

[2] Siehe [4, S. 209 ff.], außerdem siehe [5, S. 123 ff.].

[3] In Systemen der entarteten Folgebeziehung werden auch Formeln der Form $\vdash A$ betrachtet. Vgl. [5, S. 143].

Definition 2 *$A \vdash B$ ist eine Tautologie von S^S gdw $A \supset B$ eine Tautologie von S^k ist und B nur solche Aussagenvariablen enthält, die auch in A vorkommen.*

Die Intuition hinter dieser Einschränkung besteht darin, daß das Paradoxe an den ‚Paradoxien der materialen Implikation' darauf beruht, daß man zu Konklusionen kommt, die inhaltlich nichts mit den Prämissen zu tun haben. Die Variablenbedingung soll dazu dienen, einen Sinnzusammenhang zwischen einer Konklusion und ihren Prämissen zu garantieren.[4] Aufgrund der Variablenbedingung sind beispielsweise AF-Formeln der Form $(A \wedge \sim A) \vdash B$ nicht S^S-gültig, wenn in B Aussagenvariablen vorkommen, die nicht in A vorkommen. Allerdings sind die nicht weniger paradoxen AF-Formeln der Form $((A \wedge \sim A) \wedge (B \vee \sim B)) \vdash B$ S^S-gültig. Allgemein gilt in S^S, daß eine S^k-Kontradiktion A eine beliebige S^k-Formel B logisch impliziert, wenn alle Aussagenvariablen von B in der S^k-Kontradiktion A vorkommen. Außerdem impliziert in S^S eine beliebige S^k-Formel A jede S^k-Tautologie B, deren Aussagenvariablen in A vorkommen. Gemäß S^S impliziert also jede logisch indeterminierte Aussage einige logisch wahre Aussagen. Um diese ‚Paradoxien der strengen logischen Folgebeziehung' auszuschließen, wurde von Wessel im System der strikten logischen Folgebeziehung F^S die Menge der Tautologien durch zwei zusätzliche Bedingungen weiter eingeschränkt:

Definition 3 *$A \vdash B$ ist eine Tautologie von F^S gdw $A \vdash B$ eine Tautologie von S^S ist, A keine S^k-Kontradiktion ist und B keine S^k-Tautologie ist.*

Die Systeme der strengen logischen Folgebeziehung S^S und der strikten logischen Folgebeziehung F^S lassen sich vollständig axiomatisieren. Außerdem läßt sich beweisen, daß F^S in einem bestimmten Sinne paradoxienfrei ist.[5] Bemerkenswert sind aber nicht nur die Resultate der von Sinowjew und Wessel entwickelten Systeme, sondern insbesondere ihr Aufbau. Ajdukiewicz kann das Vorkommen von „$\vdash$“ in einer metasprachlichen Formel $A \vdash B$ als logische Implikation interpretieren, weil es bei seinem Ansatz einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen logischer Implikation und Ableitbarkeit gibt. Dagegen wird von Sinowjew und Wessel das Zeichen „$\vdash$“ nicht als Symbol für die Ableitbarkeitsbeziehung ihrer Systeme, sondern als Symbol einer Objektsprache verwendet. Die Wahl des Symbols ist insofern verständlich, als daß

[4] Zum Begriff „Sinnzusammenhang“ siehe [5, S. 140 f.].

[5] Vgl. [4, 5]. Außerdem siehe [3].

in den von Sinowjew und Wessel betrachteten Systemen eine Formel $A \vdash B$ („$\vdash$“ als Zeichen der logischen Implikation gedeutet) nur dann eine Tautologie ist, wenn $A \vdash B$ gilt („$\vdash$“ als aussagenlogische Ableitbarkeitsbeziehung gedeutet). Um Mehrdeutigkeiten zu vermeiden, werde ich ab jetzt „$\vdash$“ für Ableitbarkeitsbeziehungen reservieren und für die (logische) Implikation das Zeichen „$\prec$“ verwenden. Unter der Verwendung von „$\prec$“ und „VAR“ als Name der Funktion, die jeder AF-Formel die Menge der in ihr vorkommenden Aussagenvariablen zuweist,[6] lassen sich die Definitionen für S^{aj}, S^S und F^S wie folgt darstellen:

$$\models_{S^{aj}} A \prec B \quad \text{gdw} \quad \models_{S^k} A \supset B$$

$$\models_{S^S} A \prec B \quad \text{gdw} \quad \models_{S^k} A \supset B \,\&\, \mathsf{VAR}(B) \subseteq \mathsf{VAR}(A)$$

$$\models_{F^S} A \prec B \quad \text{gdw} \quad \models_{S^k} A \supset B \,\&\, \mathsf{VAR}(B) \subseteq \mathsf{VAR}(A) \,\&\, \not\models_{S^k} A \,\&\, \not\models_{S^k} {\sim}B$$

Es stellt sich an dieser Stelle die Frage, ob es notwendig ist, formale Systeme zu konstruieren, die „$\prec$“ als Zeichen für die (logische) Implikation enthalten. Denn es ist durchaus möglich, den klassischen Ableitbarkeitsbegriff (und den entsprechenden semantischen Begriff) der Aussagenlogik direkt einzuschränken – beispielsweise durch die folgende Definition:

Definition 4 *Eine Ableitung einer Formel A aus einer Menge M ist eine endliche Folge von Formeln $B_1, B_2, \ldots, B_n$, wobei*

1. *$B_n = A$.*
2. *für jedes B_i $(1 \leq i \leq n)$ folgendes gilt:*
   - *(a) $B_i \in M$ oder*
   - *(b) B_i ist ein Axiom oder*
   - *(c) B_i ergibt sich aufgrund der Schlußregeln aus vorhergehenden Formeln.*
3. *jede in A vorkommende Aussagenvariable mindestens in einer der Annahmeformeln vorkommt.*

[6] „VAR“ wird entsprechend auf Mengen von Formeln angewendet.

Für das Hinzufügen von „$\prec$" zum Alphabet spricht, daß so das „... impliziert ... " in der untersuchten formalen Sprache repräsentiert werden kann, die (logische) Implikation also aus der Metasprache in die Objektsprache ‚herabgeholt' und damit eine Brücke zur Lewis-Tradition geschlagen wird. Ein Nachteil dieser Konzeption besteht darin, daß die Verbindung zwischen logischer Implikation und Ableitung aufgebrochen wird. Sinowjews und Wessels Systeme führen zu Aussagen über die logische Implikation, nämlich zu Theoremen der Form $\vdash A \prec B$ (bzw. entsprechenden Tautologien).[7] Welche Aussagen aus einer gegebenen Menge von Annahmen logisch folgen, wird aber nicht thematisiert. Das Wissen über inferentielle Beziehungen ist jedoch wenig nützlich, wenn man es nicht anwenden, d. h., wenn man keine Schlußfolgerungen aus Annahmen ziehen kann. Daher wird in der vorliegenden Arbeit Sinowjews und Wessels Ansatz am Beispiel von F^S so weiterentwickelt, daß nicht nur Aussagen über logische Implikationen möglich sind, sondern auch aus gegebenen Annahmen mit Hilfe der Aussagen über Implikationen auf neue Aussagen geschlossen werden kann.

Das System der strikten Folgebeziehung F^S wurde unter anderem deswegen als Ausgangspunkt gewählt, weil gezeigt werden kann, daß $A \prec B$ nur dann ein F^S-Theorem ist, wenn die in B vorkommenden Aussagenvariablen auch in A vorkommen und A keine S^k-Kontradiktion sowie B keine S^k-Tautologie ist. Dieses Resultat wird von Wessel als Metatheorem der „Paradoxienfreiheit" bezeichnet [5, S. 143]. Dieser Name scheint mir etwas voreilig. Durch das Axiomensystem von F^S wird die Relation „... impliziert logisch ... " expliziert. Und durch das Metatheorem ist bewiesen, daß unter anderem die Formel $p \wedge \sim p \prec q$ kein Theorem von F^S ist. Dies ist ein wichtiges Ergebnis, es reicht jedoch nicht aus, um von „Paradoxienfreiheit" zu reden. Denn zu den ‚Paradoxien' der klassischen Logik gehört nicht nur, daß ein Widerspruch alles impliziert, sondern auch, daß aus einem Widerspruch alles folgt; und diese Art von ‚Paradoxien', die das logische Schließen aus Annahmen betrifft, wird durch das Metatheorem nicht berührt. Aus diesem Grund ist es eine lohnende Aufgabe zu untersuchen, ob man ein dem Metatheorem der „Paradoxienfreiheit" entsprechendes Resultat erhält, wenn man F^S so erweitert, daß sich auch logisches Folgern untersuchen läßt.

[7] In Systemen der entarteten Folgebeziehung gibt es auch Theoreme der Form $\vdash \prec A$ (bzw. entsprechende Tautologien). Vgl. [5, S. 143].

3 Erweiterte strikte Folgebeziehung

Um den Sinowjewschen/Wesselschen Zugang zur Folgebeziehung so auszubauen, daß mit ihm auch logisches Schließen analysiert werden kann, genügt es, die jeweiligen logischen Systeme mit einer geeigneten Ableitbarkeitsrelation auszustatten. Um die Axiomatisierung von F^W so einfach wie möglich zu halten, wird die Vollständigkeit der Axiomatisierung von F^S ausgenutzt. Das System der erweiterten strikten Folgebeziehung F^W ist daher ein logisches System bezüglich AF mit den folgenden Axiomen:

Definition 5 *Eine AF-Formel A ist ein F^W-Axiom gdw es AF-Formeln B, C gibt, so daß $A = B \prec C$ und $\models_{S^k} B \supset C$ und $\not\models_{S^k} \sim B$ und $\not\models_{S^k} C$ und $\mathsf{VAR}(C) \subseteq \mathsf{VAR}(B)$.*[8]

Mit diesem Axiomenschema wird festgelegt, welche Sätze der Form „A impliziert logisch B“ in F^W zutreffen; es wurde also die logische Implikation in F^W bestimmt. Jetzt muß der Ableitungsbegriff so gefaßt werden, daß Aussagen über die Implikationen auch genutzt werden können, um aus gegebenen Annahmen neue Aussagen zu gewinnen. Es ist einleuchtend, daß, wenn man A annimmt und A die Aussage B impliziert, man berechtigt ist, auf B zu schließen. Deshalb sollte der Modus Ponens für die Implikation in der folgenden Form gelten: Wenn $M \vdash_{F^W} A$ und $M \vdash_{F^W} A \prec B$, dann $M \vdash_{F^W} B$. Doch der Modus Ponens als einzige Schlußregel führt zu einem sehr schwachen Ableitungsbegriff. Es ist sicherlich wünschenswert, von A und B auf $A \wedge B$ schließen zu können. Da aber $A \prec (B \prec (A \wedge B))$ keine AF-Formel ist und damit kein F^W-Axiom sein kann, ist es nicht möglich, über den Modus Ponens auf $A \wedge B$ zu schließen. Aus diesem Grund wird die Konjunktionseinführung in die Ableitungsdefinition eingeschlossen.

Ein wichtiger Punkt ist die Frage, ob man AF-Formeln der Form $A \prec B$ als Annahmeformeln zulassen sollte. In diesem Fall könnten Gesetzesaussagen wie „Daß Schnee liegt, impliziert, daß es kalt ist“ als Annahmen formalisiert werden. Ob man das zuläßt, hängt davon ab, ob man das Zeichen „$\prec$“ als logische Implikation oder als eine Implikation im weiteren Sinne auffaßt. Mit Hilfe von Annahmeformeln, die das Implikationszeichen enthalten, läßt sich

[8] Es wäre vertretbar, alle S^k-Tautologien als F^W-Axiome auszuzeichnen. Dies würde jedoch eher einem System der entarteten Folgebeziehung und nicht F^S entsprechen. Vgl. [5, S. 142 f.].

auch die Annahme einer zusätzlichen logischen Regel darstellen, indem sämtliche dem Schlußschema entsprechenden Implikationen angenommen werden. Damit sind Argumentationen formalisierbar wie:

Beispiel 1 *Angenommen* $p \supset q$ *und* $\sim p$*. Ferner sei vorausgesetzt, daß* $(A \supset B) \wedge \sim A$ *die Aussage* $\sim B$ *logisch impliziert. Dann folgt logisch* $\sim q$*.*

Argumentationen dieser Art sind sehr selten. In wenigen Ausnahmefällen, beispielsweise wenn Logiker mögliche Erweiterungen eines vorhandenen logischen Systems diskutieren, mag es vorkommen, daß man explizit Annahmen darüber trifft, welche inferentiellen Beziehungen zwischen Aussagen bestehen. Aber außerhalb solcher metalogischen Diskurse ist dies aus guten Gründen ungewöhnlich: Das Annehmen allgemein akzeptierter logischer Regeln („Nehmen wir an, daß $A \wedge B$ die Aussage A impliziert") ist unnötig, und das explizite Annehmen von nicht akzeptierten logischen Regeln würde sofort zu dem Einwand führen, daß das Argument richtig sein mag, aber die Annahme inakzeptabel ist. Was jedoch offenkundig häufiger vorkommt, ist die implizite Annahme von nicht allgemein akzeptierten logischen Regeln – bei Fehlschlüssen. Bei ihrer Analyse könnte die Möglichkeit, Annahmen über logische Implikationen darzustellen, unter Umständen hilfreich sein.

Wenn Annahmeformeln, die das Implikationszeichen enthalten, zugelassen werden, wird dadurch eine Brücke von F^S zur Konditionallogik geschlagen, und es lassen sich dann Fehlschlüsse untersuchen. An dieser Stelle wird darauf verzichtet, um das entstehende System besser mit F^S vergleichen zu können. Es sei AL die Menge der AF-Formeln, in denen „$\prec$" nicht vorkommt. Aus der bisherigen Darstellung ergibt sich folgende Definition:

Definition 6 *Eine* AF*-Formel* A *ist aus einer Menge* M *von* AF*-Formeln* F^W*-ableitbar* ($M \vdash_{F^W} A$) *gdw* $M \subseteq AL$ *und es eine endliche Folge von* AF*-Formeln* $B_1, B_2, \ldots, B_n$ *mit* $B_n = A$ *gibt, so daß für jedes* B_i $(1 \leq i \leq n)$ *gilt:*

1. B_i *ist ein* F^W*-Axiom;*

2. $B_i \in M$*;*

3. *es gibt* $j, m < i$*, so daß* $B_j = B_m \prec B_i$ *oder*

4. *es gibt* $j, m < i$*, so daß* $B_i = B_m \wedge B_j$*.*

Eine AF-Formel A ist F^W-beweisbar (A ist ein F^W-Theorem, $\vdash_{F^W} A$) gdw $\emptyset \vdash_{F^W} A$.

M sei eine beliebige Teilmenge von AL. Aufgrund von Definition 6 lassen sich folgende Theoreme beweisen:

$$M \vdash_{F^W} A \prec B \text{ gdw } \vdash_{F^S} A \prec B. \tag{1}$$

$$\vdash_{F^W} A \text{ gdw } \vdash_{F^S} A. \tag{2}$$

$$\text{Wenn } M \vdash_{F^W} A \text{ und } A \in AL, \text{ dann } M \vdash_{S^k} A. \tag{3}$$

$$\begin{gathered}\text{Wenn } A \in AL, \not\models_{S^k} A, \mathsf{VAR}(A) \subseteq \mathsf{VAR}(M) \text{ und } M \not\models_{S^k} p \wedge {\sim}p, \text{ dann:}\\ M \vdash_{S^k} A \text{ gdw } M \vdash_{F^W} A.\end{gathered} \tag{4}$$

$$\text{Wenn } M \vdash_{F^W} A, \text{ dann } \mathsf{VAR}(A) \subseteq \mathsf{VAR}(M) \text{ oder } \vdash_{F^W} A. \tag{5}$$

$$\text{Wenn } M \vdash_{F^W} A \prec B, \text{ dann } M \cup \{A\} \vdash_{F^W} B. \tag{6}$$

$$\begin{gathered}\text{Wenn } A_1, \ldots, A_n, B \in AL, \not\models_{S^k} {\sim}(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \text{ und } \not\models_{S^k} B,\\ \text{dann: } A_1, \ldots, A_n \vdash_{F^W} B \text{ gdw } \vdash_{F^W} A_1 \wedge \ldots \wedge A_n \prec B.\end{gathered} \tag{7}$$

Daß F^W tatsächlich eine Erweiterung von F^S ist, wird durch die Theoreme (1) und (2) gezeigt: In F^W ableitbare Implikationen sind in F^S beweisbar, und die Menge der F^W-Theoreme stimmt mit der Menge der F^S-Theoreme überein. Außerdem folgt aus den Theoremen (3) und (4), daß der Ableitungsbegriff von F^W in dem beabsichtigten Rahmen mit dem Ableitungsbegriff des klassischen Aussagekalküls S^k übereinstimmt: A folgt genau dann in F^W aus M, wenn A in S^k aus M folgt; vorausgesetzt, daß (a) A keine Tautologie ist, (b) in A keine Aussagenvariablen vorkommen, die nicht in M vorkommen, und (c) M semantisch konsistent ist. Daß F^W genau an diesen Punkten mit S^k bricht, war intendiert. Denn das Ziel von F^S war es, die ‚Paradoxien' von S^k zu vermeiden, nämlich daß (i) eine Tautologie aus allem folgt, daß (ii) Aussagen aus Annahmen folgen, obwohl sie inhaltlich nichts mit den Annahmen zu tun haben, und daß (iii) aus einem Widerspruch alles folgt. Ein interessanter Aspekt an F^W ist die Tatsache, daß ein expliziter Widerspruch $p \wedge {\sim}p$ zwar nichts impliziert, weil für jedes F^W-Axiom $A \prec B$ gilt, daß A keine Kontradiktion ist, aber trotzdem aus semantisch inkonsistenten Annahmemengen geschlossen werden kann. Beispielsweise folgen in F^W aus der Annahmemenge $\{p \wedge q, {\sim}p\}$ sowohl p, wie ${\sim}p$ als auch q. Daß aber trotzdem nicht ‚alles' aus semantisch inkonsistenten Annahmen folgt, wird durch Theorem (5) garantiert. – Weil einerseits $p \wedge {\sim}p \vdash_{F^W} p \wedge {\sim}p$ sowie $p \vee {\sim}p \vdash_{F^W} p \vee {\sim}p$

und andererseits $\not\vdash_{F^W} p \wedge {\sim}p \prec p \wedge {\sim}p$ sowie $\not\vdash_{F^W} p \vee {\sim}p \prec p \vee {\sim}p$ beweisbar sind, fällt in F^W die logische Implikation nicht mit der Ableitbarkeitsrelation zusammen. In F^W läßt sich mit (6) folgender Zusammenhang beweisen: Wenn B von A logisch impliziert wird, dann ist B aus A ableitbar. Aber das Umgekehrte gilt nur, wenn A keine aussagenlogische Kontradiktion und B keine aussagenlogische Tautologie ist. Aufgrund dieser Einschränkung des Deduktionstheorems gilt für den in der Definition 6 festgelegten Ableitbarkeitsbegriff (vgl. Theorem (7)): B ist aus den Annahmen $A_1, \ldots, A_n$ genau dann ableitbar, wenn B von der Konjunktion der Aussagen $A_1, \ldots, A_n$ logisch impliziert wird; vorausgesetzt, daß $\{A_1, \ldots, A_n\}$ semantisch konsistent und B keine Tautologie ist.

Die Definition 6 kann modifiziert werden, so daß für das entstehende System $F^{W'}$ das Analogon zum Deduktionstheorem für endliche Annahmemengen uneingeschränkt gilt.[9]

$$A_1, \ldots, A_n \vdash_{F^{W'}} B \text{ gdw } \vdash_{F^{W'}} A_1 \wedge \ldots \wedge A_n \prec B. \tag{8}$$

Dazu ist es notwendig, die Ableitungsrelation von $F^{W'}$ so zu definieren, daß nur aus konsistenten Prämissen abgeleitet werden darf. Doch für das uneingeschränkte Deduktionstheorem wird ein hoher Preis bezahlt: $F^{W'}$ ist nicht monoton. Darüber hinaus wird mit diesem Vorschlag das ‚Kinde mit dem Bade ausgeschüttet'. Einer der Gründe, die zur Beschäftigung mit der logischen Folgebeziehung führten, ist die von vielen Logikern geteilte Intuition, daß aus inkonsistenten Prämissen nicht jede beliebige Aussage folgt. Das bedeutet aber nicht, daß man – wie bei $F^{W'}$ – aus inkonsistenten Prämissen überhaupt nicht schließen kann. Die Möglichkeit, aus inkonsistenten Prämissen kontrolliert zu schließen, benötigt man schon deswegen, weil die Inkonsistenz gegebener Annahmen oft nicht transparent ist und nur explizit gemacht werden kann, indem man aus ihnen auf einen offenen Widerspruch schließt. Insbesondere bei indirekten Beweisen wird so vorgegangen. Aus diesen Gründen halte ich es für sinnvoll, das Folgern aus inkonsistenten Annahmen zuzulassen und $F^{W'}$ zu Gunsten von F^W zu verwerfen.

Wenn $M \vdash_{F^W} A$ gilt, dann ist das Kriterium des Sinnzusammenhangs zwischen A und M erfüllt, weil A ein Theorem von F^W ist oder alle Aussagenvariablen, die in A vorkommen, auch in Formeln in M vorkommen (vgl.

[9] Das wurde von Prof. Wessel in einem Gespräch vorgeschlagen.

(5)). Dadurch wird jedoch nicht garantiert, daß die Wahrheitswerte der in A vorkommenden Aussagenvariablen Einfluß auf die Werteverläufe der Formeln in M haben. Es gilt beispielsweise $p\wedge(p\vee q), \sim(p\wedge(p\vee q)) \vdash_{F^W} q$, obwohl q für die Werteverläufe von $p\wedge(p\vee q)$ und $\sim(p\wedge(p\vee q))$ irrelevant ist; denn es gilt $\vdash_{S^k} A \equiv A\wedge(A\vee B)$.[10] Dieser fehlende Wahrheitswertzusammenhang ähnelt einer der ‚Paradoxien der stengen Folgebeziehung'; man könnte es deshalb als ‚Paradox der erweiterten strikten Folgebeziehung' bezeichnen. F^S ist also nicht paradoxienfrei. Weil $p \prec p\wedge(p\vee q)$ jedoch kein F^W-Theorem ist, kann man nicht jede beliebige Annahme p zu $p\wedge(p\vee q)$ ‚aufpusten' – das ‚Paradox' ist also nicht ‚ansteckend'.

4 Fazit

Im System der strikten Folgebeziehung F^S wird Ajdukiewicz' Ansatz zur Lösung der ‚Paradoxien der materialen Implikation' mit der Möglichkeit verbunden, Aussagen über logische Implikationen in der Objektsprache auszudrücken. Ein Nachteil von F^S ist jedoch, daß F^S nicht die Ressourcen bereitstellt, um aus gegebenen Annahmen Schlußfolgerungen zu ziehen. Das ist mit F^W möglich, und es ließ sich zeigen, daß die F^W-Ableitbarkeit in dem intendierten Bereich mit der klassischen aussagenlogischen Ableitbarkeit übereinstimmt. Im Unterschied zu Ajdukiewicz' Vorschlag besteht in F^W ein Unterschied zwischen Ableitbarkeit und logischer Implikation: Aus $A \prec B$ folgt zwar, daß B aus A F^W-ableitbar ist, aber das Umgekehrte folgt nicht. Dies scheint auf dem ersten Blick zwar ein Nachteil zu sein, ermöglicht aber, mit F^W auch aus inkonsistenten Annahmen zu schließen, ohne daß das System ‚explodiert'. F^W ist in diesem Sinne ein parakonsistentes System.

5 Literaturverzeichnis

[1] K. Ajdukiewicz. From the Methodology of Deductive Sciences. *Studia Logica* XIX. (Englische Übersetzung der Habilitationsschrift von 1921.)

[2] C. I. Lewis. The Calculus of Strict Implication. *Mind* XXIII, 240–247.

[10] Es ist aber nicht der Fall, daß aus einer inkonsistenten Formelmenge M jede beliebige Formel A ableitbar ist, die das Kriterium des Sinnzusammenhanges erfüllt. Beispielsweise gilt $p\wedge\sim p, q\vee r \nvdash_{F^W} q$.

[3] A. Pietruszczak. Zur Axiomatisierung der strikten logischen Folgebeziehung Horst Wessels. In: U. Scheffler und K. Wuttich (Hrsg.), *Terminigebrauch und Folgebeziehung*, Logos Verlag, Berlin 1998, 240–247.

[4] A. Sinowjew und H. Wessel. *Logische Sprachregeln.* Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975.

[5] H. Wessel. *Logik*. Logos Verlag, Berlin 1998.

Tarskis Unwahrheiten[1] über den Lügner

Ulrich Pardey
Ulrich.Pardey@ruhr-uni-bochum.de
Ruhr-Universität, Institut für Philosophie, Universitätsstr. 150, D-44801 Bochum

0 Einleitung

0.1 In seinem Aufsatz *The Semantic Conception of Truth* hat Alfred Tarski ohne großen technischen Aufwand den Wahrheitsbegriff und andere Grundbegriffe der Semantik erläutert und gewisse Anforderungen, denen diese Begriffe genügen müssen, begründet. Nachdem er in diesem Zusammenhang die Lügner-Antinomie konstruiert hat, schreibt Tarski:

> „Nach meinem Dafürhalten wäre es vom Standpunkt des wissenschaftlichen Fortschritts aus völlig falsch und zudem gefährlich, die Bedeutung dieser und anderer Antinomien zu verkennen und sie als Scherze bzw. Spitzfindigkeiten abzutun. Es ist eine Tatsache, daß wir hier vor einer Absurdität stehen und gezwungen sind, eine falsche Aussage zu behaupten (da [...die Aussage (c)[2]] als Äquivalenz zweier kontradiktorischer Aussagen notwendig falsch ist). Nehmen wir unsere Arbeit ernst, dann können wir uns nicht mit dieser Tatsache abfinden. Wir müssen ihre Ursache entdecken, das heißt: wir müssen die Prämissen, auf denen die Antinomie

[1]Mit diesen Unwahrheiten sind nicht einzelne Irrtümer Tarskis über die Lügner-Antinomie gemeint, die nun zu korrigieren wären – vielmehr scheinen mir Tarskis Aussagen *inhaltlich* im wesentlichen richtig zu sein –, sondern gemeint ist eine *Aporie*, in die Tarski mit seiner Argumentation gerät: Es läßt sich zeigen, daß Tarskis Analyse der Lügner-Antinomie *in jeder Sprache falsch* ist.

[2]Vgl. unten 2.1

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 69–110

> beruht, analysieren und wenigstens eine von ihnen ablehnen und die Konsequenzen untersuchen, die sich hieraus für den gesamten Bereich unserer Untersuchung ergeben.
>
> Es sollte hervorgehoben werden, daß bei der Aufstellung der Grundlagen der modernen deduktiven Wissenschaften Antinomien eine hervorragende Rolle gespielt haben. Und wie klassentheoretische Antinomien und unter ihnen insbesondere Russells Antinomie (der Klasse aller Klassen, die nicht Elemente ihrer selbst sind) der Ausgangspunkt für den erfolgreichen Versuch einer konsistenten Formalisierung der Logik und Mathematik waren, so bilden die Antinomie vom Lügner und andere semantische Antinomien den Anlaß zur Konstruktion der theoretischen Semantik.“[3]

Diese Überlegungen sind typisch für das Selbstverständnis der Analytischen Philosophie von ihrem Umgang mit den Antinomien, insbesondere mit der Lügner-Antinomie.

0.2 Doch diese Auffassung, daß man nämlich nach dem Modell des *indirekten Beweises* dahin kommen kann, die *Lügner-Antinomie* zu lösen oder zu vermeiden – oder sie, wie neuerdings vorgeschlagen wird, zumindest mit einer parakonsistenten Logik einzugrenzen –, halte ich für zu optimistisch. Ich will nicht bezweifeln, daß man die Lügner-Antinomie vermeiden oder eingrenzen kann, sondern ich bestreite, daß man das *aufgrund* einer rationalen, d. h. widerspruchsfreien Begründung tun kann. Ich werde zeigen, daß Tarski (oder jemand anders) sich bei der Analyse der Lügner-Antinomie nicht so weit von dieser Antinomie distanzieren kann, daß durch diese Distanzierung eine widerspruchsfreie Rede von der Lügner-Antinomie möglich wäre.

Wenn man mit Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie gewisse Schritte – z. B. das Aufgeben von semantischer Geschlossenheit, den Aufbau einer Tarskischen Sprachenhierarchie oder die Einführung einer parakonsistenten Logik – *in wahren (und nur wahren) Sätzen begründen* will, so wird diese Begründung *durch die Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie* widersprüchlich und damit unhaltbar.

0.3 Ich gebe nun einen kurzen Überblick über den Gedankengang dieses Aufsatzes und skizziere Tarskis Argumentation und meine Kritik daran.[4]

[3] [10, § 7]; bei Zitaten aus diesem Aufsatz gebe ich den Paragraphen an. Ich zitiere die deutsche Übersetzung von J. Sinnreich, in [7].

[4] In dieser Skizze kommen einige Begriffe vor, die erst später erläutert werden. Trotzdem dürften auch hier schon für den Leser, der diese Begriffe nicht kennt, die Struktur von

Tarskis *Argumentation* verläuft folgendermaßen: Weil sich in einer *semantisch geschlossenen* Sprache G die *Lügner-Antinomie* konstruieren läßt, wie Tarski in einem konkreten Fall demonstriert hat, sind derartige Sprachen für die Wissenschaft unbrauchbar. Deshalb schlägt Tarski vor, zumindest in den Wissenschaften keine semantisch geschlossenen Sprachen mehr zu benutzen, sondern stattdessen die semantisch *nicht* geschlossenen Sprachen T_i $(i = 1, 2, 3, \ldots)$ einer (Tarskischen) *Sprachenhierarchie* zu gebrauchen.

Meine Kritik an Tarskis Argumentation geht aus von einer Beobachtung und einer Frage.

Zunächst die Frage. Tarski *begründet in einer Folge von Sätzen* den Wechsel von der semantisch geschlossenen Sprache G zu der Hierarchie der semantisch nicht geschlossenen Sprachen T_i $(i = 1, 2, 3, \ldots)$ – aber *in welcher Sprache* S tut er das?

??-Sprache S

$$\begin{tikzcd}
& S \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
G \arrow[loop below] & & \cdots \arrow[d] \\
& & T_2 \arrow[d] \\
& & T_1
\end{tikzcd}$$

Eine solche Sprache S muß mindestens folgende Eigenschaften haben:

(1) S darf *nicht* semantisch geschlossen sein, weil sonst auch S wie G für Tarski als wissenschaftliche Sprache unbrauchbar wäre.

(2) In S muß – wegen der Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie – der Gedanke, daß in G die Lügner-Antinomie konstruiert worden ist, *formulierbar* (*verständlich*) und *wahr* (und *nur* wahr) sein. Kurz: In S muß eine *verständliche Bezugnahme* auf die Lügner-Antinomie in G möglich sein.

Tarskis Argumentation und der Ansatz meiner Kritik deutlich werden.

Eine Sprache mit diesen Eigenschaften werde ich „*Supersprache*“ nennen.

Die Beobachtung ist folgende: In einigen Supersprachen läßt sich, obwohl sie als Supersprachen *nicht semantisch geschlossen* sind, ebenfalls eine *Lügner-Antinomie* konstruieren.

Es soll dann für Tarskis Argumentation die folgende Aporie nachgewiesen werden, daß sich nämlich in allen Supersprachen eine Lügner-Antinomie konstruieren läßt (vgl. 6.2) und daß Tarskis Argumentation keine Bezugnahme auf die von ihm in G konstruierte Lügner-Antinomie enthalten kann, die zugleich *verständlich und konsistent* ist. Anders gesagt: Wenn in einer Sprache S *verständlich* ist, daß die Lügner-Antinomie in G konstruiert worden ist, dann ist der Satz „In G ist die Lügner-Antinomie konstruiert worden.“ (bzw. seine Übersetzung nach S) *falsch* in S (vgl. 6.3).

In den Abschnitten 1–3 soll nun ausführlich Tarskis Argumentation dargestellt werden, insbesondere seine Konstruktion der Lügner-Antinomie und sein Lösungsvorschlag, und dann folgt in den Abschnitten 4–7 meine Kritik daran.

1 Die Bedingungen einer *Wahrheitsdefinition* nach Tarski

In dem Aufsatz „The Semantic Conception of Truth“ gelten Tarskis Überlegungen dem Ziel, den Wahrheitsbegriff *inhaltlich adäquat* und *formal korrekt* zu definieren.

1.1 Als Kriterium für die *inhaltliche Adäquatheit* einer Wahrheitsdefinition dient ihm die folgende Wahrheitskonvention, die den Grundgedanken der Korrespondenztheorie der Wahrheit wiedergeben soll:

Der Satz X ist wahr genau dann, wenn p.

Die zugehörige Einsetzungsregel lautet: Für „p“ ist ein beliebiger Aussagesatz einzusetzen und für „X“ ein beliebiger Name dieses Aussagesatzes. Entsprechend gilt:

Der Satz X ist nicht wahr genau dann, wenn nicht p.

Als *inhaltlich adäquat* soll eine Wahrheitsdefinition nur dann bezeichnet werden, wenn aus ihr alle Aquivalenzsätze logisch folgen, die man aus der Wahrheitskonvention durch Ersetzen der Variablen gemäß der Einsetzungsregel erhält. Aus einer solchen Wahrheitsdefinition müssen also z. B. die folgenden Sätze folgen:

> „Der Satz ‚Es schneit jetzt' ist wahr genau dann, wenn es jetzt schneit.",
>
> „Der Satz ‚Cäsar eroberte Gallien' ist wahr genau dann, wenn Cäsar Gallien eroberte." und
>
> „Der Satz ‚$2+2=4$' ist wahr genau dann, wenn $2+2=4$ ist."

Da die Wahrheit eines Satzes von seiner Bedeutung[5] abhängt und ein Satz in verschiedenen Sprachen verschiedene Bedeutungen haben kann, so kann der Satz „p" wahr sein – in Hinsicht auf seine Bedeutung in der Sprache S_1 – und zugleich falsch sein – in bezug auf seine Bedeutung in der Sprache S_2. Um hier keinen unnötigen Widerspruch aufkommen zu lassen, ist es notwendig, das Wahrheitsprädikat als ein *zweistelliges* Prädikat aufzufassen. Ein Satz ist also nicht wahr schlechthin, sondern wahr in einer Sprache S. Man erhält so die folgende, präzisere Fassung der Wahrheitskonvention:

(WK) Der Satz X ist wahr in S genau dann, wenn p.

(WK′) Der Satz X ist nicht wahr in S genau dann, wenn nicht p.

Auch die Einsetzungsregel ist zu präzisieren; es lassen sich zwei Fälle unterscheiden:
(1) Die WK für die Sprache S_a ist in der Sprache S_a selbst formuliert. Dann ist für „p" ein beliebiger Satz von S_a einzusetzen und für „X" ein beliebiger Name in S_a für jenen Satz. – Es sei S_a die deutsche Sprache, dann erhält man z. B.: „Der Satz ‚Es regnet' ist wahr im Deutschen genau dann, wenn es regnet".
(2) Die WK für die Sprache S_a ist in einer *anderen* Sprache[6] S_b formuliert (S_b ist also nicht identisch mit S_a). Dann ist für „X" ein beliebiger Name in S_b für einen beliebigen Satz in S_a einzusetzen und für „p" ein Satz in S_b, der eine Übersetzung jenes Satzes in S_a darstellt. – Es sei S_a die englische

[5] Ich gebrauche in diesem Aufsatz die Ausdrücke „Sinn" und „Bedeutung" als synonyme Ausdrücke – wie es die Umgangssprache nahelegt.

[6] Der Fall (2) wird von Tarski in diesem Kontext nicht erwähnt, vielleicht hat er ihn übersehen oder hier nicht wichtig gefunden. Der Sache nach entspricht (2) ganz dem Tarskischen Ansatz, aber die Konsequenzen dieses Punktes für die Kritik an Tarskis Argumentation sind ganz erheblich (vgl. 4).

Sprache, und S_b sei die deutsche Sprache, dann erhält man z. B.: „Der Satz ‘It is raining’ ist wahr im Englischen genau dann, wenn es regnet.“

1.2 Es ist eine notwendige Bedingung für die *formale Korrektheit* einer Wahrheitsdefinition, daß aus ihr kein Widerspruch folgt. Nun wird in der semantischen Fassung der Lügner-Antinomie mit Hilfe des Wahrheitsprädikates ein kontradiktorischer Satz bewiesen. Daher scheint eine Analyse der Konstruktion der Lügner-Antinomie dazu geeignet zu sein, die Bedingungen festzustellen, unter denen aus einer Wahrheitsdefinition ein Widerspruch folgen würde. Durch die Beseitigung einer der Bedingungen, die notwendig zur Konstruktion der Lügner-Antinomie sind, könnte man dann die Voraussetzungen schaffen, auf denen der Wahrheitsbegriff definiert werden könnte, ohne daß aus der Wahrheitsdefinition ein Widerspruch folgte.

Damit wäre eine notwendige Bedingung für die formale Korrektheit der Wahrheitsdefinition erfüllt. Im folgenden gebe ich die Lügner-Antinomie in der Fassung wieder, in der sie Tarski [10, § 7] im Anschluß an Łukasiewicz dargestellt hat.

2 Die Konstruktion der *Lügner-Antinomie*

2.1 In Zeile 1[7] stehe nur der englische Satz “The sentence printed in l. 1 is not true in English.”. Gemäß der WK, wenn sie in der englischen Sprache für die englische Sprache formuliert wird, behaupten wir im Englischen den folgenden Satz:

(a) The sentence ‘The sentence printed in l. 1 is not true in English.’ is true in English if and only if the sentence printed in l. 1 is not true in English.

Wir machen im Englischen die empirische Feststellung:

(b) The sentence printed in l. 1 *is identical with* the sentence ‘The sentence printed in l. 1 is not true in English.’.

Aus (b) ergibt sich, daß die Ausdrücke

[7] Diese Bestimmung des Satzes lautet in präziserer Form: „In Zeile 1 auf Seite . . . des Buchexemplares . . . “; der Kürze wegen schreibe ich diese Präzisierung nicht in den Text.

(A_1) “The sentence printed in l. 1” und

(A_2) “The sentence ‘The sentence printed in l. 1 is not true in English.’ ”

denselben Satz im Englischen bezeichnen und also äquivalente Ausdrücke im Englischen sind. Wenn wir in einem Satz einen Ausdruck durch einen äquivalenten Ausdruck ersetzen, so ändert sich der Wahrheitswert dieses Satzes nicht. Daher erhalten wir durch Ersetzen von (A_2) durch (A_1) aus unserer Behauptung (a) die folgende Behauptung:

(c) The sentence printed in l. 1 is true in English if, and only if, the sentence printed in l. 1 is not true in English.

Der Satz (c) ist ein kontradiktorischer (also *falscher*) Satz im Englischen, der mit Hilfe der WK bewiesen (also als *wahr* erwiesen) wurde. Damit ist die Lügner-Antinomie in der englischen Sprache konstruiert. Diese Konstruktion beruht auf einer empirischen Prämisse, nämlich (b).

2.2 Man kann den Widerspruch, der für die Lügner-Antinomie charakteristisch ist, auch in anderer Form beweisen. In Zeile 1 stehe, wie eben angenommen, nur der englische Satz “The sentence printed in l. 1 is not true in English.”.

Wir machen im Englischen die Annahme:

(d) The sentence printed in l. 1 is true in English.

Ersetzen wir nun den Namen (A_1) durch (A_2), so erhalten wir:

(e) The sentence ‘The sentence printed in l. 1 is not true in English.’ is true in English.

Nach der WK folgt aus (e):

(f) The sentence printed in l. 1 is not true in English.

Also folgt aus der Annahme (d) mit (f) die Negation von (d), und deshalb ist (d) falsch im Englischen, d. h., es gilt die Negation von (d). Somit gilt der folgende Satz:

(g) The sentence printed in l. 1 is not true in English.

Während (f) nur in Abhängigkeit von der Annahme (d) gilt (als deren Konsequenz), gilt (g) unabhängig von irgendeiner Annahme. –

Nun nehmen wir das Gegenteil von (d) an:

(h) The sentence printed in l. 1 is not true in English.

Ersetzen wir wieder den Namen (A_1) durch (A_2), so erhalten wir:

(i) The sentence 'The sentence printed in l. 1 is not true in English.' is not true in English.

Mit (WK′) erhalten wir daraus:

(k) The sentence printed in l. 1 is not not true in English.

Da die doppelte Negation dasselbe besagt wie die Position, folgt aus (k) der Satz

(l) The sentence printed in l. 1 is true in English.

Somit folgt aus der Annahme (h) ihre Negation (k) bzw. (l), und deshalb gilt nun, unabhängig von irgendeiner Annahme, die Negation von (h), nämlich:

(m) The sentence printed in l. 1 is true in English.

– Da (g) und (m) wahr im Englischen sind, gilt dies auch von ihrer Konjunktion:

(n) The sentence printed in l. 1 is true in English and the sentence printed in l. 1 is not true in English.

Die Konjunktion (n) ist einerseits wahr im Englischen, da die Wahrheit der beiden Konjunktionsglieder eben bewiesen wurde, andererseits ist der Satz (n) als Kontradiktion aber falsch im Englischen.

Damit ist die Lügner-Antinomie auf zwei verschiedene Arten konstruiert worden: In beiden Fällen haben wir bewiesen, daß eine Kontradiktion wahr ist, aber das eine Mal ist diese Kontradiktion von der Form „$p \leftrightarrow \neg p$“ (vgl. 2.1), das andere Mal hat sie die Form „$p \wedge \neg p$“.

Gemeinsam ist beiden Konstruktionen auch, daß in ihnen von der *empirischen Prämisse* (b) Gebrauch gemacht wird.

2.3 Man kann nun auf verschiedene Weise zeigen, daß die empirische Prämisse (b) nicht notwendig für die Konstruktion der Lügner-Antinomie ist. Tarski hat zu diesem Zwecke eine semantische Antinomie über dem Satz „Jeder Satz ist nicht-selbstanwendbar.“ konstruiert. Diese Antinomie hat jedoch viel mehr Ähnlichkeit mit der Grellingschen Antinomie als mit der Lügner-Antinomie,[8] und deshalb gehe ich hier kurz auf die Fassung der Lügner Antinomie durch Stegmüller ein.

> „Wir setzen voraus, daß die Sprache, in der wir die Antinomie formulieren, die Variable ‚x‘ enthält und geben dieser Variablen den Namen ‚A‘. Unsere Aussage lautet dann [...]: [...] Das Ergebnis der Einsetzung der Anführung von ‚das Ergebnis der Einsetzung der Anführung von x für A in x ist nicht wahr‘ für A in ‚das Ergebnis der Einsetzung der Anführung von x für A in x ist nicht wahr‘ ist nicht wahr.“ [8, S. 31/32]

Dieser Satz bezeichnet einen bestimmten Satz mit Hilfe einer Konstruktionsangabe und sagt von dem so bezeichneten Satz, er sei nicht wahr. Führt man die in Stegmüllers Satz angegebene Konstruktion durch, so erhält man eben diesen Satz, d. h., dieser Satz sagt von sich selbst aus, er sei nicht wahr.

Das Schema von Stegmüllers Konstruktion ist folgendes: Die Konstruktion K_1 sei so beschaffen, daß das Ergebnis von K_1 gerade der Satz „das Ergebnis der Konstruktion K_1 ist nicht wahr“ ist. Als Entsprechung[9] zur empirischen Prämisse (b) ergibt sich

(b′) Das Ergebnis der Konstruktion K_1 ist identisch mit dem Satz ‚Das Ergebnis der Konstruktion K_1 ist falsch.‘.

Der Satz (b′) ist aber keine im üblichen Sinne empirische Feststellung, denn

[8] Vgl. [3, S. 30–32].

[9] Die Entsprechung zwischen (b) und (b′) besteht darin: Aufgrund von (b) wie (b′) sind jeweils ein Anführungsname – in 2.1 (A_2) – und eine Kennzeichnung – in 2.1 (A_1) – äquivalente Ausdrücke (vgl. 2.1 und 2.2).

die Wahrheit dieser Feststellung kann eingesehen werden, ohne daß auf außersprachliche Fakten Bezug genommen werden muß – so ist wohl Stegmüllers Gedanke. Die weitere Konstruktion der Antinomie, d. h. der Sätze (a′) und (c′), die (a) und (c) entsprechen, verläuft ganz analog zu der in 2.1 durchgeführten Konstruktion. Man kann die Antinomie aber auch analog zur Fassung in 2.2 konstruieren.[10]

Damit ist die Entbehrlichkeit der empirischen Prämisse (b) gezeigt.

2.4 Exkurs: Ich unterbreche kurz die Darstellung von Tarskis Argumentation, weil ich auf einen wichtigen Punkt hinweisen möchte.

Die Konstruktion der Antinomie ist auf die folgende Art erfolgt:

(A) Wir *haben* die Lügner-Antinomie *innerhalb* der englischen Sprache, einer *tatsächlich existenten* Sprache, konstruiert, und zwar haben wir dabei diese Sprache *gebraucht*, d. h., wir haben *in dieser Sprache* Behauptungen aufgestellt, nämlich z. B. die Behauptungen (a), (b) und (c) in 2.1 Bei Tarski heißt es in § 7 zu seiner Entsprechung von (a): „[. . .] behaupten [!] wir nun die Äquivalenz der Form (T) [. . .].“ Zur Entsprechung von (b) heißt es: „[. . .] stellen wir empirisch fest [. . .].“[11] Zur Entsprechung von (c) steht im vorletzten Absatz von § 7: „Es ist eine Tatsache, daß wir hier vor einer Absurdität stehen und gezwungen sind, eine falsche Aussage zu behaupten [!] (da [. . . die Aussage (c)] als Äquivalenz zweier kontradiktorischer Aussagen notwendig falsch ist).“[12]

Die Konstruktion der Antinomie ist *nicht* auf die folgende Art erfolgt:

(B) Wir haben *nur angenommen*, es gebe eine Sprache E mit gewissen Eigenschaften, derart daß man in E eine Lügner-Antinomie konstruieren könne. Die Antinomie zeige, daß jene *Annahme* falsch sei und daher aufgegeben werden müsse.

[10] Da die Konstruktionen der Antinomie in 2.1 und 2.2, die von der empirischen Prämisse Gebrauch machen, anschaulicher sind als die Konstruktion in 2.3, die recht künstlich wirkt, werde ich mich weiter unten nur auf die beiden ersten Konstruktionen beziehen. Für meine Argumentation spielt es keine Rolle, daß dort die empirische Prämisse benutzt wird.

[11] “[. . .] we assert [!] the following equivalence of the form (T) [. . .].” – “[. . .] we establish [!] empirically the following fact [. . .].” [10, § 7]

[12] “It is a fact that we are here in the presence of an absurdity, that we have been compelled to assert a false sentence (since [. . . (c)], as an equivalence between two contradictory sentences, is necessarily false).” [10, § 7]

Den Unterschied zwischen (A) und (B) möchte ich an einem Beispiel verdeutlichen. Wenn ich mit dem Zug fahre, habe ich die Wahl zwischen Raucher- und Nichtraucher-Abteilen. Nachdem ich einmal in einem Raucher-Abteil *gefahren* war, roch ich anschließend nach Zigaretten, während die bloße *Annahme*, ich sei in einem Raucher-Abteil gefahren, mit keiner Geruchsbelästigung verbunden gewesen wäre. Nach der Fahrt im Raucher-Abteil wurde ich den Zigarettengeruch nicht dadurch los, daß ich dachte: „*Angenommen*, jemand fährt in einem Raucher-Abteil, dann riecht er nach der Fahrt nach Zigaretten. Weil ich nicht nach Zigaretten riechen will, will ich niemals in einem Raucher-Abteil fahren." Dieser Gedanke konnte mich in Zukunft davor bewahren, in einem Raucher-Abteil zu reisen, aber er konnte nicht den Zigarettengeruch beseitigen, nachdem ich tatsächlich im Raucher-Abteil gefahren war.

Tarski, ich und der Leser dieses Textes haben nicht nur – ganz distanziert – etwas über die englische Sprache und die Lügner-Antinomie *angenommen*, sondern wir haben die Antinomie *tatsächlich konstruiert*.

Aber während Tarski glaubt, durch ein spezielles Reinigungsverfahren (vgl. 3) den Geruch der Lügner-Antinomie in Zukunft wieder loszuwerden, denke ich, daß wir, weil wir die Antinomie *tatsächlich konstruiert haben*, diesen Geruch *niemals* mehr durch ein (widerspruchsfrei) *begründetes* Vorgehen los werden![13]

3 Die *semantische Geschlossenheit* von Sprachen als Ursache der semantischen Antinomien

3.1 Da die empirische Prämisse (b) keine notwendige Voraussetzung der Lügner-Antinomie ist, läßt sich von ihr bei der Analyse der Konstruktion dieser Antinomie absehen. Nach Tarski bleiben dann noch *zwei* wesentliche Voraussetzungen:

> „(I) Wir haben unausgesprochen vorausgesetzt [„implicitly assumed"], daß die Sprache, in der die Antinomie konstruiert worden ist, neben deren Ausdrücken auch die Namen derselben enthält, ferner semantische Terme wie ‚*wahr*' [Tarski: kursiv, Sinnreich: nicht kursiv] in bezug auf Aussagen dieser Sprache. Wir ha-

[13] Ich gehe in diesem ganzen Aufsatz mit Tarski davon aus, daß die oben durchgeführte Konstruktion der Lügner-Antinomie in sich fehlerfrei ist, und sehe deshalb von möglichen Einwänden gegen die Konstruktion der Lügner-Antinomie ab.

> ben auch vorausgesetzt [„assumed“], daß alle Aussagen, die den angemessenen [„adequate“] Gebrauch dieses Terms festlegen, in der Sprache behauptet werden können. Eine Sprache mit diesen Eigenschaften wird als ‚*semantisch geschlossen*‘ bezeichnet.
>
> (II) Wir haben vorausgesetzt [„assumed“], daß in dieser Sprache die üblichen Gesetze der Logik [= die Gesetze der klassischen Logik] gelten.“ [10, § 8]

Tarski kommt bei seiner Analyse der Konstruktion der Lügner-Antinomie zu dem Ergebnis: „Da jede Sprache, die diese beiden Voraussetzungen erfüllt, inkonsistent ist, müssen wir wenigstens eine von ihnen verwerfen.“ [10, § 8] Da es ihm nun unzweckmäßig erscheint, die Gesetze der Logik aufzugeben, zieht er folgende Konsequenz: „Wir entschließen uns, *keine semantisch geschlossene Sprache im dargelegten Sinne zu gebrauchen.*“ [10, § 8]

3.2 Anschließend führt Tarski die Unterscheidung von *Objektsprache und Metasprache* ein: semantische Prädikate wie „wahr in T_1“ dürfen nicht in der Sprache T_1, auf die sie sich beziehen, vorkommen, sondern nur in einer *anderen* Sprache, z. B. T_2, auf die sie sich *nicht* beziehen. Ist nun das Prädikat „wahr in T_1“ ein Ausdruck von T_2, so ist T_1 die Objektsprache der Metasprache T_2. Das Prädikat „wahr in T_2“ darf nicht in T_2 vorkommen, es komme stattdessen in T_3 vor; dann ist T_2 die Objektsprache für die Metasprache T_3. Auf diese Weise erhält man eine Tarskische Hierarchie von semantisch *nicht* geschlossenen Sprachen T_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$); die Ausdrücke „Objektsprache“ und „Metasprache“ sind Relationsausdrücke: X ist genau dann eine Objektsprache zu Y, wenn Y eine Metasprache zu X ist.[14]

Wenn Y die Metasprache zu X ist, so erfüllt Y als Metasprache (nach Tarskis Definition) noch weitere Bedingungen: es lassen sich alle Sätze von der Sprache X in die Sprache Y übersetzen, und es gibt zu jedem Ausdruck von X mindestens einen Namen in Y.[15]

---

[14] Eine Objektsprache kann gleichzeitig Objektsprache für verschiedene Metasprachen sein, und eine Metasprache kann gleichzeitig Metasprache für verschiedene Objektsprachen sein. Daher kann eine bestimmte Sprache gleichzeitig in mehreren Tarskischen Sprachenhierarchien vorkommen, es gibt nicht nur *eine* solche Sprachenhierarchie. Hier genügt es aber, sich eine einzelne derartige Hierarchie anzusehen, weil daran hinreichend deutlich wird, daß in einer solchen Hierarchie die Konstruktion der Lügner-Antinomie nicht mehr möglich ist (s. u.).

[15] Darauf gehe ich hier nicht näher ein. Vgl. [10, § 9].

3.3 Man könnte hier fragen, ob die Relation zwischen Objekt- und Metasprache symmetrisch ist oder nicht; ist diese Relation symmetrisch, so kann T_1 die Metasprache zu T_2 sein und T_2 kann gleichzeitig die Metasprache zu T_1 sein; dann würde aus der Unterscheidung von Objekt- und Metasprache nicht notwendig eine Hierarchie von Sprachen hervorgehen. Vor der Beantwortung dieser Frage muß daran erinnert werden, daß Tarski unter Objekt- und Metasprachen *semantisch nicht geschlossene* Sprachen versteht.

Man nehme an, die Relation zwischen der Objektsprache T_1 und der Metasprache T_2 sei symmetrisch; dann ist T_1 auch die Metasprache zur Objektsprache T_2. Als Metasprache zu T_2 enthält T_1 z. B. den Satz „‚p‘ ist wahr in T_2“. Da T_2 aber auch die Metasprache zu T_1 ist, so muß sich aufgrund der WK in T_2 der folgende Satz bilden lassen: „Der Satz ‚p‘ ist wahr in T_2‘ ist wahr in T_1 genau dann, wenn q“; „q“ ist in T_2 eine Übersetzung des Satzes „‚p‘ ist wahr in T_2“, und daher enthält „q“ einen Ausdruck, der in T_2 die Eigenschaft bezeichnet, wahr in T_2 zu sein; T_2 ist also eine semantisch geschlossene Sprache. Die semantische Geschlossenheit von T_2 widerspricht aber der semantischen Nichtgeschlossenheit von T_2 als Objekt- oder Metasprache im Sinne Tarskis. Soll also T_2 eine Objekt- oder Metasprache zu T_1 sein, so kann die Relation zwischen Objekt- und Metasprache nicht symmetrisch sein.

Gibt es nun mindestens eine semantisch nicht geschlossene Sprache und zu jeder derartigen Sprache (mindestens) eine Metasprache, so gibt es (mindestens) eine unendliche Hierarchie von Objekt- und Metasprachen.

3.4 Semantische Antinomien wie die Lügner-Antinomie lassen sich nicht mehr in einer Tarskischen Hierarchie von semantisch nicht geschlossenen Objekt- und Metasprachen konstruieren. Dies soll jetzt kurz gezeigt werden.

In Zeile 1 stehe nur der Satz: (s) „Der Satz in Z. 1 ist falsch in T_1.“ Weil (s) das Prädikat „falsch in T_1“ enthält und T_1 keine semantisch geschlossene Sprache ist, kann (s) kein Satz von T_1 sein, sondern muß zu einer Metasprache von T_1, z. B. zu T_2, gehören.

Weil (s) kein Satz von T_1 ist, ist (s) weder wahr in T_1 noch falsch in T_1. Dagegen muß (s) als Satz von T_2 wahr oder falsch in T_2 sein.

Weil (s), wie gerade gezeigt, nicht falsch in T_1 ist, obwohl (s) genau dies aussagt, ist (s) falsch in T_2. Wäre (s) außerdem noch wahr in T_2, so müßte die Aussage von (s) zutreffen, d. h., (s) müßte falsch in T_1 sein. Weil (s) das aber nicht ist (s. o.), ist (s) *nur falsch* in T_2.

Also ergibt sich in der Tarskischen Sprachenhierarchie keine Antinomie.

3.5 Bisher habe ich im wesentlichen Tarski referiert, im folgenden soll Tarskis Argumentation kritisch erörtert werden. Die beiden Ausgangspunkte für meine Kritik an Tarski sind eine *Frage* und eine *Beobachtung*.[16]

3.5.1 Die *Frage* lautet: *In welcher Sprache S* kann Tarski für den Wechsel von einer semantisch geschlossenen Sprache G zur Hierarchie der T_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) von semantisch *nicht* geschlossenen Sprachen argumentieren? Die folgenden Überlegungen liegen, wenn man von Tarskis Ansatz ausgeht, recht nahe:

1. S darf nicht semantisch geschlossen sein wie G. Denn dann wäre S, wenn S wie G der klassischen Logik folgt,[17] wie G inkonsistent, und deshalb wären Tarskis Argumente für den Wechsel sowohl wahr als auch falsch in S.

2. S kann keine Sprache innerhalb der Tarskischen Sprachenhierarchie der T_i sein.

   (i) Denn in keiner der Sprachen T_i kann über *alle* Sprachen der Hierarchie und deren Wahrheitsbedingungen gesprochen werden (das geht nur abwärts *innerhalb* der Hierarchie). Sonst gäbe es nämlich eine Sprache T_n, in der auch das Prädikat „wahr in T_n“ enthalten wäre – und damit wäre T_n semantisch geschlossen. In S muß aber über alle Sprachen der Hierarchie gesprochen werden können, weil in S der Wechsel von G zur Sprachenhierarchie der T_i begründet werden soll.[18]

[16] Oben in der Einleitung habe ich beide Punkte kurz genannt, jetzt gebe ich eine etwas ausführlichere Übersicht.

[17] Diese Bedingung darf man als wesentliche Bedingung für S betrachten, solange man in Tarskis Argumentationsrahmen bleibt. Denn nachdem Tarski in § 8 die Voraussetzungen (I) und (II) für die Lügner-Antinomie verantwortlich gemacht hat (vgl. 3.1), schreibt er: „Es wäre überflüssig, hier die Konsequenzen der Verwerfung von Voraussetzung (II) hervorzuheben, das heißt, unsere Logik [= die klassische Logik] (vorausgesetzt, daß das möglich ist) in ihren elementareren und fundamentaleren Teilen zu verändern. Wir erwägen daher nur die Möglichkeit der Verwerfung von Voraussetzung (I) [. . .].“ Demnach betrachtet Tarski nur Sprachen, in denen die klassische Logik gilt. – Später werde ich von dieser Bedingung absehen und auch Supersprachen (s. u.) betrachten, in denen die klassische Logik nicht oder nur eingeschränkt gilt.

[18] Auf den Punkt (i) werde ich in diesem Aufsatz nicht mehr eingehen, dafür um so mehr auf (ii).

(ii) In S muß über G und die in G konstruierte Lügner-Antinomie *auf verständliche Art* gesprochen werden können, denn sonst ließe sich in S Tarskis Begründung für den Wechsel von G zur Hierarchie der T_i nicht nachvollziehen. Also muß S eine *Art ‚Metasprache‘*[19] zu G sein. Innerhalb der T_i können G und S aber nicht vorkommen, weil in der Tarskischen Hierarchie *nur* semantisch *nicht* geschlossene Sprachen als Objekt- bzw. Metasprache vorkommen. Also kann zunächst G als semantisch geschlossene Sprache nicht in der Tarskischen Hierarchie vorkommen, und deshalb kann auch S, als eine Art ‚Metasprache‘ von G, nicht in der Hierarchie vorkommen.

3. S muß also von einem *dritten* Sprachtyp sein. Aber wie soll dieser Sprachtyp aussehen?

??-Sprache S

$$\begin{tikzcd} & S \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ G & & \cdots \\ & & T_1 \\ & & T_0 \end{tikzcd}$$

Im folgenden geht es nur um die Beziehung zwischen der fraglichen Sprache S und der semantisch geschlossenen Sprache G. Von der Beziehung zwischen S und der Tarskischen Sprachenhierarchie der T_i sehe ich dagegen völlig ab.

Die fragliche Sprache S charakterisiere ich nur durch gewisse *notwendige* Bedingungen. Eine Sprache S ist eine *Supersprache*[20] zu einer semantisch geschlossenen Sprache G, wenn sie mindestens folgende Eigenschaften hat:

---

[19] Genauer: eine Supersprache (vgl. das Folgende).

[20] Der Ausdruck „Supersprache“ ist nicht besonders schön, weil „super“ oft als Wertungsprädikat im Sinne von „sehr gut“ oder „prima“ gebraucht wird (oder gebraucht worden ist, bis es dann durch das aktuellere Wort „cool“ ersetzt worden ist), aber nach dem ursprünglichen lateinischen Sinn des Wortes „super“ („über“, „oben auf“) scheint es mir

1. S ist *nicht* semantisch geschlossen.

2. In S ist eine *verständliche Bezugnahme* auf die Lügner-Antinomie in G möglich.[21]

3.5.2 Die *Beobachtung* ist folgende: Es gibt *Supersprachen*, in denen sich, *obwohl* die semantische Geschlossenheit fehlt, eine Lügner-Antinomie konstruieren läßt.

Tarskis Argumentation scheitert letztlich daran, daß sie einerseits nur in einer Supersprache formuliert werden kann, andererseits aber in jeder Supersprache inkonsistent ist. Ich sage nicht, daß jede Supersprache *selbst* inkonsistent ist, sondern daß Tarskis *Argumentation* in jeder Supersprache, selbst wenn die Supersprache nicht inkonsistent sein sollte, inkonsistent ist.

3.6 Abschließend folgen noch einige Erläuterungen zu den Begriffen der Konsistenz, Inkonsistenz und Parakonsistenz.

Eine *Argumentation* in einer Sprache S ist *konsistent* (widerspruchsfrei), wenn aus den in ihr als wahr behaupteten Sätzen in S kein Widerspruch folgt.

Eine *Argumentation* in einer Sprache S ist *inkonsistent*, wenn aus den in ihr als wahr behaupteten Sätzen ein Widerspruch in S folgt.

Eine *Sprache S* ist *konsistent* (widerspruchsfrei), wenn kein Widerspruch wahr in S ist (oder: wenn kein Satz in S zugleich wahr und falsch in S ist).

Eine *Sprache S* ist *inkonsistent*,[22] wenn in S jeder beliebige Satz „p“ wahr und zugleich falsch ist (oder, was auf dasselbe herauskommt, wenn in S jeder beliebige Satz wahr ist, also zu jedem Satz „p“ auch seine Negation „$\neg p$“).

---

durchaus geeignet zu sein (an dem Begriffspaar „Objekt-/Metasprache“ hat man wenig Anstoß genommen, obwohl „Objekt“ aus dem Lateinischen, aber „Meta“ aus dem Griechischen stammt und beide Worte auch noch zu ganz verschiedenen Wortarten gehören.) Vielleicht begrüßen auch manche Feyerabend-Philosophen (Sympathisanten eines theoretischen Anarchismus) die Konsequenzen, die die Existenz dieser Sprachen für den üblichen Rationalismus hat, und rufen begeistert aus: „Das sind echte *Supersprachen*!“

[21] Tarski gebraucht den Ausdruck „Metasprache“ nur für Sprachen innerhalb einer Hierarchie von semantisch nicht geschlossenen Sprachen. Wenn man von diesem Gebrauch absehen würde, könnte man eine Supersprache auch (ungenau) als „semantisch nicht geschlossene Metasprache zu einer semantisch geschlossenen Objektsprache“ bezeichnen. Da diese zwei Bedeutungen von „Metasprache“ aber leicht zu Verwirrungen führen könnten, ziehe ich den Ausdruck „Supersprache“ vor.

[22] Man kann hier noch genauer zwischen einfacher, expliziter und absoluter Inkonsistenz unterscheiden, aber diese Unterscheidungen spielen im Folgenden keine Rolle. Vgl. [2].

– Eine semantisch geschlossene Sprache G, in der die klassische Logik gilt, ist in diesem Sinne inkonsistent: Mit der Konstruktion der Lügner-Antinomie beweist man, daß ein Widerspruch der Form „$p \wedge \neg p$“ wahr in G ist, und daraus läßt sich mit dem Prinzip *ex falso (contradictione) quodlibet sequitur*, das in der klassischen Logik gültig ist, beweisen, daß jeder beliebige Satz „q“ wahr und falsch in G ist (vgl. 5.3).

Eine *Sprache S* ist *parakonsistent*, wenn einerseits (mindestens) ein Widerspruch wahr in S ist und andererseits (mindestens) ein Satz nicht wahr in S ist (also in S *nicht jeder* Satz beweisbar ist).

Man sieht sofort, daß in einer inkonsistenten Sprache S jede Argumentation ungültig ist, weil nämlich jeder der in der Argumentation als wahr behaupteten Sätze zugleich falsch in S ist. Bei einer Argumentation, die in einer konsistenten oder in einer parakonsistenten Sprache formuliert wird, ist aber beides möglich: Die Argumentation kann inkonsistent und damit ungültig sein, sie kann aber auch konsistent und somit gültig sein.

4 Semantische Antinomien in semantisch *nicht* geschlossenen Sprachen (den *Supersprachen*)

4.1 Tarski scheint der Auffassung zu sein, daß die folgende Disjunktion *vollständig* sei: Entweder sei eine Sprache semantisch geschlossen und dann lasse sich in ihr die Lügner-Antinomie konstruieren, oder eine Sprache sei nicht semantisch geschlossen und dann lasse sich in ihr die Lügner-Antinomie nicht konstruieren. Es läßt sich aber zeigen, *daß es semantisch nicht geschlossene Sprachen gibt, in denen sich semantische Antinomien konstruieren lassen.*

Man nehme an, ein bestimmter Teil E der englischen Sprache sei semantisch geschlossen und enthalte keine semantischen Ausdrücke, die sich auf die deutsche Sprache beziehen; ferner sei D_1 der Teil der deutschen Sprache, der zur *Übersetzung* aller Ausdrücke von E hinreicht und der *nur* Ausdrücke enthält, die eine Übersetzung von Ausdrücken aus E darstellen. Dann enthält D_1 nicht das Prädikat „wahr im Deutschen“, da E nach Festsetzung keine semantischen Ausdrücke enthält, die sich auf die deutsche Sprache beziehen, und daher ist D_1 *nicht* semantisch geschlossen. Deshalb kann man in D_1 nicht – analog zu E – über dem Satz „Der Satz in Zeile 1 ist falsch in D_1.“ die Lügner-Antinomie konstruieren.

Trotzdem läßt sich in D_1, obwohl D_1 nicht semantisch geschlossen ist, die Lügner-Antinomie konstruieren – und zwar als genaue *Übersetzung* der in E konstruierten Lügner-Antinomie.[23]

4.2 In der semantisch geschlossenen Sprache E läßt sich die Lügner-Antinomie konstruieren – der Einfachheit wegen identifiziere ich im folgenden E mit dem in 2 benutzten Teil der englischen Sprache.[24] Nach Voraussetzung lassen sich alle Sätze von E nach D_1 übersetzen, insbesondere also (a), (b), (c) und die WK für E.

Wenn man die WK für E in D_1 formuliert, so lautet sie:

(WK) Der Satz X ist wahr in E genau dann, wenn p.

(hier gilt die übliche Einsetzungsregel, vgl. (2) in 1.1).

Von der WK für E in E: “The sentence X is true in E if and only if p” gilt, daß man aus ihr wahre Sätze in E erhält, falls man die Variablen „X“ und „p“ der Einsetzungsregel entsprechend ersetzt. Dasselbe gilt von der WK für E in D_1: Aus „Der Satz X ist wahr in E genau dann, wenn p“ erhält man für alle richtigen Einsetzungen (vgl. 1.1) einen wahren Satz in D_1.

Wie in 2 sei auch hier angenommen, daß in Zeile 1 nur der englische Satz “The sentence printed in l. 1 is not true in E.” stehe. Deshalb gilt nach der WK für E in D_1 der Satz:

($\mathbf{a_d}$) Der Satz ‘The sentence printed in l. 1 is not true in E.’ ist wahr in E genau dann, wenn der in Zeile 1 gedruckte Satz nicht wahr in E ist.[25]

Man macht nun in D_1 die empirisch wahre Feststellung:

[23] Der Grundgedanke dieses Abschnitts findet sich bereits in Kapitel I („Die semantische Geschlossenheit von Sprachen als Ursache der semantischen Antinomien“) meiner Dissertation [4].

[24] Dementsprechend ersetze ich im folgenden die Ausdrücke “in English” bzw. „im Englischen“ durch den kürzeren Ausdruck „in E“. Man denke sich deshalb auch in Zeile 1 statt des ursprünglichen Satzes “The sentence printed in l. 1 is not true in English.” den kürzeren Satz “The sentence printed in l. 1 is not true in E.” hingeschrieben.

[25] Der Index „$_d$“ in „(a_d)“, „(b_d)“ usw. zeigt an, daß der deutsche Satz (a_d) bzw. (b_d) usw. die Übersetzung des englischen Satzes (a) bzw. (b) usw. in 2 ist.

(b_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist identisch mit dem Satz 'The sentence printed in l. 1 is not true in *E*.'.

Aufgrund dieser Identität darf man in (a_d) den Namen „Der Satz 'The sentence printed in l. 1 is not true in *E*.'" durch den äquivalenten Namen „Der in Zeile 1 gedruckte Satz" ersetzen (oder umgekehrt, vgl. 4.3) und erhält dann den folgenden Satz in D_1:

(c_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E genau dann, wenn der in Zeile 1 gedruckte Satz nicht wahr in E ist.

Der Satz (c_d) ist einerseits wahr in D_1, da er aus der WK folgt, andererseits ist er falsch in D_1, da er eine Kontradiktion darstellt. Damit ist die Lügner-Antinomie in D_1 konstruiert, und zwar *in vollkommener Analogie*[26] zu der ersten Fassung der Lügner-Antinomie in E (vgl. 2.1).

4.3 Folgt man analog der oben in 2.2 angegebenen Beweisvariante, so erhält man den folgenden Beweis in D_1. In Zeile 1 stehe, wie auch eben angenommen, nur der englische Satz "The sentence printed in l. 1 is not true in *E*."

Man macht in D_1 zunächst die Annahme:

(d_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz sei wahr in E.

Ersetzt man nun in (d_d) den Namen „Der in Zeile 1 gedruckte Satz" durch den Namen „Der Satz 'The sentence printed in l. 1 is not true in *E*.'", so erhält man:

(e_d) Der Satz 'The sentence printed in l. 1 is not true in *E*.' ist wahr in E.

Nach der WK folgt aus (e_d):

---

[26] Die Analogie ist allerdings nicht eindeutig, denn wenn man die Lügner-Antinomie im Deutschen statt im Englischen konstruiert, so kann man das auf zwei Arten machen: (A) Entweder geht man im Deutschen von dem selbstbezüglichen deutschen Satz „Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht wahr im Deutschen." aus (normalerweise denkt man nur an diese Analogie, wenn man von der Lügner-Antinomie im Deutschen und Englischen spricht). (B) Oder man geht im Deutschen – wie im Englischen – von dem selbstbezüglichen englischen Satz "The sentence printed in l. 1 is not true in English." aus. Nur (B) ist eine Übersetzung der Lügner-Antinomie vom Englischen ins Deutsche, während es sich bei (A) um eine Übertragung der Lügner-Antinomie handelt.

(f_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht wahr in E.

Also folgt aus der Annahme (d_d) mit (f_d) die Negation von (d_d), und deshalb ist (d_d) falsch in D_1, d. h., es gilt die Negation von (d_d). Somit gilt:

(g_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht wahr in E.

Während (f_d) nur in Abhängigkeit von der Annahme (d_d) gilt (als deren Konsequenz), gilt (g_d) unabhängig von irgendeiner Annahme. –

Nun sei das Gegenteil von (d_d) angenommen:

(h_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz sei nicht wahr in E.

Ersetzt man wieder den einen Namen durch den andern, so erhält man:

(i_d) Der Satz 'The sentence printed in l. 1 is not true in E.' ist nicht wahr in E.

Mit (WK′) erhält man daraus:

(k_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht nicht wahr in E.

Da die doppelte Negation dasselbe besagt wie die Position, folgt aus (k_d) der Satz

(l_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E.

Somit folgt aus der Annahme (h_d) ihre Negation (k_d) bzw. (l_d), und deshalb gilt nun, unabhängig von irgendeiner Annahme, die Negation von (h_d), nämlich

(m_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E.

Da (g_d) und (m_d) wahr in D_1 sind, gilt dies auch von ihrer Konjunktion

(n_d) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E, und der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht wahr in E.

Die Konjunktion ($\mathrm{n_d}$) ist einerseits wahr in D_1, da die Wahrheit der beiden Konjunktionsglieder eben bewiesen wurde, andererseits ist ($\mathrm{n_d}$) als Kontradiktion aber falsch in D_1. Damit ist die zweite Fassung der Lügner-Antinomie in D_1 konstruiert, und zwar *in vollkommener Analogie* zu der zweiten Fassung der Lügner-Antinomie in E (vgl. 2.2).[27]

4.4 Wegen dieser *vollkommenen Analogie der Beweise* ist auch D_1 inkonsistent, genauso wie E wegen der Antinomie inkonsistent ist – zumindest dann, wenn in D_1 wie in E die klassische Logik gilt (vgl. 4.6). *Wenn* E wegen der Lügner-Antinomie inkonsistent ist, wie Tarski behauptet, dann muß auch D_1 wegen der vollkommen analogen Konstruktion der Antinomie inkonsistent sein. Es wäre unverständlich, wenn jemand die Inkonsistenz für E behaupten und sie gleichzeitig für D_1, eine durch die *Übersetzung* von E festgelegte Sprache, bestreiten würde.

Aber im Unterschied zu E ist D_1 *nicht semantisch geschlossen.*

4.5 In E und D_1 läßt sich die Konstruktion der Lügner-Antinomie in 2 nachvollziehen. Es liegt daher nahe, auch in diesen Sprachen die Aussage zu formulieren,[28] daß in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist. Für E erhält man den Satz

(o) “In 2 the antinomy of the liar is constructed in E.”,

und für D_1 erhält man die Übersetzung

($\mathbf{o_d}$) „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.“

Beide Aussagen lassen sich in E bzw. D_1 mit gutem Grund behaupten, weil man nämlich in E bzw. D_1 die Konstruktion der Lügner-Antinomie in E in ihren einzelnen Schritten genau nachvollziehen kann. Daher sind beide

[27]Die beiden Konstruktionen der Lügner-Antinomie in 4.2 und 4.3 lassen sich kurz so zusammenfassen: Die (adäquate) *Übersetzung* einer Konstruktion der Lügner-Antinomie ist selbst die Konstruktion einer Lügner-Antinomie. Die Frage ist daher: Ist in einer Sprache S eine *verständliche* Bezugnahme auf eine Konstruktion der Lügner-Antinomie möglich, wenn diese nicht nach S *übersetzbar* ist?

[28]Bisher war E nur so weit bestimmt, daß in E die in 2 durchgeführte Konstruktion der Lügner-Antinomie möglich ist, und D_1 war als Übersetzungssprache für E festgelegt. An diesen ursprünglichen Festlegungen von E und D_1 ändert sich nichts Wesentliches dadurch, daß für das Folgende angenommen wird, daß in E bzw. D_1 zusätzlich behauptet werden kann, daß in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist.

Sprachen geeignet, eine *verständliche Bezugnahme* auf die Lügner-Antinomie in 2 zu formulieren.

Weil andererseits E semantisch geschlossen und daher inkonsistent ist, ist (o) nicht nur wahr in E, sondern auch *falsch* in E.[29] Wegen der Inkonsistenz von D_1 ist ganz analog (o_d) nicht nur wahr, sondern auch *falsch* in D_1, obwohl D_1 nicht semantisch geschlossen ist. Die Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in 2 ist also in E und D_1 *inkonsistent*.

Wegen der Lügner-Antinomie soll man nach Tarski semantisch geschlossene Sprachen wie E in der Wissenschaft nicht gebrauchen (s. o.). Aber Tarski kann weder in E selbst für den Sprachenwechsel argumentieren noch in der Supersprache D_1, weil der Satz (o_d), mit dem man in D_1 auf die Lügner-Antinomie in 2 Bezug nimmt, auch *falsch* in D_1 ist. Als *Grund* für einen Sprachenwechsel kann Tarski aber nur einen Satz gebrauchen, der *wahr und nur wahr* in seiner Sprache ist.

4.6 Die Supersprache D_1 war bestimmt als eine *adäquate Übersetzungssprache* von E. Weil in E die klassische Logik gilt, muß sie auch in D_1 gelten. Dies soll jetzt kurz gezeigt werden.

Nehmen wir an, D_2 sei eine Supersprache, in die sich – ähnlich wie in D_1 – die Lügner-Antinomie aus E übersetzen lasse und in der gleichzeitig eine *parakonsistente* Logik vom Jaskowski-Typ gelte. In einer solchen Logik darf man nicht von einem Satz „q“ und seiner Negation „$\sim q$“ auf ihre Konjunktion „$q \& \sim q$“ schließen [2, S. 45 ff.]. Der bewiesene Widerspruch in E sei dargestellt als „$p \wedge \neg p$“ (vgl. (n) in 2.2), also als die Konjunktion von „p“ und „$\neg p$“, die Übersetzung von „$p \wedge \neg p$“ in D_2 sei „$q \,\&\, \sim q$“, also die Konjunktion von „q“ und „$\sim q$“. Ist diese Übersetzung adäquat?

Nach üblicher Auffassung werden die Bedeutungen der aussagenlogischen Verknüpfungen durch Regeln festgelegt, und deshalb haben „&“ und „$\wedge$“ bzw. „$\sim$“ und „$\neg$“ nur dann dieselbe Bedeutung, wenn sie den Regeln *derselben* Logik folgen. In E gilt nach Tarski die *klassische* Logik, also kann die Übersetzung des Widerspruchs nach D_2 nicht adäquat sein, weil in D_2 *nicht* die klassische Logik gilt.

[29]Sofern der Satz (o) *falsch* in E ist, entspricht er nicht mehr unserer Überzeugung, daß es nämlich *wahr und nur wahr* ist, daß in E die Lügner-Antinomie konstruiert worden ist. Diese Überzeugung kann nicht angemessen durch den Satz (o) in E formuliert werden, denn (o) ist auch *falsch in E* – und nach Tarski ist Wahrheit *immer* Wahrheit in einer Sprache. Gibt es überhaupt eine Sprache, in der diese Überzeugung als ein *nur wahrer* Satz formuliert werden kann?

Weil in D_2 der Schluß von „q“ und „$\sim q$“ auf „$q \,\&\, \sim q$“ unzulässig ist, ist auch der Beweis von „$p \wedge \neg p$“ in E nicht mehr in D_2 nachvollziehbar, und man kann deshalb in D_2 nicht formulieren und erst recht nicht behaupten:

($\mathbf{n}_\mathrm{d}$) Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E, und ($\wedge$) der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht ($\neg$) wahr in E.

Dieser Widerspruch ist in D_2 weder wahr noch auch nur formulierbar, und damit ist – von D_2 aus gesehen – keine semantische Antinomie in E erkennbar. Wie also könnte man noch in D_2 begründen, daß semantisch geschlossene Sprachen wie E inkonsistent und unbrauchbar seien?[30]

Den Sinn des Satzes „$p\wedge\neg p$“ in E versteht man nicht in D_2, wenn man den Satz „$p\wedge\neg p$“ in D_2 nur benennt und über ihn etwas sagt, ohne ihn übersetzen zu können. Die Übersetzung ist aber nur adäquat, wenn für „$q\&\sim q$“ genauso wie für „$p\wedge\neg p$“ die Regeln der *klassischen* Logik gelten.[31] Der letzte Satz gilt nicht nur für D_2, sondern für beliebige Übersetzungssprachen, und deshalb behaupte ich im Blick auf D_1:

Weil (im Unterschied zu D_2) die Sprache D_1 nach Voraussetzung eine *adäquate* Übersetzungssprache für E ist, gelten in D_1 – nach der Vorgabe von E – auch die Regeln der klassischen Logik.

4.7 Weder die Supersprache D_1 noch die parakonsistente Sprache D_2 sind für die Formulierung von Tarskis Argumentation geeignet. Ich betrachte einen dritten Sprachtyp, um die mögliche Aporie, in die Tarski gerät, noch weiter zu verdeutlichen.

Es sei D_3 eine semantisch nicht geschlossene Sprache, die weder den Ausdruck „wahr in E“ noch einen synonymen Ausdruck enthält. Dann ist D_3 keine Supersprache von E, und auch sonst sei D_3 als eine konsistente Sprache vorausgesetzt (z. B. als eine Sprache innerhalb der Tarskischen Sprachenhierarchie der T_i $(i = 1, 2, 3, \ldots)$).

[30] Es reicht nicht, mit zitterndem Finger auf den widersprüchlichen Satz „$p\wedge\neg p$“ in E zu zeigen und dabei mit dem magischen Ausdruck „Lügner-Antinomie“ in D_2 den Untergang der Wissenschaft zu beschwören, sondern auch in D_2 müßte man noch *verstehen* können, *was* die Lügner-Antinomie in E ist, und *wie* sie entstanden ist.

[31] Man kann daher nicht, wie es etwa Bremer tut [2, S. 11 ff.], mit dem Verweis auf die Lügner-Antinomie für den Aufbau einer parakonsistenten Logik argumentieren. In welcher Sprache will man denn dafür argumentieren? Hier ergibt sich dieselbe Aporie wie für Tarskis Argumentation. – Zur Kritik der parakonsistenten Logik vgl. [12, Abschnitt 1.8] und [11].

Wie aber will man in D_3 zu der Erkenntnis kommen, daß in E die Lügner-Antinomie konstruiert worden ist? Konstitutiv für die Konstruktion der Lügner-Antinomie in E ist der Begriff ‚wahr in E' – und eben dieser Begriff läßt sich nicht nach D_3 übersetzen, so daß man in D_3 überhaupt nicht verstehen kann, was die Lügner-Antinomie in E ist! Wie will man dann in D_3 begründen, daß sich das Prädikat „wahr in X" nur konsistent für semantisch nicht geschlossene Sprachen definieren läßt? Man versteht in D_3 nicht einmal, warum die semantische Geschlossenheit von E für die Lügner-Antinomie verantwortlich ist!

Zwar kann man in D_3 über E als eine Art Kalkül reden: Statt "'p' is true in E." darf man in E immer schreiben: „p", statt "'p' is not true in E." darf man in E schreiben: „not p", usw. ... Die Regeln des Kalküls mögen so gefaßt sein, daß man nach diesen Regeln die *Satzfolge* der Lügner-Antinomie ableiten kann. Und dann mag man in D_3 feststellen, daß E – bei dieser Betrachtung – ein inkonsistenter Kalkül ist. Aber diese Inkonsistenz hat, soweit man sie in D_3 verstehen kann, nichts mit dem *Wahrheitsbegriff* zu tun, denn sonst müßte man in D_3 über den Begriff ‚wahr in E' verfügen.

In der konsistenten Sprache D_3 läßt sich also die in E konstruierte Lügner-Antinomie gar nicht als *semantische* Antinomie verstehen, folglich kann man in D_3 auch keine Analyse der Lügner-Antinomie vornehmen und nicht für die Trennung von Objekt- und Metasprache plädieren.[32]

4.8 Die Aporie, in die Tarski zu geraten droht, sieht also, am Beispiel von D_1, D_2 und D_3 betrachtet, so aus:

Entweder versteht man in einer Sprache S (vgl. D_1), wie die Lügner-Antinomie in E zustande kommt, aber dann ist S inkonsistent und damit ist eine Begründung für einen Sprachenwechsel in S unmöglich. Denn für eine Begründung bräuchte man Sätze, die *wahr und nur wahr* in S wären, doch wegen der Inkonsistenz von S sind alle begründenden Sätze wahr und *falsch* in S.

Oder man versteht in einer Sprache S (vgl. D_2 und D_3) noch nicht einmal, wie die Lügner-Antinomie in E entsteht, und dann kann man ebenfalls nicht für einen Sprachenwechsel argumentieren – jedenfalls nicht unter Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in E (und um diese Begründung allein

[32]Hier war die konsistente Sprache S so bestimmt, daß sie keine Übersetzung von „wahr in E" enthält. Vermutlich kann man ähnlich argumentieren, wenn S aus anderen Gründen nicht die Übersetzung der Lügner-Antinomie von E nach S zuläßt, z. B. wenn S nicht die beiden Namen für den Satz in Zeile 1 enthält. Das wäre aber noch genauer zu untersuchen.

geht es hier).

In Kurzform lautet die für Tarski unangenehme Alternative: *Entweder* gibt es eine verständliche Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in E *ohne* eine gültige Begründung *oder* es gibt eine gültige Begründung *ohne* eine verständliche Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in E – Tarski aber benötigt *beides*.

Gerät Tarski tatsächlich in diese Aporie? Das hängt davon ab, ob es auch Supersprachen gibt, in denen die Sätze seiner Argumentation *wahr und nur wahr* sind.[33]

[33]Uwe Scheffler hat mir im Blick auf den Satz (c_d) u. a. folgendes geschrieben (vgl. 4.2 ff.): „Diese Aussage ist aber gar keine Kontradiktion. Wäre es eine, könnte man in der Tat in keinem widerspruchsfreien System Aussagen über ein widersprüchliches machen. Ich kann aber sehr gut behaupten, daß in einem anderen System ein Satz sowohl wahr als auch falsch ist – dies ist eine *wahre* Aussage über das andere System, über diesen Satz. Was ich nicht kann, ist gleichzeitig Wahrheit und Falschheit eines (jeden) Satzes im anderen System zu behaupten und außerdem noch dessen Widerspruchsfreiheit (unter der üblichen Definition) – dann ist ‚mein' System widersprüchlich." Hierzu einige Rückfragen: (1) Wenn die Konstruktion der Lügner-Antinomie in D_1 mißlungen ist, obwohl sie doch ganz analog zur akzeptierten Konstruktion in E verläuft, wo steckt dann der Fehler? Bei der Kürze und Übersichtlichkeit der beiden Konstruktionen müßte eine Abweichung zwischen meiner Konstruktion und Tarskis Konstruktion sichtbar sein, aber ich sehe sie nicht. (2) Folgt aus der Behauptung, daß (c_d) eine Kontradiktion ist, wirklich, daß „man in der Tat in keinem [!] widerspruchsfreien System Aussagen über ein widersprüchliches machen" könnte, wie Scheffler meint? Verhalten sich *alle* widerspruchsvollen Systeme V zu widerspruchsfreien Systemen Z, in denen die Widersprüchlichkeit von V festgestellt werden kann, so wie eine semantisch geschlossene Sprache (mit klassischer Logik) zu ihrer Supersprache? (3) Wenn (c) eine Kontradiktion in E ist, wie kann dann (c_d) eine *adäquate* Übersetzung von E nach D_1 und zugleich *keine* Kontradiktion in D_1 sein? Eine Minimalbedingung für die Adäquatheit von Übersetzungen ist doch, daß ein Satz und seine Übersetzung in ihren jeweiligen Sprachen denselben Wahrheitswert haben. Mit (c_d) macht man nicht nur eine Aussage in D_1 *über* den Satz in Zeile 1, sondern (c_d) ist zugleich die *Übersetzung* des antinomischen Satzes (c). Wenn man in D_1 die Lügner-Antinomie in E *verstehen* will, so *muß* man (c) adäquat nach D_1 übersetzen können. (4) Weil E inkonsistent ist, kann man sagen, daß der Satz (i) "It is raining." (jetzt, bezogen auf Dinslaken) *wahr und zugleich falsch* in E ist. Wenn D^* eine konsistente Sprache ist, ist der Satz (ii) „Es regnet." (jetzt, bezogen auf Dinslaken) *wahr und nur wahr* in D^*. Weil der Wahrheitswert eines Satzes von seinem Sinn determiniert wird, können (i) und (ii) nicht denselben Sinn haben. Aber wie will man dann noch (i) ins Deutsche übersetzen, wenn (ii) inadäquat ist? Wie kann Scheffler dann in seinem widerspruchsfreien System „sehr gut behaupten, daß in einem anderen System ein Satz sowohl wahr als auch falsch ist", wenn er diesen Satz nicht adäquat in sein widerspruchsfreies System übersetzen kann? Kann man die Lügner-Antinomie in E noch angemessen in D_1 analysieren, wenn man den antinomischen Satz (c) nicht von E nach D_1 übersetzen kann? Um diese Fragen geht es auch in den Abschnitten 5 und 6.

5 Die Umgangssprache als parakonsistente Sprache

5.1 Die bisherige Betrachtung von Sprachtypen, die für Tarskis Argumentation geeignet sein könnten, war sicher nicht vollständig. Vielleicht kann man doch eine Sprache S finden oder konstruieren, in der einerseits ausreichend über die Lügner-Antinomie in E gesprochen werden kann, die aber andererseits dadurch nicht, wie E und D_1, inkonsistent wird.

Allerdings darf man diese Sprache S nicht erst finden oder konstruieren, sondern muß sie schon die ganze Zeit gebrauchen, denn auch die jetzt hier angestellten Überlegungen sollen schließlich wahr sein, und zwar, nach Tarski, wahr in einer Sprache S. Man kann also nicht zunächst die Sprache S suchen oder neu konstruieren und dann sagen: „Jetzt wollen wir in S widerspruchsfrei über die Lügner-Antinomie in E reden, die semantische Geschlossenheit von E als Ursache der Antinomie analysieren usw. ... " – denn die ganze Suche oder Konstruktion ist unmotiviert (oder: irrational), wenn nicht in diesem Prozeß der Suche oder Konstruktion schon *Gründe* angeführt werden, d. h. *Sätze*, die (nach Tarski) wahr und nur wahr in der gerade benutzten Sprache sind.[34]

Die gesuchte und bei der Suche schon benutzte Sprache ist in meinem Fall ein Teil D_4 der deutschen Umgangssprache, der folgendermaßen bestimmt sei: In D_4 läßt sich die Konstruktion der Lügner-Antinomie in E übersetzen, außerdem reicht die Ausdruckskraft von D_4 für die Formulierung der Tarskischen Analyse und Argumentation. Ist nun D_4 tatsächlich schon deshalb *inkonsistent*, weil sich die in E konstruierte Antinomie nach D_4 übersetzen läßt – wie das oben ganz ähnlich bei D_1 angenommen wurde? Vielleicht wurde die Inkonsistenz von D_1 etwas vorschnell angenommen?[35]

---

[34] Einmal angenommen, daß wir tatsächlich eine (m. E. fiktive) Sprache F finden, in der eine verständliche und zugleich konsistente Bezugnahme auf die Antinomie in E möglich ist, so daß man Tarskis Argumentation in F widerspruchsfrei formulieren kann. Dann würde doch dieser erstaunliche Fund keineswegs den irrationalen Charakter der Suche aufheben, wenn die Ausgangssituation folgendermaßen beschrieben werden muß: In E hat man die Lügner-Antinomie konstruiert und begründet nun in E die Suche nach F. Diese Begründung ist eine Scheinbegründung (s. o.) – die Suche ist in dem Zeitpunkt, in dem sie beschlossen wird, unbegründet. Die nachträgliche Begründung von F aus aber ist eine Rationalisierung, die den irrationalen Charakter der vorherigen Suche verdecken soll. Mir scheint hier eine gewisse Ähnlichkeit mit den Paradigmenwechseln in der Wissenschaftsgeschichte nach Kuhn vorzuliegen.

[35] Das Verhältnis von D_1 und D_4, die nach dem bisher zu D_4 Gesagten einander sehr ähnlich zu sein scheinen, wird am Ende von 5.2 in einer Anmerkung näher bestimmt.

5.2 D_4 ist ein Teil der deutschen *Umgangssprache*. Bei der Umgangssprache hat aber nach Tarski die Rede von Konsistenz und Inkonsistenz keinen präzisen Sinn:

> „Es stellt sich nun die Frage nach der Umgangssprache in bezug auf diesen Punkt [es geht um die Eigenschaften der semantischen Geschlossenheit und der Inkonsistenz]. Auf den ersten Blick scheint es, daß diese Sprache die beiden Voraussetzungen (I) und (II) erfüllt [vgl. 3.1] und daß sie deshalb inkonsistent sein muß. In Wirklichkeit liegt der Fall nicht so einfach. Unsere Umgangssprache ist sicherlich keine von den Sprachen, die eine exakt bestimmte Struktur besitzen. Wir wissen nicht genau, welche Ausdrücke Aussagen sind und noch weniger, welche Aussagen behauptbar sind. Daher hat das Problem der Inkonsistenz in Hinblick auf diese Sprache keinen präzisen Sinn. Wir können bestenfalls die Vermutung wagen, daß eine Sprache, deren Struktur exakt bestimmt worden ist und die unserer Umgangssprache soviel wie möglich ähnelt, inkonsistent wäre.“ [10, § 8]

Tarski nennt demnach zwei Gründe für die Behauptung, daß bei der Umgangssprache weder von Konsistenz noch von Inkonsistenz im strengen Sinne gesprochen werden könne:

(1) daß nicht entscheidbar ist, welche Ausdrücke der Umgangssprache Sätze sind,

(2) daß nicht feststeht, welche Sätze behauptbar sind.

Dies hat zur Konsequenz, daß auch in dem Fall, daß eine bestimmte Kontradiktion wahr in der Umgangssprache ist, nicht gefolgert werden darf, die Umgangssprache sei im strengen Sinne inkonsistent, d. h., es sei *jeder beliebige Satz* wahr und falsch in der Umgangssprache. Tarski hielt also schon damals die Umgangssprache für *parakonsistent*, wenn man hier einmal diesen späteren Ausdruck gebrauchen will.

Weil nun D_4 ein Teil der deutschen Umgangssprache ist und als deren Teil dieselbe Struktur wie die Umgangssprache hat, kann auch bei D_4 nicht in einem präzisen Sinn von Konsistenz und Inkonsistenz gesprochen werden. Deshalb könnte der Satz

($\mathrm{o_d}$) „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.“

wahr in D_4 sein, ohne daß man daraus auf die Inkonsistenz von D_4 schließen dürfte und dann aus dieser Inkonsistenz darauf schließen dürfte, daß ($\mathrm{o_d}$) auch falsch in D_4 sei. Also könnte ($\mathrm{o_d}$) *wahr und nur wahr* in D_4 sein – zumindest scheint einiges dafür zu sprechen.[36]

5.3 Bevor ich auf diese Verteidigung Tarskis eingehe, möchte ich genauer zeigen, inwiefern tatsächlich die These problematisch ist, daß in der Umgangssprache aus einem bewiesenen Widerspruch wie z. B. „$p \leftrightarrow \neg p$“ oder „$p \wedge \neg p$“ *jeder beliebige* Satz „q“ folgt gemäß dem Prinzip *ex falso (contradictione) quodlibet sequitur*, das in der klassischen Logik gilt. (Beide Widersprüche sind logisch äquivalent, ich wähle als Ausgangspunkt die klassische Form „$p \wedge \neg p$“.)

5.3.1 Einerseits gilt aufgrund der klassischen Aussagenlogik der folgende Schluß für *beliebige* Sätze „p“ und „q“ (*ex falso (contradictione) quodlibet sequitur*):

(1)	$p \wedge \neg p$	Dieser Widerspruch sei wahr.
(2)	p	(Konjunktions-
(3)	$\neg p$	beseitigung, 1)

[36] Von dem letzten Tarski-Zitat her verliert die Konstruktion der Lügner-Antinomie in 2 etwas von ihrer bisherigen Eindeutigkeit, da E nämlich ein Teil der englischen Umgangssprache ist. Wenn E nun *wesentlich* als Teil der Umgangssprache verstanden wird, muß auch E als parakonsistente Sprache verstanden werden, aber damit würde das Antinomien-Problem erheblich an Schärfe verlieren, und man könnte sofort bestreiten, daß man wegen dieses sehr eingegrenzten (geradezu verkapselten) Problems zur Tarskischen Sprachenhierarchie übergehen müsse. Tarski versteht E aber nicht wesentlich als Teil der Umgangssprache, sondern als leicht nachvollziehbares Beispiel für eine semantisch geschlossene Sprache, deren Struktur sich exakt bestimmen läßt, denn er wendet den Begriff der Inkonsistenz ohne Einschränkung auf E an. – Der Unterschied zwischen D_1 und D_4 besteht in ihrer verschiedenen Struktur: D_1 hat als Übersetzungssprache von E ebenfalls eine exakt bestimmbare Struktur und ist deshalb wegen der Lügner-Antinomie in D_1 genauso inkonsistent wie E; D_4 aber ist wesentlich ein Teil der deutschen Umgangssprache und deshalb nicht inkonsistent, sondern parakonsistent. Trotzdem soll D_4 eine Supersprache für E sein, in die sich die Konstruktion der Antinomie übersetzen läßt – dies wird dadurch ermöglicht, daß man bei den Regeln der klassischen Logik unterscheiden kann, ob sie als *Konstruktionsregeln* (in D_1) oder nur als *Interpretationsregeln* (in D_4) eingesetzt werden. Vgl. Anm. 38.

(4) $\neg q \to \neg p$ (Abschwächung, 3)

(5) $p \to q$ (Kontraposition, 4)

(6) q (modus ponens, 2, 5)

Statt die Abschwächung in (4) mit „$\neg q$“ an Zeile (3) vorzunehmen, kann man sie ebenso gut mit „q“ an Zeile (2) vornehmen.[37] Dann erhält man als Variante des Beweisschemas (die ersten drei Zeilen bleiben unverändert):

(4′) $q \to p$ (Abschwächung, 2)

(5′) $\neg p \to \neg q$ (Kontraposition, 4′)

(6′) $\neg q$ (modus ponens, 3, 5′)

Für die Umgangssprache gelten derartige Schlüsse aber nicht für beliebige Sätze und Satzverbindungen, wie ich an einem Beispiel zeigen möchte.

5.3.2 Zwar sind die Sätze

(i) „Die Zahl 3 ist nicht größer als die Zahl 5.“ (vgl. „$\neg p$“ in 5.3.1) und

(ii) „Honig schmeckt nicht bitter.“ (vgl. „$\neg q$“ in 5.3.1),

jeweils für sich genommen, zweifellos sinnvolle und sogar wahre Sätze der deutschen Sprache. Aber bei ihrer *Verknüpfung*, die der *Abschwächung* in Zeile (4) entspricht, nämlich

(iii) „Wenn Honig nicht bitter schmeckt, dann ist die Zahl 3 nicht größer als die Zahl 5.“,

handelt es sich wohl kaum um einen sinnvollen Satz im Deutschen, und wahr ist dieser Satz erst recht nicht.[38] Deshalb läßt sich im Deutschen aus einer Kontradiktion wie

[37] Die Abschwächung ist der kritische Punkt des Beweises, denn die Abschwächung geschieht durch einen beliebigen Satz („quodlibet“) „$\neg q$“ bzw. „q“, ohne daß man darauf achten müßte, daß dieser Satz in irgendeiner Weise zu „$\neg p$“ bzw. „p“ paßt. (In der Musik ist bei einem „Quodlibet“ dies die einschränkende Bedingung, daß die verschiedenen Musikstücke, die man gleichzeitig musiziert, harmonisch zueinander passen.)

[38] Man kann die Regeln der klassischen Logik auf zwei Arten verstehen: (a) In der Umgangssprache dienen sie (sehr oft) als *Interpretationsregeln* für Sätze, die als sinnvolle Sätze *bereits (anderswoher) gegeben* sind. (b) In den Formalsprachen der Logik dienen sie außerdem als (rekursive) *Konstruktionsregeln*, um korrekte und sinnvolle Sätze erst noch

(iv) „Die Zahl 3 ist größer als die Zahl 5, und die Zahl 3 ist nicht größer als die Zahl 5.“

nicht folgern (analog zu 5.3.1), daß Honig bitter schmeckt.

5.3.3 So weit hat Tarski also sicher recht, daß die deutsche Umgangssprache nicht im strengen Sinne inkonsistent ist. Deshalb könnte auch D_4 als Teil der Umgangssprache so beschaffen sein, daß einerseits in D_4 der Satz

($\mathbf{o_d}$) „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.“

wahr ist und andererseits nicht jeder Satz in D_4 wahr ist, weil D_4 nicht in diesem Sinne inkonsistent ist. Zum Beispiel wäre der Satz „Honig schmeckt bitter.“ sicher nicht wahr in D_4, wenn er ein Satz von D_4 wäre. Insbesondere könnte es dann der Fall sein, daß ($\mathrm{o_d}$) nicht falsch, sondern *wahr und nur wahr* in D_4 wäre. – Das wäre der Ausweg.

5.4 Dieser Ausweg ist aber nicht gangbar, weil für die Kritik an Tarskis Argumentation ein viel *schwächerer* Begriff von Inkonsistenz genügt. Für diese Kritik muß nicht D_4 in dem Sinne inkonsistent sein, daß *jeder beliebige* Satz in D_4 wahr und falsch ist – es muß nicht die *Sprache* D_4 selbst inkonsistent sein. Es genügt vielmehr zu zeigen, daß die Tarskische These, es gebe in E eine Lügner-Antinomie, zugleich *wahr und falsch* in D_4 ist – nur die *Argumentation* ist inkonsistent in D_4.

Der folgende Beweis verläuft *formal* nach der Variante des Beweisschemas in 5.3.1, aber mit einem wichtigen *inhaltlichen* Unterschied, der in Zeile (4) des Beweises deutlich werden wird. Der bei der Konstruktion der Lügner-Antinomie in 4 bewiesene Widerspruch lautet nach der zweiten Version so (vgl. ($\mathrm{n_d}$) in 4):

---

zu erzeugen. Wenn man dies nicht unterscheidet, glaubt man leicht, man müsse *entweder* den umgangssprachlich sinnlosen Satz (iii) für sinnvoll halten, weil er nach den Regeln der klassischen Logik gebildet sei, *oder* man müsse, wenn man (iii) in der Umgangssprache für sinnlos halte, die Gültigkeit der klassischen Logik für die Umgangssprache bestreiten. Wenn man aber die Regeln der klassischen Logik nur als *Interpretationsregeln* und nicht als *Konstruktionsregeln* für die Umgangssprache versteht, so entgeht man dieser irreführenden Alternative: Der Satz (iii) ist sinnlos in der Umgangssprache, aber trotzdem lassen sich sinnvolle Sätze der Umgangssprache nach den Regeln der klassischen Logik *interpretieren* (nicht erzeugen). – Mit der Unterscheidung zwischen (a) und (b) ist der Unterschied zwischen D_4 und D_1 bestimmt.

(1) „Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E, und der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht wahr in E."

Durch die Beseitigung der Konjunktion erhält man die Zeilen (2) und (3):

(2) „Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E."

(3) „Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht wahr in E."

Bei dem folgenden Satz (4) könnte man zunächst meinen, er folge unmittelbar aus (2) mittels der *Abschwächungsregel* (gemäß dem Beweisschema in 5.3.1):

(4) „Wenn in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist, dann ist der Satz in Zeile 1 wahr in E."

Aber diese *formale* Regel der Abschwächung, die in der klassischen Logik gilt, ist aus *inhaltlichen* Gründen für die Umgangssprache problematisch, denn für *beliebige* sinnvolle Sätze „p" und „q" ist keineswegs immer auch ihre Verbindung als Implikation „$q \to p$" („wenn q, dann p") wieder ein *sinnvoller* Satz in der Umgangssprache (vgl. (iii) in 5.3.2).

Doch *hier* verdankt sich der Satz (4) nicht der *formalen* Abschwächungsregel als einer für die Umgangssprache inadäquaten *Konstruktionsregel* der klassischen Logik, sondern er muß aus *inhaltlichen* Gründen sinnvoll und sogar *wahr* in D_4 sein, *wenn man überhaupt von einer gelungenen Konstruktion der Lügner-Antinomie in 2 sprechen können will.* Denn die Konstruktion der Lügner-Antinomie in 2 besteht eben darin, daß dort bewiesen worden ist, daß der Satz in Zeile 1 wahr in E und falsch in E ist, d. h., daß er insbesondere wahr in E ist. Wenn also die Konstruktion der Lügner-Antinomie in 2 gelungen ist, dann ist der Satz in Zeile 1 wahr in E – und genau das sagt der Satz (4), folglich ist (4) *aus inhaltlichen Gründen* wahr.[39] Die Kontraposition von (4) lautet:

(5) „Wenn der Satz in Zeile 1 nicht wahr in E ist, dann ist in 2 nicht die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden."

[39] Man gewinnt (4) *hier* also *nicht* durch die problematische Abschwächungsregel – als eine *Konstruktionsregel* – aus (2), sondern fügt (4) als *neue Prämisse*, von deren Wahrheit man sich durch inhaltliche Überlegungen überzeugen kann (vgl. den obigen Text), in den Beweisgang ein (während man den Satz (4) in 5.3.1 *nur* durch die problematische Abschwächungsregel gewinnen, d. h. erzeugen kann). Ich habe die beiden Beweise formal gleich angeordnet, weil so der inhaltliche Unterschied besonders deutlich wird.

Da (4) sich als ein sinnvoller und sogar wahrer Satz erwiesen hat, muß auch (5) als seine Kontraposition ein sinnvoller und wahrer Satz sein. Aus (3) und (5) folgt mit dem modus ponens:

(6) „In 2 ist *nicht* die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.“

Die in diesem Beweis vorkommenden Sätze (1)–(6) müssen *alle* als sinnvolle Sätze in D_4 vorausgesetzt werden, wenn man überhaupt Tarskis Argumentation in D_4 nachvollziehen können soll. Es gibt hier keine problematischen Satzverbindungen wie (iii) „Wenn Honig nicht bitter schmeckt, dann ist die Zahl 3 nicht größer als die Zahl 5.“ (vgl. 5.3.2), sondern *nur Sätze, die von Tarski selbst als sinnvoll in D_4 unterstellt werden müssen, wenn seine Argumentation und Analyse der Lügner-Antinomie wahr in D_4 sein soll.*

Also ist der Beweis (1)–(6) ein gültiger Beweis in D_4 (im Rahmen der klassischen Logik[40]), und deshalb ist (6) wahr in D_4. Folglich ist der Satz

($\mathbf{o_d}$) „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.“,

in dem Tarski die Existenz der Lügner-Antinomie in E behaupten könnte, falsch in D_4, wie gerade bewiesen wurde, und zugleich wahr in D_4, wie sich oben in 2 zeigte.

Damit erweist sich Tarskis Argumentation, deren Ausgangspunkt eine verständliche Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in E ist, auch in D_4, einem Teil der als parakonsistent verstandenen Umgangssprache, als inkonsistent.[41]

6 Verständliche Bezugnahmen auf die Lügner-Antinomie

6.1 Der Ausgangspunkt aller hier angestellten Überlegungen ist Tarskis Konstruktion der Lügner-Antinomie in E (in 2). Dabei ist E im wesentlichen bestimmt durch die zwei folgenden Merkmale:

[40]In D_4 müssen die Regeln der klassischen Logik als *Interpretationsregeln* gültig sein, wenn in D_4 eine verständliche Bezugnahme auf die in 2 konstruierte Lügner-Antinomie in E möglich sein soll. Vgl. 4.6.

[41]Die Inkonsistenz der *Argumentation* in D_4 setzt also keineswegs die Inkonsistenz der *Sprache* D_4 voraus. Der Satz „Honig schmeckt bitter.“ wäre, wenn er ein Satz von D_4 wäre, immer noch nicht beweisbar in D_4.

(1) E ist eine semantisch geschlossene Sprache (und ein Teil des Englischen).

(2) In E gelten für die aussagenlogischen Verknüpfungen die Regeln der klassischen Logik.

Die zentrale Frage lautet:

> In welcher Sprache S kann man eine (i) *verständliche* und zugleich (ii) *konsistente* Bezugnahme auf die in 2 konstruierte Lügner-Antinomie formulieren?

Die bisher untersuchten Sprachen erfüllten höchstens eine der beiden genannten Bedingungen.

(a) E selbst ist als *semantisch geschlossene* Sprache inkonsistent, und deshalb kann es in E keine konsistente Bezugnahme auf die Antinomie geben.

(b) D_1 ist als eine Supersprache von E zwar nicht semantisch geschlossen, aber als *Übersetzungssprache von E* läßt auch D_1 die Lügner-Antinomie zu und ist genauso inkonsistent wie E. Deshalb kann es auch in D_1 keine konsistente Bezugnahme auf die Antinomie in E geben.

(c) D_2 ist eine *parakonsistente* Sprache, in der die aussagenlogischen Verknüpfungen nicht der klassischen Logik folgen. Deshalb kann der in E bewiesene Widerspruch „$p \wedge \neg p$" gar nicht angemessen durch den Satz „$q \mathbin{\&} {\sim}q$" in D_2 übersetzt werden und folglich nicht angemessen in D_2 verstanden werden. Zwar ist D_2 nicht inkonsistent, sondern parakonsistent, aber eine verständliche Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in E ist in D_2 nicht möglich.

(d) D_3 ist eine semantisch nicht geschlossene und konsistente Sprache, die *weder den Ausdruck „wahr in E" noch einen synonymen Ausdruck enthält.* Deshalb kann es in D_3 keine verständliche Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie geben.

(e) D_4 ist als Teil der deutschen *Umgangssprache* ebenfalls parakonsistent, aber in D_4 folgen die aussagenlogischen Verknüpfungen bei gegebenen sinnvollen Sätzen den Regeln der klassischen Logik.[42] In D_4 ist deshalb eine verständliche Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in E möglich, und außerdem ist D_4 keine inkonsistente Sprache. Aber die Bezugnahme selbst ist inkonsistent in D_4, weil der Satz ($\mathrm{o_d}$) „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden." zugleich wahr und falsch in D_4 ist.

6.2 Statt noch weiter einzelne Sprachen zu untersuchen, möchte ich nun versuchen, ganz allgemein nach den Bedingungen für eine *verständliche* und zugleich *konsistente* Bezugnahme in einer Sprache S auf die in 2 konstruierte Lügner-Antinomie in E zu fragen. Der Einfachheit wegen sei S eine Sprache, die deutsche Ausdrücke enthält, und deshalb sei der Name dieser Sprache „D_5".

Als Minimalbedingung für ein *Verständnis* dessen, was die Lügner-Antinomie in E ist, muß der folgende Satz in D_5 formuliert werden können und wahr in D_5 sein:

(A) Wenn in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist, dann gilt: Der Satz in Zeile 1 ist wahr in E, und der Satz in Zeile 1 ist nicht wahr in E.

Weil in E die klassische Logik gilt, müssen auch in dem sinnvollen Satz (A) die aussagenlogischen Verknüpfungen „wenn – dann", „und" und „nicht" im Sinne der klassischen Logik interpretiert werden. Dies folgt aus den Fällen (c) und (e) in 6.1 (vgl. 4.6 und 5.4).

Tarskis Begründung für den Sprachenwechsel schließt eine *Bezugnahme* auf die tatsächlich in 2 konstruierte Lügner-Antinomie ein, d. h., sie enthält die Behauptung, daß in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist. Also muß auch der folgende Satz wahr in D_5 sein:

(B) In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.

Weil (A) ein sinnvoller Satz in D_5 ist, muß auch der zweite Teilsatz in (A) ein sinnvoller Satz in D_5 sein:

---

[42] Die Regeln der klassischen Logik sind in D_4 also keine Regeln für die *Konstruktion* sinnvoller Sätze (dann würde nämlich das *ex falso (contradictione) quodlibet sequitur* gelten, und damit wäre D_4 wegen der Lügner-Antinomie inkonsistent), sondern nur Regeln zur Interpretation der aussagenlogischen Verknüpfungen bei gegebenen sinnvollen Sätzen in D_4 (vgl. Anm. 38, 39).

(C) Der Satz in Zeile 1 ist wahr in E, und der Satz in Zeile 1 ist nicht wahr in E.

Mit dem modus ponens folgt (C) aus (A) und (B).[43] Weil (A) und (B) wahr in D_5 sind und die Anwendung des modus ponens in diesem Fall trivial[44] ist, ist auch (C) wahr in D_5. Mit dem Nachweis, daß (C) wahr in D_5 ist, ist die Lügner-Antinomie auch in D_5 bewiesen.

Also läßt sich in einer Sprache bereits dann eine Lügner-Antinomie konstruieren, wenn in ihr die Minimalbedingungen für eine verständliche Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie in E erfüllt sind.

6.3 Diese Bedingungen reichen aus, um die Bezugnahme inkonsistent zu machen, wie man leicht im Anschluß an 5.4 zeigen kann. Nach 6.2 sind die folgenden Sätze wahr in D_5:

(A) Wenn in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist, dann gilt: Der Satz in Zeile 1 ist wahr in E, und der Satz in Zeile 1 ist nicht wahr in E.

(B) In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.

(C) Der Satz in Zeile 1 ist wahr in E, und der Satz in Zeile 1 ist nicht wahr in E.

Durch Konjunktionsbeseitigung erhält man aus (C):

(D) „Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist wahr in E.“,

(E) „Der in Zeile 1 gedruckte Satz ist nicht wahr in E.“

Durch Abschwächung des Nachsatzes in (A) erhält man:

(F) „Wenn in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist, dann ist der Satz in Zeile 1 wahr in E.“[45]

---

[43] Der modus ponens wird hier auf drei Sätze angewandt, die bereits als sinnvolle Sätze gegeben sind.

[44] Wenn man den Schluß von (A) und (B) auf (C) bestreiten wollte, könnte man fast genauso gut den folgenden Schluß bestreiten: Aus (a) „Wenn Peter ein Junggeselle ist, ist er unverheiratet.“ und (b) „Peter ist ein Junggeselle.“ folgt (c) „Peter ist unverheiratet.“.

[45] In 5.4 war die Anwendung der Abschwächungsregel (i), die den Übergang von „p“ zu „$q \to p$“ erlaubt, ein problematischer Punkt. Die hier angewandte Abschwächungsregel (ii), die den Übergang von „$p \to q \wedge r$“ zu „$p \to q$“ erlaubt, ist dagegen unproblematisch. Im Text von 5.4 ist bei der Begründung von (4) schon implizit die Regel (ii) angewendet worden, aber dort ist diese Regel noch nicht explizit formuliert worden. Deshalb kann man den Beweis in 6.3 als eine explizitere Variante des Beweises in 5.4 ansehen.

Die Kontraposition von (F) lautet:

(G) „Wenn der Satz in Zeile 1 nicht wahr in E ist, dann ist in 2 nicht die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden."

Aus (E) und (G) folgt mit dem modus ponens:

(H) „In 2 ist *nicht* die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden."

Obwohl D_5 selbst nicht inkonsistent sein muß, ist doch eine verständliche Bezugnahme in D_5 auf die Lügner-Antinomie in E inkonsistent. Weil D_5 nun eine Sprache ist, die nur durch Minimalbedingungen charakterisiert wurde, möchte ich allgemein behaupten:

> These: Jede verständliche Bezugnahme in einer beliebigen Sprache S auf die in 2 konstruierte Lügner-Antinomie in E ist inkonsistent.

Etwas anders formuliert:

> Wenn in einer Sprache S der deutsche Satz „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden." *verständlich* (bzw. angemessen übersetzbar) ist, dann ist dieser Satz zugleich *falsch* in S.

6.4 Fazit: Tarskis Grundlegung der Semantik beginnt mit der Aporie, daß es *keine Sprache S* von der Art gibt, daß auch nur Tarskis Behauptung, es sei in 2 eine Lügner-Antinomie in E konstruiert worden, *wahr und nur wahr in S* sein könnte. Sondern Tarskis Behauptung, es sei in 2 eine Lügner-Antinomie in E konstruiert worden, ist in *jeder* Sprache, in der sie überhaupt formuliert werden kann, *falsch*. Dasselbe gilt von Tarskis Analyse der Lügner-Antinomie und seiner Begründung, die er für die Aufspaltung der Sprachen in Objekt- und Metasprachen gibt.[46]

Anders gesagt: Nicht nur der Lügner lügt, sondern auch Tarski, der Analytiker des Lügners, hat angefangen die Unwahrheit zu sagen – ein Beispiel für eine fehlgeschlagene Therapie!

[46] Wenn Tarski z. B. in D_5 die Aufspaltung der Sprachen in Objekt- und Metasprachen damit begründet, daß sich nur so die Lügner-Antinomie vermeiden lasse, so kann man dem entgegnen: „Tarskis Behauptung: ‚Es ist in 2 eine Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.' ist *falsch* in D_5. Warum also sollte man die Aufspaltung der Sprachen vornehmen?" – Man kann diese Entgegnung nicht als Sophismus abtun mit den Worten: „Aber du siehst doch ganz klar, daß die Antinomie in 2 konstruiert worden ist, und folglich ist das auch *wahr und nur wahr*!" Denn Wahrheit ist nach Tarski *Wahrheit in einer Sprache*, in diesem Falle *Wahrheit in* D_5, und in D_5 ist der Satz „Es ist in 2 eine Lügner-Antinomie in E konstruiert worden." eben auch *falsch*.

7 Offene Fragen

7.1 Die Aporie, in die man mit Tarski gerät, halte ich für verwirrend, eine Lösung sehe ich zur Zeit nicht. Ich möchte abschließend einige naheliegende Lösungsvorschläge kurz erörtern und zeigen, daß sie nicht zum Ziel führen.

Man könnte die Aporie beiseite schieben, indem man darauf hinweist, daß die *Darstellung* der Aporie selbst einen *widersprüchlichen* Charakter habe: „Weil in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden ist, ist die Aussage ‚Es ist in 2 eine Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.' in jeder Sprache, in der sie formuliert bzw. in die sie übersetzt werden kann, falsch." Aus dieser Darstellung der Aporie folge ganz einfach, daß in 2 *nicht* die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden sei.

Das ist aber angesichts der in 2 erfolgten Konstruktion nicht akzeptabel, es sei denn, man weist tatsächlich einen Fehler in dieser Konstruktion nach. Wenn ein solcher Fehlernachweis möglich wäre, würde sich natürlich das hier behandelte Problem nicht stellen – der ganze Aufsatz würde einem fiktiven Problem gelten (allerdings sind auch fiktive Probleme manchmal reizvoll).

Doch historisch stellt sich die Situation anders dar: Man hat semantische Antinomien entdeckt, in deren Konstruktion sich kein offensichtlicher Fehler nachweisen ließ, und hat dann eine Möglichkeit zu finden geglaubt, sich so weit von den Antinomien zu dist anzieren, daß man sie zumindest vermeiden kann. Genau dies aber ist mein Thema in diesem Aufsatz: Kann man sich *nach* der Entdeckung der Lügner-Antinomie so weit von ihr distanzieren, daß man sie in Zukunft *begründet* vermeiden kann? Das heißt: Kann man die jeweils gewählte Vermeidungsstrategie *durch eine verständliche und konsistente Bezugnahme* auf die Konstruktion der Antinomie *begründen*? Man hat immer wieder so getan, als ob eine solche Begründung möglich wäre, oder hat das sogar behauptet (vgl. oben in 0.1 und 3.1 die Zitate von Tarski) – aber mir scheint, daß eine solche Begründung nicht möglich ist (daß sie zumindest Tarski nicht gelungen ist).

Man wird die Aporie nicht dadurch los, daß man auf den folgenden Widerspruch hinweist: Es sei nach meiner Darstellung sowohl wahr als auch falsch, daß in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden sei. Denn man wird genauso wenig die Lügner-Antinomie dadurch los, daß man auf ihren zentralen Widerspruch hinweist: Der Satz in Zeile 1 sei wahr in E, und er sei nicht wahr in E. Diese Widersprüche sind genau das *Problem* und nicht etwa dessen Lösung (es sei denn, man weist einen Fehler nach).

7.2 Man könnte die Lügner-Antinomie analog zu den *logischen Antinomien* behandeln: Die logischen Antinomien treten innerhalb bestimmter *Logikkalküle* auf, und sobald dort ein Widerspruch bewiesen ist, hat sich die Unbrauchbarkeit des jeweiligen Kalküls herausgestellt. Deshalb bricht man dann alle Beweise in dem Kalkül ab[47] und legt den Kalkül als unbrauchbar beiseite.

Der Kalkül ist bei dieser Betrachtung ein *Werkzeug*, das man wegwirft, sobald man seine Unbrauchbarkeit festgestellt hat. Aber: Zum Wegwerfen benötigt man seine *Hände*, und zur Feststellung der Unbrauchbarkeit benötigt man seine *Sprache*. Nachdem man das unbrauchbare Werkzeug weggeworfen hat, behält man seine Hände und seine Sprache, um nach einem besseren Werkzeug zu greifen und dann festzustellen: „Das ist brauchbar!" Die Distanz, die man zu einem Werkzeug haben kann, wird ermöglicht durch die Hände und die Sprache.

Was könnte Tarski aber eine vergleichbare Distanz zu der semantisch geschlossenen Sprache E verschaffen, die er aufgeben will? Tarski verfügt über keine Sprache, in der er das ‚Wegwerfen' von E konsistent begründen könnte. Außerdem ist die Sprache, in der er argumentiert, nichts, was er wegwerfen könnte, ohne die Möglichkeit des Argumentierens aufzugeben – wie denn, wenn nicht sprachlich, will er argumentieren?

Der Vergleich zwischen der Sprache, in der Tarski argumentiert, und einem Kalkül als einer Art Werkzeug ist daher irreführend. Passend wäre der Vergleich nur, wenn man als die entscheidende Tätigkeit das *Denken* und als dessen Werkzeug die *Sprache* sehen würde. Aber diese Sicht wäre von der Analytischen Philosophie her als ein Rückschritt vom linguistischen zum mentalistischen Paradigma in der Philosophie zu betrachten und daher inakzeptabel.

7.3 Auf einen wichtigen Punkt in 7.2 möchte ich noch einmal zurückkommen. Man könnte darin einen Ausweg sehen, daß man Beweise *abbrechen* kann: Sobald man die Kontradiktion (C) in D_5 bewiesen hat (vgl. 6.2), muß man alle Beweise in D_5 abbrechen.

[47] Durch dies *Abbrechen* (vgl. 7.3) entgeht man der Aporie, die sich für Tarskis Argumentation ergibt: Man bricht alle Beweise ab, statt noch weiter in dem Kalkül zu beweisen, daß kein Widerspruch in dem Kalkül bewiesen worden sei (das wäre die Analogie dazu, daß nach der in D_1 durchgeführten Rekonstruktion der Lügner-Antinomie in E auch noch in D_1 bewiesen wird, daß in E keine Lügner-Antinomie konstruiert worden sei).

Doch ist es für die Wahrheit bzw. die Falschheit eines Satzes „p“ in D_5 völlig unerheblich, ob ich meinen Beweis in D_5 abbreche, *bevor* ich „p“ und „$\neg p$“ bewiesen habe. Denn wenn die Regeln von D_5 dem Satz „p“ beide Wahrheitswerte *zuordnen*, dann tun sie das völlig unabhängig davon, ob ich schon *bewiesen* habe, daß „p“ wahr und zugleich falsch in D_5 ist. Der Abbruch meines Beweises ist zwecklos, denn „p“ *ist* gemäß den für D_5 konstitutiven Regeln wahr und falsch in D_5 – die Wahrheitswerte, die „p“ in D_5 *hat*, hängen nicht davon ab, ob ich sie bereits bewiesen oder zur Kenntnis genommen habe.

Selbst wenn man den Regeln für D_5 kein Eigenleben in einem platonischen Himmel zugesteht, sondern sie für menschliche Konstruktionen hält, gilt dies immer noch: Die Regeln von D_5 ordnen („an sich“) den Sätzen Wahrheitswerte zu, auch wenn noch niemand diese Wahrheitswerte bewiesen oder erkannt hat. Deshalb hätte der Satz

(B) „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.“

auch dann beide Wahrheitswerte in D_5, wenn niemand den Wahrheitswert ‚falsch in D_5‘ bewiesen hätte.

Der folgende Gedanke wäre absurd: Zwar sei „p“ wahr in D_5, weil die Wahrheit von „p“ erkannt worden sei, *bevor* man in D_5 einen Widerspruch bewiesen habe, aber „p“ sei nicht falsch in D_5, weil man nämlich die Falschheit von „p“ erst erkannt habe, *nachdem* man den Widerspruch bewiesen habe. Sind die Wahrheitswerte, die Sätze in D_5 haben, davon abhängig, *wann* sie erkannt werden?

7.3.1 Das gerade Gesagte würde für D_5 auch dann gelten, wenn D_5 eine inkonsistente Sprache wäre. Aber D_5 ist im Unterschied zu D_1 parakonsistent. In einer parakonsistenten Sprache aber kann die Entdeckung, daß ein Widerspruch bewiesen sei, erst recht kein Grund dafür sein, alle Beweise in dieser Sprache abzubrechen.

7.4 Man könnte in der Aporie einen Einwand gegen den *semantischen* Wahrheitsbegriff zugunsten eines *absoluten* (Fregeschen) Wahrheitsbegriffs sehen:

Wenn der Wahrheitsbegriff *vollständig* als semantischer Begriff, d. h. als zweistelliger (relativer) Begriff ‚X ist wahr in S‘, expliziert werden solle, so scheitere Tarskis Argumentation an der aufgezeigten Aporie, denn es gebe keine Sprache S, in der auch nur Tarskis Behauptung (B) *wahr und nur wahr* wäre.

Nehme man aber für Tarskis Argumentation einen anderen, nämlich einen *absoluten* (einstelligen) Wahrheitsbegriff in Anspruch, so ändere sich die Situation. Daß in 2 die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden sei, sei *an sich* wahr – für diese Wahrheit müsse es keine Sprache S geben, *in der* dies wahr sein könne. Wenn man diesen absoluten Wahrheitsbegriff für die Begründung der Semantik in Anspruch nehme, müsse man den Geltungsbereich der Semantik beschneiden: Der semantische Wahrheitsbegriff möge für gewisse Zwecke nützlich sein, aber er könne den Begriff der absoluten Wahrheit nicht explizieren und dann ersetzen. Sondern umgekehrt sei Tarskis Einführung des semantischen Wahrheitsbegriffs noch darauf angewiesen, daß es einen absoluten Wahrheitsbegriff gebe. Damit komme als grundlegender Wahrheitsbegriff nur der absolute (einstellige) und nicht der semantische (zweistellige) Wahrheitsbegriff in Frage.

Obwohl ich zunächst gewisse Sympathien für diesen Vorschlag hatte, glaube ich inzwischen nicht mehr, daß die Unterscheidung zwischen dem semantischen und dem absoluten Wahrheitsbegriff schon ausreicht, um mit der aporetischen Situation, in die Tarski geraten ist, fertig zu werden.

Denn der Beweis, der in 5.4 mit den Sätzen (1)–(6) formuliert wurde, läßt sich leicht umformen: Oben in 5.4 wurde von jedem der *Sätze* (1)–(6) gesagt, er sei *wahr in* D_4, aber man kann auch von jeder *Aussage*, die von diesen Sätzen in D_4 *gemacht* wird,[48] sagen, sie sei *wahr an sich* – und damit ist man in einer ähnlichen Aporie wie Tarski.

7.5 Die Lösung bzw. die Vermeidung der Lügner-Antinomie kann man nicht so begründen, wie Tarski es nach dem Vorbild von Russell getan hat – jedenfalls kann man das dann nicht, wenn man *Begründen* in der nach dem linguistic turn üblichen Weise versteht, nämlich als *eine durch und durch sprachlich verfaßte Tätigkeit* (in dieser Weise habe ich hier Tarskis Begründung für das Verlassen der semantisch geschlossenen Sprachen verstanden): Gründe sind *Sätze*, die in einer Sprache S *wahr und nur wahr* sind.

Nun könnte Tarski geirrt haben, vielleicht hat er einfach übersehen, daß es keine Sprache gibt, in der eine verständliche und zugleich konsistente Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie möglich ist. Mit der Anerkennung eines solchen Irrtums wäre m. E. aber das eigentliche Problem nur verdeckt.

Das eigentliche Problem besteht in Folgendem: Auch jetzt, wo wir erkannt haben, daß der Satz

(B) „In 2 ist die Lügner-Antinomie in E konstruiert worden.“

[48] oder: von jedem (Fregeschen) *Gedanken*, den diese Sätze in $D4$ ausdrücken,

wahr und zugleich falsch in D_4 bzw. D_5 ist, halten wir immer noch Tarskis Begründung für den Sprachenwechsel für vernünftig – *obwohl* wir wissen, daß diese Begründung von einer inkonsistenten Bezugnahme auf die Lügner-Antinomie ausgeht. Ein solches Verhalten wird aber nur durch die Annahme verständlich, daß wir die in 2 demonstrierte *Wahrheit* von (B) höher schätzen als die später nachgewiesene *Falschheit* von (B). Dann besteht Begründen aber nicht nur darin, daß man Sätze anführt, die man für wahr und nur wahr hält.

Wie paßt das zu der Vorstellung von rationalem Begründen, wie sie in der Analytischen Philosophie entwickelt worden ist?

Arianna Betti, Hans-Ulrich Hoche, Gert König, Helmut Pulte, Göran Sundholm, Uwe Scheffler, Armin Tatzel, Kai Wehmeier und den Teilnehmern des Logisch-sprachanalytischen Kolloquiums an der Ruhr-Universität Bochum danke ich für ihre Bemerkungen zu früheren Fassungen dieses Aufsatzes.

8 Literaturverzeichnis

[1] M. Bremer. *Wahre Widersprüche: Einführung in die parakonsistente Logik*. Sankt Augustin 1998.

[2] J. Bromand. *Philosophie der semantischen Paradoxien*. Paderborn 2001.

[3] F. v. Kutschera. *Die Antinomien der Logik*. Freiburg/München 1964.

[4] U. Pardey. *Zur Konstruktion einiger semantischer Antinomien*. Frankfurt/M. 1975.

[5] U. Pardey. *Identität, Existenz und Reflexivität*. Weinheim 1994.

[6] R. M. Sainsbury. *Paradoxien*. Stuttgart 1993.

[7] J. Sinnreich (Hrsg.). *Zur Philosophie der idealen Sprache*. München 1972.

[8] W. Stegmüller. *Das Wahrheitsproblem und die Idee der Semantik*. Wien 1957.

[9] A. Tarski. Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. *Studia Philosophica* 1 (1935), 261–405.

[10] A. Tarski. The Semantic Conception of Truth. *Philosophy and Phenomenological Research* 4 (1944). Deutsche Übersetzung in [7], 53–100.

[11] H. Wessel. Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande. In: *VIII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 17.–22.8.1987, Moskau – DDR-Beiträge* –. Berlin 1987, 123–132.

[12] H. Wessel. Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie. In: H. Wessel (Hrsg.), *Logische Philosophie*, Berlin 1988, 6–24.

Garantiert Widerspruchsfreiheit Existenz?

Volker Peckhaus
peckhaus@hrz.upb.de
Universität Paderborn, Kulturwissenschaftliche Fakultät, Fach Philosophie, Warburger Str. 100, D-33098 Paderborn

1 Einleitung

Mit der prägnanten Titelfrage „Garantiert Widerspruchsfreiheit Existenz?" ist der sogenannte formalistische Existenzbegriff angesprochen, der dem Göttinger Mathematiker David Hilbert und seinen Mitarbeitern zugeschrieben wird. Mit den vorsichtigen Formulierungen „sogenannt", „zugeschrieben wird" will ich natürlich einen gewissen Vorbehalt signalisieren. Ich will damit Distanz zu gängigen Kategorisierungen in der Philosophie der Mathematik ausdrücken, aber zugleich auch auf das begriffliche Problem hinweisen, daß Hilbert zwar die Titelfrage in wünschenswerter Deutlichkeit bejaht hat, damit aber, wie gezeigt werden soll, keinerlei ontologische Verpflichtungen eingeht. „Existenz" wird von Hilbert also eher in uneigentlichem Sinne verwendet. Unter „Formalismus" verstehe ich hier den deduktiven Aufbau mathematischer Satzsysteme auf Grundlage gesetzter einfacher Deduktionsanfänge (Definitionen, Axiome). Diese Satzsysteme haben lediglich den Bedingungen der Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit und Vollständigkeit zu genügen. Daß dabei der Widerspruchsfreiheit als Wahrheits- und Existenzkriterium eine herausgehobene Stellung zukommt, wird schon aus den folgenden klassischen Worten Hilberts in einem Brief an seinen Jenenser Kollegen Gottlob Frege von Ende Dezember 1899 deutlich: „Wenn sich die willkürlich gesetzten Axiome nicht einander widersprechen mit sämtlichen Folgen, so sind sie

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 111–127

wahr, so existieren die durch die Axiome definirten Dinge. Das ist für mich das Criterium der Wahrheit und Existenz.“[1]

Ich möchte diese Überlegungen zum Existenzbegriff in der Mathematik zum Ausgangspunkt einer *non-standard* Interpretation des Hilbertschen Formalismus nehmen, deren wesentliche Punkte wie folgt charakterisiert werden können:

1. Der Hilbertsche Formalismus ist keine philosophische Grundlagenposition. Er steht aus diesem Grunde nicht gleichberechtigt neben Logizismus und Intuitionismus, also den Richtungen, mit denen er dem gängigen Bild entsprechend die Trias der geläufigsten Positionen in der Philosophie der Mathematik bildet.

2. Der Hilbertsche Formalismus ist ontologisch und epistemisch neutral, damit aber auch in weiten Bereichen kompatibel zu intuitionistischen, logizistischen, phänomenologischen oder transzendentalphilosophischen Begründungsversuchen. Mit der Beweistheorie der Zwanziger Jahre hat Hilbert dann ein Grundlegungsprogramm entwickelt, das sich in seiner Präferenz für finite Methoden in großen Bereichen nicht wesentlich von intuitionistischen Ansätzen unterscheidet.

3. Der Hilbertsche Formalismus darf nicht isoliert betrachtet werden, sondern muß stets zusammen mit den sich wandelnden Überlegungen Hilberts zur Begründung der Mathematik verbunden werden. Der Formalismus Hilberts fällt also nicht mit seiner Philosophie der Mathematik zusammen. Er gibt ganz im Gegenteil eine methodische Anleitung für die Praxis des Mathematikers bei der Produktion von Mathematik.

Mir wird es im folgenden insbesondere um die ontologischen, eher „quasiontologischen“ Aspekte des Hilbertschen Formalismus gehen.

2 Hilberts „Formalismus“ und die Befreiung der Mathematik von der Philosophie

In dem erwähnten Brief Hilberts an Frege finden wir auch eine illustrative Metapher, die als kennzeichnend für das Wesen des Formalismus angesehen wird [7, S. 67]:

[1] Hilbert an Frege, datiert 29. Dezember 1899, [7, S. 66].

> Ja, es ist doch selbstverständlich eine jede Theorie nur ein Fachwerk oder Schema von Begriffen nebst ihren nothwendigen Beziehungen zu einander, und die Grundelemente können in beliebiger Weise gedacht werden. Wenn ich unter meinen Punkten irgendwelche Systeme von Dingen, z. B. das System: Liebe, Gesetz, Schornsteinfeger ..., denke und dann nur meine sämmtlichen Axiome als Beziehungen zwischen diesen Dingen annehme, so gelten meine Sätze, z. B. der Pythagoras auch von diesen Dingen. Mit andern Worten: eine jede Theorie kann stets auf unendliche viele Systeme von Dingen angewendet werden.

Der Formalismus wird hier als reine Strukturtheorie präsentiert, bei der es sehr fraglich ist, welchen Weltbezug die mathematischen Begriffe haben, von denen hier die Rede ist, wie sich also die mathematischen Objekte zu den Dingen der Welt verhalten. Fragen der Anschauung und der Referenz scheinen keine Rolle mehr zu spielen. Verständlich daher, was Bartel Leendert van der Waerden mit Bezug auf Hilberts axiomatische Darstellung der Euklidischen Geometrie in den „Grundlagen der Geometrie“[9] schrieb [21, S. 3]: “With Hilbert's stroke of genius all the epistemological difficulties connected to geometrical basic concepts and axioms at all times were at one blow done away.” Ähnlich äußerte sich auch Paul Bernays, der Architekt der Beweistheorie und philosophische Interpret von Hilberts grundlagentheoretischer Position, der den entscheidenden Schritt der Hilbertscher Axiomatik darin sah, daß sie ihre philosophischen Fesseln durchbrochen habe. Er schrieb 1922 [1, S. 94]: „Mathematik ließ sich nicht mehr die Methode und die Grenzen ihrer Forschung von der Philosophie vorschreiben, sondern nahm die Erörterung ihrer methodischen Probleme selbst in die Hand.“ Folgt man Bernays, so hatte sich das Verhältnis zwischen Mathematik und Philosophie sogar umgekehrt, hatte sich doch das mathematische Denken „als unentbehrliches Hilfsmittel für die theoretische Philosophie erwiesen“ (ebd.). Mathematik wäre damit zur besseren Philosophie geworden. Ich werde van der Waerden widersprechen, und ich halte auch Bernays Äußerung für eine eher propagandistisch motivierte Stellungnahme in einer damals erregt geführten Grundlagendebatte. Hilbertsche formalistische Mathematik war keineswegs frei von philosophischem Einfluß und erkenntnistheoretischen Komplikationen, und Hilbert wäre wohl der letzte gewesen, der dies nicht auch zugegeben hätte. Er war nämlich durchaus von der Notwendigkeit einer philosophischen Rechtfertigung der Mathematik in einem breiteren Sinne überzeugt. Hilbert präferierte dabei allerdings, anders als Kurt Gödel und die meisten Vertreter der aktuellen ontologischen Debatte in der Philosophie der Mathematik, eine anti-realistische Position.

Richtig ist jedoch, daß Grundlagenforschung im Rahmen des Hilbertschen Programms von der mathematischen Praxis dirigiert war. Problemstellungen ohne Praxisrelevanz, damit aber auch die meisten philosophischen Fragen, wurden ausgeblendet, dadurch aber natürlich nicht gelöst.

3 Widerspruchsfreiheit als Kriterium für Existenz

Die im Brief an Frege angesprochene Auffassung Hilberts, daß die Widerspruchsfreiheit ein Kriterium für die Existenz mathematischer Gegenstände sei, steht im Zusammenhang mit dem Problem Georg Cantors, ob die Totalität aller Alephs eine wohldefinierte („fertige“) Menge sei.[2] Solche „absolut unendlichen“ Vielheiten werden von Cantor *ad hoc* ausgeschlossen (er umgeht damit also die später mit „Cantorsche“ benannte Antinomie).

Obwohl Hilberts persönliche Antworten an Cantor nicht überliefert sind, ist aus seinen Veröffentlichungen klar zu ersehen, daß er sich gegen solche *ad hoc*-Lösungen wendete und alternativ eine Axiomatisierung der Mengenlehre vorschlug, mit der auch die Frage, ob solche „nicht-fertigen“ (später „inconsistenten“) Vielheiten existierten, beantwortet werden könnte. In dem Vortrag „Über den Zahlbegriff“ von 1900 [10], Hilberts erstem Beitrag zu den Grundlagen der Arithmetik, stellte er ein Axiomensystem für die Arithmetik auf und behauptete dann, daß der Beweis der Widerspruchsfreiheit der Axiome „nur einer geeigneten Modifikation bekannter Schlußmethoden“ bedürfe. Bei Gelingen würde der Beweis zugleich „die Existenz des Inbegriffs der reellen Zahlen“ zeigen. Hilbert betont [10, S. 184]:

> Die Bedenken, welche gegen die Existenz des Inbegriffs aller reellen Zahlen und unendlicher Mengen überhaupt geltend gemacht worden sind, verlieren bei der oben gekennzeichneten Auffassung jede Berechtigung: unter der Menge der reellen Zahlen haben wir uns hiernach nicht etwa die Gesamtheit aller möglichen Gesetze zu denken, nach denen die Elemente einer Fundamentalreihe fortschreiten können, sondern vielmehr – wie eben dargelegt ist – ein System von Dingen, deren gegenseitige Beziehungen durch

[2] Das Problem wurde z. B. in Cantors Brief an Hilbert vom 26. September 1897 diskutiert [5, S. 388–389].

> das obige *endliche und abgeschlossene* System von Axiomen [...] gegeben sind, und über welche neue Aussagen nur Gültigkeit haben, falls man sie mittelst einer endlichen Anzahl von logischen Schlüssen aus jenen Axiomen ableiten kann.

Hilbert behauptet nun, daß, wenn man in ähnlicher Weise den „Beweis für die Existenz eines Inbegriffs aller Mächtigkeiten", also aller Cantorschen Alephs, erbringen wollte, dieser Beweis mißlingen müsse: „in der Tat der Inbegriff aller Mächtigkeiten existirt nicht, oder — in der Ausdrucksweise G. *Cantor*'s — das System aller Mächtigkeiten ist eine nichtconsistente (nichtfertige) Menge" [10, S. 184].

Hilbert nimmt den Gegenstand in seiner berühmten Pariser Rede „Mathematische Probleme" wieder auf [11]. Im Kontext seiner Ausführungen zum zweiten Problem, dem Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Axiome der Arithmetik, führt er dieselben Beispiele aus der Cantorschen Mengenlehre und zum Kontinuumproblem an wie in dem früheren Vortrag. „Wenn man einem Begriffe Merkmale erteilt, die einander widersprechen, so sage ich: der Begriff existirt mathematisch nicht" (ebd., S. 265). „So sage ich": Von Existenz zu sprechen, ist also eine terminologische Entscheidung. Hilbert sagt dies ausdrücklich, wenn er betont, daß das System *aller* Mächtigkeiten oder Cantorscher Alephs, für welches kein konsistentes Axiomensystem aufgestellt werden kann, „daher nach meiner Bezeichnungsweise ein mathematisch nicht existirender Begriff ist" (ebd., S. 266).

4 Schöpfung Mathematischer Objekte

Wie entstehen nun die Objekte formalistischer Mathematik? Sie werden durch mentale Akte geschaffen. Dies geht aus den Worten hervor, mit denen Hilbert seine *Grundlagen der Geometrie* von 1899 eröffnet [9, § 1]:

> Wir denken drei verschiedene Systeme von Dingen: die Dinge des *ersten* Systems nennen wir *Punkte* und bezeichnen sie mit $A, B, C, \ldots$; die Dinge des *zweiten* Systems nennen wir *Gerade* und bezeichnen sie mit $a, b, c, \ldots$; die Dinge des dritten *dritten* Systems nennen wir *Ebenen* und bezeichnen sie mit $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ [...].
>
> Wir denken die Punkte, Geraden, Ebenen in gewissen gegenseitigen Beziehungen und bezeichnen diese Beziehungen durch Wor-

> te wie „*liegen*“, „*zwischen*“, „*parallel*“, „*kongruent*“, „*stetig*“; die genaue und für mathematische Zwecke vollständige Beschreibung dieser Beziehungen erfolgt durch die *Axiome der Geometrie*.

Hilberts Objekte sind Gedankendinge, kognitive Schöpfungen, die unabhängig von nicht-kognitiver Realität sind. Den von Kant entlehnten Terminus „Gedankending“ verwendet Hilbert explizit in dem 1905 veröffentlichten Vortrag „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik“ [12]. „Gegenstand unseres Denkens“, so schreibt er dort, „heiße ein *Gedankending* oder kurz ein *Ding* und werde durch ein Zeichen benannt.“ Hilbert vertritt hier eine idealistische Position, die allerdings alles andere als originell war in jener Zeit. Für Cantor z. B. werden Mengen denkend durch Zusammenfassung von Objekten gebildet, deren ontologischer Status unbestimmt bleibt (siehe [4, S. 282]). In *Was sind und was sollen die Zahlen?* hatte Richard Dedekind unter „Ding“ jeden Gegenstand des Denkens verstanden [6, S. 1], die Zahlen sind für ihn „freie Schöpfungen des menschlichen Geistes“. Sie dienen als Mittel, um die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer auffassen zu können (ebd., S. III). Giuseppe Veroneses *Fondamenti di Geometria* von 1891 müssen erwähnt werden, ein Buch, das Hilbert zumindest in seiner deutschen Übersetzung von 1894 bekannt gewesen sein wird [22, 23]. Veronese beginnt seine Liste der fundamentalen Prinzipien der Geometrie mit „penso“, „Ich denke“, womit die Fähigkeit zu denken und der Denkakt selbst gemeint sind.

4.1 Mathematische Freiheit

Welche Rolle spielt die Freiheit in diesen kreativen Prozessen? Dedekind sprach von freien Schöpfungen. Cantor sah das Wesen der Mathematik gerade in ihrer Freiheit [3]/[4, S. 182]: Bei der Ausbildung ihres Ideenmaterials muß sie „*einzig* und *allein* auf die *immanente* Realität ihrer Begriffe“ Rücksicht nehmen und hat daher keinerlei Verbindlichkeit, „sie auch nach ihrer *transienten* Realität zu prüfen“ (ebd., S. 182). Sie vermag sich daher „durchaus frei von allen metaphysischen Fesseln zu bewegen“ (ebd., S. 183). Und auch Hilbert sprach von dem schöpferischen Prinzip der Mathematik, „das uns im freiesten Gebrauch zu immer neuen Begriffsbildungen berechtigt mit der einzigen Beschränkung der Vermeidung eines Widerspruchs“ [12, S. 183].

Diese emphatischen Worte von Cantor, Dedekind und Hilbert enthalten einen gewissen Anteil von Ideologie. Ich bin davon überzeugt, daß Hilbert deutlich gesehen hat, daß es noch einige andere Restriktionen der mathematischen Freiheit gibt, nicht im Prinzip, aber doch faktisch. Er würde aber sicher nicht Kurt Gödels Kritik zugestimmt haben, der in seiner Gibbs Lecture von 1951 diese Ideologie der schöpferischen Freiheit auf der Grundlage seines begrifflichen Realismus, also seiner spezifischen Form des Platonismus, kritisierte. Gödel schrieb [8, S. 314]:

> the activity of the mathematician shows very little of the freedom a creator should enjoy. Even if, for example, the axioms about integers were a free invention, still it must be admitted that the mathematician, after he has imagined the first few properties of his objects, is at an end with his creative ability, and he is not in a position also to create a validity of the theorems at his will. If anything like creation exists at all in mathematics, then what any theorem does is exactly to restrict the freedom of creation. That, however, which restricts it must evidently exist independently of the creation.

Ich gestehe, daß ich die Evidenz, von der Gödel im seinem letzten Satz spricht, nicht erkennen kann. Sein Argument beruht auf einem Mißverständnis des Freiheitsbegriffs. Freiheit bedeutet nicht lediglich Unabhängigkeit von jedem Einfluß, also absolute Freiheit. Freiheit betrifft auch die Auswahl zwischen gegebenen Alternativen, also Wahlfreiheit. Beim Aufbau axiomatischer Systeme haben wir es mit Wahlfreiheit bei der Zusammenstellung der axiomatischen Basis zu tun. Sobald aber die Axiome einer Theorie ausgewählt und damit gesetzt sind, ist die Freiheit bei der Produktion von Mathematik auf Basis dieser Axiome natürlich sehr eingeschränkt. Wenn Gödel nun sagt, "even if, for example, the axioms about integers, were free inventions", so gesteht er ein freies Element bei der Aufstellung der Ausgangspunkte von Deduktionen zu. Dieses Zugeständnis reicht aus, um Mathematik als Resultat freier Schöpfungen zu charakterisieren.

Akzeptiert man die Annahme, daß die Auswahl der Ausgangssätze von Deduktionen nicht determiniert ist, gesteht man also zu, daß die Entscheidung für eine bestimmte von Menge von Basissätzen nicht mit Notwendigkeit aus der Betrachtung der Alternativen folgt, so wird mathematische Freiheit akzeptiert. Dies heißt aber noch nicht, daß die Wahl nicht in irgendeiner Weise beeinflußt sein könnte. Mehr noch, freie Wahlen unterliegen durchaus Restriktionen, da sie z. B. nach Hilberts Auffassung nicht gegen logische, metaphysische, und pragmatische Voraussetzungen verstoßen dürfen. Freie Wahlen sind eben nicht absolut frei.

Die Rolle der *logischen Voraussetzungen* im Hilbertschen Formalismus ist evident. Die kreative Kraft des Mathematikers ist durch die Notwendigkeit, Widersprüche zu vermeiden, eingeschränkt. In Hilberts Programm wurde die Konsistenz zum wesentlichen Kriterium für die Rechtfertigung axiomatischer Systeme, die Suche nach Widerspruchsfreiheitsbeweisen zur wesentlichen Aufgabe bei der Produktion von axiomatischen Systemen.

Es ist aber auch interessant zu sehen, daß mathematische Schöpfungen auch von Fragen betroffen sind, wie sie von der Kritischen Philosophie gestellt werden, in unserem Fall also z. B. von der Frage: „Was sind die Voraussetzungen für die Möglichkeit, mathematische Objekte zu schaffen?“ Diese Voraussetzungen ähneln den Postulaten Euklids, d. h. Annahmen, die notwendig sind, damit bestimmte Konstruktionen ausgeführt werden können. Sie sind natürlich außermathematisch, philosophisch. In seinen Vorlesungen aus dem Sommersemester 1905 über *Logische Principien des mathematischen Denkens* formulierte Hilbert ein solches philosophisches Postulat. Er nannte es „Axiom des Denkens“ oder „Axiom von der Existenz einer Intelligenz“, das „‚apriori‘ der Philosophen“, wie Hilbert es in einer Marginalie zur Mitschrift von Ernst Hellinger bezeichnet [13, S. 219]:

> Ich habe die Fähigkeit, *Dinge* zu denken und sie durch einfache Zeichen $(a, b, \ldots X, Y, \ldots)$ derart in vollkommen charakteristischer Weise zu bezeichnen, dass ich sie daran stets eindeutig wiedererkennen kann; mein Denken operiert mit diesen Dingen in dieser Bezeichnung in gewisser Weise nach bestimmten Gesetzen[,] und ich bin fähig, diese Gesetze durch Selbstbeobachtung zu erkennen und vollständig zu beschreiben.

Für Hilbert ist dieses Prinzip ein „Axiom“, obgleich es die Bedingungen für mathematische Operationen setzt und obwohl Hilbert behauptet, daß es material wahr ist und nicht lediglich allgemeingültig. In einer Marginalie zur Mitschrift der Vorlesung von Ernst Hellinger bezeichnet er es als „das ‚apriori‘ der Philosophen“. Dies zeigt, daß er die Verantwortung für die Rechtfertigung dieses Prinzips in die Hände der Philosophen legen wollte. Damit wies er aber auch der Philosophie eine wichtige Rolle im Zuge des Unternehmens einer Begründung der Mathematik zu.

Dieses Axiom von der Existenz einer Intelligenz, das als *metaphysische Einschränkung* bezeichnet werden könnte, dient als Basis für zwei weitere „Axiome des Denkens“ [13, S. 252]:

1. Es gibt ein Gedankending, das wir mit 1 bezeichnen. Haben wir für dieses Ding noch eine andere Bezeichnung a, schreiben wir $a \equiv 1$ und können a und 1 beliebig gegeneinander ersetzen.

2. Wir postulieren weiterhin die Fähigkeit, mit dem Ding 1 Kombinationen zu bilden, d. h., durch Nebeneinanderschreiben 11 ein neues Gedankending a zu erzeugen, das durch Kombination von 1 mit sich selbst zustandekommt: $(11 \equiv a)$.

Das erste dieser Axiome drückt eine Existenzbehauptung aus, die eine Vorbedingung für den Zählprozeß formuliert und damit für jedes finite Verfahren.

Ich möchte nun noch über *pragmatische Einschränkungen* freier Wahlen sprechen. Eine freie Wahl beim Aufbau eines axiomatischen Systems ist nicht determiniert, aber doch geleitet von den Zielsetzungen, die mit der Axiomatisierung einer gegebenen Theorie erreicht werden sollen. Eine solche Orientierung nenne ich eine „pragmatische Restriktion". Axiomatisierung ist kein Zweck an sich, zumindest nicht für Hilbert. Das axiomatische Verfahren beginnt inmitten der bestehenden, nicht-axiomatisierten Mathematik. Die Auswahl der zu axiomatisierenden Theorie wird von der aktuellen mathematischen Diskussion beeinflußt. Die Axiomatisierung einer Theorie kann daher als die Rekonstruktion eines Teils gegegebener Mathematik angesehen werden und ist daher auch nicht vollkommen frei von dieser gegebenen Mathematik. Ich möchte dies durch einige Zitate aus Hilberts Werk veranschaulichen.

Diese Interpretation wird schon durch den bereits anfangs zitierten Brief an Frege gestützt. Dort schrieb Hilbert über seine Motive, die Euklidische Geometrie zu axiomatisieren [7, S. 65]:

> Ich bin zu der Aufstellung meines Systems von Axiomen durch die Not gezwungen: ich wollte die Möglichkeit zum Verständnis derjenigen geometrischen Sätze geben, die ich für die wichtigsten Ergebnisse der geometrischen Forschungen halte: dass das Parallelenaxiom keine Folge der übrigen Axiome ist, ebenso das Archimedische etc.

Diese Ansicht kann ergänzt werden durch die Vorstellung, daß die axiomatische Methode als Hilfsmittel für die Entscheidung mathematischer Streitfragen dienen kann. Daß Hilbert dieser Meinung war, wird klar aus seinen Stellungsnahmen zu den Problemen der Cantorschen Mengenlehre. Dies wird aber auch ausgedrückt in Hilberts Vergleich der Produktion von Mathematik mit dem Bau eines Hauses. Ich möchte ein sehr illustratives Beispiel aus der Vorlesung von 1905 *Logische Principien des mathematischen Denkens* zitieren [14, S. 122]:

> Es ist in der Entwicklungsgeschichte der Wissenschaft wohl immer so gewesen, dass man ohne viele Scrupel eine Disciplin zu bearbeiten begann und soweit vordrang wie möglich, dass man dabei aber, oft erst nach langer Zeit, auf Schwierigkeiten stieß, durch die man gezwungen wurde, umzukehren und sich auf die Grundlagen der Disciplin zu besinnen. Das Gebäude der Wissenschaft wird nicht aufgerichtet wie ein Wohnhaus, wo zuerst die Grundmauern fest fundamentiert werden und man dann erst zum Auf- und Ausbau der Wohnräume schreitet; die Wissenschaft zieht es vor, sich möglichst schnell wohnliche Räume zu verschaffen, in denen sie schalten kann, und erst nachträglich, wenn es sich zeigt, dass hier und da die locker gefügten Fundamente den Ausbau der Wohnräume nicht zu tragen vermögen, geht sie daran, dieselben zu stützen und zu befestigen. Das ist kein Mangel, sondern die richtige und gesunde Entwicklung.

Betrachtet man diese Einschätzung wissenschaftlicher und damit auch mathematischer Praxis, so kann man sich nicht mehr wundern, daß Hilbert seine Begründungsbemühungen in dieser Praxis beginnt, ausgehend von allgemein anerkannten Sätzen des zu axiomatisierenden Bereiches. Er wählt seine Axiomkandidaten aus diesen Sätzen aus, getrieben von seiner Intuition als Mathematiker und aufgrund einer gewissen Trivialität, die diesen Axiomkandidaten anhängt. Die isolierten Axiomkandidaten werden nun daraufhin geprüft, ob sie den Bedingungen der Vollständigkeit, Unabhängigkeit und Widerspruchsfreiheit genügen. Das System ist natürlich offen für Modifikationen, die dann notwendig werden, wenn eine oder mehrere der Bedingungen nicht erfüllt sind. Hilberts frühes axiomatisches Programm, üblicherweise angesehen als der Prototyp des Formalismus, ist also kein universales Programm für eine umfassende Reformulierung der Mathematik, wie die spätere „Architektur der Mathematik“ von Bourbaki, der französischen Mathematikergruppe. In Hilberts axiomatischem Programm werden im Gegenteil die Grundlagen nur soweit festgelegt, wie dies für die mathematische Praxis notwendig ist. Der Grad grundlagentheoretischer Qualität hängt also vom jeweiligen Stand der mathematischen Forschung ab. Dies wird durch Hilberts Metapher ausgedrückt, daß die Aufgabe von Grundlegungsbemühungen in der Tieferlegung der Fundamente liege [15, S. 417]. Ein tiefergelegtes Fundament ist aber noch nicht notwendig das tiefste Fundament. Aus diesem Grunde spielt auch die Idee einer Letztbegründung in Hilbertschen Systemen keine Rolle.

5 Ontologie des Gedankendings

5.1 Ontologie als offene Frage

Bis jetzt habe ich über die Axiomatisierung und den kreativen Prozeß in der Mathematik gesprochen, ohne mich zum ontologischen oder erkenntnistheoretischen Status der Objekte zu äußern, die durch kognitive Akte in die Welt gesetzt werden. Haben diese Objekte, sobald sie geschaffen sind, eine von uns unabhängige Existenz? Natürlich müssen sie in irgendeiner Weise repräsentiert werden, z. B. unter Verwendung einer symbolischen Notation. Diese Symbole stehen dann für diese Gedankendinge. Die Gedankendinge selbst beziehen sich aber auf nichts, sie sind nicht-referentiell. Das Notationssystem ist notwendig, um den subjektiven Prozeß der Produktion von Mathematik objektiv zu machen, also anderen Mathematikern den Zugang zu diesen Konstruktionen zu eröffnen. Aber wieder wird ein kognitiver Akt benötigt, damit überhaupt verstanden wird, daß die Zeichen mathematische Objekte repräsentieren. Erst durch einen kognitiven Akt kann der rezipierende Mathematiker die Bedeutung der Symbole erschließen. Daher haben die kognitiven Schöpfungen keine vom Geist unabhängige Existenz.

Man könnte nun alles, was Gegenstand einer Untersuchung werden kann, als existierend ansehen. Aber selbst ein solch' naiver Zugang zur Existenz trifft nicht Hilberts Existenzbegriff. Es gibt vermeintliche Objekte, die nach Hilberts Ansicht keine Existenz haben, nämlich diejenigen Objekte, die grundlegenden Annahmen des axiomatischen Systems widersprechen. Und noch weiter: Offensichtlich ist es möglich, daß ein Objekt in einem axiomatischen System existiert, in einem anderen aber nicht. Für den mathematischen Zweck werden die ontologisch-metaphysischen Fragen also offengelassen. Sie werden in ihrer Bedeutung für das Mathematische im Unternehmen Erkenntnis und Wissenschaft zwar erkannt, für die mathematische Praxis aber, soweit dies möglich ist, ausgeblendet. Auch wenn die Irrelevanz philosophischer Aspekte für die aktual betriebene Mathematik gezeigt wäre, wären damit diese philosophischen Probleme aber noch lange nicht innerhalb der Mathematik gelöst worden. Dies sei gegen Bernays gesagt. Diese Probleme werden schlicht ausgeblendet. Für Hilbert waren es aber auch gar nicht Mathematiker, die sich mit diesen philosophischen Problemen herumschlagen sollten — Mathematiker sollten Sätze beweisen, Methoden entwickeln und Theorien aufbauen —, sondern Philosophen, die Hilbert im Rahmen seiner Versuche, die Weltgeltung Göttingens in der Mathematik auszubauen, förderte (vgl. [20, S. 196–224]).

5.2 Hypothetisch-deduktive Systeme

Wenn man die Frage offen läßt, ob mathematische Objekte irgendeine Existenz neben ihrer durch die Widerspruchsfreiheit garantierten schlichten Möglichkeit haben, oder ob mathematische Aussagen wahr sind in einem referentiellen Sinne, neben ihrer Korrektheit, wie sie durch Ableitung aus widerspruchsfreien Axiomen verbürgt ist, dann mag es sinnvoll sein, ihre Existenz oder Wahrheit schlicht anzunehmen, also so mit ihnen zu verfahren, als wäre ihre philosophische Rechtfertigung bereits gegeben. Dies betrifft besonders die Axiome selbst und die Objekte, die in den Axiomen genannt werden. Die Axiome können also als Hypothesen angesehen werden, ein axiomatisches System auf dieser Grundlage wäre ein hypothetisch-deduktives System.

Paul Bernays wurde der Theoretiker dieser Art von Erkenntnistheorie. Ich möchte aus dem Aufsatz „Die Philosophie der Mathematik und die Hilbertsche Beweistheorie" zitieren, der 1930 veröffentlicht wurde. Dort spricht Bernays von der neuen methodologischen Wende in der Axiomatik, die darin besteht, „daß für die Entwicklung einer axiomatischen Theorie der Erkenntnischarakter ihrer Axiome gleichgültig ist" [2, Neudruck S. 19]. Mathematik untersucht Strukturen, d. h. die logische Abhängigkeit zwischen Theoremen und Axiomen. Bernays fährt fort (ebd.):

> Für diese logische Abhängigkeit ist es aber gleichgültig, ob die vorangestellten Axiome wahre Sätze sind oder nicht, sie stellt einen rein hypothetischen Zusammenhang dar: wenn es sich so verhält, wie die Axiome aussagen, dann gelten die Lehrsätze.

Mathematische Deduktionen sind daher unabhängig von der Wahrheit der Ausgangssätze. Das letztere festzustellen, gehört nicht zu den Aufgaben des Mathematikers.

Ich möchte Sie daran erinnern, daß diese Zeilen auf dem Höhepunkt des Grundlagenstreits geschrieben wurden, zu einer Zeit, als Hilbert und Bernays ihr metamathematisches Programm ausarbeiteten. Die Metamathematik hat durchaus einen erkenntnistheoretischen Status, aber Metamathematik ist keine Mathematik. Bernays' Verdikt trifft also nur die eigentliche Mathematik.

5.3 Existentiale Formulierung einer Theorie

In dem Vortrag „Probleme der Grundlegung der Mathematik", den er 1928 auf dem Internationalen Mathematiker-Kongreß in Bologna gehalten hatte [16], gab Hilbert eine sehr selbstkritische Beurteilung des bis dahin verwirklichten axiomatischen Programms, wobei er sich insbesondere auf Ernst Zermelos Axiomatisierung der Mengenlehre bezog. „Freilich", sagte er [16, S. 3],

> eine endgültige Lösung der Grundlagenprobleme ist durch dieses axiomatische Verfahren niemals möglich. Denn die von Zermelo zugrunde gelegten Axiome enthalten echte inhaltliche Annahmen, und diese zu beweisen ist, wie ich glaube, gerade die Hauptaufgabe der Grundlagenforschung, — war doch schon damals die Widerspruchsfreiheit der arithmetischen Axiome zu beweisen eine brennende Frage geworden. Wenn wir aber inhaltliche Axiome als Ausgangspunkte und Grundlagen für die Beweise benutzen, so verliert die Mathematik damit den Charakter des absolut Sicheren. Mit der Annahme von Voraussetzungen kommen wir auf das Gebiet des Problematischen, — beruhen doch die Meinungsverschiedenheiten der Menschen meiste darauf, daß von verschiedenen Voraussetzungen ausgegangen wird. In einer Reihe von Vorträgen im Laufe der letzten Jahre habe ich daher einen neuen Weg zur Behandlung des Grundlagenproblems betreten. Mit dieser Neubegründung der Mathematik, die man füglich als eine Beweistheorie bezeichnen kann, glaube ich die Grundlagenfragen in der Mathematik als solche endgültig aus der Welt zu schaffen, indem ich jede mathematische Aussage zu einer konkret aufweisbaren Formel mache und dadurch den ganzen Fragenkomplex in die Domäne der reinen Mathematik versetze.

Es erscheint mir aus diesem Zitat klar hervorzugehen, daß Hilbert den hypothetischen Charakter des Formalismus überwinden will. Er will dies auf konstruktive Weise mit Hilfe der Beweistheorie tun. Damit verläßt er aber den Bereich der reinen Mathematik und formuliert ein philosophisches Programm. Die Befreiung der Mathematik von der Philosophie ist also nicht mehr als ein frommer Wunsch. Auch können die Hypothesen auf der Axiomebene offenbar nur dadurch vermieden werden, daß auf beweistheoretischer Ebene Hypothesen hinzugenommen werden. Solche beweistheoretischen Hypothesen sehe ich in den sehr starken Voraussetzungen, die im Rahmen der „existentialen Formulierung einer Theorie“ gemacht werden, wie sie z. B. in den *Grundlagen der Mathematik* von Hilbert und Bernays [19] formuliert wurden. Hilbert und Bernays heben dort die existentiale Form als charakteristisches Merkmal der axiomatischen Methode in der formalen Axiomatik hervor [19, S. 1]. „Existentiale Form“ heißt, daß die axiomatische Theorie mit einem System von Dingen zu tun hat, „welches einen von vornherein *abgegrenzten Bereich von Subjekten* für alle Prädikate bildet, aus denen sich die Aussagen der Theorie zusammensetzen“ (ebd., S. 2). Diese Voraussetzung einer Totalität des Individuenbereichs ist, so betonen Hilbert und Bernays, „eine idealisierende Annahme, die zu den durch die Axiome formulierten Annahmen hinzutritt“ (ebd.).

6 Schluß

Abschließend möchte ich noch einmal für meine Ausgangsbehauptung argumentieren, daß der Formalismus in Hinblick auf erkenntnistheoretische, ontologisch und grundlagentheoretische Fragen keine abgeschlossene philosophische Position ist. Ich habe gezeigt, daß in den quasi-formalistischen Positionen von Hilbert und Bernays die Philosophie an verschiedenen Punkten ihre Relevanz zeigt. Es ist wohl kaum zu rechtfertigen, wenn behauptet wird, daß erkenntnistheoretische und ontologische Probleme der Mathematik innerhalb der reinen Mathematik selbst gelöst werden könnten. Genau betrachtet werden diese Problem lediglich ausgeblendet, weil sie den arbeitenden Mathematiker nicht betreffen. Formalistische Mathematik ist allerdings epistemologisch und ontologisch neutral. Sie kann ergänzt werden durch verschiedene Grundlagenpositionen, etwa durch realistische Positionen wie den Fregeschen Logizismus oder anti-realistische wie Brouwers Intuitionismus, Hilberts eigene finitistische Metamathematik, Paul Lorenzens operative und konstruktive Mathematik, Nelsons transzendentalphilosophische Kritische Mathematik oder Oskar Beckers phänomenologische Rechtfertigung transfiniter Mathematik. Keine dieser Positionen hat sich durchgesetzt, alle haben ihren programmatischen Charakter beibehalten. Ich halte es bei dieser Sachlage für eine weise Entscheidung, den Formalismus erkenntnistheoretisch offen zu halten. Auch unbegründete Teile der Mathematik haben ihren Nutzen in erfolgreichen Anwendungen, und diesem Anwendungsproblem hätten sich alle restriktiven Grundlagenpositionen zu stellen.

7 Literaturverzeichnis

[1] P. Bernays. Die Bedeutung Hilberts für die Philosophie der Mathematik. *Die Naturwissenschaften* 31 (1922), 93–99.

[2] P. Bernays. Philosophie der Mathematik und die Hilbertsche Beweistheorie. *Blätter für Deutsche Philosophie* 4 (1930/31), 326–367. Neudruck in: Ders., *Abhandlungen zur Philosophie der Mathematik*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 17–62.

[3] G. Cantor. Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten [5th pt.]. *Mathematische Annalen* 21 (1883), 545–591. Wieder in [4], 165–204.

[4] G. Cantor. *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, nebst einem Lebenslauf Cantors von A. Fraenkel*. Hrsg. v. E. Zermelo, Springer, Berlin 1932. Neuausgabe: Olms, Hildesheim 1962; Springer, Berlin/Heidelberg/New York 1980.

[5] G. Cantor. *Briefe*. Hrsg. v. H. Meschkowski und W. Nilson, Springer, Berlin u. a. 1991.

[6] R. Dedekind. *Was sind und was sollen die Zahlen?* Braunschweig 1888, ^{2}1893, ^{3}1911, ^{8}1960.

[7] G. Frege. *Wissenschaftlicher Briefwechsel*. Hrsg. v. G. Gabriel et al., Felix Meiner, Hamburg 1976. (Frege, *Nachgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsel*, Bd. 1)

[8] K. Gödel. Some Basic Theorems on the Foundation of Mathematics and Their Implications. In: S. Feferman et al. (Hrsg.), *Collected Works*, Bd. III: *Unpublished Essays and Lectures*, Oxford University Press, New York/Oxford 1995, 304–323.

[9] D. Hilbert. Grundlagen der Geometrie. In: *Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauss-Weber-Denkmals in Göttingen*, hrsg. v. dem Fest-Comitee, B. G. Teubner, Leipzig 1899, 1–92. Aktuelle Ausgabe: [18].

[10] D. Hilbert. Über den Zahlbegriff. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 8 (1900), 180–184.

[11] D. Hilbert. Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongreß zu Paris 1900. *Nachrichten von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse aus dem Jahre 1900*, 253–297.

[12] D. Hilbert. Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik. In: A. Krazer (Hrsg.), *Verhandlungen des Dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*, Leipzig 1905, 174–185.

[13] D. Hilbert. *Logische Principien des mathematischen Denkens*. Vorlesung, Sommersemester 1905. Vorlesungsmitschrift von E. Hellinger (Bibliothek des Mathematischen Instituts der Universität Göttingen), 1905.

[14] D. Hilbert. *Logische Principien des mathematischen Denkens*. Vorlesung, Sommersemester 1905. Ausarbeitung von M. Born (Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Cod. Ms. D. Hilbert 558a), 1905.

[15] D. Hilbert. Axiomatisches Denken. *Mathematische Annalen* 78 (1918), 405–415. Wieder in: [17], 1–11.

[16] D. Hilbert. Probleme der Grundlegung der Mathematik. *Mathematische Annalen* 102 (1930), 1–9.

[17] D. Hilbert. *Hilbertiana. Fünf Aufsätze*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1964.

[18] D. Hilbert. *Grundlagen der Geometrie. Mit Supplementen von Paul Bernays*. Hrsrg. und mit Anhängen versehen v. M. Toepell, 14. Aufl., B. G. Teubner, Stuttgart/Leipzig 1999.

[19] D. Hilbert und P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik*. Bd. 1, Julius Springer, Berlin 1934.

[20] V. Peckhaus. *Hilbertprogramm und Kritische Philosophie. Das Göttinger Modell interdisziplinärer Zusammenarbeit zwischen Mathematik und*

Philosophie. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1990. (= *Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik*; 7).

[21] B. L. van der Waerden. Klassische und moderne Axiomatik. *Revue de mathématiques élémentaires* 22 (1967), 1–4.

[22] G. Veronese. *Fondamenti di geometria*. Padua 1891. Deutsche Übersetzung: [23].

[23] G. Veronese. *Grundzüge der Geometrie von mehreren Dimensionen und mehreren Arten gradliniger Einheiten in elementarer Form entwickelt. Mit Genehmigung des Verfassers nach einer neuen Bearbeitung des Originals*. [Übersetzung von A. Schepp], Leipzig 1894.

Wessel von der Logik

Richard Raatzsch
raatzsch@rz.uni-leipzig.de
Philosophisches Seminar, Universität Heidelberg, Schulgasse 6, 69117 Heidelberg

1 Realsozialistisches „wenn so“ und freiheitlich-demokratisches „wenn dann“

Ich bin dem Autor Horst Wessel zuerst begegnet, indem ich einem, wie man ihn nennen könnte, akademischen Wegweiser folgte: dem Rat meines Lehrers und späteren Freundes Peter Philipp. Er unterrichtete uns damals vier Stunden die Woche in Logik. Ernsthaftes Streben nach vollständiger Klarheit und das zugleich als eine Form von Genuss – das konnte man hier sehen, hören und fühlen. Wen das nicht ansteckte, der sollte wohl am besten gleich in der Philosophie alle Hoffnung fahren lassen.

Oder doch nicht? Immerhin war Logik nicht gerade das, was wir vom Studium der Philosophie erwarteten. – Was ist der Sinn des Lebens? Wo kommt die Ungerechtigkeit in der Welt her? Was ist eigentlich schön? – Diese Fragen interessierten uns schon viel eher. Einmal misstrauisch geworden, fiel einem natürlich auch sofort auf, dass einige der interessantesten Antworten auf die uns beschäftigenden Fragen von Leuten gegeben wurden, die keine Ahnung von Logik, geschweige denn von moderner Logik hatten. Beides führte zu der Frage: Was hat die Logik eigentlich mit Philosophie zu tun? – Ein braver Schüler geht mit einer solchen Frage zu seinem Lehrer. Meiner antwortete, indem er auf Horst Wessels 1976 erschienenes Buch *Logik und Philosophie* hinwies. Dort seien Antworten zu finden. So war es dann auch. Der Einfluss dieses Buches auf mich war genau so groß, wie er sein konnte, ohne mich

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 129–148

dazu zu bringen, der Richtung, oder besser: *genau* der Richtung zu folgen, in die das Buch weist.

Das Buch selbst war übrigens schon damals nur noch antiquarisch zu bekommen. (Wenn man Glück hatte; ich hatte keines.) Umso erfreulicher war dann die Neuausgabe von 1999. Ich empfahl das Buch meinem Kollegen Peter Heuer zur Lektüre und fragte ihn dann, ob er es nicht rezensieren wollte. Er wollte. In seiner Rezension heißt es unter anderem, dass der Herausgeber mit dem unveränderten Nachdruck:

> [...] auch die Neuauflage so mancher für die DDR-Philosophie typischen Grundauffassungen und Begriffsverwendungen in Kauf nahm. [...] Die weltanschaulichen Grundannahmen, die beim Leser als selbstverständlich vorausgesetzt werden, die geographischen und politischen Verhältnisse, auf die rekurriert wird, und nicht zuletzt die sprachlichen Eigentümlichkeiten geben ein Stimmungsbild vom (wissenschaftlichen) Leben in der DDR. Wessel folgert im Modus „wenn, so“ und nicht wie heute üblich *wenn, dann*; der Satz „Berlin ist die Hauptstadt der DDR und liegt an der Spree“ findet sich zur Illustration der Konjunktion, und um die Eigentümlichkeit der deutschen Sprache aufzuzeigen wird, wie nahe liegt, die russische und nicht die lateinische oder englische Sprache zum Vergleich herangezogen. [4, S. 216 f.]

Horst Wessel bedankte sich in einem Briefchen an Peter Heuer für die „freundliche Rezension“ und fügte dann hinzu:

> Von Ihren kritischen Bemerkungen hat mich am meisten beeindruckt, dass das „wenn so“ realsozialistisch, während das „wenn dann“ freiheitlich-demokratisch ist. [13]

Diese Art von Freundlichkeit ist denen, die Horst Wessel kennen, wohl vertraut. Er ist ja ziemlich gut in dieser Art von Freundlichkeit. – Ich möchte im folgenden meinem Kollegen beim Auslöffeln der Suppe helfen, die ich ihm eingebrockt habe, indem ich Freundlichkeit mit Freundlichkeit vergelte.

Natürlich ist die Freundlichkeit des Autors des Buches *Logik und Philosophie* nicht völlig unberechtigt. Für sich betrachtet, klingt die Bemerkung, Wessel folgere im Modus „wenn so“ und nicht wie heute üblich „wenn dann“ so, als gäbe es zwei Folgerungsmodi – etwa so, wie manche zwischen Deduktion und Induktion unterscheiden. Zwar macht der Kontext der Bemerkung des Rezensenten – vor allem der Verweis auf sprachliche Eigentümlichkeiten – klar, dass der Rezensent nicht die Ansicht vertritt, der Satz

Wenn es regnet, so wird die Straße nass.

unterscheide sich in seiner logischen Struktur von dem Satz

Wenn es regnet, dann wird die Straße nass.

Aber indem er von zwei *Modi* des Folgerns spricht, lädt der Rezensent doch zu einem Witz auf seine Kosten ein. Es kennzeichnet m.E. den *philosophischen* Kopf, dass er an dieser Art von Witz nicht vorbeikann. Denn der Witz, soweit er grammatischer Natur ist, ist ein Schritt über die Grenzen des Sinns. Und die Formel von der Bestimmung der Grenzen des Sinns ist gewiss nicht die untreffendste Charakterisierung der Aufgabe der Philosophie.

In diesem Fall entsteht der Witz zunächst durch die Vermischung zweier Kategorien, wie in Ryles Standardbeispiel

Sie kam in einer Sänfte und in einer Flut von Tränen.

Die Redeweise vom Folgern im „wenn, so“-Modus im Unterschied zum Folgern im „wenn, dann“-Modus könnte man geradezu dazu benutzen, den Unterschied zwischen, wie man sie nennen könnte, lexikographischen und logischen Begriffen zu erläutern. Lexikographisch betrachtet, unterscheiden sich unsere Sätze über den Regen, der die Straße nass macht, logisch dagegen gerade nicht. – Diese Zusammenhänge werden gewöhnlich in den Anfangskapiteln von Logiklehrbüchern behandelt, gewissermaßen in den Einführungen der Einführungen in die Logik.

2 Spannungen in der Wesselschen Logikauffassung

2.1 Der Gegenstand der Logik

So auch in Horst Wessels Einführungsbuch *Logik*. Dort lesen wir als ersten Satz des ersten Paragraphen des ersten Kapitels:

> Die Logik untersucht Termini, Sätze und logische Operatoren unter bestimmten Aspekten. ([12, S. 13]; siehe auch das erste Kapitel von [10].)

Und darauf folgt sofort der Satz, der den ersten Abschnitt des Buches vollständig macht:

> Termini, Sätze und logische Operatoren sind vom Menschen für bestimmte Zwecke geschaffene sprachliche Gebilde, die wahrnehmbar und in bestimmter Weise in Raum und Zeit angeordnet sind. (ebd.)

„Aristoteles“, „Tisch“ und „durch 3 teilbar“ sind Beispiele für *Termini*; *Aussagen* sind Sätze, in denen etwas behauptet oder verneint wird; *logische Operatoren* sind u. a. „ist“, „und“, „nicht“ und eben auch „wenn . . . , so . . . “. Logische Operatoren sind *keine* Termini. Das ist nicht Idiosynkrasie, sondern Terminologie. Auch diejenigen Logiker, die von *logischen Termini* reden, bestreiten wohl nicht, dass ein logisch relevanter Unterschied zwischen den Ausdrücken „Aristoteles“ und „wenn . . . , so . . . “ besteht. (Siehe z. B.: [9, S. 25 ff.]) – Zu sagen, dass hier ein Unterschied besteht, ist natürlich eine andere Sache als anzugeben, was diesen Unterschied ausmacht.

Für Wessel sind logische Operatoren ebenso wie Termini „Wörter, Wortgruppen oder andere sprachliche Mittel“ [12, S. 13]. So erscheinen der Begriff „Wort/Wortgruppe/sprachliches Mittel oder Zeichen“ als *Oberbegriff* und die Begriffe „Termini“ und „logischer Operator“ als *Unterbegriffe.* Um mit einem derartigen begrifflichen Aufbau etwas anfangen zu können, brauchen wir ein Kriterium für „Wort, Wortgruppe . . . “. Dieses Kriterium muss *unabhängig* von den Kriterien für Termini und logische Operatoren sein. Hierin scheint kein Problem zu liegen. Selbst Leute, die noch nie etwas von Logik gehört haben, unterscheiden zwischen verschiedenen Wörtern und Wortgruppen und können gewöhnlich auch die Kriterien angeben, denen sie hierbei folgen: das Laut- oder Schriftbild, die Zugehörigkeit zu einer Nationalsprache u. a. m.

Nach diesem alltäglichen Verständnis des Ausdrucks „Wortgruppe“ ist die Wortgruppe „wenn . . . , so . . . “ genau so *verschieden* von der Wortgruppe „wenn . . . , dann . . . “, wie sie verschieden ist von den Wortgruppen „der Lehrer Alexanders des Großen“ und „heiliger Bimbam“. Die Eigenschaft, logische Operatoren zu sein, kommt den ersten beiden Wortgruppen also nicht *qua Wortgruppen* zu; ebenso wenig wie die Eigenschaft der Wortgruppe „der Lehrer Alexanders des Großen“, ein Terminus zu sein. (Wir können dabei ruhig offen lassen, wie es hierbei um die Wortgruppe „heiliger Bimbam“ steht.)

Welches der üblichen Kriterien für „Wortgruppe“ wir nun immer nehmen – die Lautgestalt, das Schriftbild, die Zugehörigkeit zu einer Nationalsprache oder was auch immer –, es handelt sich um Kriterien, deren Erfülltsein wir *wahrnehmen* können. Wenn nun aber, wie schon oben zitiert, „Termini, Sätze und logische Operatoren [...] vom Menschen für bestimmte Zwecke geschaffene sprachliche Gebilde [sind], die wahrnehmbar und in bestimmter Weise in Raum und Zeit angeordnet sind“, dann, scheint es, muss es *neben* den wahrnehmbaren lautlichen oder gestaltlichen Eigenschaften der Wörter und Wortgruppen auch noch gewissermaßen wahrnehmbare logische Eigenschaften geben. Folgendes klingt zunächst wie eine Bestätigung dieser These:

> Die Logik führt – wie jede andere Wissenschaft – bei der Untersuchung ihres Gegenstandes Abstraktionen und Verallgemeinerungen durch, d. h., sie betrachtet nicht alle Eigenschaften spezieller Termini und Aussagen, sondern wählt nur bestimmte ihrer Eigenschaften (oder Seiten) aus und macht sie zu ihrem Gegenstand. [12, S. 14]

Die Mechanik, können wir sagen, untersucht das Verhalten von Körpern. Dabei interessiert sie sich nicht für alle Eigenschaften von Körpern. Welche Farbe sie haben, ist für die Mechanik gewöhnlich egal. Auf das Material kommt es ebenfalls nicht an, sondern nur darauf, ob dieses dafür sorgt, dass es sich um einen starren oder um einen nichtstarren Körper handelt. – Hier haben wir ein Beispiel, in dem die Rede vom Interesse für und Absehen von Eigenschaften einen klaren und bestimmten Sinn hat. Übertragen wir dies auf den uns interessierenden Fall, stellt sich die Frage: *Welche* Eigenschaften oder Seiten sprachlicher Ausdrücke betrachtet die Logik?

Natürlich gibt es neben den lautlichen und gestaltlichen weitere wahrnehmbare Eigenschaften sprachlicher Zeichen. Schriftzeichen haben zum Beispiel gewöhnlich eine Farbe, Lautzeichen haben Tempo und Lautstärke. Aber diese Eigenschaften legen die Identität eines Wortes nicht so fest, wie dies Laut- oder Schriftbild tun. Trotzdem werden wir nichts davon „logische Eigenschaften“ nennen. Das liegt nun nicht daran, dass sogar

> [...] in relativ einfachen Fällen [...] eine gewisse Gewohnheit erforderlich [ist], um den logischen Aufbau eines gegebenen sprachlichen Textes zu ermitteln. [12, S. 15]

Denn das gilt auch für phonetische oder schulgrammatische Untersuchungen. Die Schwierigkeiten betreffen einen ganz anderen Punkt, nämlich die Frage, ob es wahrnehmbare logische Eigenschaften überhaupt gibt. Es scheint, es gibt sie nicht. Ja, in gewissem Sinne *kann* es gar keine solchen wahrnehmbaren logischen Eigenschaften geben. Denn da ist zunächst einmal die Tatsache, dass ein und derselbe sprachliche Ausdruck ganz verschiedene logische Rollen spielen kann. Diese Tatsache kann man mit der These von der Wahrnehmbarkeit logischer Eigenschaften, die dafür sorgen, dass ein Wort oder eine Wortgruppe z. B. ein logischer Operator und kein Terminus ist, noch dadurch in Übereinstimmung bringen, dass man strukturelle Gesichtspunkte einbezieht. Ein Wort (eine Wortgruppe) ist dann ein logischer Operator, wenn es die und die logischen Eigenschaften hat, die an der Struktur des Satzes abzulesen sind, in dem es vorkommt. Aber nun wird, wie wir alle wissen,

> [...] zur Feststellung der logischen Struktur eines Satzes eine ganze Reihe von Operationen vorgenommen, die von der Aufgliederung des Satzes in seine logischen Bestandteile in einzelnen Fällen bis zur Einführung eines besonderen logischen Operators führt, der in dem betrachteten Satz gar nicht durch Worte ausgedrückt ist. [12, S. 15]

Zu sagen, man wolle die lautlichen Eigenschaften eines sprachlichen Ausdrucks untersuchen, der sprachlich gar nicht ausgedrückt ist, ist offenkundiger Unsinn. Es ist aber, wie wir wissen, keineswegs Unsinn, zu sagen, in einem Satz sei ein logischer Operator vorhanden, der in diesem Satz keinen sprachlichen Ausdruck hat. Nur, was soll es dann heißen, dass „Termini, Sätze und logische Operatoren [...] vom Menschen für bestimmte Zwecke geschaffene sprachliche Gebilde [sind], die wahrnehmbar und in bestimmter Weise in Raum und Zeit angeordnet sind" und von der Logik „unter bestimmten Aspekten" untersucht werden? Wie kann etwas, dass in einem „betrachteten Satz gar nicht durch Worte ausgedrückt ist", „wahrnehmbar und in bestimmter Weise in Raum und Zeit angeordnet" sein? – Hier besteht eine offensichtliche Spannung.

2.2 Die Allgemeinheit des Logischen

Mir scheint, diese Spannung wird in den weiteren Ausführungen der ersten beiden Kapitels des Buches nicht aufgelöst, sondern zieht sich durch sie hindurch; und zwar entgegen dem Anschein.

Der Anschein entsteht dadurch, dass einige der Fragen, die wir hier aufgeworfen haben, in diesen Kapiteln noch zur Sprache kommen. So steht gleich der 3. Paragraph des ersten Kapitels unter der Frage, welche „Eigenschaften Termini und Aussagen verbleiben“, wenn „wir von den Besonderheiten konkreter Sprachen generell abstrahieren“. Bereits die Frage suggeriert, es gäbe neben den Besonderheiten noch etwas anderes, so dass, wenn man von den Besonderheiten absieht, dieses Etwas übrig bliebe. Aber *was* hätte denn übrigbleiben können, wenn die logische Untersuchung der Sprache etwa vor dem Turmbau zu Babel stattgefunden hätte? Wenn es nur eine Sprache gibt, was bleibt dann, wenn man von ihrer Besonderheit absieht? Und gewiss hatte diese Sprache doch logische Eigenschaften.

Nun, wenn es stimmt, dass

> [I]n der Logik [...] solche Eigenschaften von Termini und Aussagen betrachtet [werden], die mit „Bedeutung eines Terminus“, „Sinn einer Aussage“, „Wahrheitswert einer Aussage“, „wahr“, „falsch“ usw., bezeichnet werden,

und wenn es stimmt, dass die

> Logik [...] nicht die Bedeutung dieser oder jener Termini [...] [klärt] und [...] nicht die Wahrheitswerte dieser oder jener Aussagen fest[stellt] [...],

sondern nur beachtet,

> dass Termini und Aussagen diese Eigenschaften besitzen, und [...] für sie Regeln ausschließlich nach diesen Eigenschaften auf[stellt] [12, S. 16],

dann werden wir sagen müssen, dass es auf das Absehen von den Besonderheiten konkreter Sprachen gar nicht ankommen *kann*, da wir auch dann Logik treiben könnten, wenn es nur eine Sprache gäbe. Denn „von den Besonderheiten von X absehen“ heißt, von dem abzusehen, was für X, aber nicht für Y gilt. Wenn es aber nur X gibt, können wir auch nicht von seinen Besonderheiten absehen, ohne von X überhaupt abzusehen. Im ersten Fall – in dem wir *nicht* von den Besonderheiten von X absehen –, kämen wir gar nicht erst zum Logischen von X. Im zweiten Fall – in dem wir von der Besonderheit von X absehen –, haben wir nichts mehr, was wir logisch untersuchen könnten.

Konstruktiv gewendet heißt das: Wir dürfen die Redeweise vom Absehen von den Besonderheiten einer konkreten Sprache nicht so verstehen, wie sie dastehen. Wie dann? Es scheint, es bleibt nur die bereits oben behandelte Möglichkeit, das Logische als etwas *neben* dem Nichtlogischen Stehendes aufzufassen. Aber warum soll sich dann das Logische nicht auch von Sprache zu Sprache unterscheiden können? Warum sollte es dann nicht auch ein realsozialistisches „wenn so" *neben* einem freiheitlich-demokratischen „wenn dann" geben können?

Antwort: Weil das *Unsinn* ist. Das heißt, falls „wenn so" und „wenn dann" tatsächlich verschiedene logische Operatoren sind, dann nicht deshalb, weil dieses dort und jenes da verwendet werden – kurz, nicht wegen ihrer wahrnehmbaren raumzeitlichen Verschiedenheit. Allgemein gesprochen:

> Es gibt keine spezielle Logik für Deutsche, Engländer, Russen usw. [12, S. 30]

Und es gab natürlich auch keine besondere Logik für Realsozialisten und freiheitliche Demokraten. Sondern ...

> [...] die Logik findet, was sie sucht: Regeln, die unabhängig von der Form der Sprache und von dem Gegenstandsbereich sind, für den die Sprache ausgearbeitet wird. Auf Grund der Orientierung der Logik und der von ihr verwendeten Methoden sind also die von ihr formulierten Regeln universal. [12, S. 30]

Wenn das so stimmt, kann dies mehr als eine Gnade des bisherigen Schicksals sein, *wenn* die Logik die Sprache untersucht und *wenn* die Sprache ein raumzeitliches, also kontingentes Phänomen ist? Anders gefragt: Müssen wir nicht eigentlich damit rechnen, jeden Augenblick etwas zu *entdecken*, das zeigt, dass die Logik *nicht* allgemein ist?

2.3 Die Natur der Logik: Erfinden statt Entdecken

Wieder lautet die Antwort: „Nein, denn das ist Unsinn." Dass die Rede von einem realsozialistischen und einem freiheitlich-demokratischen Folgerungsmodus Unsinn ist, ist, gewissermaßen, unser *Urphänomen*. Von ihm gehen wir aus; zu ihm kehren wir immer wieder zurück. Das heißt, dass alles, was ihm widerspricht, fallengelassen oder revidiert werden muss. So auch die Furcht vor der Entdeckung, die Logik sei doch nichts Allgemeines. *Das* kann sich vielmehr *nicht* herausstellen. Sondern die Allgemeinheit der Logik steht jetzt schon, sozusagen *a priori*, fest. Nur: Welches Bild müssen wir uns dann von dieser Allgemeinheit der Logik machen, wenn es weder das Bild von bestimmten wahrnehmbaren Eigenschaften oder Seiten der Sprachen neben anderen wahrnehmbaren Eigenschaften und Seiten noch das Bild von etwas Allgemeinem neben dem Besonderen sein kann?

Folgendes Bild bietet sich an: „Die Logik ist eine Menge von *Definitionen*.“ Wenn die Logik überhaupt erst definiert, was eine Folgerung ist, dann sind auch alle sprachlichen *Tatsachen* irrelevant. Also auch alle Entdeckungen. – Allerdings rückt dieses Bild die Verbindung zwischen der Logik und der tatsächlichen Sprache ins Dunkel. Man kann nicht zugleich sagen, die Logik untersuche die Sprache, bestehe aber nur aus Definitionen.

So lange wir die Logik als eine Untersuchung der tatsächlichen Sprache(n) betrachten, wird die *Art der Untersuchung* zu einem Rätsel. Betrachten wir dagegen die Logik als eine (komplexe) Definition, wird die *Beziehung zwischen der Logik und der Sprache* mysteriös. Aus diesem Dilemma scheint nun folgende Idee einen Ausweg zu bieten:

> Logische Regeln werden von den Menschen nicht in der uns umgebenden Welt, ähnlich wie die Gesetze der Physik, der Biologie usw. entdeckt, sondern werden von ihnen zusammen mit der Herausbildung und Vervollkommnung der Gewohnheiten beim Aufbau von Termini und Aussagen und beim Operieren mit ihnen erfunden. [12, S. 20]

Was hier „logische Regeln“ genannt wird, wird an anderer Stelle auch „logische Gesetze“ genannt (siehe etwa: [12, S. 18]). Wir haben also nicht *einerseits* logische Regeln, die man erfindet, und *andererseits* logische Gesetze, die man entdeckt. Sondern wir haben es nur mit *einer* Sache zu tun, und die wird erfunden. Das ist deshalb ausdrücklich zu betonen, weil es etablierte Verwendungsweisen der Ausdrücke „Regel“ und „Gesetz“ gibt derart, dass Regeln Erfundenes und Gesetze Entdecktes sind. Verkehrsregeln werden erfunden; Gesetze der Staubildung auf Autobahnen werden entdeckt. Trotzdem hängen so verstandene Regeln und Gesetze zusammen. Kenntnis der Gesetze der Staubildung schlägt sich gewöhnlich im Erfinden neuer Verkehrsregeln nieder. Das Erfinden solcher Regeln ist zwar kein Entdecken, hat aber dennoch mit Entdeckungen zu tun. Es scheint, dass genau diese Konzeption vom

Logischen als etwas Erfundenem unsere Probleme lösen könnte. Denn durch die Beziehung zum Entdecken hat das Erfinden auch eine Beziehung zu den Tatsachen. Da es aber zugleich selbst nichts Entdecktes, sondern eben etwas Erfundenes ist, ist es nichts, was sich mit den Tatsachen ändern *müsste*. Es *kann* bleiben, wie es ist. Dann ist es zwar nicht mehr so nützlich, aber es hört dadurch nicht auf, eine Erfindung zu sein. Erfinden steht also gewissermaßen zwischen Entdecken und Definieren.

Mir scheint, dass dies tatsächlich die Lösung ist, dass es aber sehr schwer ist, sie so auszudrücken, dass sie zu keinen weiteren Bedenken Anlass gibt. Und unsere bisherige Schilderung gibt Anlass zu Bedenken. Sie wirft zwei Fragen auf, eine methodologische und eine prinzipielle.

Erfinden mit Hilfe der logischen Intuition

Nehmen wir die methodologische Frage zuerst. Sie lautet: Wie genau muss man sich das Erfinden des Logischen vorstellen, damit es weder ein rein willkürliches und konventionalistisches Definieren ist, noch ein quasi-physikalisches Entdecken? Hier bietet sich der Begriff der *(logischen) Intuition* als Schlüssel zu einer Antwort an.

Sinowjew und Wessel nehmen das Angebot an. Allerdings nicht in den Einführungskapiteln, sondern erst später; und auch nicht in ausdrücklich allgemeiner Form, sondern in Hinsicht auf ein bestimmtes Beispiel. (Wie Horst Wessel in der Diskussion zu Recht betont hat. Aber mir scheint, in Wessels Logik finden wir entweder keinen Lösungsversuch für dieses Problem oder wir nehmen das Folgende als Muster für etwas Allgemeines.) Im Kapitel „Allgemeine Theorie der logischen Folgebeziehung“ des Buches *Logische Sprachregeln* wird im „§5. Definition der logischen Operatoren“ zunächst noch einmal betont, dass die Regeln der logischen Folgebeziehung nicht „in der uns umgebenden Welt“ entdeckt werden, sondern dass sie „von den Menschen zusammen mit Aussagen einer bestimmten Struktur und den in diesen Aussagen enthaltenen logischen Operatoren (spontan, R.R.) erfunden“ werden [10, S. 215]. Dann wird darauf hingewiesen, dass „die Festlegung der Eigenschaften logischer Operatoren in der Geschichte der Menschheit und in der Wissenschaft der Logik“ *unterschieden* werden müssen. Logiker „beschreiben nicht einfach den historisch entstandenen Zustand der Sprache, sondern sie vervollkommnen das vorhandene Material und schlagen etwas Neues vor“ (ebd.). Es gibt also *zwei* Erfindungen: eine von gewöhnlichen Leuten oder Laien ausgehende und eine von Spezialisten betriebene. (Laien gibt es, genau genommen, natürlich erst dann, wenn es Spezialisten gibt – und *vice versa.*) Aber wie kommt es, dass es sich in beiden Fällen um die Erfindung von etwas *Logischem* handelt? Nun, zwischen beiden Erfindungen gibt es Abhängigkeiten. Die Erfindungen des Spezialisten sind nicht unabhängig von denen der Laien. Die Laien liefern, wie zitiert, das Material, mit dem der Spezialist arbeitet. Dieses Material ist die (logische) Intuition. Die Aufgabe des Spezialisten ist die „Explikation der Intuition".

Was ist das nun, die logische Intuition? Nach Sinowjew und Wessel, ist die Menge der Intuitionen ein

> endliches System von Behauptungen der Form $A \vdash B$. Dieses System muss für ein sinnvolles Operieren mit den logischen Operatoren für deren wichtigste Fälle ausreichend sein. Es bildet die intuitive Grundlage für die allgemeine Theorie der logischen Folgebeziehung und ist eine Fixierung der intuitiven Auffassung der logischen Folgebeziehung. [10, S. 216]

In einer logischen Theorie der Folgebeziehung dürfen dann u. a. nur solche Regeln ableitbar sein, „die unter dem Gesichtspunkt der gewählten intuitiven Auffassung der Folgebeziehung nicht paradox sind." (LS 217) Logische Paradoxien gehen also nicht auf Fehler der Logiker beim Beschreiben einer „naturgegebene(n) Form der Folgebeziehung" zurück, sondern darauf, dass sich der Logiker als Erfinder zu weit von seinen intuitiven Grundlagen entfernt hat.

Diese Konzeption wirft jedoch zwei Fragen auf:

1′ Woher wissen wir, dass der Logiker wirklich das expliziert, was implizit ist – und nicht etwas *Anderes* oder (schlimmer noch?) *gar nichts.*

Wie immer die Antwort hierauf lauten mag, sie zieht die nächste Frage nach sich:

2′ Wo gehört die *Antwort* hin?

Denn da sie Implizites und Explizites verbindet, kann sie zu keinem von beiden gehören. Eine *dritte* Partei zu postulieren, eine Art Schiedsrichter, würde bedeuten, das ganze Bild aufzuheben. Lassen wir es dagegen bei zwei Parteien, so verwischt dieses Bild den Unterschied zwischen dem Laien und dem Spezialisten. Den Laien zum Spezialisten machen, bedeutet aber, das ganze Bild von der Logik als dem Explizitmachen des Impliziten überflüssig zu machen. – Diese Frage führt uns jedoch über unser eigentliches Thema hinaus. Lassen wir sie also beiseite.

Bleibt die erste Frage. Oder doch nicht? Gibt es hier wirklich ein Problem? Wissen wir denn tatsächlich nicht, wann eine Explikation der Intuition entspricht und wann nicht? Nun, in einem Sinne hatten wir schon gesagt, dass hier *kein* wirkliches Problem besteht: nämlich in dem Sinn, in dem wir in den Anfangskursen lernen, wie man Sätze der natürlichen Sprache analysiert. Aber die Frage, um die es *jetzt* geht, betrifft nicht unser *Können*, sondern unser *Wissen von unserem Können*. Man könnte als Antwort darauf bringen, dass man es doch *fühlt*, ob eine vorgeschlagene Explikation von X wirklich eine von X und nicht eine von Y ist. Aber dies hieße auch wieder nur, die Menge der Intuitionen um eine Metaintuition zu erweitern. So kommen wir keinen Schritt aus dem Intuitiven selbst heraus. Bleibt am Ende keine andere Antwort als diejenige, die Arthur Prior auf die Frage gegeben hat, wie man herausfindet, ob ein gegebenes Gebiet als ein logisches behandelt werden kann: „to try it out and see what happens. You can't settle the question *a priori.*"? – Allerdings, dass man es nur versuchen kann, dass man es nicht a priori kann, heißt eben nicht nur, dass die Intuition nicht hinreicht – was der Wissenschaft der Logik ihre Existenzberechtigung gibt –, sondern eben auch, dass es *nicht* von vornherein feststeht, dass es *keinen* realsozialistischen Folgerungsmodus im Unterschied zu einem freiheitlichdemokratischen geben kann. Aber das, hatten wir oben gesagt, steht eben gerade doch von vornherein fest. Also ist die einzige Antwort, die man, scheinbar, geben kann, keine Antwort.

Sind dem Mangel an logischer Intelligenz wirklich keine Grenzen gesetzt?

Dies führt uns zu dem grundsätzlichen Einwand. Wenn der Logiker wesentlich auf die spontanen Erfindungen der Menschen angewiesen ist, dann kann er als Logiker nichts ausschließen. Insbesondere kann er nicht ausschließen, dass, um Frege zu paraphrasieren,

> Wesen gefunden würden, deren logische Gesetze den unsern geradezu widersprächen und also auch in der Anwendung vielfach zu entgegengesetzten Ergebnissen führten. (Siehe: [2, S. XVI])

Frege gibt zu dieser Möglichkeit den bekannten Kommentar ab:

> Der psychologische Logiker könnte das nur einfach anerkennen und sagen: Bei denen gelten jene Gesetze, bei uns diese. Ich würde sagen: Da haben wir eine bisher unbekannte Art der Verrücktheit. (Siehe: ebd.)

Mit Kutschera gesprochen, könnte man auch sagen:

> [. . .] dem Mangel an logischer Intelligenz sind keine Schranken gesetzt ([11, S. 81]; zitiert nach [6, S. 140])

Aber ist dem wirklich so? Von einem *Ofen* werden wir *weder* sagen, er sei verrückt, *noch*, er sei nicht verrückt; er hat weder eine beschränkte noch eine unbeschränkte logische Intelligenz. Er hat einfach keine logische Intelligenz, wie (un)beschränkt auch immer. Von Verrücktheit reden wir nur, wenn es sich um Wesen handelt, die immerhin denken können. Und wenn wir das Logische nicht an das Denken, sondern an das Sprechen binden, dann können eben nur Wesen einen Mangel an logischer Intelligenz aufweisen, die immerhin sprechen können. Und wieso soll der Verrückte dann nicht, statt *keiner* Logik zu folgen, *einer anderen* Logik folgen? Warum dann nicht auch einer realsozialistischen? – Und damit haben wir wieder den Punkt erreicht, an dem wir umkehren müssen.

3 Zwischenbilanz

Unsere Probleme gehören, hinsichtlich der *Darstellung* der Wissenschaft der Logik, in die *Anfangsgründe* dieser Wissenschaft: es wird gewöhnlich in den Anfangskapiteln von Logiklehrbüchern behandelt. Zugleich betrifft es das *ausdrückliche Selbstverständnis* der Logiker. Dieses bezieht sich zwar auf das *Tun* der Logiker, fällt aber nicht mit ihm zusammen. Unsere Probleme entstehen dann, wenn wir versuchen, zu sagen oder hinzuschreiben, was es mit diesem Tun auf sich hat. Das stellt sich als schwerer heraus, als man denken möchte. Dies ist natürlich die *typische philosophische Situation*. Ihren klassischen Ausdruck hat sie, zur Erinnerung, in Augustinus' Bemerkungen über unsere Kenntnis dessen, was Zeit ist:

> Was kommt uns in unseren Reden vertrauter und bekannter vor als das Wort „Zeit“? Wir wissen sogar, wenn wir das Wort aussprechen, was das ist; wir wissen es auch, wenn ein anderer darüber zu uns spricht. Was also ist die Zeit? Wenn niemand mich danach fragt, weiß ich es; wenn ich es jemanden auf seine Frage hin erklären soll, weiß ich es nicht. [1, XI, 14]

Natürlich kann man sich, wie zum Beispiel Hilary Putnam, angesichts dieser Schwierigkeiten sagen: Was soll's? Wir alle kennen logische Prinzipien oder Gesetze. Wozu also sich mit der Suche nach einer Definition der Logik herumschlagen, wenn diese ja doch alle nur zirkulär oder unexakt sind? ([8, S. 3 f.]; siehe auch: [3, S. 13]) – Wenn man jemanden in die Logik einführen will, mag dieses Verfahren berechtigt sein. Denn die hier betrachteten Ausführungen stehen der Aneignung der Logik offensichtlich nicht im Wege. Aber als *Philosoph* kann man, *per definitionem*, nicht den von Putnam vorgeschlagenen Weg gehen.

Der Eindruck, wir wüssten, entgegen dem Anschein, doch nicht, was Logik, logische Operatoren und logische Gesetze und Regeln sind, entsteht nicht dadurch, dass uns zu diesen Fragen gar nichts einfällt. Sondern er entsteht dadurch, dass das, was uns einfällt, so, wie es uns einfällt, nicht zusammenpasst. Es wäre also voreilig, einfach alles, was wir zunächst sagen möchten, fallen zu lassen. Nein, die folgenden Thesen oder, wenn man will, Bekenntnisse sollen hier aufrecht erhalten resp. geteilt werden:

1. Die Logik beschäftigt sich mit der Sprache.
2. Logische Regeln (resp. logische Gesetze) sind „Regeln zum Operieren mit Aussagen und Termini sowie mit den in ihnen vorkommenden logischen Operatoren“ [12, S. 18].
3. Die Sprache ist ein räumlich-zeitliches Phänomen.
4. Die Logik ist etwas Allgemeines.
5. Die Logik ist eine erfindende und keine entdeckende Wissenschaft.
6. Die von der Logik erfundenen Regelsysteme sind gegenüber den alltäglichen Regelsystemen eigenständig.

Unsere Aufgabe besteht also darin, dies alles so zu formulieren, dass es nicht zu den vorgetragenen Bedenken Anlass gibt.

4 Der neue Ausgangspunkt: ein anderes Bild der logischen Intuition

Erinnern wir uns, dass die Intuitionen als Behauptungen betrachtet wurden. Dies ist eine, wenn nicht gar *die*, Quelle der Probleme.

Dass hier Probleme sind, ist leicht zu sehen. Behauptungen können wahr oder falsch sein. Aber was könnte es heißen, dass unsere logischen Intuitionen falsch sind? Dass dafür andere wahr sind? Freges oben zitierte Bemerkung soll u. a. genau diese Möglichkeit ausschließen. Der Verrückte folgt nicht nur anderen Regeln als der Normale, sondern seine Regeln sind, soweit sie ihn *als Verrückten* kennzeichnen, gegenüber denen des Normalen *defizitär*. Der logisch Verrückte ist logisch *beschränkt*. Das Normale ist zugleich das Maß des Richtigen.

Allerdings darf man nun das Normale nicht einfach als das Mehrheitliche begreifen. Denn Mehrheiten können sich ändern, das Verrückte zum Normalen werden, also aufhören, das Verrückte zu sein. Logische Regeln wären einfach Konventionen mit zeitlich und räumlich beschränkter Geltung. Die Rede von verschiedenen Modi des Folgerns wäre nicht schlechthin unsinnig, sondern hier und jetzt für diesen und jenen unsinnig. Aber sich so auszudrücken, heißt, die Möglichkeit zuzulassen, dass es sich für andere anders verhält. Das lassen wir aber nicht zu, sondern schließen es kategorisch aus. Dann aber brauchen wir eine Kennzeichnung des Verrückten, die unabhängig vom Begriff der Mehrheit ist. Wenn wir die Gleichsetzung von logischen Gesetzen mit physikalischen ablehnen, bleibt uns nur, die Idee fallen zu lassen, dass es sich bei den sog. logischen Intuitionen um Behauptungen handelt, also etwas, was wahr oder falsch sein kann.

Die logischen Intuitionen sind in der Tat weder wahr noch falsch. Eher schon könnte man sagen, sie gingen Wahrheit und Falschheit voran. Denn sie halten fest, was sinnvoll und was nicht sinnvoll ist. Ihr *Ausdruck* kann dem Ausdruck von Behauptungen äußerlich gleichen. Deshalb werden sie leicht für Behauptungen gehalten. Aber sie finden auch Ausdruck in dem, was wir „unser Urphänomen" nannten: der Tatsache, dass es so etwas wie ein grammatischer Witz ist, von einem realsozialistischen im Unterschied zu einem freiheitlich-demokratischen Folgerungsmodus zu reden. Witze werden nicht leicht für Behauptungen gehalten. Sie haben allerdings auch den Nachteil, dass sie nur schwer mit logischen Systemen in eine einsichtige Verbindung zu bringen sind. Aber das müssen sie auch nicht. Es genügt, die Wesensgleichheit zwischen grammatischem Witz und logischer Intuition zu erkennen.

Beim Witz ist offensichtlich, dass er in dem Sinne *nichts* sagt, wie z. B. der Satz „Müller macht einen Witz“ *etwas* sagt. Also sagt der Witz insbesondere auch nicht: „Dies ist sinnvoll; jenes sinnlos.“ Das wäre wieder nur eine Behauptung, die wahr oder falsch ist. Beim grammatischen Witz kommt es auf Wahrheit und Falschheit nicht an. Bei ihm *genügt* es, im Unterschied zu Behauptungen, dass wir ihn *verstehen.* Ja, der Satz

Den Witz habe ich schon verstanden, aber ist er auch wahr?

ist selbst ein Witz, der zeigt, dass es beim Witz nur aufs Verstehen ankommt.

Was wir verstehen, wenn wir einen Witz verstehen, ist der Sinn – oder genauer gesagt: dass er nur scheinbar einen hat, dass er die Grenzen des Sinns überschreitet. Unser Lachen offenbart dieses Verständnis. So zeigen sich im Witz die Grenzen des Sinns – ebenso, wie sie sich in dem zeigen, was wir für „verrückt“ erklären. Dass es nur auf das Verstehen ankommt – das ist die richtige Einsicht, die sich in der These, die logische Intuition sei unfehlbar, verquer ausdrückt.

Den Sinn unserer sprachlichen Äußerungen verstehen, heißt, den *Gebrauch* von Lauten, Schriftzeichen u. a. m., also etwas Praktisches verstehen – am Ende unsere Art des Lebens. Das ist es auch, was wir verstehen, wenn wir einen Witz verstehen oder eben eine logische Intuition haben. (So gesehen ist zum Beispiel Monty Pythons *Leben des Brian* eine (Darstellung der) *Logik* des Sektierertums.)

Kann es aber genau dann, wie Max Urchs an dieser Stelle einwirft, nicht doch ein realsozialistisches „wenn so“ im Unterschied zu einem freiheitlich-demokratischen „wenn dann“ geben? Ja – aber eben nur dann, wenn wir nicht nur verschiedene Ausdrücke verwenden, sondern diese Verwendung auch noch verschiedenen Regeln folgt, wobei die Verschiedenheit dieser Regel allerdings nicht so groß sein darf, dass man nicht mehr den Eindruck hätte, es handelte sich bei den Verwendungsweisen dieser verschiedenen Ausdrücke um Arten einer Gattung oder Mitglieder einer Familie.

5 Umformulierungen

Nun können wir vieles von dem, was wir vorher kritisch betrachtet haben, reformulieren.

1. Das Haben einer logischen Intuition ist kein Haben einer Meinung, sondern es ist ein Ausdruck des Verstehens. *Was* verstanden wird, ist die Grammatik der Sprache. Das ist es, woran der Logiker in seinem Tun anknüpft. In diesem Sinne untersucht er die Sprache.

2. Die Grammatik ist das Inventar der Regeln, nach denen wir die Sprache gebrauchen. Insofern sind logische Regeln eben auch „Regeln zum Operieren mit Aussagen und Termini sowie mit den in ihnen vorkommenden logischen Operatoren".

3. Mit Aussagen, Termini usw. zu operieren, bedeutet, irgendwann und irgendwo etwas zu tun. Die Sprache ist ein räumlich-zeitliches Phänomen. Die Regeln dieses Phänomens zu verstehen heißt, etwas Räumlich-Zeitliches zu verstehen.

4. Die Regeln des Operierens sind für dieses konstitutiv. Das, was wir jeweils tun, wenn wir die Sprache gebrauchen, ist in seiner Identität bestimmt durch die Regeln, denen wir in unserm Tun folgen. Folgen wir andern Regeln, tun wir etwas anderes. In diesem Sinne *können* sich die Regeln eines Tuns gar nicht ändern – denn änderten sie sich, wäre es auch ein *anderes* Tun. Insofern Deutsche, Engländer oder Russen die Sprache gebrauchen, folgen sie denselben Regeln. Denn es sind erst diese Regel, die festlegen, dass das, was sie tun, ein Gebrauchen der Sprache ist. In diesem Sinne gibt es „keine spezielle Logik für Deutsche, Engländer, Russen usw."; sind die logischen Regeln *universell* und ist die Logik etwas *Allgemeines*. Weil sie in diesem Sinne universell sind, sind sie auch den Kriterien dafür, was ein Wort, eine Wortreihe oder ein sprachliches Zeichen ist, nicht nachgeordnet. Etwas ist nur dann ein Wort, oder eben eine Wortreihe, wenn es zur Sprache gehört, wenn es, heißt das, als sprachliches Zeichen genutzt wird.

5. Man kann durchaus sagen, die Logik untersuche die Sprache. Sie tut dies, indem sie uns so etwas wie Muster liefert, mit denen wir unseren alltäglichen Gebrauch der Sprache vergleichen können. In Abhängigkeit davon, wie der Vergleich ausfällt und wie klar und übersichtlich die natürlichen Sprachen und die logischen Systeme sind, resultiert der Vergleich in einer klareren Übersicht über unsere alltägliche Sprache als wir sie im Rahmen des Alltags haben. In dem Maße, in welchem Mangel an Klarheit und Übersicht über unsere Sprache für *praktische*

Schwierigkeiten, also für Missverständnisse, für Kategorienfehler usw. verantwortlich sind, in diesem Maße ist die (Wissenschaft der) Logik praktisch relevant – und das, obwohl sie die gewöhnliche Sprache und die der Wissenschaft gerade *nicht* so untersucht, wie ein Ingenieur die Eigenschaften eines Materials, um herauszubekommen, für welche praktischen Zwecke es Verwendung finden kann.

6. Statt zu sagen, die Logik expliziere die logische Intuition – und damit etwas im Gebrauch der Sprache Implizites –, sagen wir jetzt, die Logik setze bestimmte bereits im Alltag vorfindbare Techniken fort und verändere sie dabei, indem sie u. a. eigenen Maßstäben folgt. (Diese eigenen Maßstäbe kann sie dabei anderen Disziplinen, etwa der Mathematik, entlehnt haben.) Die logische Intuition ist also nach wie vor gewissermaßen ein Scharnier, welches unseren gewöhnlichen Gebrauch der Sprache mit dem spezialisierten der Logik verbindet. Aber da dieses Scharnier nicht aus Behauptungen, sondern aus Ausdrücken des Verstehens sprachlicher Gewohnheiten besteht, welche die Form von behauptungsförmigen Sätzen annehmen können, steht die Logik nicht über oder unter dem normalen Handeln, steckt sie auch nicht implizit in ihm, sondern steht *neben* den gewöhnlichen Techniken. Die Techniken des Spezialisten stehen neben denen der Laien. (Und das erklärt, nebenbei, auch, wieso einige der interessantesten Philosophen keine Ahnung von Logik hatten, um von moderner Logik gar nicht erst zu reden.)

Die Verbindung zwischen diesen Techniken ist von anderer Art als etwa diejenige zwischen den Techniken des Brückenbaus und des Musizierens. Dass die Logik mittels des logischen Intuition das *expliziert*, was wir *implizit* beherrschen, drückt das *Besondere* dieses Zusammenhangs aus. Das ist zwar verquer, aber doch plausibel. Diese Plausibilität bewahrt unsere Darstellung. Andererseits liegt darin, dass die Logik *eine Technik neben anderen* ist, auch der *Unterschied* zwischen dem Laien und dem Spezialisten. (Kann man dann, genau genommen, eigentlich noch von einem Unterschied zwischen Laien und Spezialisten reden?) Wer sagt, wie die Dinge vermutlich liegen, wenn das und das der Fall ist, wer beweist, dass der Gärtner der Mörder ist, wer daraus, dass der Himmel bewölkt ist, auf kommenden Regen schließt, der tut nicht dasselbe wie jemand, der einen logischen Beweis führt oder gar neue Beweistechniken erfindet – und er tut auch nicht *im Wesentlichen* dasselbe. Aber er tut etwas damit *Verwandtes.* Wie sich in der Idee, die Logik expliziere das im Denken oder Sprechen Implizite – also im Psychologismus –, das Bewusstsein des *Zusammenhangs* von Logik und Sprache ausdrückt, so auf der anderen Seite in der Ansicht, dass das Technische des Umgangs mit Zeichen bestimmter Art der Logik wesentlich ist – also im Formalismus –, das Gewahrwerden der *Verschiedenheit* von beidem. In der Idee der *Verwandtschaft* sind beide Momente aufgehoben.

6 Literaturverzeichnis

[1] Augustinus. *Bekenntnisse.* Hrsg. v. K. Flasch und B. Mojsisch, Stuttgart 1989. (Mit einer Einleitung von K. Flasch, übersetzt und mit Anmerkungen versehen von K. Flasch und B. Mojsisch).

[2] G. Frege. *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*, Band I. Pohle, Jena 1893.

[3] A. C. Grayling. *An Introduction to Philosophical Logic.* Harvester Press, Brighton/Sussex 1982.

[4] P. Heuer. Rezension von: H. Wessel: Logik und Philosophie. *Wittgenstein Jahrbuch 2000*, 2001, 215–219.

[5] W. H. Newton Smith. *Logic. An Introductory Course.* Routledge & Kegan Paul, London/Melbourne/Henley 1985.

[6] P. Philipp. *Logisch-philosophische Untersuchungen.* Berlin/New York 1998. (Herausgegeben und mit einleitenden Bemerkungen versehen von I. Max und R. Raatzsch.)

[7] A. N. Prior. What is Logic? In: A. J. P. Kenny und P. T. Geach (Hrsg.), *A. N. Prior: Papers in Logic and Ethics*, Duckworth, London 1976, 122–129.

[8] H. Putnam. *Philosophy of Logic.* George Allen & Unwinn, London 1972.

[9] G. Schenk. *Zur Geschichte der logischen Form. Erster Band. Einige Entwicklungstendenzen von der Antike bis zum Ausgang des Mittelalters.* Band I. Berlin 1973.

[10] A. Sinowjew und H. Wessel. *Logische Sprachregeln.* Berlin 1975.

[11] F. v. Kutschera. *Einführung in die intensionale Semantik*. Berlin/New York 1976.

[12] H. Wessel. *Logik*. Berlin 1984.

[13] H. Wessel. Brief an Peter Heuer vom 06.06.2001, 2001.

Die logische Wahrheitswerteontologie

Yaroslav Shramko
shramko@rocketmail.com
Lehrstuhl für Philosophie, Staatliche Pädagogische Universität, 50086 Kriwoj Rog, Ukraine

In diesem Aufsatz möchte ich auf ein Problem eingehen, welches in Logik und Philosophie eine zentrale Stellung einnimmt – *das Problem der Wahrheit*. Die Wahrheitsproblematik ist nahezu so alt wie die Philosophie selbst, aber erst in der logischen (weitgehend: in der analytischen) Philosophie wurde die vage und verschwommene Frage „Was ist Wahrheit?“ in strenger und genauer Terminologie reformuliert und umfassend analysiert. Ich finde es bemerkenswert, daß Professor Wessel seinen Weg in die Logik und Philosophie auch mit der Untersuchung des Wahrheitsbegriffes begonnen hat. Sowohl seine Dissertation [44] als auch seine ersten wissenschaftlichen Veröffentlichungen (siehe beispielsweise [45, 46, 47]) sind gerade der Wahrheitsproblematik gewidmet. Diesem Streben nach Wahrheit ist Horst Wessel immer treu geblieben. Ich widme diesen Beitrag Professor Horst Wessel zu seinem 65. Geburtstag in der Hoffnung, daß er einige hier geäußerte Ideen für interessant halten wird, selbst wenn er nicht mit allen diesen Ideen einverstanden ist.

1 Gottlob Frege: Wahrheitswerte als abstrakte Gegenstände

Der Begriff des *Wahrheitswertes* gehört zu den zentralen und wichtigsten Begriffen der modernen Logik. Dieser Begriff ist von Gottlob Frege in [14] und [15] explizit eingeführt worden. Frege äußerte auch die fundamentale Auffassung, daß Wahrheit (oder Falschheit) gar keine Eigenschaft eines Satzes

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 149–169

sei, sondern einen abstrakten Gegenstand darstelle – das **Wahre** (bzw. das **Falsche**). Letzteres soll als Bedeutung eines Satzes betrachtet werden:

> „Ein eigentlicher Satz ist ein Eigenname, seine Bedeutung ist, wenn er eine hat, ein Wahrheitswert: das Wahre oder das Falsche“ [17, S. 89].

Diese Auffassung hat Frege seiner originären Logikkonzeption und Sprachphilosophie zugrunde gelegt. In diesem Zusammenhang hat Frege den Gegenstand der Logik selbst dadurch charakterisiert, daß Logik die Wissenschaft der „allgemeinsten Gesetze des Wahrseins“ sei [17, S. 39]. Diese Ansicht wurde auch von Łukasiewicz vertreten und erweitert, der Logik als die Wissenschaft von den Wahrheitswerten definiert hat:

> „All true propositions denote one and the same object, namely truth, and all false propositions denote one and the same object, namely falsehood. I consider truth and falsehood to be singular objects [. . .] Ontologically, truth has its analogue in being, and falsehood, in non-being. The objects denoted by propositions are called logical values. [. . .] Logic is the science of objects of a special kind, namely a science of logical values“ [26, S. 90].

Wenn wir – an die These Freges anknüpfend – die Wahrheitswerte als eine Art von Gegenständen auffassen, so dürfen wir daraus weitgehende ontologische Konsequenzen ziehen. Die Wahrheitswerte erscheinen dann nämlich als besondere philosophische Entitäten (vgl. [28] und [11]), die als ontologische Bestandteile das allgemeine Weltbild mitbestimmen. Damit stellt sich die Aufgabe, die wesentlichen Charakteristika dieser Entitäten zu untersuchen, ihren Platz im ontologischen Gesamtbild festzusetzen und ihre Relationen zu anderen philosophischen Entitäten (zu Tatsachen und Propositionen beispielsweise, aber auch zu Zuständen und Situationen) zu erläutern. In diesem Beitrag beabsichtige ich einige mit dieser Aufgabe verbundene Leitgedanken zu skizzieren. Auf diesem Weg können auch bestimmte wesentliche Merkmale des Wahrheitsbegriffes selbst aufgeklärt werden.

Für ein erfolgreiches Erfüllen dieser Aufgabe ist es wichtig, zwischen semantischer und ontologischer (oder metaphysischer) Auffassung von Wahrheit zu unterscheiden. Carnap schreibt: „im semantischen Sinne ist Wahrheit eine Eigenschaft der Sätzen, also eine sprachliche Entität“ [6, S. 93]. Doch vom ontologischen Gesichtspunkt aus sollte ein Wahrheitswert als eine *außersprachliche Entität* („extra-linguistic entity“, vgl. [6, S. 93 f.]) betrachtet werden.

2 Logische Welt und logischer Raum. Die Bewertungsfunktion

In erster Linie ist hier zu bemerken, daß die Wahrheitswerte zu den *abstrakten Gegenständen* gehören. Bekanntlich besteht ein spezifisches Merkmal solcher Gegenstände darin, daß sie keine zeitlichen und räumlichen Eigenschaften besitzen (vgl. [24, S. 513]). Sie sind also in gewissem Sinne solchen Objekten wie Zahlen, geometrischen Figuren usw. ähnlich. Andererseits haben Wahrheitswerte selbst einige spezifische Merkmale, die sie von anderen abstrakten Gegenständen unterscheiden. Dieser Gedanke liegt der Vorstellung von einer eigenständigen logischen Welt (in Anlehnung an Popper) zugrunde: Popper hat eine nützliche methodologische Abstraktion vorgeschlagen [29], nach der man verschiedene „Welten“ herausdifferenziert, die von Objekten gleichen Typus gebildet sind (die sogenannte *Drei-Welten-Lehre*). Dieses methodologische Verfahren geht wohl auch schon auf Frege zurück, der von drei „Reichen“ gesprochen hat. Man unterscheidet prinzipiell zwischen der Welt der physikalischen Körper und Zustände („die erste Welt“), der Welt der geistig-seelischen Zustände („die zweite Welt“) und der Welt objektiver Gedankeninhalte („die dritte Welt“). Man kann nun weiterführend die „dritte Welt“ zuerst generell als eine „Welt der abstrakten Gegenstände“ betrachten, in der man danach verschiedene „Unterwelten“ definiert. Abstrakte mathematische Objekte (wie Zahlen und geometrische Figuren) gruppieren sich beispielsweise in eine „mathematischen Welt“ ein. Auf ähnliche Weise läßt sich eine „logische Welt“ definieren: genau das ist die „Welt“ der Wahrheitswerte.

Bezeichnen wir wie üblich den Wahrheitswert „das Wahre“ durch „**T**“ und den Wahrheitswert „das Falsche“ durch „**F**“. Dann ist die logische Welt, die von Frege eingeführt wurde, genau die Menge $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$.

Mengen, die gemeinsam mit der Menge ihrer Untermengen betrachtet werden, werden auch als Raum bezeichnet (vgl. [32, S. 17]). In Übereinstimmung mit dieser Auffassung werden wir eine Menge von Wahrheitswerten (eine logische Welt) einen *logischen Raum* (*Wahrheitswertraum*) nennen, wenn auf dieser Menge bestimmte Untermengen ausgesondert sind. Formal ist ein *logischer Raum* gerade das Paar $\langle L, PL\rangle$, wobei L eine Menge der Wahrheitswerte (eine *Trägermenge* oder *Basismenge* des logischen Raums[1]) ist und LP ein System von Untermengen von L.

Die logische Welt Freges, wie sie oben definiert wurde, bildet offensichtlich keinen logischen Raum. Späterhin wird gezeigt, wie man diese Welt ebenfalls als logischen Raum auffassen kann (dafür wird sich eine wichtige Verallgemeinerung des Begriffes des Wahrheitswertes als wesentlich herausstellen).

Gehen wir nun kurz auf die Frage ein, auf welche Weise die „logische Welt" mit anderen „Welten" verbunden ist, insbesondere mit der Welt der Propositionen (bzw. der „Welt der Gedanken"). Es gibt eine spezielle logische Funktion – die *Wahrheitswertfunktion* (oder die Bewertungsfunktion) –, die diese Verbindung sichert, indem sie jedem Satz (jeder Proposition) ein Element aus der Welt der Wahrheitswerte zuschreibt.

Wenn letztere die logische Welt von Frege ist, so ist die entsprechende Bewertungsfunktion die klassische Wahrheitswertfunktion, die jedem Satz genau entweder den Wert $\mathbf{T}$ (das Wahre), oder den Wert $\mathbf{F}$ (das Falsche) zuspricht. Auf diese Weise garantiert die klassische Wahrheitswertfunktion die Erfüllung zweier wichtiger klassischer Metaprinzipien – des Zweiwertigkeitsprinzips und des Eindeutigkeitsprinzips. Jede Proposition ist entweder wahr oder falsch, und dabei ist die Situation ausgeschlossen, daß eine Proposition gleichzeitig wahr und falsch sein kann.

3 Unterbestimmte und überbestimmte Bewertungen

Bekanntlich gehen die Zweiwertigkeits- und Eindeutigkeitsprinzipien noch auf Aristoteles zurück. Dennoch wurde die Allgemeingültigkeit dieser Prinzipien in Logik und Philosophie mehrmals in Zweifel gestellt. Es war schon Aristoteles selbst, der das Zweiwertigkeitsprinzip kritisiert hat (im Zusammenhang mit dem Problem der zukünftigen kontingenten Ereignisse – *futurabilia contingentia*). Nach einer ausführlichen Betrachtung dieses Problems ist Łukasiewicz auf die Idee gekommen, das Zweiwertigkeitsprinzip zu verwerfen und die Menge der klassischen Wahrheitswerte $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$ durch einen dritten Wahrheitswert – die „Möglichkeit" – zu erweitern (siehe [25]). Ein anderes Beispiel für die Überwindung des Zweiwertigkeitsprinzips liefert die dreiwertige Logik von Kleene [22], in welcher der dritte Wahrheitswert als „Unbestimmtheit" expliziert ist (vgl. auch [5]). Eine interessante Frage besteht

[1]Es sei angemerkt, daß diese Definition überhaupt keine Einschränkungen bezüglich der Anzahl der Elemente erhebt, die die Trägermenge eines logischen Raums bilden.

nun darin, wie sich die Unbestimmtheit formal (in einer logischen Semantik) darstellen läßt. Eine Möglichkeit ist es, ein neues Element (beispielsweise „**U**") zu der Menge $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$ ausdrücklich hinzuzufügen. Einen anderen Weg geht man, wenn man den „dritten Fall" als eine *Wahrheitswertlücke* (truth value gap) verstehen möchte (vgl. [23]). Das ist der Fall, wenn einer Aussage keiner der beiden klassischen Wahrheitswerte (**T**, **F**) (und auch kein anderer Wahrheitswert überhaupt) zugeschrieben wird. Bei dieser Interpretation wird die Menge der klassischen Wahrheitswerte zunächst überhaupt nicht erweitert, statt dessen verwendet man anstelle der klassischen (totalen) eine partielle Bewertungsfunktion. Auf diese Weise wird sogar unter Beibehaltung des Bereichs zweier Wahrheitswerte auf das Zweiwertigkeitsprinzip verzichtet. Als Begründung dafür verweist man auf die Tatsache, daß unser Wissen fast immer unvollständig ist. Für viele Aussagen ist nicht bekannt (und manchmal kann das auch prinzipiell nicht entschieden werden), ob sie wahr oder falsch sind. Diese Unvollständigkeit sollte aber auch, wird argumentiert, auf dem „logischen Niveau" dargestellt werden. Besonders wichtig ist das für die Computerwissenschaft (bei der Modellierung der künstlichen Intelligenz, der Repräsentation von Datenbanken, usw.) und für die Kognitionswissenschaften (bei der Darstellung von „Episystemen" [41]). Schließlich wird man nur dann zu einer akzeptablen Repräsentation menschlicher Intelligenz in formalen Systemen kommen, wenn diese – wie Menschen – mit Situationen unvollständigen Wissens zurecht kommen. Die Forderung nach höchstens zwei Wahrheitswerten ist für Vertreter solcher Konzeptionen keine allgemein sinnvolle Bedingung für Logiken.

Daneben gibt es in der modernen Logik auch eine Tradition, die uneingeschränkte Gültigkeit des Eindeutigkeitsprinzips zu bezweifeln. Semantisch bedeutet das, daß man auch Situationen zuläßt, in denen einigen Aussagen gleichzeitig *beide* klassischen Wahrheitswerte zugeschrieben werden. Die pragmatische Begründung ist hier analog zu der oben erwähnten Argumentation bezüglich der Unvollständigkeit unseres Wissens. Man weist nämlich darauf hin, daß menschliche Erkenntnisse widersprüchlich sein können und das ziemlich oft auch tatsächlich sind. Um diese Widersprüchlichkeit trotzdem „logisch" behandeln zu können, brauche man eine spezielle Logik (so beispielsweise die „Logik des Paradoxes" in [30]). Solche Logiken, die unter dem gemeinsamen Namen „parakonsistente Logiken" bekannt sind (vgl. dafür [7, 31, 2]), sind der zitierten Literatur zufolge ebenfalls stark an möglichen Anwendungen in der Erkenntnistheorie, der Computerlinguistik u. ä. orientiert.

In einigen Arbeiten von Dunn wurde auf die Möglichkeit aufmerksam gemacht, verschiedene Zugänge zum Zweiwertigkeitsprinzip und zum Eindeutigkeitsprinzip zu kombinieren und die Methoden der Ablehnung beider Prinzipien sowie die Konsequenzen einer solchen Ablehnung von einem einheitlichen Standpunkt aus zu untersuchen. In [8, 9, 10] wurde diese Möglichkeit mit Hilfe der „unterbestimmten“ und „überbestimmten“ Bewertungen (under-determined und over-determined valuations) realisiert. Zur intuitiven Begründung für solche Bewertungen benutzt Dunn genau die oben beschriebenen und in der wissenschaftlichen Praxis oft vorkommenden epistemischen Situationen, in denen unsere Kenntnisse unvollständig und/oder widersprüchlich sind.

4 Eine verallgemeinerte Bewertungsfunktion und verallgemeinerte Wahrheitswerte

Formal kann man den Gedanken des „zuwenig oder zuviel Wissens“ durch eine Verallgemeinerung der Bewertungsfunktion realisieren (vgl. [8]). Die *verallgemeinerte Bewertungsfunktion* erhält ihre Werte nicht aus den Elementen einer Menge von Wahrheitswerten, sondern aus den Untermengen dieser Menge, die dann selbst als Basismenge betrachtet werden kann. Wenn man die klassischen Wahrheitswerte als eine solche Basismenge betrachtet, so bekommt man neben den gewöhnlichen Bewertungen – $\{\mathbf{T}\}$, $\{\mathbf{F}\}$, zwei neue, „abnorme“ Bewertungen, und zwar die unterbestimmte leere – $\{\}$ und die überbestimmte universale – $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$, die jeweils den unvollständigen und widersprüchlichen epistemischen Situationen entsprechen. Einige Aussagen können jetzt also weder wahr noch falsch sein oder auch wahr und falsch gleichzeitig; das Zweiwertigkeitsprinzip und das Eindeutigkeitsprinzip werden nicht mehr berücksichtigt und somit verworfen.

Belnap [3, 4] hat die nichtstandarden Bewertungen als *neue Wahrheitswerte* interpretiert. In seiner Interpretation stützt er sich wesentlich auf die Begriffe und Bedürfnisse der Computerwissenschaft. Er schlägt vor, den Wahrheitswert einer Aussage als eine Information zu verstehen, die dem Computer über diese Aussage mitgeteilt worden ist. Dann müssen nicht nur „normale“ (übliche) Situationen berücksichtigt werden, in denen dem Computer entweder eine Wahrheit oder eine Falschheit gesagt wurde, sondern auch die abnormen Situationen, in denen dem Computer keine bestimmte Information mitgeteilt wurde oder auch eine widersprüchliche Information.

Wenn man also von der klassischen logischen Welt ausgeht, so bekommt man die folgenden vier „computerisierten“ Wahrheitswerte:

$\mathbf{T} = \{\mathbf{T}\}$	–	dem Computer wurde nur Wahrheit gesagt;
$\mathbf{F} = \{\mathbf{F}\}$	–	dem Computer wurde nur Falschheit gesagt;
$\mathbf{B} = \{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$	–	dem Computer wurde sowohl Wahrheit als auch Falschheit gesagt;
$\mathbf{N} = \{\}$	–	dem Computer wurde weder Wahrheit noch Falschheit gesagt.

Der Verweis auf den Computer kann natürlich jederzeit weggelassen wegen. Dann ist es klar, daß dieser Zugang eine wesentliche Verallgemeinerung des Begriffs des Wahrheitswertes selbst beinhaltet, und zwar sind die *verallgemeinerten Wahrheitswerte* nichts anderes als die Werte der verallgemeinerten Bewertungsfunktion, also die Untermengen einer Basismenge.

5 Logische Räume für klassische Wahrheitswerte. Mono- und Biverbände

Wir kommen also zu der Auffassung, daß Wahrheitswerte komplexe, strukturierte Entitäten sind, die über eine reiche innere Gestalt verfügen (vgl. [21]). Als solche können sie unterschiedliche Eigenschaften haben und stehen in vielfältigen Relationen zueinander und zu anderen Entitäten. Der strukturierte Charakter der Wahrheitswerte läßt sich generell folgendermaßen explizieren. Zuerst sollen primitive, „ursprüngliche“, also *Basiswahrheitswerte* ausgezeichnet werden. Danach können *Wahrheitswerte zweiter Ordnung* (verallgemeinerte Wahrheitswerte) als Kombinationen von Basiselementen definiert werden. Die Wahrheitswerte zweiter Ordnung entstehen als Ergebnis der Verwendung einer verallgemeinerten Bewertungsfunktion, die aus der Menge der Basiswahrheitswerte bestimmte Untermengen auswählt.

Die vorgeschlagene ontologische Interpretation sowie die Einführung der verallgemeinerten Bewertungsfunktion und der verallgemeinerten Wahrheitswerte machen es deutlich, daß die „logische Welt“ Freges nicht die einzige „mögliche logische Welt“ ist (selbst wenn sie – wie viele glauben – die *beste* logische Welt ist) und daß die Zweiwertigkeits- und Eindeutigkeitsprinzipien nicht unbedingt für jedes System von Wahrheitswerten gelten müssen. Die beiden Prinzipien sind also nicht logisch notwendig, sondern sie erweisen sich – unter der vorgeschlagenen Interpretation – als bestimmte *ontologische Annahmen*, die nur für gewisse „logische Welten“ gültig sind. Auf diese Weise bekommt die oben beschriebene erkenntnistheoretische Kritik dieser Prinzipien eine ontologische Begründung.

Es ist bemerkenswert, daß die Verwendung der verallgemeinerten Bewertungsfunktion jede logische Welt in einen wirklichen logischen Raum umwandelt. Zuerst will ich zeigen, wie sich die logische Welt für die klassische Logik als logischer Raum nachkonstruieren läßt. Als Basismenge verwende ich $\{\mathbf{T}\}$, diese erhält also nur ein einziges Element – das klassische „Wahre“. Aus dieser Basis entstehen dann genau zwei verallgemeinerte Wahrheitswerte: $[\{\mathbf{T}\}, \{\}]$. Den ersten kann man auch weiterhin als das „Wahre“ verstehen. Das einzige Merkmal des zweiten verallgemeinerten Wahrheitswertes besteht darin, daß er vom „Wahren“ unterschieden ist. Wir können ihn also einfach als einen Repräsentanten für das „Nicht-Wahre“ interpretieren, d. h. als das klassische „Falsche“. Wir haben dann einfach: $[\{\mathbf{T}\}, \{\}] = \{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$. Im algebraischen Sinne bilden diese Wahrheitswerte den zweielementigen Booleschen Verband (Booleschen Algebra) TWO_1, welcher in Abbildung 1 mit einem Hasse-Diagramm dargestellt ist.[2]

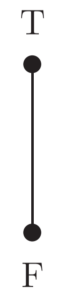


Abbildung 1: Verband TWO_1

Wenn man nun als Basismenge die Menge $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$ auswählt, so bekommt man einen verallgemeinerten logischen Raum, der aus den vier von Belnap eingeführten und oben schon betrachteten verallgemeinerten Wahrheitswer-

[2] Erinnern wir uns, daß eine halbgeordnete Menge genau dann ein *Verband* ist, wenn es für jede zwei Elemente dieser Menge eine kleinste obere Schranke (*Supremum*) und eine größte untere Schranke (*Infimum*) gibt.

ten besteht: $[\{\mathbf{T},\mathbf{F}\},\{\mathbf{T}\},\{\mathbf{F}\},\{\}]$ (oder einfach $\{\mathbf{B},\mathbf{T},\mathbf{F},\mathbf{N}\}$). Belnap hat in den erwähnten Arbeiten die Struktur, die von den vier verallgemeinerten Wahrheitswerten gebildet wird, betrachtet – den logischen Verband $L4$. Diese Struktur ist eine Verallgemeinerung der Booleschen Algebra der klassischen Wahrheitswerte. $L4$ ist ein *logischer* Verband, weil die Halbordnung auf diesem Verband eine logische Ordnung darstellt. Nach dieser Ordnung ist der Durchschnitt zweier Elemente eine logische Konjunktion und ihre Vereinigung eine logische Disjunktion. Wenn wir diese Ordnung umkehren, bekommen wir eine logische Negation. Belnap hat ebenfalls bemerkt, daß die vier verallgemeinerten Wahrheitswerte eine weitere Struktur bilden, die er den *Approximationsverband* $A4$ nennt. Die Halbordnung in diesem Verband kann man als „Approximierung der Information" erklären. Je höher ein Element in $A4$ liegt, desto „informativer" ist es und um so mehr Information trägt es entsprechend. Die beide Verbände stellen wir in Abbildung 2 dar.

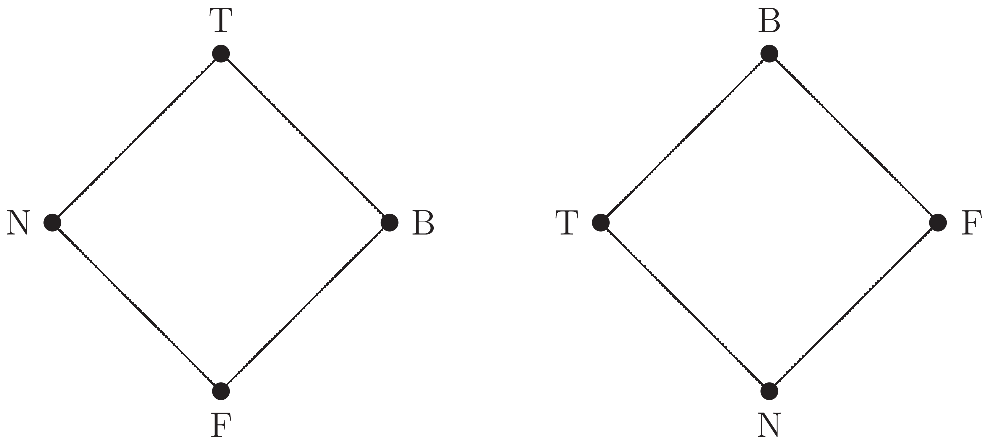


Abbildung 2: Der logische Verband $L4$ und der Approximationsverband $A4$

Sowohl auf TWO_1 als auch auf $L4$ und $A4$ sind jeweils nur *eine* Halbordnung definiert, deswegen können solche Verbände als „Monoverbände" bezeichnet werden.

Ginsberg [18, 19] kombinierte die Verbände $L4$ und $A4$ und stellte sie als einen (aber *zweifachen*) Verband dar, den er als „Biverband" (*bilattice*) bezeichnete. Die Kombination von $L4$ und $A4$ gibt uns also einen Biverband (der in Literatur unter dem Namen $FOUR$ bekannt ist – wir werden ihn als $FOUR_2$ bezeichnen) mit *zwei* Halbordnungen – einer logischen Ordnung

(„Wahrheitsordnung") und einer Informationsordnung („Wissensordnung"). Inhaltlich bilden die logische Ordnung einen Wahrheitszuwachs ab und die Informationsordnung einen Wissenszuwachs. Graphisch kann man einen Biverband mit Hilfe eines doppelten Hasse-Diagramms darstellen, welches in einem Koordinatensystem anordnet ist. Abbildung 3 zeigt ein solches System für Biverband $FOUR_2$.

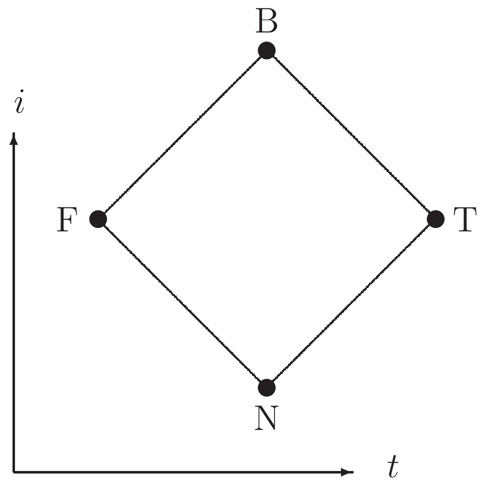


Abbildung 3: Biverband $FOUR_2$

Die t-Achse steht hier für die Wahrheitsordnung und die i-Achse für die Informationsordnung. Der Biverband determiniert sowohl logische Operationen (wenn man von der Wahrheitsordnung ausgeht), als auch die Operationen mit den „Informationsstücken" (wenn man die Informationsordnung in Betracht zieht).

Der ontologische Hintergrund der Halbordnungen in einem Biverband besteht darin, daß jede solche Ordnung eine bestimmte Eigenschaft darstellt, welche die Elemente des Biverbandes im bestimmten Grade besitzen. Diese Eigenschaften sind in gewissem Sinne für die Entitäten des Biverbandes wesentlich. Die fundamentale Eigenschaft ist es, Information zu haben (über ein bestimmtes Maß an Information zu verfügen). Jede Entität kann in erster Linie dadurch charakterisiert werden, daß sie Information trägt. Sobald es um reine Information geht, muß diese rein quantitativ verstanden werden.

In dieser Hinsicht spielt die Natur der Entitäten selbst gar keine Rolle, nur die Anzahl der Elemente (die diese Entität bilden) muß hier berücksichtigt werden. Je höher die Quantität der Elemente ist, die in einer (komplexen) Entität vorkommen, desto mehr Information trägt diese Entität. In $FOUR_2$ ist der Wahrheitswert **N** am wenigsten informativ und **B** dagegen am informativsten. Die klassischen Wahrheitswerte **T** und **F** sind zueinander gleich informativ und nehmen eine Zwischenposition ein, sie sind informativer als **N** und weniger informativ als **B**.

Die zweitwichtigste Eigenschaft, die in einem Biverband dargestellt ist, ist die Eigenschaft, wahr zu sein. Das ist ganz selbstverständlich, sobald man sich mit einem logischen Raum – also einem Wahrheitswertraum – beschäftigt. In diesem Sinne wird klar, daß wenn es überhaupt angemessen (vom ontologischen Gesichtspunkt aus) ist, über die Wahrheit als einer Eigenschaft zu reden, dann doch schon als einem Merkmal der Wahrheitswerte selbst (und nicht etwa der Sätze oder der Propositionen). Dann stellt sich der Wahrheitswert **T** (das Wahre) als ein solcher heraus, der die Eigenschaft „wahr zu sein“ im höchsten Grad besitzt. Deswegen ist es gar kein Zufall, daß man dieses Element als einen *ausgezeichneten* Wahrheitswert des Biverbandes bezeichnet (wie es in der Logik üblich ist). Es ist auch klar, daß **F** am wenigsten wahr (am falschesten) ist, während **N** und **B** beide „wahrer“ als **F** und „falscher“ als **T** sind.

6 Der Triverband konstruktiver Wahrheitswerte

Wenn man den Begriff des Wahrheitswertes als einen zentralen logischen Begriff betrachtet, so liegt es nahe, den Unterschied zwischen verschiedenen Logiken (logischen Systeme) als einen Unterschied zwischen entsprechenden Wahrheitswertsystemen (oder sogar den Wahrheitswerten selbst) zu explizieren. Als Beispiel betrachten wir den verallgemeinerten Wahrheitswertraum, der auf der Basis der Wahrheitswerte entsteht, die in verschiedenen konstruktiven Logiken vorkommen (bzw. vorkommen können). Als paradigmatische betrachten wir zuerst zwei der wichtigsten logischen Systeme, die zur Vielfalt der konstruktiven Logiken gehören – die intuitionistische Logik und die Nelson-Logik der konstruktiven Falschheit. Beide Logiken teilen denselben Wahrheitsbegriff (oder dieselbe Wahrheitskonzeption) – Wahrheit als *konstruktive Beweisbarkeit*. Diese Auffassung von Wahrheit ist übrigens allen konstruktiven Logiken gemeinsam; gemäß dieser Auffassung ist eine Aussage genau dann wahr, wenn sie konstruktiv bewiesen ist. Diese konstruktive Beweisbarkeit spielt hier die Rolle eines Wahrheitskriteriums für Aussagen, oder – wenn man die Terminologie der Wahrheitswerte verwendet – eines Kriteriums dafür, ob eine Aussage den Wahrheitswert das **konstruktive Wahre** bedeutet. Bekanntlich unterscheiden sich intuitionistische Logik und Nelson-Logik dadurch, daß sie unterschiedliche Falschheitsbegriffe annehmen. In der intuitionistischen Logik hält man eine Aussage genau dann für falsch, wenn es nicht der Fall ist, daß sie konstruktiv bewiesen ist. Auf diese Weise stellt sich die intuitionistische Falschheit wesentlich als ein nichtkonstruktiver Begriff heraus. In der Nelson-Logik dagegen gilt eine Aussage genau dann als falsch, wenn sie *konstruktiv widerlegt* ist. Solche Falschheit ist ein konstruktives Gegenstück zur konstruktiven Wahrheit und zeigt sich also als ein konstruktiver Begriff (vgl. [10]).

In [40] wurden diese Wahrheitswerte ausführlich analysiert. Es wurde vorgeschlagen, die intuitionistische Falschheit nicht rein negativ zu betrachten, sondern als ein positives Konzept darzustellen. Im Anschluß an einige Vorschläge von [35, 36, 37, 38] wurde die intuitionistische Falschheit als ein *Ablehnbarkeitsbegriff* dargestellt. Dieser Ablehnbarkeitsbegriff kann ganz unabhängig vom konstruktiven Wahrheitsbegriff eingeführt und behandelt werden. Es wurde weiter vorgeschlagen, einen nichtkonstruktiven Gegenbegriff für die konstruktive Falschheit einzuführen – die *nichtkonstruktive Wahrheit.* Eine Aussage kann genau dann als nichtkonstruktiv wahr betrachtet werden, wenn es nicht der Fall ist, daß sie konstruktiv widerlegt ist. „Positiv“ gesehen, kann diese nichtkonstruktive Wahrheit als die *Akzeptanz* einer Aussage interpretiert werden.

Nun können wir alle diese Wahrheitswerte in den Rahmen einer gemeinsamen Konstruktion einbetten und als Basiswahrheitswerte einen verallgemeinerten konstruktivistischen logischen Raum betrachten. Wir bezeichnen:

T – konstruktive Wahrheit (die Aussage ist konstruktiv bewiesen);

F – konstruktive Falschheit (die Aussage ist konstruktiv widerlegt);

t – nichtkonstruktive Wahrheit (die Aussage ist akzeptabel);

f – nichtkonstruktive Falschheit (die Aussage ist ablehnbar).

Die Menge $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}, \mathbf{t}, \mathbf{f}\}$ tritt als Trägermenge für unseren logischen Raum auf. Durch die Verwendung einer verallgemeinerten Bewertungsfunktion bekommen wir die folgenden 16 verallgemeinerten Wahrheitswerte (bei ihrer

Bezeichnung lassen wir die Kommas und geschweiften Klammern aus, wobei $\mathbf{A} = \mathbf{TFtf}$):

$$\{\mathbf{N}, \mathbf{T}, \mathbf{F}, \mathbf{t}, \mathbf{f}, \mathbf{TF}, \mathbf{Tt}, \mathbf{Tf}, \mathbf{Ft}, \mathbf{Ff}, \mathbf{tf}, \mathbf{TFt}, \mathbf{TFf}, \mathbf{Ttf}, \mathbf{Ftf}, \mathbf{A}\}.$$

Man kann sich leicht davon überzeugen, daß jeder von diesen Wahrheitswerten über ein bestimmtes Maß an *Konstruktivität* verfügt. Die *konstruktivistischen verallgemeinerten Wahrheitswerte* sind dann entsprechend durch eine neue Relation geordnet, nämlich durch eine „Konstruktivitätsordnung" (die neben dem Informationsbegriff und dem Wahrheitsbegriff den Konstruktivitätsbegriff darstellt): je höher ein Wahrheitswert bezüglich dieser Relation liegt, desto konstruktiver ist er. Auf dieser Basis kann der Begriff eines *Triverbandes* (*trilattice*) eingeführt werden:

Definition 1 *Ein* Triverband *ist eine Struktur* $\mathcal{T} = (S, \leq_i, \leq_t, \leq_c)$ *wobei* S *eine nichtleere Menge ist, und* $(S, \leq_i)$, $(S, \leq_t)$, $(S, \leq_c)$ *sind vollständige Verbände.*

Für jeden verallgemeinerten (konstruktivistischen) Wahrheitswert x bezeichnen wir durch x^{Tt} den Teil von x, der genau die Werte $\mathbf{T}$ oder $\mathbf{t}$ enthält, die x einschließt. Die Menge x^{Ff}, x^{TF}, x^{tf} definieren wir analog.[3] Die drei Halbordnungen eines Triverbandes können dann explizit wie folgt definiert werden:

Definition 2 *Für alle* x, y *in* $\mathcal{P}(\mathcal{I})$

1. $x \leq_i y \Leftrightarrow x \subseteq y$;

2. $x \leq_t y \Leftrightarrow x^{Tt} \subseteq y^{Tt}$ *und* $y^{Ff} \subseteq x^{Ff}$;

3. $x \leq_c y \Leftrightarrow x^{TF} \subseteq y^{TF}$ *und* $y^{tf} \subseteq x^{tf}$.

Abbildung 4 stellt den Triverband $SIXTEEN_3$ dar, mit welchem der konstruktivistische verallgemeinerte Wahrheitswertraum organisiert ist.

Der Triverband ist in einem dreidimensionalen Koordinatensystem angeordnet, wobei die c-Achse für die Konstruktivitätsordnung steht. Dieser Triverband wurde in [40] eingeführt, ausführlich betrachtet, und einige seiner logischen und algebraischen Merkmale wurden dort untersucht.

---

[3]Wenn beispielsweise $x = \mathbf{Tft}$, so haben wir: $x^{Tt} = \mathbf{Tt}$, $x^{Ff} = \mathbf{f}$, $x^{TF} = \mathbf{T}$, $x^{tf} = \mathbf{tf}$.

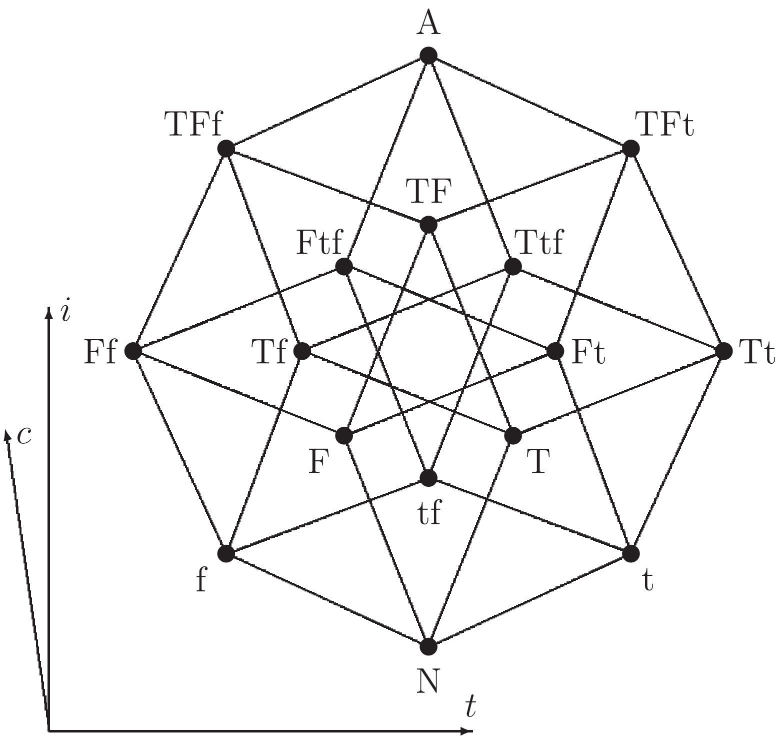


Abbildung 4: Triverband $SIXTEEN_3$

7 Sein und Nicht-Sein: die Hierarchie der logischen Welten

Vom ontologischen Gesichtspunkt aus ist die verallgemeinerte Bewertungsfunktion insofern interessant, als daß sie einen *kreativen* Charakter hat. Als kreative schreibt sie nicht nur den Aussagen die Wahrheitswerte zu, sondern schafft auch neue Entitäten, und zwar die verallgemeinerten Wahrheitswerte. Dabei geht es hier um eine Kreativität zweiter Stufe: neue ontologische Entitäten entstehen auf der Basis einer schon existierenden logischen Welt, die als Träger eines bestimmten logischen Raums auftritt.

Es ist interessant zu verfolgen, auf welche Weise eine konsequente Anwendung der verallgemeinerten Bewertungsfunktion immer reichere (verzweigtere) logische Räume mit immer komplexeren Strukturen hervorbringt. Diese logischen Räume können als konsequente Phasen der Entwicklung der „Welt als Ganzes" interpretiert werden. Nehmen wir an, es sei der Ausgangspunkt der Entwicklung das, was Hegel „das reine Sein" nannte. Laut Hegel ist dieses Sein „das unbestimmte Unmittelbare", und insofern ist es „in der Tat *Nichts* und nicht mehr und nicht weniger als Nichts". Das reine Sein ist also dem reinen Nichts gleich, welches „vollkommene Leerheit, Bestimmungs- und Inhaltslosigkeit; Ununterschiedenheit in ihm selbst" ist [20, A, B].[4] Das soll also heißen, daß die Basismenge der ursprünglichen logischen Welt *gar keine Elemente* enthält, also die *leere Menge* ist. Doch die verallgemeinerte Wahrheitswertfunktion produziert sofort auf dieser Basis einen (und dabei einzigen für den resultierenden logischen Raum) verallgemeinerten Wahrheitswert – $[\emptyset]$. Dieser ursprüngliche logische Raum kann als „Hegels Welt" bezeichnet werden, sie ist die ärmste Welt und besteht aus einem einzigen verallgemeinerten Wahrheitswert, in welchem sich Wahrheit und Falschheit „zusammenschweißen": „*Das reine Sein und das reine Nichts ist also dasselbe.* Was die Wahrheit ist, ist weder das Sein noch das Nichts, sondern daß das Sein und Nichts und das Nichts und Sein – nicht übergeht, sondern übergegangen ist" (ebd., C). Wir geben zu bedenken, daß man es hier lediglich mit einer *prä-logischen* Phase der Weltentwicklung zu tun hat. Innerhalb Hegels Welt ist eigentlich keine Logik möglich (außer vielleicht dialektischer), insofern Wahrheit und Falschheit (Sein und Nicht-Sein) in einen (und dabei einzigen) Wahrheitswert zusammenfließen.

Um eine Logik haben zu können, braucht man *mindestens zwei* verschiedene (distinkte) Wahrheitswerte. Die verallgemeinerte Bewertungsfunktion bringt solche verallgemeinerten Wahrheitswerte durch die Anwendung auf eine Basismenge hervor, die genau ein Element einschließt. Es ist natürlich, als solches Basiselement (Ausgangselement) den klassischen Wahrheitswert **T** (das Wahre) zu verwenden. Der auf dieser Basis generierte logische Raum besteht aus genau zwei verallgemeinerten Wahrheitswerten – $[\{\mathbf{T}\}, \{\}]$. Auf diese Weise bekommt man eine andere („räumliche") Darstellung der logischen Welt Freges (vgl. Abschnitt 2 und Abschnitt 5 oben). Interessanterweise entspricht die Darstellung aus Abschnitt 5 mehr dem „inneren Geist" der klassischen Logik als die aus Abschnitt 2. Tatsächlich besteht ein charakteristisches Merkmal der klassischen Logik darin, daß hier ein *Wahrheitsmonismus* angenommen wird. Die klassische Falschheit hat eigentlich keinen unabhängigen Status, sie ist nur eine Abkürzung für „Nicht-Wahrheit". Alle

[4] Vgl. dazu die schon oben zitierte Bemerkung von Łukasiewicz, daß die ontologische Analogie für Wahrheit das Sein und für Falschheit das Nicht-Sein ist.

wichtigen semantischen Begriffe können allein durch den Begriff der Wahrheit (und natürlich metasprachliche Verknüpfungen, insbesondere die Negation) eingeführt werden. In diesem Sinne stellt sich die Falschheit als ein überflüssiger Begriff heraus. Das einzige Merkmal, das für die so konzipierte Falschheit wesentlich ist, ist die Eigenschaft „nicht-wahr-zu-sein“ (das Nicht-Sein darzustellen). Im Rahmen des zweielementigen logischen Raums ist diese Eigenschaft bestens im verallgemeinerten Wahrheitswert $\{\}$ verkörpert.

Der nächste Schritt besteht darin, die Falschheit als einen autonomen Begriff zu betrachten, der von der Wahrheit unabhängig ist und den gleichen Status wie sie besitzt. Dadurch wird faktisch auf den Wahrheitsmonismus verzichtet, man geht zum *Dualismus von Wahrheit und Falschheit* über. Die Trägermenge eines solchen logischen Raums besteht aus zwei gleichberechtigten Elementen **T** und **F**, und der logische Raum selbst ist die im Abschnitt 5 oben dargestellte logische Welt Belnaps. Die Logik, die dieser Welt entspricht, ist die Relevanzlogik, genauer: das System der Tautologischen Folgebeziehung aus [1, § 15.2] und die algebraische Struktur dieser Welt ist der Biverband $FOUR_2$.

Wir fassen die ersten drei logischen Welten mit Hilfe der Tabelle 1 zusammen.

	Basis	*Wahrheits-werte*	*Struktur*	*Paradigmatischer Verband*	*Logik*
Hegels Welt	0	1	keine	keine	keine (dialektische)
Freges Welt	1	2	Monoverband	TWO_1	Klassische Logik
Belnaps Welt	2	4	Biverband	$FOUR_2$	Relevanzlogik

Tabelle 1: Logische Welten

Wenn wir die Anwendung der verallgemeinerten Bewertungsfunktion fortsetzen, so bekommen wir logische Welten, die sich auf drei Basiselemente, vier Basiselemente und so fort stützen. Der Triverband $SIXTEEN_3$ bildet beispielsweise die algebraische Struktur für den logischen Raum, der *vier* Elemente als Basismenge hat (ausführlicher siehe in [40], wo auch einige andere algebraische Strukturen betrachtet sind).

Danksagung. Dieser Aufsatz wurde im Sommer 2001 während meines Forschungsaufenthaltes am Institut für Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin im Rahmen der Wiederaufnahme meines Alexander von Humboldt-Forschungsstipendiums geschrieben. Ich bedanke mich bei der Alexander von Humboldt-Stiftung für die Unterstützung meiner Forschung. Ich bin auch Uwe Scheffler für zahlreiche interessante Diskussionen und kritische Bemerkungen verpflichtet.

8 Literaturverzeichnis

[1] A. R. Anderson und N. D. Belnap Jr. *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*. V. I. Princeton University Press, Princeton, N. J., 1975.

[2] D. Batens, C. Mortensen und G. Priest (Hrsg.). *Frontiers of Paraconsistent Logic*. King's College Publications, Research Studies Press, Baldock 2000.

[3] N. D. Belnap Jr. A useful four-valued logic. In: J. M. Dunn und G. Epstein (Hrsg.), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht 1977, 8–37.

[4] N. D. Belnap Jr. How a computer should think. In: G. Ryle (Hrsg.), *Contemporary Aspects of Philosophy*, Oriel Press Ltd., Stocksfield 1977, 30–55.

[5] U. Blau. *Die dreiwertige Logik der Sprache*. Walter de Gruyter, Berlin/New York 1978.

[6] R. Carnap. *Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic*. Zweite Aufl., The University of Chicago Press, Chicago/London 1988. (Erste Aufl. 1947)

[7] N. C. A. da Costa. On the Theory of Inconsistent Formal Systems. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. XV (1974), No. 4, 497–510.

[8] J. M. Dunn. Intuitive semantics for first-degree entailment and 'coupled trees'. *Philosophical Studies*, 29 (1976), 149–168.

[9] J. M. Dunn. A Comparative study of various model-theoretic treatmets of negation: a history of formal negation. In: D. M. Gabbay und H. Wansing (Hrsg.), *What is Negation?*, Applied Logic Series, 13, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1999, 23–51.

[10] J. M. Dunn. Partiality and its dual, *Studia Logica*, 66 (2000), 5–40.

[11] Y. Faye, U. Scheffler und M. Urchs. Philosophical Entities. An Introduction. In: J. Faye, U. Scheffler und M. Urchs (Hrsg.) *Thinks, Facts and Events*, Poznan Studies in the Philosophy of Sciences and the Humanities, v. 76, Rodopi, Amsterdam/Atlanla, GA, 2000, 1–63.

[12] M. Fitting. Logic Programming on a topological bilattice. *Fundamenta Informatica*, 11 (1988), 209–218.

[13] M. Fitting. Bilattices and the theory of truth. *Journal of Philosophical Logic*, 18 (1989), 225–256.

[14] G. Frege. *Function und Begriff*. Vortrag, gehalten in der Sitzung vom 9. Januar 1891 der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft. H. Pohle, Jena 1891. 11, 31 S. Neudruck in [16].

[15] G. Frege. Über Sinn und Bedeutung. *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, C (1892), 25–50. Neudruck in [16].

[16] G. Frege. *Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien*. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1986.

[17] G. Frege. *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie*. Felix Meiner, Hamburg 1990.

[18] M. Ginsberg. Multi-valued logics. In: *Proceedings of AAAI-86*, Fifth National Conference on Artificial Intellegence, Morgan Kaufman Publishers, Los Altos 1986, 243–247.

[19] M. Ginsberg. Multivalued logics: a uniform approach to reasoning in AI. *Computer Intelligence*, 4 (1988), 256–316.

[20] G. W. F. Hegel. *Wissenschaft der Logik*. Leipzig 1951.

[21] A. S. Karpenko. Truth values: what they are? (Russ.) In: V. A. Smirnov (Hrsg.), *Investigations in Non-cassical Logics*, Nauka, Moskau 1989, 38–53.

[22] S. C. Kleene. *Introduction to Metamathematics*. North-Holland, Amsterdam 1952.

[23] S. Kripke. Outline of a theory of truth. *Journal of Philosophy*, 72 (1975), 690–716.

[24] E. J. Lowe. The metaphysics of abstract objects. *The Journal of Philosophy*, XCII (1995), 509–524.

[25] J. Łukasiewicz. O logice trojwartosciowej, *Ruch Filozoficzny*, 5 (1920), 170–171.

[26] J. Łukasiewicz. *Selected Works.* Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, North-Holland, Amsterdam 1970.

[27] J. Łukasiewicz. On the principle of contradiction in Aristotle. *Review of Metaphysics*, XXIV (1971), 487–509.

[28] R. Montague. On the nature of certain philosophical entities. In: R. Thomason (Hrsg.), *Formal Philosophy*, Selected Papers of Richard Montague, Yale University Press, New Haven/London 1974, 148–187.

[29] K. R. Popper. *Objective Knowledge. An Evolutionary Approach.* Clarendon Press, Oxford 1979.

[30] G. Priest. Logic of Paradox. *Journal of Philosophical Logic*, Vol. VIII (1979), 219–241.

[31] G. Priest, R. Routley und J. Norman (Hrsg.). *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München 1989.

[32] H. Rasiowa und R. Sikorski. *The Mathematics of Metamathematics.* Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963.

[33] U. Scheffler und Y. Shramko. Eine Generelle Informationssemantik für Systeme der logischen Folgebeziehung. In: K. Wuttich und U. Scheffler (Hrsg.) *Terminigebrauch und Folgebeziehung*, Logos Verlag, Berlin 1998, 229–247.

[34] U. Scheffler und Y. Shramko. The logical ontology of negative facts. On what is not. In: J. Faye, U. Scheffler und M. Urchs (Hrsg.), *Thinks, Facts and Events*, Poznan Studies in the Philosophy of Sciences and the Humanities, v. 76, Rodopi, Amsterdam/Atlanla, GA, 2000, 109–131.

[35] Y. Shramko. A philosophically plausible modified Grzegorczyk semantics for first-degree intuitionistic entailment. *Logique et Analyse*, 161-162-163 (1998), 167–188.

[36] Y. Shramko. *Intuitionismus und Relevanz.* Logos Verlag, Berlin 1999.

[37] Y. Shramko. American plan for intuitionistic logic 1: an intuitive background. In: Timothy Childers (Hrsg.), *The Logica Yearbook 1999*, Filosofia, Prag 2000, 53–64.

[38] Y. Shramko. American plan for intuitionistic logic 2: generalized Kripke models. (Russ.) *Logical Studies*, 5 (2000). (Online Journal, ISBN 5-85593-128-5, http://www.logic.ru/LogStud/05/LS5.html)

[39] Y. Shramko. An ontological model of truth values. (Russ.) *Computer Modeling and Informational Technologies in Science, Economy and Education*, v. 1, Kryvyi Rih 2001, 287–297.

[40] Y. Shramko, J. M. Dunn und T. Takenaka. The trilaticce of constructive truth values. *Journal of Logic and Computation*, 11 (2001), No. 6, 761–788.

[41] M. Urchs. *Maschine, Körper, Geist. Eine Einführung in die Kognitionswissenschaft.* Vittorio Klostermann Verlag, Frankfurt a. M. 2002.

[42] N. A. Vasiliev. *Imaginary Logic. Selected papers.* (Russ.) Nauka Press, Moskau 1989.

[43] H. Wansing. *The Logic of Information Structures.* Lectures Notes in AI 681, Springer-Verlag, Berlin 1993.

[44] H. Wessel. *Das Wahrheitsproblem in Dialektik und moderner Logik.* (Russ.) Avtoreferat dissertazii na soiskanie uchenoj stepeni kandidata filosofskih nauk, MGU, 1967.

[45] H. Wessel. Zu einer Beduetung des Terminus „absolute Wahrheit“. *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, 1 (1967), 80–84.

[46] H. Wessel. Der logische Aspekt der Theorie der absoluten und der relativen Wahrheit. (Russ.) *Voprosy Filosofii*, 8 (1967), 56–64.

[47] H. Wessel. Zur Wahrheitsproblematik in den empirischen Wissenschaften. *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Sonderheft (1968), 192–203.

[48] H. Wessel. Kripkes Puzzle ist kein Puzzle. *Ruch Filozoficzny*, Tom LII (1995), Nr. 3–4, 460–470.

[49] H. Wessel. *Logik und Philosophie*, Logos Verlag, Berlin 1999.

Tatsächlich wahr?

Mireille Staschok
mstaschok@web.de
Humboldt-Universität zu Berlin, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

1 Einleitung

Der Ausgangspunkt dieser Arbeit ist Tarskis Wahrheitsdefinition. Die folgende Version der klassischen (Aristotelischen) Konzeption wurde von Tarski als Intention für seine semantische Definition angegeben:

> „Ein Satz ist wahr, wenn er einen bestehenden Sachverhalt bezeichnet" [11, S. 343].

Tarski hat diese Formulierung zwar als vage bezeichnet, aber er weist sie nicht zurück und verbindet somit die Wahrheit von Aussagen mit der Existenz von Sachverhalten. Um diese Verbindung logisch zu analysieren, benötigt man eine formale Sprache, die ein Wahrheitsprädikat für Aussagen und ein Existenzprädikat für Sachverhalte enthält. Ein formales System, das diesen Anforderungen genügt, ergibt sich aus der Verbindung von Wessels Nichttraditioneller Prädikationstheorie mit seiner Terminitheorie. Ziel des Beitrages ist es, erstens nachzuschauen, wie sich der von Tarski zugrunde gelegte Zusammenhang zwischen wahren Sätzen und existierenden Sachverhalten mit den Mitteln aus Wessels Konzeption darstellen und analysieren läßt, und zweitens zu untersuchen, ob sich mit Wessels Systematik die Probleme, die bei der Darstellung im Rahmen anderer Logikkonzeptionen auftreten, lösen lassen oder überhaupt noch stellen.

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 171–191

2 Problemfälle

Einfache empirische Aussagen der Form „Der Gegenstand a hat die Eigenschaft P“ bereiten Probleme bei der Zuschreibung von Wahrheitswerten für die klassische zweiwertige Logik (siehe auch [7, S. 84]), wenn:

1. — der Gegenstand a nicht in der gegebenen Situation existiert.

   Der gegenwärtige König von Sachsen ist ehrlich.

   Der Satz ist nicht wahr, da es keinen gegenwärtigen König von Sachsen gibt. Welchen Wahrheitswert haben dann die Aussagen „Der gegenwärtige König von Sachsen ist unehrlich“, „Der gegenwärtige König von Sachsen ist nicht ehrlich“ und „Es ist nicht der Fall, daß der gegenwärtige König von Sachsen ehrlich ist“? Diese Aussagen werden alle als Negation des Beispielsatzes angesehen, da es in der klassischen Logik keine Möglichkeit gibt, zwischen diesen Sätzen zu differenzieren.[1] Da der Satz „Der gegenwärtige König von Sachsen ist ehrlich“ nicht wahr ist, muß (innerhalb der klassischen Logik) die Negation des Satzes wahr sein, also auch die Aussage „Der gegenwärtige König von Sachsen ist unehrlich“. Doch um diese Aussage als wahre Aussage anzusehen, setzt man die Existenz des gegenwärtigen Königs von Sachsen voraus. Ansonsten würde man anerkennen, daß es z. Z. keinen König von Sachsen gibt und daß er unehrlich ist.

2. — es nicht möglich ist festzustellen, ob ein Gegenstand a in der gegebenen Situation existiert oder nicht.

   Diogenes Hundeflöhe waren lästig.

   Es ist sicherlich nicht mehr möglich festzustellen, ob Diogenes Hundeflöhe hatte oder nicht. Allgemeiner formuliert gibt es Lücken im Wissensbestand, die nicht mehr aufzufüllen sind oder noch nicht aufgefüllt wurden, vielleicht nie aufgefüllt werden. Fall zwei ist eine Weiterführung des gerade dargestellten Problems der Existenzvoraussetzung. Wenn „Der gegenwärtige König von Sachsen ist ehrlich“ nicht wahr ist, weil es keinen gegenwärtigen König von Sachsen gibt, dann erscheint es zwingend, daß aus der Nichtfeststellbarkeit der Existenz des Königs

[1] Mit der Formulierung „Der gegenwärtige König von Sachsen ist unehrlich“ läßt sich die Problematik am deutlichsten demonstrieren, deshalb wird mit diesem Satz gearbeitet.

dann ebenfalls folgt, daß die Aussage nicht wahr ist. Die Konsequenz innerhalb der klassischen zweiwertigen Logik ist, daß dann wieder die Negation des Satzes wahr ist und somit wieder „Der gegenwärtige König von Sachsen ist unehrlich“ wahr ist. Was zu bezweifeln war.

3. — der Gegenstand a existiert, es aber nicht festgestellt werden kann, ob er die Eigenschaft P besitzt.

   Diogenes Hundeflöhe waren lästig.

   Dies wäre der zutreffende Fall, wenn Diogenes Flöhe hatte, aber man nicht feststellen könnte, ob sie lästig waren. Abgesehen von beschränkten Erkenntnismöglichkeiten sind hier auch die Grenzfälle vager Prädikate zu betrachten. Nehmen wir als Beispiel Peter, der der stolze Besitzer von 15 Haaren (auf dem Kopf) ist. Hat dieser Mann eine Glatze oder hat er keine Glatze? Welchen Wahrheitswert haben die Sätze „Peter hat eine Glatze“ und „Peter hat keine Glatze“?

4. — der Gegenstand a in der gegebenen Situation existiert, aber das Prädikat auf den Gegenstand nicht anwendbar ist („nicht anwendbar“ bedeutet hier: ist für den Gegenstand irrelevant, da bei einer Anwendung ein Kategorienfehler auftritt bzw. semantische Regeln verletzt werden).

   Der Mond ist ehrlich.

   Weder diesen Satz noch den Satz „Der Mond ist unehrlich“ sollte man als wahr anerkennen. In der klassischen zweiwertigen Logik muß aber einer von diesen beiden Sätzen wahr sein.

5. — es sich bei der Eigenschaft P um „existieren“ handelt.

   Der gegenwärtige König von Sachsen existiert.

   Warum führt das Existenzprädikat zu Schwierigkeiten? Da der gegebene Beispielsatz nicht wahr ist, muß (innerhalb der klassischen Logik) die Negation des Satzes wahr sein, also die Aussage „Der gegenwärtige König von Sachsen ist unexistierend“. Doch um diese Aussage als wahre Aussage anzusehen, setzt man die Existenz des gegenwärtigen Königs von Sachsen voraus. Anderenfalls würde man gleichzeitig anerkennen, daß es z. Z. keinen König von Sachsen gibt und daß er unexistierend ist, was absurd ist.

Im nächsten Abschnitt wird der Lösungsvorschlag von Wessel für diese Problematik dargestellt werden. Diese Konzeption bietet, wie anschließend gezeigt wird, umfassendere oder einfachere Lösungen für die fünf vorgestellten Problemfälle als sie die anderen Konzeptionen anbieten, die hier betrachtet werden.

3 Wessels Konzeption

Zur Einführung in Wessels Nichttraditionelle Prädikationstheorie (NPT)[2] möchte ich das Märchen der Gebrüder Grimm „Die Kluge Bauernstochter" in einer von mir etwas abgewandelten Form nutzen.

Die Aufgabe des Königs an die Bauernstochter besteht in der Aufforderung: „Komm zu mir, nicht bekleidet, nicht unbekleidet" (im Original: *„Komm zu mir, nicht gekleidet, nicht nackend [. . .] und wenn du das kannst, will ich dich heiraten."* [4, S. 314]).[3]

Wenn der klugen Bauernstochter nur die Mittel der klassischen Logik zur Verfügung stehen, hat sie eine unlösbare Aufgabe bekommen, denn nur eine der beiden Forderungen kann erfüllt werden (die Formalisierung dieser Aufgabe in der klassischen Logik ist, da es nur eine Negation gibt, $\sim P(a) \wedge \sim\sim P(a)$ und damit $\sim P(a) \wedge P(a)$).

Aber das Märchen geht „glücklich" aus, der König heiratet die kluge Bauernstochter, da er sein Rätsel als gelöst ansieht, als sie mit nichts anderem als einem großen Fischgarn umwickelt ankommt. Das Prädikat „bekleidet" ist ein vages Prädikat, bei dem Grenzfälle auftreten können und auch berücksichtigt werden sollten. Das Eingewickeltsein in ein großes Fischgarn entspricht so einem Grenzfall. In der klassischen Aussagenlogik mit einer Negation läßt sich dies nicht ohne Widerspruch ausdrücken. In der NPT können solche Fälle berücksichtigt werden, ohne daß dies zu einem Widerspruch führt. Das technische Mittel, das dies ermöglicht, ist die Unterscheidung zwischen zwei Negationsarten. Zusätzlich zur klassischen Negation $\sim$, im folgenden auch äußere Negation genannt, wird eine innere Negation $\neg$ eingeführt. Wobei die

[2]Meine Ausführungen zu Wessels Konzeption stützen sich auf die Fassung in [14]. Die Grundlagen der NPT wurden von Sinowjew entworfen und von Wessel in wesentlichen Punkten modifiziert (siehe [7, 8, 14]).

[3]Die Abwandlung des Textes wurde vorgenommen, um nicht klären zu müssen, ob „unbekleidet" und „nackt" bedeutungsgleich sind (dies betrifft nicht das Thema meiner Arbeit, und es wäre unklug, dies hier auch noch klären zu wollen, obwohl ich nicht sicher bin, ob es auch dumm wäre).

innere Negation $\neg$ kein selbständiger Operator ist, sondern Bestandteil des aussagenbildenden Operators des Absprechens. Das Absprechen eines Prädikates verhält sich konträr zum Zusprechen eines Prädikates. Es kann also der Fall sein, daß ein Prädikat weder zu- noch abgesprochen wird, und dieser Fall tritt bei unserem Beispiel auf: Es kann der klugen Bauernstochter in ihrem Fischernetz weder zu- noch abgesprochen werden, daß sie bekleidet ist, denn sie benutzt zur Lösung der Aufgabe des Königs einen Grenzfall des Prädikates „bekleidet“.

In der Nichttraditionellen Prädikationstheorie sind folgende drei Möglichkeiten zu unterscheiden:

I. das Prädikat wird zugesprochen $P(a)$ – die kluge Bauernstochter ist bekleidet.

II. das Prädikat wird abgesprochen $\neg P(a)$ – die kluge Bauernstochter ist unbekleidet.

III. das Prädikat wird weder zu- noch abgesprochen; $\sim P(a) \wedge \sim\neg P(a)$ (in abgekürzter Schreibweise $?P(a)$) – die kluge Bauernstochter ist weder bekleidet noch unbekleidet.

Dieser dritte Fall, daß sowohl das Zu- als auch das Absprechen eines Prädikates nicht zutreffen, betrifft die vorgestellten Problemfälle:

⇒ Wenn der Gegenstand a nicht in der gegebenen Situation existiert (Fall 1), dann kann ihm die Eigenschaft P weder zu- noch abgesprochen werden. *Der gegenwärtige König von Sachsen ist weder ehrlich noch unehrlich.*

⇒ Wenn es nicht möglich ist festzustellen, ob ein Gegenstand a in der gegebenen Situation existiert oder nicht (Fall 2), dann kann ihm die Eigenschaft P weder zu- noch abgesprochen werden. *Diogenes Flöhe sind weder lästig noch unlästig.*

⇒ Wenn der Gegenstand a existiert, aber nicht festgestellt werden kann, ob er die Eigenschaft P besitzt oder nicht (Fall 3), dann kann ihm die Eigenschaft P weder zu- noch abgesprochen werden. *Die kluge Bauernstochter ist weder bekleidet noch unbekleidet. / Diogenes Flöhe sind weder lästig noch unlästig.*

⇒ Wenn der Gegenstand a in der gegebenen Situation existiert, das Prädikat aber nicht auf den Gegenstand anwendbar ist (Fall 4), dann kann ihm die Eigenschaft P weder zu- noch abgesprochen werd en. *Der Mond ist weder ehrlich noch unehrlich.*

Wessel hat auch explizit zur „Existenz-als-Prädikat-Problematik“ Stellung bezogen. In Wessels Konzeption wird Existenz als ein Prädikat (erster Stufe) aufgefaßt. Dieses Prädikat bekommt eine Einschränkung: eine Aussage, bei der das Existenzprädikat abgesprochen wird, kann nicht wahr sein.

A1. $\vdash \sim\neg\mathcal{E}(s)$

Die äußere Negation des Existenzprädikates kann hingegen sinnvoll behauptet werden. Es gilt weiterhin:

A2. $P(s) \vee \neg P(s) \vdash \mathcal{E}(s)$

Dieses Axiom erfordert die mit A1 gegebene Einschränkung des Existenzprädikates. Denn wäre es möglich, das Existenzprädikat einem Subjektterminus wahr abzusprechen, würde daraus nach A2 folgen, daß das Existenzprädikat dann dem Subjektterminus auch zugesprochen wird.

Somit ist jegliche Nicht-Existenz eines Gegenstandes immer als äußere Negation aufzufassen, und gemäß Wessels Auffassung der Existenzbelastung [6, S. 348] ist diese äußere Negation existentiell unbelastet, falls die Ausgangsaussage belastet ist. Die Regel ist, wenn A existentiell belastet ist, dann ist $\sim A$ nicht belastet. Die einfache prädikative Aussage $P(a)$ ist existentiell belastet, und somit ist $\sim P(a)$ unbelastet. Dasselbe gilt für $\sim\neg P(a)$, denn diese Aussage ist ebenfalls existentiell nicht belastet, da die einfache prädikative Aussage $\neg P(a)$ existentiell belastet ist. Dadurch sind auch $\sim\mathcal{E}(a)$ und $\sim\neg\mathcal{E}(a)$ nicht existentiell belastet, und somit hat man die Möglichkeit, das Existenzprädikat ohne Widerspruch zu negieren.

Aus A1 ergibt sich, daß immer entweder $\mathcal{E}(a) \wedge \sim\neg\mathcal{E}(a)$ oder $\sim\mathcal{E}(a) \wedge \sim\neg\mathcal{E}(a)$ gilt. Denn aus $\sim\mathcal{E}(a)$ folgt $\sim P(a) \wedge \sim\neg P(a)$[4], und somit folgt aus $\sim\mathcal{E}(a)$ auch $\sim\mathcal{E}(a) \wedge \sim\neg\mathcal{E}(a)$. Wessels Bezeichnung der „Unbestimmtheit“ für $\sim P(a) \wedge \sim\neg P(a)$ wirkt für den Fall, daß P das Existenzprädikat ist, dadurch deplaziert. Dies läßt sich an einem Beispiel demonstrieren: der Satz

[4]Kontraposition von A2

„Einhörner existieren nicht“ würde dann durch die Formulierung „Die Existenz von Einhörnern ist unbestimmt“ wiedergegeben. Deshalb wird hier von der Bezeichnung „Unbestimmtheit“ für $\sim\mathcal{E}(a) \wedge \sim\neg\mathcal{E}(a)$ im Gegensatz zu Wessel abgesehen.

Paraphrasiert man ein Beispiel Wessels „In der Dezimalentwicklung von π kommt die Null 10^{10} mal hintereinander vor“ [14, S. 156] dahingehend, daß in ihm als Prädikat das Existenzprädikat auftritt: „Die Zahlenfolge ‚10^{10} mal hintereinander die Null‘ existiert in der Dezimalentwicklung von π“, formalisiert $\mathcal{E}(a)$, ergibt sich folgendes: die Feststellung, daß die Null nicht 10^{10} mal hintereinander in der Dezimalentwicklung von π vorkommt, ist dann mit $\sim\mathcal{E}(a) \wedge \sim\neg\mathcal{E}(a)$ darzustellen. Jedoch ist dies genauso beim jetzigen zutreffenden Fall: weder können wir feststellen, ob in der Dezimalentwicklung von π die Null 10^{10} mal hintereinander vorkommt, noch daß sie nicht vorkommt und damit $\sim\mathcal{E}(a) \wedge \sim\neg\mathcal{E}(a)$.

Für das Existenzprädikat gibt es demnach in Wessels Konzeption keine unterschiedliche Darstellung von dem Fall, daß etwas nicht existiert und dem Fall, daß man es nicht feststellen kann. Für die Feststellung, daß die Null nicht 10^{10} mal hintereinander in der Dezimalentwicklung von π vorkommt, gibt es nur die Alternativen: entweder wird das „positive Ergebnis“ einmal durch Weiterführung der Dezimalstellen gefunden, oder die jetzige Darstellung $\sim\mathcal{E}(a) \wedge \sim\neg\mathcal{E}(a)$ behält ihre Gültigkeit.

Doch wie verhält es sich mit solchen Aussagen wie „Einhörner existieren nicht“? Abgesehen davon, daß die Formulierung, daß die Existenz dann unbestimmt sei, wie bereits festgestellt wurde, unglücklich ist, kommt hier die Auffassung zum Tragen, daß einfach nichts feststellbar sei, das auf die Existenz hinweist – und genauso verfahren wir, wenn wir solche Aussagen treffen. Wir haben keinen Beweis dafür, daß es keine Einhörner gibt. Es gibt nur eben keinen ernst zu nehmenden Hinweis auf ihre Existenz.

Damit läßt sich abschließend zu dieser Thematik sagen, daß nach Wessels Konzeption kein Unterschied zwischen „Der Gegenstand existiert nicht“ und „Es ist weder feststellbar, ob der Gegenstand existiert oder nicht“ getroffen wird. Erst bei weiteren Einschränkungen wie „Der Gegenstand existiert nicht mehr“ kann man wieder durch die Einführung der inneren Negation für das Existenzprädikat weitere Differenzierungen treffen.

Kurz zusammengefaßt, bietet Wessels Auffassung die Möglichkeit, die für die klassische zweiwertige Logik dargestellten Probleme alle zu lösen, dabei zweiwertig zu bleiben und auch Existenz als Prädikat (erster Stufe) auffassen zu können.

4 Freges Konzeption

Frege unterschied zwischen dem Sinn und der Bedeutung eines Satzes. Ausgangspunkt dieser Überlegung waren Sätze mit leerem Subjektterminus. Freges Standardbeispiel war: „Odysseus wurde tief schlafend in Ithaka ans Land gesetzt“ [2, S. 45]. Dieser Satz hat nach Frege einen Sinn (Gedanken), aber keine Bedeutung (Wahrheitswert).

Neben der Unterscheidung Freges von Sätzen in Behauptungen (Sätze mit Sinn und Bedeutung) und Scheinbehauptungen (Sätze mit Sinn ohne Bedeutung) ließe die Unterscheidung von Sinn und Bedeutung eines Satzes noch zwei weitere Kombinationsmöglichkeiten zu. Nämlich erstens sinnlose und bedeutungslose Sätze und zweitens sinnlose und bedeutungsvolle Sätze. Frege schiebt diesen Kombinationen mit folgender Äußerung einen Riegel vor:

> „Was nennt man einen Satz? Eine Folge von Lauten; aber nur dann, wenn sie einen Sinn hat, womit nicht gesagt sein soll, daß jede sinnvolle Folge von Lauten ein Satz sei.“ [3, S. 33]

Es gibt nach Frege keinen sinnlosen Satz. Ein Satz, wenn es denn einer ist, hat immer einen Sinn. Sätze über nicht existierende Gegenstände, also Sätze, in denen der Subjektterminus keine Bedeutung hat, haben keinen Wahrheitswert sondern eine Wahrheitswertlücke. Dies ist bei Frege nicht nur *ein Fall* der Wahrheitswertlücke, sondern *der Fall* (der einzige) der Wahrheitswertlücke.

Frege hat anhand von Beispielen auch die anderen Fälle, die als problematisch für die klassische zweiwertige Logik aufgezeigt wurden, bereits behandelt. Sätze, in denen die Eigenschaft, die vorkommt, nicht anwendbar auf den vorkommenden Eigennamen ist (Fall 4), haben für Frege einen Wahrheitswert, sie sind falsch. Dazu gibt Frege auch selbst ein Beispiel. Er schreibt, daß wenn man in dem Satz „Der Begriff Quadratwurzel aus 4 ist erfüllt“ den Eigennamen „der Begriff Quadratwurzel aus 4“ durch „Julius Cäsar“ ersetzen würde, der sich ergebende Satz Sinn hätte, aber falsch wäre [2, S. 73].

Nimmt man dies mit dem folgenden Zitat von Frege zusammen:

> „Wenn A ein Gedanke ist, der nicht der Dichtung angehört, gehört auch die Verneinung von A der Dichtung nicht an. Von den beiden

> Gedanken A und der Verneinung von A ist dann immer einer und nur einer wahr.“ [3, S. 71]

ergibt sich, daß die Verneinung des Satzes „Julius Cäsar ist erfüllt“, also der Satz „Julius Cäsar ist nicht erfüllt“, nach Freges Ausführung wahr ist. Man könnte nun einwenden, daß diese Art von Sätzen (mit einem Kategorienfehler) auch der Dichtung angehöre. Doch Frege selbst verweist diese Sätze nicht wie Sätze mit bedeutungslosem Eigennamen aus der Wissenschaft.

Da Frege außerdem noch ausdrücklich darauf hinweist, daß solche Vorsilben wie „un“ genauso negieren wie „nicht“:

> „[...] dadurch, daß sich die Verneinungssilbe mit einem Teile des Satzes verbunden hat, wird der Inhalt des ganzen Satzes verneint“ [3, S. 68],

erhält man als *wahren* Satz: „Julius Cäsar ist unerfüllt“ (bei dem Beispiel „Der Mond ist ehrlich“ ist die Konsequenz noch deutlicher, man erhält als wahren Satz: „Der Mond ist unehrlich“).

Ein weiteres Problem, das Frege in seiner Konzeption zu lösen hatte, waren Existenzaussagen. Welchen Wahrheitswert sollte ein „Satz“ wie „Pegasus existiert nicht“ bekommen? Sieht man die Existenzsätze als normale prädikative Aussagen an, würde sich nach dem bisher vorgestellten Teil von Freges Konzeption ergeben, daß „Pegasus existiert nicht“ keinen Wahrheitswert hat, da Pegasus keine Bedeutung hat. Aber genau letzteres soll der Satz ja ausdrücken, also ist er wahr. Wenn es ein wahrer Satz ist, haben die Bestandteile des Satzes Bedeutung – aber Pegasus hat keine Bedeutung. Innerhalb Freges Konzeption muß für die Wahrheit von „Pegasus existiert nicht“ die Existenz von Pegasus vorausgesetzt werden. Dieses Dilemma führt Frege zu einem anderen Weg: Existenz kann nur Begriffen zu- oder abgesprochen werden, es ist ein Prädikat zweiter Stufe. Ausdrücke wie: „Pegasus existiert nicht“ oder „Es gibt Julius Cäsar“ sind für Frege sinnlos, da Existenz nur von einem Begriff ausgesagt werden kann.

> „Ich will nicht sagen, es sei falsch von einem Gegenstand auszusagen, was hier von einem Begriffe ausgesagt wird; sondern ich will sagen, es sei unmöglich, es sei sinnlos.“ [2, S. 73]

Wenn man dies mit Freges Forderung der Sinnhaftigkeit von Sätzen zusammennimmt, ergibt sich, daß Frege „Pegasus existiert nicht“ nicht als Satz angesehen hat. Äußerungen, in denen etwas über die Existenz eines Gegenstandes ausgesagt wird, sind nach Frege keine Sätze, da bei ihm Existenz ein Prädikat zweiter Stufe ist. Frege mußte innerhalb seiner Konzeption Existenz als Prädikat erster Stufe verbieten, denn ein Satz wie „Pegasus existiert nicht" würde sonst in seinem System zu einem Widerspruch führen.

Wenn man „Pegasus existiert" allerdings analog zu dem Satz „Julius Cäsar ist erfüllt" als Kategorienfehler auffassen würde, hätte dieser Satz einen Wahrheitswert: er wäre falsch. Frege läßt also in seiner Konzeption nur Kategorienfehler innerhalb einer Stufe zu und faßt eine falsche Zuschreibung von Prädikat und Subjektterminus aus verschiedenen Stufen als etwas Unsinniges auf, das deshalb keinen Wahrheitswert bekommt.

Frege hat eine Lösung für Sätze mit bedeutungslosen Termini angeboten (diese Sätze haben keine Bedeutung, also keinen Wahrheitswert), aber diese Lösung reicht nicht aus. Seine Wahrheitswertkonzeption führt zu einem Fehler bei Aussagen, in denen ein Kategorienfehler auftritt. Grenzfälle bei vagen Prädikaten und Unbestimmtheit werden in Freges Konzeption nicht berücksichtigt bzw. ausgeschlossen. Dies ist innerhalb seines Projektes der Idealsprache verständlich, vernachlässigt aber den tatsächlichen Sprachgebrauch. Das Existenzprädikat ist nur als Prädikat zweiter Stufe zugelassen, und zusätzlich ist die Einschränkung des Kategorienfehlers auf eine Stufe vonnöten.

5 Strawsons Konzeption

Strawsons Konzeption ist in vielen Punkten Freges ähnlich, er baut jedoch Freges Konzeption weiter aus, wodurch es möglich wird, auf weitere Probleme der Wahrheitswertlückenkonzeption hinzuweisen.

Aus Strawsons Sicht kann eine Wahrheitswertlücke nur entstehen, wenn ein sogenannter „radikaler Fehlschlag" auftritt. Dies ist der Fall, wenn der Subjektterminus nichts bezeichnet und deshalb die Existenzpräsupposition der Behauptung nicht erfüllt ist (also Fall eins).

Welchen Wahrheitswert bekommt in Strawsons Konzeption die Aussage „Der Mond ist ehrlich"? Der Mond bezeichnet etwas, damit ist kein „radikaler Fehlschlag" aufgetreten, und dementsprechend muß dieser Satz entweder wahr oder falsch sein. Als wahren Satz wird ihn Strawson sicherlich nicht ansehen. Es bleibt nur die Möglichkeit, diesem Satz den Wahrheitswert „falsch" zuzuschreiben, und entsprechend trifft damit die Negation des Prädikatsterms auf den Gegenstand zu. Mit seiner Erklärung zu den komplementären Prädikaten bleibt Strawson wiederum sehr nah an Freges Ausführungen. Komplementäre Prädikate werden laut Strawson u. a. durch die Vorsilbe „un“ gebildet. Als Beispiele dafür führt Strawson folgende Paare an: glücklich – unglücklich, giftig – ungiftig, aufdringlich – unaufdringlich [10, S. 157]. Um bei dem Beispiel des Mondes zu bleiben, ergibt sich aus Strawsons Konzeption der gleiche Fehler wie bei Frege: Dem Satz „Der Mond ist unehrlich“ muß der Wahrheitswert „wahr“ zugeschrieben werden.

Für Strawson bleibt das „Dilemma der Existenzaussagen“, wie es im vorigen Abschnitt zu Frege skizziert wurde, bestehen. Auch er löst es damit, daß Ausdrücke wie „Pegasus existiert nicht“ keine Sätze sind. Seine Begründung unterscheidet sich aber von der Freges: Für Strawson ist Existenz kein Prädikat (auch nicht zweiter Stufe). Hieraus ergeben sich Schwierigkeiten für Strawsons Grundkonzept. Frege hatte sich die Bildung einer Idealsprache vorgenommen, und wenn er „Pegasus existiert nicht“ nicht als Satz ansieht, obwohl er in der Alltagssprache durchaus als Satz angesehen wird, kann er dies eben als einen Fehler der Alltagssprache deklarieren. Dieser Ansicht dürfte sich Strawson (eigentlich) nicht anschließen, denn er gibt wiederholt die „ordinary speech“ als Grundlage für seine Überlegungen an und benutzt sie zur Kritik anderer Logikkonzeptionen. Mit seiner Lösung „Existenz ist kein Prädikat“ sägt Strawson an dem Ast, auf dem er sitzt, denn er stellt seinen eigenen Kritikmaßstab als fehlerhaft hin. Dies trägt nicht gerade zur Überzeugungskraft seiner Konzeption bei.

Einen sehr schwerwiegenden Kritikpunkt an seiner Wahrheitswertlückenkonzeption bringt Strawson selbst zur Sprache:

> „P sei eine Aussage, die der Theorie der Wahrheitswertlücken zufolge weder wahr noch falsch ist. Dann ist die Aussage, daß P wahr ist, selbst falsch. Doch wenn es falsch ist, daß P wahr ist, dann ist P falsch. Ebenso können wir aus dieser Hypothese die Konklusion ableiten, daß P wahr ist, also auch die Konklusion, daß P sowohl wahr als auch falsch ist. Das ist jedoch selbstwidersprüchlich und die ursprüngliche Hypothese folglich auch.“ [10, S. 132]

Als Lösung für dieses Problem gibt Strawson an:

> „[. . .] daß jede Aussage, die eine andere Aussage ohne Wahrheitswert einfach als wahr oder falsch bewertet, gleichermaßen ohne

> Wahrheitswert bleibt. Also läßt sich kein Widerspruch ableiten.“ [10, S. 132]

Damit kann man von der Wahrheitswertlücke selbst nicht sagen, daß diese Lückenzuschreibung wahr ist, oder wenn man ihr „wahr“ zuschreibt, dann kann man dies nicht mit wahr bewerten. Wird dem Satz also eine Wahrheitswertlücke zugeschrieben und wird diese „Lückenzuschreibung“ mit wahr oder falsch bewertet, dann ist dieser Bewertung wiederum eine Wahrheitswertlücke zuzuschreiben usw. Aber dies entspricht nicht dem Sprachgefühl. Wenn man einem Satz eine Wahrheitswertlücke „zuteilt“, erwartet man, daß man diese „Zuteilung“ mit „wahr“ bestätigen kann und auch diese Bestätigung wiederum mit „wahr“ bestätigen kann. Entgegen der Erwartung kann man das nach Strawsons Lösungsvorschlag nicht. Nach Strawson ist hier eine „Lückenbewertung“ einzusetzen, wobei dies bei Strawson aber gleichzeitig bedeutet, daß es keine Behauptung ist (nur Aussagen mit Wahrheitswert sind Behauptungen). Des weiteren kann man auch nicht beim Auftreten einer Wahrheitswertlücke folgern, daß dann eine Zuschreibung eines Wahrheitswertes (wahr oder falsch) falsch ist bzw. dies nicht mit einem weiteren „wahr“ bestätigen und trifft somit keine „wahrheitswerttaugliche Behauptung“.

Diese Festlegungen trifft Strawson, um einem Widerspruch zu entgehen. Doch angesichts der Entfernung von seinem ursprünglichen Konzept, der Orientierung an der normalen Sprache, ist dies nur eine Notlösung und eine schlechte dazu. Hier wird die Kluft zwischen Strawsons ursprünglichem Ansatz, der Orientierung an der Normalsprache, durch den er ja die Notwendigkeit einer Wahrheitswertlücke rechtfertigt, und seiner Ausführung sehr deutlich. Eine Theorie, in der man zwar einem Satz eine Wahrheitswertlücke zuschreiben kann, diese Feststellung aber nicht als wahr hinstellen kann, widerspricht völlig dem Sprachgefühl.

Außerdem erweitert Strawson hier seine Theorie willkürlich. Bisher war eine Lückenzuschreibung nur für den Fall des „radikalen Scheiterns“ vorgesehen, d. h., wenn die Existenzpräsupposition nicht erfüllt ist. Nun tritt aber noch ein anderer Fall auf. Der Feststellung, daß es wahr ist, daß dieser Satz eine Wahrheitswertlücke hat, wird auch eine Wahrheitswertlücke zugeschrieben. Dies ist ein neuer Fall, da von einer Nichterfüllung der Existenzpräsupposition keine Rede sein kann, da der Satz (die Feststellung) ja existiert. Es gibt also doch mehr Möglichkeiten des Fehlens eines Wahrheitswertes als das „radikale Scheitern“. Allerdings gibt Strawson dies hier nur an, um einen Widerspruch zu vermeiden und führt dies nicht weiter aus.

Strawsons Konzeption erweist sich genauso wie Freges Konzeption zwar als Möglichkeit, mit Sätzen mit nichterfüllter Existenzpräsupposition umzugehen, aber als unzureichende Lösung bis fehlerhafte Konzeption bei den anderen betrachteten Problemfällen.

Außerdem tritt als Resultat von Strawsons Konzeption der Wahrheitswertlücke eine endlose Iteration von Lücken auf, wenn man die Zuschreibung von Wahrheitswertlücken betrachtet und deren Zuschreibung usw. Dies erinnert wohl mehr an den Ausspruch des Zauberlehrlings *„Die ich rief, die Geister, werd ich nun nicht los.“* als an eine funktionierende logische Theorie.

6 Das formale System $\mathbf{NPT_{WS}}$

Alphabet

1.	$s, s_1, s_2, \ldots$	*Subjektvariablen*
2.	$P, P_1, P_2, \ldots$	*Prädikatvariablen*
3.	$\mathcal{E}$	*Existenzprädikat*
4.	ϑ	*Wahrheitsprädikat*
5.	$p, q, r, p_1, \ldots$	*Aussagenvariablen*
6.	$\sim, \wedge, \vee, \supset, \equiv$	*logische Operatoren (Negation, Konjunktion, Adjunktion, Subjunktion und Bisubjunktion)*
7.	$\neg$	*die innere Negation*
8.	$\tau, \sigma, \downarrow$	*terminibildende Operatoren*
9.	$), ($	*Hilfszeichen*

Definition 1 *(Prädikatformel)*

1. *Wenn $x_1, \ldots, x_n$ Subjektvariablen sind und f eine n-stellige Prädikatvariable ist, so sind $f(x_1, \ldots, x_n)$ und $\neg f(x_1, \ldots, x_n)$ Prädikatformeln.*

2. *Nur die in Punkt 1 genannten Zeichenreihen sind Prädikatformeln.*

Definition 2 *(Formel der Prädikationstheorie)*

1. *Alleinstehende Aussagenvariablen und Prädikatformeln sind Formeln der Prädikationstheorie.*

2. *Wenn A eine Formel der Prädikationstheorie ist, so ist $\sim A$ eine Formel der Prädikationstheorie.*
3. *Wenn A und B Formeln der Prädikationstheorie sind, so sind $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \supset B)$ und $(A \equiv B)$ Formeln der Prädikationstheorie.*
4. *Kein weiterer Ausdruck ist eine Formel der Prädikationstheorie.*

Semantik der Nichttraditionellen Prädikationstheorie

Die klassische Aussagenlogik wird durch folgende Regeln erweitert:

SR1) Einer Prädikatformel werden die Wahrheitswerte w und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen.

SR2) Zwei Prädikatformeln sind genau dann verschieden, wenn sie sich graphisch unterscheiden.

SR3) Wenn A den Wert w, so hat $\neg A$ den Wert f.

SR4) Wenn $\neg A$ den Wert w, so hat A den Wert f.

Aus den Regeln 1–4 und den semantischen Regeln der Aussagenlogik ergibt sich weiterhin folgende abgeleitete semantische Regel:

SR5) Von den drei Formeln A, $\neg A$ und $?A$ darf höchstens und muß mindestens einer der Wahrheitswert w zugeschrieben werden.

Definition 3
Eine Formel wird genau dann Tautologie *genannt, wenn sie bei jeder beliebigen Wertkombination für die in ihr vorkommenden Variablen und Prädikatformeln den Wert* w *annimmt.*

Definition 4
Eine Formel wird genau dann Kontradiktion *genannt, wenn sie bei jeder beliebigen Wertkombination für die in ihr vorkommenden Variablen und Prädikatformeln den Wert* f *annimmt.*

Definition 5
Logisch indeterminiert *ist eine Formel genau dann, wenn sie weder eine Tautologie noch eine Kontradiktion ist.*

Definitionen der terminibildenden Operatoren

Definition 6
$\mathcal{E}(\tau A)$ genau dann, wenn das sprachliche Gebilde A eine Aussage ist.

Definition 7
$\mathcal{E}(\sigma A)$ genau dann, wenn A (A gilt, τA ist wahr).

Definition 8
$\mathcal{E}(\downarrow A) =_{Df} \mathcal{E}_{\text{„wirklich“}}(\sigma A)$.

Für die terminibildenden Operatoren $\tau, \sigma, \downarrow$ gilt: Wenn A eine Aussage ist, dann sind τA, σA und $\downarrow A$ Subjekttermini, wobei τA als „die Aussage A“, σA als „der Sachverhalt A“ und $\downarrow A$ als „die Tatsache A“ gelesen werden soll. A kommt in τA, σA und $\downarrow A$ nicht als Aussage, sondern nur als graphischer Teil vor.

Ein kurzer Exkurs zu den Definitionen D7 und D8

Die Definitionen D7 und D8 unterscheiden sich von Wessels Definitionen von Sachverhalten und Tatsachen. Die Definition D7 für Sachverhalte entspricht in Wessels Fassung seiner Definition für Tatsachen.

Hier wird der Tatsachenbegriff für eine „Untergruppe“ von Sachverhalten eingesetzt, Tatsachen existieren, wenn A „wirklich“ wahr ist. Dadurch entsteht die Möglichkeit, Sachverhalten auch andere Existenzformen zuzuschreiben, wie literarische Existenz, theoretische Existenz etc., die dann die entsprechenden Einschränkungen des Wahrheitsprädikates erfordern (z. B. wahr in Bezug auf die Menge aller gültigen Aussagen einer Theorie).[5]

Axiomenschemata

A1. $(A \supset (B \supset A))$

A2. $((A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C)))$

A3. $((\sim A \supset \sim B) \supset (B \supset A))$

A4. $(f(a) \supset \neg f(a))$, *wobei a eine Subjektvariable s oder eine Gruppe von Subjektvariablen $s_1, \ldots, s_n$ und f eine entsprechend einstellige oder n-stellige Prädikatvariable ist.*

[5] In [5, S. 232], ist eine solche Unterscheidung verschiedener Existenzprädikate zu finden.

Schlußregel

R. *Aus den Formeln $(A \supset B)$ und A erhält man die Formel B.*

Definition 9

Ein Beweis einer Formel A in der NPT_{WS} ist eine endliche Folge von Formeln, von denen jede entweder ein Axiom von NPT_{WS} ist oder aus vorhergehenden Formeln der Folge nach der Schlußregel R gewonnen wurde, wobei die letzte Formel der Folge A ist.

Definition 10

Ein Theorem der NPT_{WS} ist eine Formel, für die es in der NPT_{WS} einen Beweis gibt.

Definition 11

Ein Beweis einer Formel B aus den Annahmeformeln $A_1, \ldots, A_n$ ist eine endliche Folge von Formeln, deren letztes Glied die Formel B ist und von denen jede entweder ein Axiom ist oder eine der Annahmeformeln $A_1, \ldots, A_n$ ist oder aus vorhergehenden Formeln der Folge nach der Schlußregel R gewonnen wurde.

Definition 12

$\vartheta\tau A \longleftrightarrow A$

Definition 13

$\mathcal{E}\sigma A \longleftrightarrow A$

7 Darstellung der Beziehung zwischen wahren Sätzen und der Existenz von Sachverhalten

Aus D12 $\vartheta\tau A \longleftrightarrow A$ und D13 $\mathcal{E}\sigma A \longleftrightarrow A$ erhält man $\vartheta\tau A \longleftrightarrow \mathcal{E}\sigma A$ ($\longleftrightarrow$ ist ein reflexiver, symmetrischer und transitiver Operator).

Wahrheit

Für die einfache prädikative Aussage $P(s)$ gilt:

1.1	$\vartheta\tau P(s)$	$\longleftrightarrow$	$P(s)$
1.2	$P(s)$	$\vdash$	$\sim\neg P(s)$
1.3	$\vartheta\tau P(s)$	$\vdash$	$\sim\neg P(s)$
1.4	$\sim\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\vartheta\tau\sim\neg P(s)$
1.5	$\vartheta\tau P(s)$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim\neg P(s)$
1.6	$P(s)$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim\neg P(s)$
1.7	$\sim\vartheta\tau P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\vartheta\tau\sim P(s)$
1.8	$\vartheta\tau P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\sim\vartheta\tau\sim P(s)$
1.9	$\vartheta\tau P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau\neg P(s)$
1.10	$P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau\neg P(s)$
1.11	$P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\sim\vartheta\tau\sim P(s)$

Für die einfache prädikative Aussage $\neg P(s)$ gilt:

2.1	$\vartheta\tau\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\neg P(s)$
2.2	$\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim P(s)$
2.3	$\vartheta\tau\neg P(s)$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim P(s)$
2.4	$\vartheta\tau\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s)$
2.5	$\neg P(s)$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim P(s)$
2.6	$\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau\sim P(s)$
2.7	$\vartheta\tau\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim P(s)$
2.8	$\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\sim\vartheta\tau\sim\neg P(s)$

Für die zusammengesetzte Aussage $\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$ gilt:

3.1	$\vartheta\tau(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\longleftrightarrow$	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$
3.2	$\vartheta\tau(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\longleftrightarrow$	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$
3.3	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$
3.4	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$
3.5	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \sim\vartheta\tau\neg P(s)$
3.6	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s) \wedge \sim\vartheta\tau\neg P(s)$
3.7	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$
3.8	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \sim\vartheta\tau\neg P(s)$
3.9	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s) \wedge \sim\vartheta\tau\neg P(s)$

Existenz von Sachverhalten

Für die einfache prädikative Aussage $P(s)$ gilt:

4.1	$\mathcal{E}\sigma P(s)$	$\longleftrightarrow$	$P(s)$
4.2	$\mathcal{E}\sigma P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$
4.3	$\mathcal{E}\sigma P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\sim\mathcal{E}\sigma\sim P(s)$

Für die einfache prädikative Aussage $\neg P(s)$ gilt:

5.1	$\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\neg P(s)$
5.2	$\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$	$\vdash$	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s)$
5.3	$\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma P(s)$
5.4	$\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma?P(s)$

Für die zusammengesetzte Aussage $\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$ gilt:

6.1	$\mathcal{E}\sigma(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\longleftrightarrow$	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$
6.2	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s) \wedge \mathcal{E}\sigma\sim\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$
6.3	$\mathcal{E}\sigma(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s) \wedge \mathcal{E}\sigma\sim\neg P(s)$
6.4	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s) \wedge \mathcal{E}\sigma\sim\neg P(s)$	$\vdash$	
6.5	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma P(s)$
6.6	$\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$

Existenz von Sachverhalten und Wahrheit

Für die einfache prädikative Aussage $P(s)$ gilt:

7.1	$\vartheta\tau P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{E}\sigma P(s)$
7.2	$\mathcal{E}\sigma P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau\neg P(s)$
7.3	$\mathcal{E}\sigma P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau\sim P(s)$
7.4	$\vartheta\tau P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$
7.5	$\vartheta\tau P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma\sim P(s)$

Für die einfache prädikative Aussage $\neg P(s)$ gilt:

8.1	$\vartheta\tau\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$
8.2	$\vartheta\tau\neg P(s)$	$\vdash$	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s)$
8.3	$\vartheta\tau\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma P(s)$
8.4	$\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim P(s)$
8.5	$\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s)$

Für die zusammengesetzte Aussage $\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$ gilt:

9.1	$\vartheta\tau(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{E}\sigma(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$
9.2	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s) \wedge \mathcal{E}\sigma\sim\neg P(s)$
9.3	$\vartheta\tau(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s) \wedge \mathcal{E}\sigma\sim\neg P(s)$
9.4	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$	$\longleftrightarrow$	$\mathcal{E}\sigma(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$
9.5	$\mathcal{E}\sigma(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s) \wedge \vartheta\tau\sim\neg P(s)$
9.6	$\mathcal{E}\sigma(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\vdash$	$\vartheta\tau\sim P(s) \wedge \sim\vartheta\tau\neg P(s)$
9.7	$\mathcal{E}\sigma(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\vdash$	$\sim\vartheta\tau P(s) \wedge \sim\vartheta\tau\neg P(s)$
9.8	$\vartheta\tau(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma P(s) \wedge \mathcal{E}\sigma\sim\neg P(s)$
9.9	$\vartheta\tau(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\vdash$	$\mathcal{E}\sigma\sim P(s) \wedge \mathcal{E}\sigma\sim\neg P(s)$
9.10	$\vartheta\tau(\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s))$	$\vdash$	$\sim\mathcal{E}\sigma P(s) \wedge \sim\mathcal{E}\sigma\neg P(s)$

Bei dem Wahrheitsprädikat für Aussagen besteht kein Grund, zwischen der äußeren und inneren Negation zu unterscheiden, da hier keine Fälle auftreten, die diese Unterscheidung nötig machen. Der Gegenstand, auf den das

Wahrheitsprädikat zutrifft, (die Aussage) existiert, und das Prädikat ist auf den Gegenstand anwendbar[6] (es ist ja für Aussagen per Definition eingeführt worden). Aus der Einführung der semantischen Prädikate per Definition ergibt sich auch, daß man den Vagheitsfall bei dieser Art von Prädikaten ausschließen kann.

Wenn A keine Aussage ist, dann trifft das hier definierte Wahrheitsprädikat nicht zu, ein Kategorienfehler tritt auf. In diesem Fall gilt generell, daß das Wahrheitsprädikat weder zu- noch abgesprochen werden kann, unabhängig davon, ob A existiert oder nicht. Es gilt „Der grüne Tisch in Zimmer 305 ist weder wahr noch unwahr", egal ob es diesen Tisch gibt oder nicht.

Aus dem Bestehen eines Sachverhaltes geht hervor, daß der entsprechende Satz wahr ist. Das Nichtbestehen eines Sachverhaltes läßt dagegen zwei Möglichkeiten offen: erstens kann es wahr sein, daß das Prädikat abgesprochen wird, oder zweitens kann es wahr sein, daß man das Prädikat weder zu- noch absprechen kann.

8 Fazit

Es wurde gezeigt, daß die Konzeption von Wessel bessere und weiterreichende Möglichkeiten zur Darstellung des Zusammenhanges zwischen wahren Sätzen und der Existenz von Sachverhalten als die Wahrheitswertlückenkonzeptionen von Frege und Strawson bietet. Am ausgeprägtesten zeigen sich die Vorteile von Wessels Konzeption an Sätzen, in denen Prädikate auf Subjekte angewendet werden, zu denen sie nicht passen. Das Beispiel dafür war der Satz: „Der Mond ist ehrlich". Bei dieser Art von Sätzen führen sowohl Freges als auch Strawsons Konzeption zur Anerkennung der Wahrheit des Satzes „Der Mond ist unehrlich". Doch so reden wir nicht. Wir sagen nicht, daß es wahr ist, daß der Mond unehrlich ist. Hier zeigt sich ein Fehler in diesen Konzeptionen.

Ein weiterer Kritikpunkt an diesen beiden Konzeptionen, der sich in dieser Arbeit gezeigt hat, ist die Unmöglichkeit, „Existenz" als Prädikat (erster Stufe) zu fassen. Strawsons und Freges Konzeptionen lassen, wie gezeigt wurde, gar keine Wahl bei der Beantwortung der Frage „Ist Existenz ein Prädikat?". Man kann in diesen beiden Konzeptionen Existenz nicht als Prädikat erster Stufe fassen, ohne zu einem Widerspruch zu gelangen.

[6] „Anwendbar" heißt hier nur, daß kein Kategorienfehler auftritt.

9 Literaturverzeichnis

[1] K. Berka und L. Kreiser. *Logik-Texte.* Akademie-Verlag, Berlin 1971.

[2] G. Frege. *Funktion, Begriff, Bedeutung.* Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1962.

[3] G. Frege. *Logische Untersuchungen.* Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1966.

[4] Grimm. *Kinder- und Hausmärchen.* Gondrom Verlag GmbH & Co, KG, Bindlach 1994.

[5] K-H. Krampitz. *Prädikation, Quantoren, Existenz. Ein Beitrag zur philosophischen Logik.* Dissertation B, Humboldt-Universität zu Berlin, 1990.

[6] K-H. Krampitz, U. Scheffler und H. Wessel. Time, Truth and Existence – Is Socrates Mortal? In: J. Faye, U. Scheffler und M. Urchs (Hrsg.), *Perspectives on Time*, Kluwer Academic Publishers, 1997, 345–365.

[7] A. A. Sinowjew. *Über mehrwertige Logik – Ein Abriss.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1968.

[8] A. A. Sinowjew und H. Wessel. *Logische Sprachregeln – Eine Einführung in die Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975.

[9] P. F. Strawson. *Introduction to Logical Theory.* Methuen, London/New York 1960.

[10] P. F. Strawson. *Logik und Linguistik – Aufsätze zur Sprachphilosophie.* Paul List Verlag KG, München 1974.

[11] A. Tarski. The Semantic Conception of Truth. *Philosophy and Phenomenologal Research* 4 (1944), 341–375.

[12] A. Tarski. Grundlegung der wissenschaftlichen Semantik. In [1], 350–356.

[13] A. Tarski. Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. In [1], 445–559.

[14] H. Wessel. *Logik*. Logos Verlag, Berlin 1998.

[15] H. Wessel. *Logik und Philosophie*. Logos Verlag, Berlin 1999.

Nichttraditionelle Prädikationstheorie und traditionelle Logik

Werner Stelzner
wstelzner@t-online.de
Stauffenbergstr. 28, PF 150211, 7747 Jena

Horst Wessel zum 65. Geburtstag gewidmet.

Die Prädikationstheorie ist eines der Gebiete, durch die moderne und traditionelle Logik unmittelbar verbunden werden. Allerdings betrifft diese Verbindung im aktuellen logikhistorischen Bewußtsein wohl nur den Fakt, daß die Prädikationstheorie eines der wichtigsten Gebiete der traditionellen Logik war und daß andererseits eines der bedeutendsten Verdienste der modernen Logik darin besteht, diese traditionelle Prädikationstheorie auf der ganzen Linie von der Begriffslehre, über die Lehre von der Urteilsstruktur, bis hin zur Lehre vom logischen Schluß überwunden zu haben.

Diese Überwindung war nicht nur mit dem Übergang von der Subjekt-Prädikat-Analyse einfacher Urteile bzw. einfacher Aussagen der traditionellen Logik zu einer funktionalen Analyse der Begriffe als Aussageformen in der modernen Fregeschen Logik verbunden. Zugleich ging dies mit dem Übergang zu klaren klassischen Grundsätzen in der Prädikationstheorie der sich herausbildenden modernen Logik einher. Das drückte sich insbesondere darin aus, daß einfache Aussagen aus Funktion und Argument zusammengesetzt analysiert wurden, wobei der die Funktion darstellende Begriff als semantisch eindeutig bestimmt vorausgesetzt wird: Entweder die aus Begriff und Argument gebildete Aussage ist wahr oder sie ist falsch. Auf syntaktischer Ebene ergeben sich für den Ausdruck dieser Disjunktion zwei Arten von atomaren Sätzen: nämlich unnegierte Sätze und negierte Sätze. Damit scheint eine Übereinstimmung mit der traditionellen Unterscheidung der Urteile nach

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 193–232

ihrer Qualität vorzuliegen, die zwischen bejahenden und verneinenden Urteilen unterschied: Durch die unnegierte atomare Aussage wird eine bejahende Prädikation ausgedrückt, und durch die negierte atomare Aussage wird eine verneinte Prädikation ausgedrückt.

Sicher war diese Übereinstimmung zwischen traditioneller und klassischer Logik eine Ursache dafür, daß Alexander Sinowjew und Horst Wessel für die von ihnen entwickelte Prädikationstheorie die Bezeichnung *nichttraditionelle Prädikationstheorie* gewählt haben,[1] denn in der SW-Prädikationstheorie[2] sind mit bejahender Prädikation und verneinender Prädikation zwei unterschiedliche Arten elementarer Prädikation berücksichtigt. Damit ergibt sich neben der (äußeren) Verneinung der (positiven) Prädikation auch die Möglichkeit der äußeren Verneinung der (inneren) verneinenden Prädikation. Und da im sogenannten nichtklassischen Fall weder bejahende noch verneinende elementare Prädikation vollzogen sind, ergeben sich Situationen unbestimmter Prädikation, in denen sowohl die äußere Negation der bejahenden als auch die äußere Negation der verneinenden Prädikation wahr sind.

Zwar ist in der traditionellen Logik die Unterscheidung in bejahende und verneinende Urteile allgemein anerkannt,[3] aber andererseits war die von Kant vermittelte dreigeteilte Klassifikation der Urteile nach der Qualität in bejahende, verneinende und unendliche Urteile eine Klassifikation mit langer Tradition, auch wenn sie in der nachkantischen traditionellen Logik nahezu

[1]In [27, S. 176] wird eine Klärung der Bezeichnung „nichttraditionell" dahingehend herbeigeführt, daß als die ins Auge gefaßte Tradition die moderne mathematische Logik bestimmt wird: „Den in der modernen mathematischen Logik allgemein üblichen Standpunkt nennen wir traditionell. Unseren Standpunkt, der sich wesentlich vom traditionellen unterscheidet, nennen wir nichttraditionell." Insofern sollten seine Bemerkungen gegen die traditionelle Auffassung auch nicht unbesehen auf die (historisch gesehen) vormoderne traditionelle Logik übertragen werden, denn gerade hier findet man viele (wenn auch nicht hinreichend formal ausgearbeitete) Ansätze, die weitgehend mit dem Sinowjew-Wesselschen Vorgehen konform sind.

[2]Es sei mir gestattet, hier von der Terminologie der Entwickler dieser Theorie abzuweichen, um diese Theorie terminologisch mit dem Verweis „SW" auf Sinowjew-Wessel zu beziehen und sie so terminologisch eindeutiger von der Prädikationstheorie der vormodernen traditionellen Logik abgrenzen zu können.

[3]Auch hier vollzieht sich eine Entwicklung, durch die immer deutlicher herausgearbeitet wird, daß es sich bei bejahendem und verneinendem Urteil nicht um unterschiedliche Formen des Urteilens bzw. des Prädizierens handelt, sondern daß es nur eine Grundform des Urteilens und Prädizierens gibt, auf die bezogen das negative Urteil als abgeleitete Urteilsform bzw. als Verneinung eines unnegierten Satzes eingeführt wird.

durchgängig Gegenstand der Kritik war. Nicht nur deshalb, sondern auch weil z. B. Windelband eine Klassifikation der Urteile nach der Qualität in bejahende, verneinende und problematische entwickelt hatte, scheint die Bezeichnung nichttraditionelle Prädikationstheorie für die Sinowjew-Wessel-Theorie vom historisch-inhaltlichen Standpunkt aus nicht ganz glücklich gewählt. Deutlicher und adäquater würde den Inhalt dieser Theorie wohl die Bezeichnung *nichtklassische Prädikationstheorie* treffen, obwohl auch klassische Fälle in ihre Behandlung eingeschlossen sind.[4] Ansätze zu nichtklassischen Prädikationstheorien gibt es nicht nur in der modernen Logik, sondern weit verbreitet bereits in der traditionellen Logik, auch wenn diese Ansätze kaum direkter genetischer Ausgangspunkt für entsprechende Entwicklungen in der modernen Logik wurden. Diese Theorien gehen teilweise von ganz analogen Ansätzen wie Sinowjew/Wessel aus, enthalten aber auch abweichende Aspekte für die Entwicklung nichtklassischer Prädikationstheorien. Die Beachtung dieser nichtklassischen Ansätze in traditionellen Prädikationstheorien kann durchaus zu einer Verbreiterung der intuitiv-logischen Basis für die Entwicklung nichtklassischer Prädikationstheorien im Sinne Sinowjew/Wessels beitragen.

Andererseits werden durch die Prädikationstheorie von Sinowjew/Wessel Analysemittel für die Systematisierung und Formalisierung nichtklassischer Ansätze in der traditionellen Prädikationstheorie bereitgestellt, die bisher kaum in der systematisch orientierten Logikgeschichtsschreibung aufgegriffen wurden.

1 Nichttraditionelle Prädikationstheorie: Die Ansätze von Sinowjew/Wessel

Der entscheidende strukturelle Unterschied in der Darstellungsform von Prädikationen in der SW-Prädikationstheorie und der Art, wie Prädikationen in der modernen Logik üblicherweise ausgedrückt werden, besteht in der unter-

[4]Dem entspricht auch, daß bei Sinowjew und Wessel vom „klassischen“ bzw. „nichtklassischen Fall“ der Prädikationstheorie gesprochen wird (vgl. [14, S. 68]; [15, S. 134]; [16, S. 133]). Der Terminus „Nichttraditionelle Prädikationstheorie“ wird erst später von Sinovjev bzw. Wessel als Standardbezeichnung eingeführt (vgl. [17, S. 179] (hier noch auf „nichttraditionelle Quantorentheorie“ bezogen); [18, S. 237]; [27, S. 176]; [28, S. 153]). Die Beziehungen zwischen der Prädikationstheorie von Sinowjew/Wessel und der (historisch) traditionellen Prädikationstheorie kommen natürlich nicht durch terminologische Übereinstimmungen, sondern durch sachliche Bezugspunkte zustande.

schiedlichen Darstellung solcher logischer Strukturen, die durch unmittelbare Prädikation zustande kommen. Für unmittelbare Prädikationen existiert in der modernen Logik nur die Darstellungsform $P(s)$. Spezifische negative Prädikationen werden nicht eingeführt, sondern lediglich als negierte positive Prädikationen $\sim P(s)$ ausgedrückt. Dagegen werden in der SW-Prädikationstheorie zwei nicht kompositional von einander abhängige Prädikationsformen betrachtet: Einfache prädikative Aussagen werden in der Form $s \leftarrow P$ und in der Form $s \not\leftarrow P$ dargestellt, wobei s ein Terminus für Subjekte ist (an dessen Stelle aber auch ein n-Tupel von Subjekten stehen kann) und P ein Prädikat ist. Der Pfeil $\leftarrow$ wird *Prädikator des Zusprechens* und $\not\leftarrow$ wird *Prädikator des Absprechens* genannt.

In gewisser Weise wird durch diese Strukturierung einfacher Aussagen die auch in der traditionellen Logik bekannte Annahme einer verneinenden Kopula neben der bejahenden Kopula wiederbelebt. Mit dem Operator des Absprechens gebildete Aussagen sind nicht einfach die (klassische) kontradiktorische Verneinung des Zusprechens, sondern sie drücken eine stärkere, konträre Form der Verneinung aus. Die wesentlichen formalen Eigenschaften der so gebildeten einfachen Aussagen bestehen darin, daß eine Form des Gesetzes vom Widerspruch gilt: Den gleichen Subjekten kann das gleiche Prädikat nicht sowohl zugesprochen als auch abgesprochen werden. Andererseits sind (nichtklassische) Fälle möglich, in denen ein Prädikat bestimmten Subjekten weder zu- noch abgesprochen werden kann: Das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten gilt also für das Verhältnis zwischen Zusprechen und Absprechen nicht allgemein. Es gibt auch indifferente Situationen zwischen bestimmten Subjekten und Prädikaten, in denen weder zu- noch abgesprochen wird. In diesen Fällen spricht Wessel vom nichtklassischen Fall der Prädikationstheorie. Also:

1. Es ist ausgeschlossen, daß $(s \leftarrow P) \wedge (s \not\leftarrow P)$, es gilt also $\sim((s \leftarrow P) \wedge (s \not\leftarrow P))$.

2. Es ist nicht ausgeschlossen, daß $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$. Es gilt also nicht$(s \leftarrow P) \vee (s \not\leftarrow P)$ (nichtklassischer Fall). Zur abkürzenden Darstellung dieses nichtklassischen Falles wird $?(s \leftarrow P)$ benutzt. Mit $?H$ wird keine weitere Art des Zusprechens oder Absprechens von Prädikaten zu Subjekten eingeführt, sondern lediglich sowohl Zusprechen als auch Absprechen jeweils (äußerlich) verneint.[5] Das Zulassen von Fällen fehlender positiver und negati-

[5] Es ist deshalb etwas irreführend, wenn Wessel in der *Logik* ([27, S. 181] und [28, S. 159]) die Lesart anbietet, sowohl $s \leftarrow P$ als auch $s \not\leftarrow P$ würden *verworfen*. Vom Verwerfen ist keine

ver Prädikation ist nach Wessel die entscheidende Besonderheit seiner Prädikationstheorie: „In der Berücksichtigung der Unbestimmtheit liegt der wesentliche Unterschied der hier dargestellten nichttraditionellen Prädikationstheorie von der traditionellen."[6] Der zweite und mit der Möglichkeit der Unbestimmtheit verbundene fundamentale Unterschied zwischen der SW-Prädikationstheorie und der klassischen Prädikationstheorie liegt in der Möglichkeit, „verschiedene Formen der Negation auf logischer Ebene zu unterscheiden"[7]: Die äußere (klassische) Negation $\sim(s\leftarrow P)$ wird von der inneren (nichtklassischen) Negation $(s\nleftarrow P)$ unterschieden. In früheren Darstellungen der Prädikationstheorie wurde diese innere Negation noch durch ein selbständiges Zeichen ($\neg$) ausgedrückt, das allerdings nur direkt auf den Prädikator bezogen werden konnte: Statt $s\nleftarrow P$ wurde $s\neg\leftarrow P$ geschrieben. Obwohl eine eindeutige Übersetzung zwischen diesen beiden Schreibweisen besteht, hält Wessel die zusammenfassende Schreibweise für glücklicher, da hier nicht der Eindruck erweckt wird, die innere Negation $\neg$ wäre in Ausdrücken der Art $s\neg\leftarrow P$ ein selbständiger Operator, der auf die Prädikation angewandt wird.

Als abkürzende Schreibweisen werden $P(s)$ für das Zusprechen und $\neg P(s)$ für das Absprechen eingeführt.[8] Im Falle von $\neg P(s)$ (und entsprechend auch bei $(s\nleftarrow P)$) wird von der *inneren Negation* von $P(s)$ (bzw. von $s\leftarrow P$)) gesprochen, und die ist von der äußeren Negation $\sim P(s)$ von $P(s)$ zu unterscheiden. Dabei wird von Wessel betont, daß in $\neg P(s)$ das Zeichen $\neg$ kein selbständiger Operator ist. Der Operator des Absprechens ist demnach also nicht mehr analysierbar, sondern als primitiv zu verstehen.

Das überträgt sich partiell natürlich auch auf den Ausdruck für die Unbestimmtheit, in dessen Definition $\neg$ mit eingeht:

D1. $?P(s) =_{df} \sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$

Wessel schreibt, daß sich auf dieser Basis eine Einführung des Symbols $?\neg P(s)$ erübrigt, da gelten würde $?P(s) \equiv ?\neg P(s)$. Trotz der nichtformalen inhaltlichen Plausibilität dieser Äquivalenz scheint diese Gleichsetzung formal aber nicht komplikationslos zu sein: Wenn man $\neg P(s)$ in die Definition

Rede: Beide sind einfach falsch, unabhängig davon, ob sie verworfen oder nicht verworfen werden.

[6] [28, S. 156]

[7] [28, S. 154]

[8] Hier tritt natürlich genau die von Wessel nicht gewünschte Illusion auf, das Zeichen $\neg$ würde einen selbständigen Operator vertreten.

von ? einsetzt, würde das mit $\sim\neg P(s) \wedge \sim\neg\neg P(s)$ einen Ausdruck ergeben, in dem sich die innere Negation auf die innere Negation bezieht, was syntaktisch ausgeschlossen ist. Schon deshalb ist $\sim\neg P(s) \wedge \sim\neg\neg P(s)$ natürlich nicht mit $?P(s)$ logisch äquivalent. Um all dem zu entgehen, könnte $?\neg P(s)$ mit $?P(s)$ in einer Definition oder durch ein Axiom als äquivalent gesetzt werden, indem beide Ausdrücke durch $\sim P(s) \wedge \sim\neg P(s)$ definiert werden, wie das in der Terminitheorie durch das Axiom A25. $?P(a) \dashv\vdash ?\neg P(a))$ geschieht.[9] Auf jeden Fall ist es ein intuitiv wünschenswertes Resultat, daß es genau dann unbestimmt ist, ob P dem s zugesprochen wird, wenn es unbestimmt ist, ob P dem s abgesprochen wird.

2 Nichtklassische Fälle der Prädikationstheorie

Natürlich muß geklärt werden, ob überhaupt nichtklassische Fälle in der Prädikationstheorie auftreten können, d. h., ob es überhaupt solche Prädikationen gibt, die Unbestimmtheit zulassen. Das ist mit der Möglichkeit von Fällen äquivalent, in denen das Fehlen der Prädikation nicht mit der negativen Prädikation äquivalent ist. Offensichtlich wird in diesen Fällen eine differenziertere, aber logisch relevante, Analyse vorgenommen, als sie ansonsten in der klassischen Logik üblich ist.

Solche Fälle können in den unterschiedlichsten Gebieten logischer Analysen auftreten, wobei in den konkreten Anwendungsfällen die von Wessel hervorgehobene Unanalysierbarkeit der negativen Prädikation nicht unbedingt angenommen werden muß, sondern in vielen Fällen gerade eine Analyse dieser negativen Prädikation zu weiteren logischen Einsichten führt, die weit über das hinausgehen, was für den allgemeinen Fall mit der inneren Negation an logischem Gehalt verbunden werden kann.

Im wesentlichen können zwei grundlegende Deutungsrichtungen unterschieden werden: Das sind erstens epistemisch-sprechakttheoretische Deutungen und zweitens terminitheoretische Deutungen der Prädikation. Natürlich können beide Deutungsarten auch miteinander verknüpft sein.

3 Epistemisch-spechakttheoretische Deutung

Epistemisch-spechakttheoretische Deutungen werden schon durch die von Wessel gewählten Bezeichnungen nahegelegt: Es geht um das Zuschreiben

[9] Vgl. [28, S. 327].

positiver oder negativer Wahrheitswerte, was dadurch realisiert wird, daß Subjekten Prädikate zugesprochen oder abgesprochen werden. Tatsächlich wird hier eine Aussage auf ihre Wahrheit hin bewertet. Als Grundform derartiger Prädikationen könnte „P wird s zugesprochen“[10] gelten. Und es ist klar, daß (aus den unterschiedlichsten Gründen) nicht jede Aussage eine solche Bewertung erhält. Damit können die den nichtklassischen Fall der Prädikationstheorie charakterisierenden indifferenten Bewertungssituationen auftreten, in denen eine Aussage weder semantisch positiv noch negativ bewertet wird. Diese Deutung ist diejenige, die in den frühen Arbeiten zur SW-Prädikationstheorie überwiegt und die auch in Wessels *Logik* von 1998 neben terminitheoretischen Deutungen weiter vertreten wird. Wessel expliziert diese Auffassung hier folgendermaßen:

> Wenn wir für ein gegebenes Subjekt s feststellen können, daß es die Eigenschaft P besitzt, so können wir die Aussage „s besitzt die Eigenschaft P“ (symbolisch: $s{\leftarrow}P$) bilden. Wenn wir für ein gegebenes Subjekt s feststellen können, daß es die Eigenschaft P nicht besitzt, so können wir die Aussage bilden „s besitzt nicht die Eigenschaft P“ (symbolisch: $s{\not\leftarrow}P$).
>
> Damit sind aber noch nicht alle Möglichkeiten erschöpft, d. h., es gilt nicht immer $s{\leftarrow}P$ oder $s{\not\leftarrow}P$, obwohl man sich in der klassischen und in der intuitionistischen Logik auf diese beiden Möglichkeiten beschränkt. [28, S. 154]

Bei den Bemerkungen zur klassischen Logik muß allerdings berücksichtigt werden, daß dort keine epistemische Deutung einfacher Aussagen vorgenommen wird, sondern Wahrheit bzw. Falschheit im Sinne objektiver Geltung betrachtet werden. Und die intuitionistische Logik erkennt durchaus indifferente Situationen an, was durch Einschränkungen der Gültigkeit der Gesetze vom ausgeschlossenen Dritten und der Beseitigung der doppelten Negation dokumentiert wird. Hervorgehoben werden muß aber unbedingt, daß die Wesselsche Explikation die Ursachen dieser Indifferenzen im Gegensatz zur intuitionistischen Logik auch logisch transparent und explizit darstellt.

---

[10] Vgl. [28, S. 154].

4 Windelbands epistemische Auffassung qualitativer Urteilsformen

Der von Wessel vertretenen epistemischen Deutung der Prädikation entspricht die in der traditionellen Logik verbreitete und im 19. Jahrhundert dominierende epistemisch-sprechakttheoretische Auffassung des Urteils, die man in einer Linie von Herbart, Lotze, Sigwart bis Frege findet. In Windelbands Auffassung der Qualität des Urteils wird diese Auffassung schließlich explizit nicht nur mit der Möglichkeit des Auftretens indeterminierter Urteilssituationen verbunden, sondern von Windelband wird die problematische Urteilsform als dritte qualitative Urteilsform neben Bejahung und Verneinung eingeführt.

Im Sinne einer epistemischen Deutung der im Urteil ausgesprochenen Prädikation konstatiert Windelband, daß

> bei den neueren deutschen Logikern die Einsicht zur Geltung gekommen [ist], daß die Negation kein reales Verhältniss, sondern lediglich eine Beziehungsform des Bewusstseins ist. [30, S. 169]

Das diesen Auffassungen Gemeinsame bezüglich des negativen Urteils besteht darin, die eigentliche Bedeutung der Negation in der Verwerfung des entsprechenden positiven Urteils zu sehen.[11] Hierfür sind Kant und Sigwart als prominente Meinungsträger zu nennen, aber auch Lotzes Negationsverständnis geht in diese Richtung. Lotze spricht sich dafür aus, Negation und Bejahung als Prädikate aufzufassen, die vom Urteilsinhalt als Subjekt gelten. Er meint, daß „Giltigkeit und Ungiltigkeit als sachliche Prädicate aufzufassen seien, welche von einem ganzen Urteilsinhalte als ihrem Subjecte gelten“.[12] Was also im Urteil eigentlich prädiziert wird, sind Prädikate der Gültigkeit (bei zustimmender Prädikation) und der Ungültigkeit (bei absprechender Prädikation).

Nach Windelband kommt in Lotzes Auffassung der praktische Charakter von Affirmation und Verneinung nicht genügend zum Ausdruck: Das zweite Urteil (das *Nebenurteil* der Gültigkeit oder Ungültigkeit im Sinne Lotzes) dürfe nicht wieder als neues theoretisches Urteil aufgefaßt werden, weil sich dann aus der Notwendigkeit immer neuer Nebenurteile ein *regressus ad infinitum* ergeben würde.

[11] Vgl. [30, S. 169].
[12] [10, S. 61]

In Windelbands eigener Auffassung ist das zweite Urteil ein praktisches Urteil, eine Beurteilung,

> deren Resultat in diesem Falle die Verwerfung ist: es ist der Ausdruck nicht mehr bloss einer Beziehung von Vorstellungen, sondern eines missbilligenden Verhaltens des Bewusstseins zu dem Versuche einer solchen. Es ist nicht ein Urtheil, worin ein anderes Urtheil als logisches Subject zu dem Prädicate „ungiltig" aufträte, sondern eben ein Urtheil über den Wahrheitswerth eines Urtheils – es ist die Beurtheilung eines Urtheils. [30, S. 170]

Nach Windelbands Auffassung hat das Urteil neben der Vorstellungsfunktion (die dem Erfassen des propositionalen Gehalts entspricht) die zusätzliche Funktion der billigenden oder mißbilligenden Beurteilung.

Dabei stellt sich nicht nur für Windelband die Frage, ob die noch unbewerteten Vorstellungen, d. h. die Inhalte von Urteilen, nicht nur in einem logischen Sinne Bedingungen des Urteilens sind, sondern dem Urteilsakt (der beurteilenden Prädikation, in Windelbands Sinne der Billigung oder Mißbilligung) auch zeitlich vorausgehen müssen. Das epistemisch prädizierende Urteil würde dann im Resultat einer zweiten mentalen Handlung auf die Vorstellungsbildung bezogen folgen.

Das zeitliche Zusammenfallen und die Untrennbarkeit von Inhaltsbildung und Beurteilung wird später von Husserl vertreten, der unter dem Urteilsinhalt ein als ideale Einheit verstandenes Urteil faßt, von dem allerdings der reale Urteilsakt zu unterscheiden ist.[13] Im Gegensatz dazu ist bei Frege nicht nur Wahrheit und Falschheit des Urteilsinhalts objektiv, subjektunabhängig gegeben, sondern auch das Erfassen des propositionalen Gehalts setzt noch nicht ein Urteil voraus, sondern kann vom Urteil unabhängig vollzogen werden. In der epistemischen Variante der SW-Prädikationstheorie wird zumindest syntaktisch nicht zwischen Prädikationen als Resultaten propositionaler Akte und der Bewertung von Prädikationen in epistemischen Akten oder Einstellungen unterschieden.

Eine direkte faktische Identität zwischen dem theoretischen Akt der Vorstellungsbildung und dem praktischen Beurteilungsakt konstatiert Windelband lediglich in solchen Fällen, in denen die unmittelbare Gewißheit der

[13] Vgl. [7, S. 126] und die ausführliche Diskussion dieses Verhältnisses in [21, S. 207 ff. und S. 347 ff.].

Wahrnehmung ausgedrückt wird.[14] Eine unmittelbare Identität zwischen Vorstellungs- und Bewertungsakt ist durchaus nicht für beliebige Urteilsakte gegeben. Gerade in Bezug auf die negativen Urteile (und entsprechend für negativ bewertete Prädikationen) wird eine solche Identität nicht zugestanden: Alle Urteile nicht unmittelbarer Gewißheit können auch versuchsweise, als problematische Sätze, aufgestellt werden. Das Urteil (und die bewertende Prädikation) kann erst nach entsprechender Vermittlung und Prüfung vollzogen werden.

Bei negativen Prädikationen, wie zum Beispiel „Diese Rose ist nicht rot“ muß zur unmittelbaren Vorstellung, in der das Rote nicht vorkommt, die Frage nach diesem fehlenden Roten hinzugefügt und danach verneint werden. Windelband zieht daraus den Schluß, daß negative Urteile niemals unmittelbare, sondern immer nur mittelbare Begründungen haben können.[15]

Damit ist für Windelband aber nicht die Diskussion der Frage erledigt, ob die Einteilung der Urteile nach der Qualität in affirmative und negative die einzig mögliche und erschöpfende sei. Wenn diese Einteilung nicht erschöpfend wäre, so würde das unweigerlich zu einer Revision des klassischen Negationsverständnisses führen, in dem mit der Gültigkeit des Gesetzes vom Widerspruch und des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten unmittelbar auch das semantische Zweiwertigkeitsprinzip gilt, nach dem jede Proposition entweder wahr oder falsch ist.

Windelband behandelt die Frage nach nichtklassischen Alternativen zur klassischen Auffassung von der Qualität des Urteils als Problem der praktischen Dimension des Urteils und verweist auf die „Verwandtschaft der Beurtheilungsthätigkeit mit den Functionen des Gefühls und des Willens“.[16] Auf den ersten Blick ergibt sich dabei eine Parallelität unterschiedlicher Affirmationen und Negationen in diesen Bereichen: Lust vs. Unlust, Begehren vs. Verabscheuen, Bejahen vs. Verneinen. Aber schon der Verweis auf diese

[14] Vgl. [30, S. 175].

[15] Auch hierbei ordnet sich Windelband in eine verbreitete Tendenz der traditionellen Logik ein. Windelband spricht hier eine weitere Variante vom abgeleiteten oder sekundären Charakter negativer Prädikation und negativen Urteilens aus. Dagegen war die Ablehnung des sekundären Charakters negativer Prädikation eine wichtige Voraussetzung der imaginären Logik Vasiljevs. Die Begründung der Möglichkeit der gleichzeitigen Wahrheit eines Urteils und von dessen Negation durch Vasiljev beruht darauf, daß positive und negative Wahrnehmungen in bestimmten imaginären Welten gleichberechtigt zugleich entstehen und bestehen können. (Vgl. [24, 25].)

[16] Vgl. [30, S. 185].

Begriffspaare macht deutlich, daß es dazwischen noch andere Möglichkeiten gibt:

> Auch die Beurteilung hat, wie alle Funktionen des Billigens und Verwerfens, die Möglichkeit einer graduellen Verschiedenheit. Das „Ueberzeugungsgefühl" (oder die „Gewißheit") ist, wie alle Gefühle, graduell abstufbar. Das ist von fundamentaler Wichtigkeit für die Auffassung des Begriffs der Wahrscheinlichkeit, der nur von hier aus völlig zu erleuchten ist. [30, S. 186]

Windelband unterstreicht die Bedeutung der epistemisch bewertenden Dimension wahrscheinlichkeitslogischer Ansätze. Die logische Wahrscheinlichkeit kann jedoch nicht auf die mathematische Wahrscheinlichkeit zurückgeführt werden, schon Fries hat dies unterstrichen.[17] Die Gewißheit muß als spezifische epistemische Einstellung, als „Gefühlszustand" aufgefaßt werden, „und nach Analogie der übrigen Erscheinungen des ‚practischen' Seelenlebens behandelt" werden, um die qualitative Bestimmtheit der Graduierung der Gewißheit zu erfassen:

> Diese Intensitäten des Ueberzeugungsgefühls sind aber auch aus demselben Grunde ebensowenig zahlenmässig zu bestimmen, wie für andere Gefühle und für psychische Functionen überhaupt den Zahlenbestimmungen eine andere, als eine rein willkürliche Anwendbarkeit zukommt. [30, S. 186]

Die Abstufbarkeit ist dabei sowohl für das negative wie auch für das affirmative Urteil möglich, die man sich auf einer Linie verbunden vorstellen kann. Die Endpunkte werden durch völlig gewisse Bejahung und völlig gewisse Verneinung gebildet. Durch allmähliche Abschwächung der Gewißheit nähert man sich von beiden Seiten einem Indifferenzpunkt,

> auf welchem weder Bejahung noch Verneinung vorhanden ist. Dieser Nullpunkt der logischen Beurteilung ist nun aber für die Lehre von der Qualität der Urtheile von ganz hervorragender Bedeutung. [30, S. 187]

Jedoch ist dieser Indifferenzpunkt epistemisch-pragmatisch nicht eindeutig durch seine Mittellage zwischen den Extremen bestimmt. Diese Indifferenz kann nämlich total oder kritisch sein:

[17] Vgl. [5, S. 13 ff., S. 127 ff.], aber auch [29, S. 39 ff.].

> Die totale Indifferenz liegt da vor, wo überhaupt noch nicht geurtheilt wird, die kritische Indifferenz aber da, wo nach vollzogener Erwägung sowohl Bejahung als auch Verneinung zurückgehalten werden. (ebd.)

In bezug auf die logische Untersuchung kann der kritische Indifferenzpunkt nur als Frage erscheinen, denn die Frage ist eine Vorstellungsverbindung, die eine Beziehung auf die Wahrheitsbeurteilung hat, ohne eine Wahrheitsbewertung zu vollziehen:

> Die Frage enthält den theoretischen Bestandtheil des Urtheils ohne den practischen; sie ist Vorstellungsverbindung ohne Entscheidung des Wahrheitswerthes, aber mit dem Verlangen danach. (ebd.)

Diesen Bezug der Qualität des Urteils und des Urteils überhaupt auf eine Frage findet Windelband sowohl bei Herbart, Fries und Lotze. In Lotzes Theorie der mit dem Urteil verbundenen Nebengedanken ist es gerade der theoretische Bestandteil des Urteils, der der Entscheidung durch eventuelle Nebengedanken unterliegt und der sowohl in Bejahung als auch in Verneinung der gleiche ist. In Bezug auf diesen theoretischen Urteilsinhalt begründet Lotze seine Position, daß eine Einteilung der Urteile nach der Qualität nicht stattfinde, sondern diese Einteilung nur die mit dem Urteil verbundenen Nebengedanken betreffe.

Der von Windelband eingeführte Indifferenzpunkt der kritischen bzw. aktiven Wahrheitsbeurteilung im Urteil steht in engem Zusammenhang mit dem sogenannten problematischen Urteil, das diesen Zustand der absoluten Ungewißheit ausdrückt. Das problematische Urteil ist der ausdrückliche Ausdruck des Verzichts oder gar der Unmöglichkeit einer Wahrheitsbeurteilung, die einen positiven oder negativen Grad von Gewißheit ausdrückt. In diesem Sinne geht das problematische Urteil über eine Frage hinaus; es setzt schon eine Frage voraus, deren Ungelöstheit, Offenheit, erklärt wird. Windelband will auch derartigen problematischen Urteilen nicht den Charakter des Urteils absprechen.

Natürlich ist mit dem problematischen Urteil eine Antwort auf eine Frage gegeben, aber es ist nicht die Entscheidung einer Frage. Dies veranlaßte z. B. Sigwart, dem problematischen Urteil den Urteilscharakter abzusprechen:

> Das sogenannte problematische Urteil (A kann B sein im Sinne von A ist vielleicht B) kann insofern nicht als Urteil bezeichnet werden, als ihm das Bewusstsein objectiver Gültigkeit fehlt, d. h. es ist kein Urteil über das durch das Subject des Satzes Bezeichnete. Es ist ein Urteil nur, sofern es aussagt, dass der Redende hinsichtlich der Frage, ob A wohl B ist, unentschieden sei. [12, S. 239 f.]

Windelband besteht dagegen darauf, daß mit dem problematischen Urteil gerade die Einteilung der Urteile nach der Qualität vollständig wird:

> Wenn deshalb Sigwart zu zeigen sucht, dass der problematische Satz, weil er einen Verzicht auf die Entscheidung der Frage, einen Verzicht zugleich auf Bejahung und Verneinung enthalte, nicht als eigene Urtheilsform anzuerkennen sei, so möchte ich dagegen geltend machen, daß eben dieser Verzicht eine vollständige Entscheidung und die dritte, der Bejahung und der Verneinung zu coordinirende Möglichkeit ist. [30, S. 190]

Trotz des geringen Anklangs, den der Einschluß der problematischen Urteile in die qualitativen Urteilsformen bei seinen Kollegen gefunden hatte, hielt Windelband an dieser Klassifizierung fest, indem er sich auf den Satz vom zureichenden Grunde als logisches Gesetz im Rahmen seiner erkenntnistheoretischen Auffassung der Logik berief,[18] das eine „logische Koordination des problematischen Verhaltens zur Affirmation und Negation“ [31, S. 194] sichert.

4.1 Qualität der Urteile und logische Grundgesetze

Seine Auffassung von den qualitativen Urteilsarten vertritt Windelband auch in den *Prinzipien der Logik* von 1913, in denen er die Relevanz der qualitativen Urteilsarten für die logischen Grundgesetze behandelt.

Er geht davon aus, daß die Lehre von der Qualität der Urteile im wesentlichen die Normen des Bejahens und Verneinens betrifft, „die unter dem Namen der Denkgesetze als allgemeinste logische Prinzipien bekannt sind“

[18] Es soll aber nochmals unterstrichen werden, daß Windelband keine rein erkenntnistheoretische Auffassung der Logik in dem Sinne vertrat, daß Erkenntnistheorie formale Logik ablösen solle, wie er das bei der Hegelschen Schule diagnostiziert (vgl. [31, S. 200]).

[32, S. 24]. Windelband verweist in diesem Zusammenhang auf den pragmatischen Zusammenhang zwischen Irrtum und Verneinung, der sich durch die gesamte Diskussion um die Verneinung in der traditionellen Logik nach Kant zieht:

> Denn zunächst scheint nicht abzusehen, was die Verneinung anders bedeuten soll als die Ablehnung einer versuchten Bejahung. Es ist Tatsache, daß die Zahl richtiger, aber zweck- und sinnloser negativer Urteile willkürlich bis ins Endlose vermehrt werden kann, daß man vernünftigerweise nur das verneint, was irgendwie in Gefahr ist irrtümlicherweise bejaht zu werden. [32, S. 24]

Windelband bezweifelt allerdings, daß „damit der rein subjektive, auf ein irrensfähiges Subjekt beschränkte Charakter der Negationen erwiesen ist“ (ebd.).

Mit dem Hinweis auf den Irrtum werden zwar Anlässe für die Verneinung und deren tatsächlichen Verlauf beschrieben, so wie sie im empirischen Bewußtsein anzutreffen sind, trotzdem muß aber für die Verneinung ein entsprechender objektiver Grund vorliegen. Hieraus entwickelt Windelband die Bedeutung nicht nur der Gesetze vom Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten für die Verneinung, sondern insbesondere die Bedeutung des Satzes vom zureichenden Grunde für die qualitativen Urteilsformen. Windelband besteht darauf, „daß in der Negation zuletzt doch ein Moment sachliche Geltung stecken muß, das von den Bewegungen des urteilsfähigen Bewußtseins unabhängig ist“ [32, S. 24 f.].

Wie in der Tradition üblich, unterscheidet auch Windelband zwischen der subjektiven (oder normativen) Bedeutung der logischen Grundgesetze und deren objektiver Bedeutung.

Der Satz vom Widerspruch

In seiner subjektiven Bedeutung regelt der Satz vom Widerspruch in der normativ verstanden Logik das Verhältnis zwischen Affirmation und Negation und drückt dort das Verbot aus, dasjenige zu verneinen, was bejaht wird, und dasjenige zu bejahen, was verneint wird.

In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, ob der Satz vom Widerspruch überhaupt eine solche normative Bedeutung haben kann, die sich tatsächlich regulierend auf das bezieht, was sachlich im Verhältnis zwischen Bejahung und Verneinung möglich ist:

> Man hat wohl gemeint, das Verbot sei unnötig, weil Bejahen und Verneinen desselben Inhalts sich naturgesetzmäßig ebenso ausschließen wie Begehren und Verabscheuen: und andererseits solle doch nicht verboten werden, daß man, was man irrigerweise bejaht habe, später verneine und umgekehrt. [32, S. 25]

Zwar sind Bejahung und Verneinung des gleichen Inhalts empirisch möglich, jedoch ist durch das Gesetz vom Widerspruch in seiner objektiven Verwendung gerade ausgeschlossen, daß sowohl Bejahung als auch Verneinung des gleichen Inhalts gerechtfertigt sein können, womit die Begründung für die normative Bedeutung des Satzes vom Widerspruch geliefert wird, denn es muß „die kontradiktorische Disjunktion an sich sachlich gelten [...], um die Verbote, die sich daraus für die psychologische Vorstellungsbewegung ergeben, zu begründen“ (ebd.).

Praktische Bedeutung erhält das mit dem Satz vom Widerspruch verbundene Verbot der gleichzeitigen Bejahung und Verneinung nach Windelband insbesondere in „Verbindung mit dem Prinzip der Konsequenz, wonach aus einer Behauptung nichts folgen darf, was mit ihr selbst oder einer anderen anerkannten Behauptung im Widerspruch stünde“ (ebd.). Windelband bezieht sich hier auf ein konnexiv-logisches Prinzip, das als Konsequenz das Schließen aus Widersprüchen verbietet. Analoge konnexe Prinzipien finden sich bereits bei Aristoteles, aber auch in der mittelalterlichen Logik, z. B. bei Abealard. In der Logik des 19. Jahrhunderts wurde dieses Prinzip von Bolzano in die Definition seiner Ableitbarkeitsbeziehung eingezogen und führt dort mit technischer Präzision zu einer konnex-relevanten Ableitbarkeitsbeziehung.[19] Bolzano erreicht dies, indem er für das Vorliegen einer Ableitbarkeitsbeziehung die Verträglichkeit der Prämissen mit den Schlußsätzen verlangt. Dann gilt: „Aus keinem Satz A ist seine *Verneinung* Neg.A, d. h. der Satz: A ist falsch, ableitbar“ [1, 12/1, § 155, 171]. Aber auch bei dem russischen Logiker Vladislavlev spielen konnexe Ansätze eine bedeutende Rolle.[20]

Mit dem Satz vom Widerspruch in seiner normativen und objektiven Bedeutung hat Windelband die ausschließende Seite der kontradiktorischen Disjunktion analysiert. Die Analyse der bedingenden Seite dieser Disjunktion führt auf den Satz vom ausgeschlossenen Dritten.

---

[19] [1, 12/1, § 155, 169 ff.]

[20] Vgl. [26]. Vgl. [20, S. 243–249].

Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten und der Satz vom zureichenden Grunde

Wurde im Satz vom Widerspruch in seiner objektiven Formulierung ausgeschlossen, daß Bejahung und Verneinung zugleich wahr sein können, wird vom Satz des ausgeschlossenen Dritten gerade die gegenseitige Bedingtheit von Bejahung und Verneinung in einem objektiven Sinne konstatiert: Beide können nicht zugleich falsch sein, eines von beiden muß wahr sein. Im Gegensatz zum Satz vom Widerspruch kommt dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten jedoch keine normative bzw. subjektive Bedeutung zu:

> Hier ist nun das Eigenartige dies, daß der Satz vom ausgeschlossenen Dritten nur in objektiver Geltung ausgesprochen, dagegen eine Norm aus ihm nicht abgeleitet werden kann. [32, S. 26]

Damit wird Windelband gerade dem nichtklassischen Fall der SW-Prädikationstheorie gerecht, in dem eine Indifferenz zwischen Bejahung und Verneinung vorliegt. Für ein empirisches epistemisches Subjekt wäre es auch als Norm eine unangemessene „Zumutung, unbedingt und ausnahmslos jede beliebige gedachte Beziehung entweder zu bejahen oder zu verneinen“ (ebd.). Vielmehr müssen Erkenntnissituationen akzeptiert werden, in denen „weder Bejahung noch Verneinung begründet werden können, daß also beide vor dem logischen Gewissen verboten sind“ (ebd.).

Gerade an dieser Stelle erhält der Satz vom zureichenden Grunde seine logische Bedeutung:

> Er enthält als ausgesprochene Norm das logische Verlangen, daß jede Behauptung einen allgemeingültigen Grund haben müsse, und er tritt gerade damit der Vielheit psychischer Ursachen entgegen, die zum individuellen Geltungsgefühl des Meinens und Glaubens führen. (ebd.)

Windelband verbindet die Ablehnung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten als normatives logisches Gesetz mit der Gültigkeit des Satzes vom zureichenden Grunde als eines Erkenntnisprinzips. Die normative Logik hat damit für Windelband einen durchaus epistemisch bedingten intuitionistischen Charakter: Der Satz vom Widerspruch gilt normativ, während der Satz vom ausgeschlossenen Dritten keine normative Gültigkeit hat. Die normative Gültigkeit dieses Satzes würde geradezu gegen ein anderes logisches Gesetz, nämlich den Satz vom zureichenden Grunde, verstoßen.

4.2 Formalisierungsansätze

Im folgenden soll versucht werden, die Windelbandschen Auffassungen mit Hilfe von Wahrheits- und Behauptungsprädikaten zu formalisieren, die sich auf die möglichen Inhalte von Urteilen richten. Als solche Urteilsinhalte werden auch Prädikationen verstanden, wobei das Zutreffen dieser Prädikate in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten (objektive Logik) oder den Behauptungswerten (normative bzw. subjektive Logik) zu bestimmen ist.

Normative Logik

Die normative Logik geht bei der Begründung ihrer Normen zwar auf die objektive Logik zurück, berücksichtigt aber, daß sie Normen aufstellt, die sich auf das Erfassen von Wahrheit bzw. Falschheit und das Bewerten von möglichen Urteilsinhalten richten. Damit spielen auch pragmatische Überlegungen eine Rolle. Insbesondere sind die mit dem Satz vom zureichenden Grunde verbundenen normativen Elemente von Bedeutung.

In der normativen Logik kommen drei qualitative Charakterisierungen der Urteile vor: Bejahende, verneinende und problematische (also unentschiedene) Urteile. Unentschiedene Urteile sind in der normativen Logik dadurch gerechtfertigt, daß weder für Bejahung noch für Verneinung hinreichend starke Begründungen vorliegen, wobei als Begründungen nicht nur mittelbare, also abgeleitete, sondern auch auf unmittelbarer Gewißheit beruhende Begründungen möglich sind.[21] Deshalb darf weder bejaht noch verneint werden, denn es ist eine Norm der normativen Logik, daß Urteile eine zureichende Begründung haben müssen. Nicht für jede Aussage kann eine solche Begründung gegeben werden, deshalb gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten in der normativen Logik bezüglich Bejahung und Verneinung nicht. Dagegen gilt (wie dies mit anderer Begründung von Vasiljev auch terminologisch eingeführt wurde)[22] ein normatives Gesetz vom ausgeschlossenen Vierten bezüglich der qualitativen Charakterisierungen der Urteile: Bejahung, Verneinung oder problematisches Verhalten, d. h. Enthaltung von sowohl Bejahung als auch Verneinung. Zu beachten ist, daß es sich bei diesen Urteils-

[21] Vgl. [32, S. 27]: „Es muß vielmehr, gerade um den Satz vom Grunde durchzuführen, immer angenommen werden, daß einiges, das an sich gilt, lediglich in sich selbst den zureichenden Grund des Geltens hat und damit die Geltung auch des anderen begründet. Für das empirische Bewußtsein stellt sich dieses Verhältnis in der bekannten Unterscheidung zwischen unmittelbarer und mittelbarer Gewißheit dar.“

[22] [23, 24]

formen um die Klassifikation von Urteilen handelt, also nicht um die Klassifikation von Sätzen an sich. Während in der objektiven Logik die Werte *wahr* und *falsch* (bzw. *gilt* oder *gilt nicht*) grundlegend sind, kommen in der normativen Logik solche Charakterisierung von Aussagen in pragmatischen Zusammenhängen ins Spiel, die das Bejahen, Erfassen und (epistemische) Begründen von Aussagen betreffen. Zur Formalisierung dieser Verhältnisse sollen folgende undefinierten Grundtermini verwendet werden, wobei weitere Spezifizierungen durch Indizes möglich sind:

U(H): „H ist Gegenstand eines Urteilsversuchs“,
„H ist Gegenstand einer Frage“
B(H): „H wird bejaht“, bzw. „H wird behauptet“
G(H): „H ist hinreichend epistemisch begründet“

Mit diesen Grundtermini werden weitere qualitative Charakterisierungen eingeführt:

V(H): „H wird verneint“, „H wird für falsch gehalten“
$?_t(H)$: „H ist total indifferent (total problematisch)“
$?_k(H)$: „H ist kritisch indifferent (kritisch problematisch)“
$?(H)$: „H ist indifferent (problematisch)“ .

Mit diesen Begriffen sollen die oben angeführten Windelbandschen Begriffe erfaßt werden. Dabei werden auch innere Vorkommen von Negationen auftreten, die in der hier vorgenommenen Darstellung als Termini unserer Analysesprache vorkommen, also nicht die innere Verwendung eines entsprechenden Zeichens durch die urteilenden epistemischen Subjekte ausdrücken. Diese Negationen sind unsere Mittel, mit denen die Falschheit ausgedrückt wird. Deshalb sagt die Annahme logischer Beziehungen zwischen Ausdrücken in innerer Verwendung in der hier vorgenommenen Analyse nichts über die logischen Fähigkeiten oder Gewohnheiten urteilender epistemischer Subjekte aus, sondern drückt lediglich aus, daß diese Ausdrücke in unserer Analyse in bestimmten logischen Beziehungen stehen. Wenn in dieser an Windelbands Auffassung von normativer Logik orientierten Analyse ausgeschlossen wird, daß sowohl H als auch $\sim H$ bejaht werden, so ist dies lediglich Ausdruck dafür, die sich in unserer Analyse Fürwahrhalten und Fürfalschhalten (normativ) ausschließen. Welche konkreten sprachlichen Mittel ein urteilendes Subjekt benutzt, um die Wahrheit oder Falschheit eines Ausdrucks darzustellen, ist in diesem Sinne irrelevant. Anders ausgedrückt, der Bezug auf die Urteilsinhalte ist in der hier gegebenen Analyse ein über eine Übersetzungsrelation vermittelter impliziter Bezug, in dem solche Ausdrücke, die im Sinne der hier benutzten klassisch-logischen Analysesprache logisch äquivalent sind, auch in der inneren Verwendung logisch äquivalent sind und gegenseitig ersetzbar sind:

D2. $\mathrm{V}(H) =_{df} \mathrm{B}(\sim H)$
D3. $?_t(H) =_{df} \sim\mathrm{U}(H)$
D4. $?_k(H) =_{df} \mathrm{U}(H) \wedge \sim\mathrm{B}(H) \wedge \sim\mathrm{V}(\sim H)$
D5. $?(H) =_{df} ?_t(H) \vee ?_k(H)$

In der normativen Logik verlangt Windelband offensichtlich die Gültigkeit folgender Prinzipien:

A1. $\models_n \mathrm{U}(H) \equiv \mathrm{U}(\sim H)$
A2. $\models_n \mathrm{G}(H) \supset \sim\mathrm{G}(\sim H)$
A3. $\models_n \mathrm{G}(H) \supset \mathrm{U}(H)$
A4. $\models_n \mathrm{B}(H) \supset \mathrm{G}(H)$

Dann gelten folgende Theoreme:

T1. $\models_n \mathrm{B}(H) \supset \mathrm{U}(H)$
T2. $\models_n \mathrm{V}(H) \supset \mathrm{U}(H)$
T3. $\models_n ?_k(H) \supset \mathrm{U}(H)$
T4. $\models_n \mathrm{B}(H) \supset \sim\mathrm{B}(\sim H)$
T5. $\models_n \mathrm{V}(H) \supset \sim\mathrm{V}(\sim H)$
T6. $\models_n ?(H) \equiv ?(\sim H)$
T7. $\models_n \sim(\mathrm{B}(H) \wedge \mathrm{V}(H))$
T8. $\models_n \sim(\mathrm{B}(H) \wedge ?(H))$
T9. $\models_n \sim(\mathrm{V}(H) \wedge ?(H))$
T10. $\models_n \sim(?_t(H) \wedge ?_k(H))$
T11. $\models_n ?(H) \wedge \sim\mathrm{U}(H) \supset ?_t(H)$
T12. $\models_n \sim\mathrm{G}(H) \wedge \sim\mathrm{V}(H) \equiv ?(H)$
T13. $\models_n \mathrm{B}(H) \vee \mathrm{V}(H) \vee ?(H)$

T13 stellt eine Form des Gesetzes vom ausgeschlossenen Vierten dar, in dem Windelband folgend Urteile ihrer Qualität nach in bejahende, verneinende und problematische unterschieden werden, wobei die Unbestimmtheit des problematischen Urteils als Bericht über das Fehlen bestimmter qualitativer Charakterisierungen des Urteilsinhalts aufzufassen ist. Natürlich gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Vierten nicht in der folgenden Form $\mathrm{G}(H) \vee \mathrm{G}(\sim H) \vee ?(H)$. Entsprechend gilt auch nicht, daß Unbestimmtheit mit dem Fehlen der vom Satz der notwendigen Begründung geforderten Begründung des Urteilsinhalts und der Negation des Urteilsinhalts im Falle der Verneinung äquivalent ist: $?H \equiv \sim\mathrm{G}(H) \wedge \sim\mathrm{G}(\sim H)$.

Ebenfalls nicht logisch gültig ist in der hier dargestellten normativen Logik Windelbands $\sim\mathrm{U}(H) \equiv \sim\mathrm{B}(H) \wedge \sim\mathrm{V}(H)$, denn die Unbestimmtheit im Sinne von $\sim\mathrm{G}(H) \wedge \sim\mathrm{V}(H)$ drückt lediglich Enthaltung vom Urteil aus, nicht aber Enthaltung vom Urteilsversuch oder vom Stellen einer Frage. Wenn tatsächlich ein Urteilsversuch gemacht wird, wird für das Fällen eines Urteils als notwendige Voraussetzung von Windelband eine dem Satz vom hinreichenden Grund genügende Begründung für das Urteil verlangt. Die Unbestimmtheitssituation $\sim\mathrm{G}(H) \wedge \sim\mathrm{V}(H)$ tritt also (normativ) sicher beim Fehlen einer Begründung für den zu bejahenden Inhalt und ebenso beim Fehlen einer Widerlegung des zu bejahenden Inhalts ein. Entsprechend gilt nur die folgende Implikation, nicht aber deren Umkehrung:

T14. $\models_n \sim\mathrm{G}(H) \wedge \sim\mathrm{G}(\sim H) \supset \sim\mathrm{B}(H) \wedge \sim\mathrm{V}(H)$

In der bisher behandelten normativen Logik gilt nicht, daß aus einer hinreichenden Begründung auch die Bejahung folgt. Das ist allerdings in Übereinstimmung mit der Windelbandschen Verwendung des Satzes vom hinreichenden Grunde, der bei ihm nur die negative Funktion der Verhinderung unbegründeter Bejahung bzw. Verneinung hat. Die Bemerkungen Windelbands zur Ungültigkeit des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten für die normative Logik können so verstanden werden, daß mit dem Verweis auf die Gültigkeit des Satzes der zureichenden Begründung nur eine der möglichen Ursachen für das Auftreten indifferenter Urteilssituationen aufgewiesen werden sollte, daß damit andere Ursachen für die Enthaltung vom Urteil aber nicht ausgeschlossen werden sollen. Deshalb wird die (unbestimmt) problematische Urteilssituation einfach als Fehlen von Bejahung und Verneinung beschrieben, ist also mit der allgemeinen Unbestimmtheit $?(H)$ äquivalent. Und tatsächlich gilt nach T12 $?(H) \equiv \sim\mathrm{B}(H) \wedge \sim\mathrm{V}(H)$. Dies entspricht genau der Vorgehensweise in der SW-Prädikationstheorie. Allerdings ist dann auch all das als problematisch beurteilt, was nie Gegenstand von Urteilsprozessen oder auf Urteile abzielender Erkenntnisprozesse geworden ist, selbst das, was nie als möglicher Urteilsinhalt vom epistemischen Subjekt erfaßt wurde. Die von Windelband eingeführte Differenzierung zwischen totaler und kritischer Indifferenz macht in diesem Zusammenhang einen bedeutenden Unterschied deutlich. Insofern hätte das in T13 formulierte Gesetz vom ausgeschlossenen Vierten entsprechend differenzierter als Gesetz vom ausgeschlossenen Fünften formuliert werden können, indem auf die beiden unterschiedlichen Formen von Indifferenzaussagen verwiesen wird:

T15. $\vDash_n \mathrm{B}(H) \vee \mathrm{V}(H) \vee ?_t(H) \vee ?_k(H)$

bzw.

T16. $\vDash_n \mathrm{B}(H) \vee \mathrm{V}(H) \vee {\sim}\mathrm{U}(H) \vee ?_k(H)$

Andererseits bleibt selbst dann, wenn der Inhalt des nicht vollzogenen Urteils Gegenstand eines Urteilsversuchs geworden ist, völlig offen, wodurch die Enthaltung vom Urteil beim epistemischen Subjekt kausal bedingt ist. Fehlende Begründung ist offensichtlich nur eine der möglichen Ursachen der Urteilsenthaltung.

Varianten der normativen Logik

Eine weitere Variante der normativen Logik ergibt sich, wenn das Prinzip der hinreichenden Begründung im wörtlichen Sinne verstanden wird, daß nämlich das Vorliegen einer entsprechenden Begründung für die Bejahung oder die Verneinung auch hinreichend dafür ist, daß dann die entsprechende Aussage auch tatsächlich (nicht unbedingt kommuniziert bzw. öffentlich) bejaht bzw. verneint wird:

A5. $\vDash_{n+} \mathrm{G}(H) \supset \mathrm{B}(H)$

T17. $\vDash_{n+} \mathrm{G}({\sim}H) \supset \mathrm{V}(H)$

Der übliche Satz der hinreichenden Begründung (wie ihn auch die von Windelband vorgeschlagene Lesart suggeriert) könnte unter diesem Aspekt deutlicher als Satz der notwendigen Begründung bezeichnet werden.

Auch im verstärkten System stehen sich Bejahung und Verneinung konträr, aber nicht kontradiktorisch gegenüber, d. h., es gilt weiter $\vDash_{n+} \mathrm{B}(H) \supset {\sim}\mathrm{V}(H)$, und es gilt nicht: $\vDash_{n+} \mathrm{B}(H) \vee \mathrm{V}(H)$.

Im erweiterten normativen System sind Bejahung und hinreichende Begründung sowie Verneinung und hinreichende Begründung für die Negation äquivalent:

T18. $\vDash_{n+} \mathrm{B}(H) \equiv \mathrm{G}(H)$ und

T19. $\vDash_{n+} \mathrm{V}(H) \equiv \mathrm{G}(\sim H)$

Die vollständige Klassifikation der Urteile nach der Qualität im Windelbandschen Sinne ist jetzt auf Begründung, Widerlegung und Unbestimmtheit von Urteilen übertragbar, d. h., es gilt das oben genannte Gesetz vom ausgeschlossenen Vierten in der folgenden Variante:

T20. $\vDash_{n+} \mathrm{B}(H) \vee \mathrm{B}(\sim H) \vee ?(H)$

Schließlich gelten damit auch:

T21. $\vDash_{n+} \sim\mathrm{B}(H) \supset \mathrm{V}(H) \vee \sim\mathrm{G}(\sim H)$

T22. $\vDash_{n+} \sim\mathrm{V}(H) \supset \mathrm{G}(H) \vee \sim\mathrm{G}(H)$

Eine andere verstärkte Variante der normativen Logik entsteht, wenn man das in Windelbands teleologischer Logikauffassung fundamentale Wahrheitsstreben in die Betrachtung einbezieht und (normative) Verbindungen zwischen qualitativen Urteilsarten und objektiver Gültigkeit (also Wahrheit bzw. Falschheit im objektiven Sinne) postuliert. Dazu gibt es natürlich vielfältige Möglichkeiten. Hier soll nur auf die Verbindung zwischen Begründung und Wahrheit im Sinne der Reliability-Auffassung von epistemischer Begründung hingewiesen werden, die verlangt, daß eine epistemische Begründung in dem Sinne verläßlich sei, daß durch sie nur gültige bzw. wahre Sätze begründet werden.[23]

Objektive Logik

Die objektive Logik in Windelbands Verständnis bezieht sich auf die Wahrheit bzw. Falschheit von Aussagen im Sinne ihrer objektiven Geltung. Damit reduziert sich die Zahl qualitativer Charakterisierungen hier auf zwei: Es gibt neben wahren und falschen Aussagen keine weitere qualitative Urteilsart. Entsprechend sind innere und äußere Negation der Prädikation miteinander äquivalent.

---

[23] Vgl. [11].

Wenn W(H) („H ist wahr“ für Prädikationsausdrücke H) für „Das Prädikat von H trifft auf den Subjektterminus (bzw. das n-Tupel der Subjekttermini) von H zu“ steht, kann der Ausdruck F(H) für „H ist falsch“ (bzw. für „die in H ausgedrückte Prädikation ist unzutreffend“) folgendermaßen definiert werden:

D6. $\mathrm{F}(H) =_{df} \mathrm{W}({\sim}H)$

Die grundlegenden logischen Beziehungen zwischen Wahrheit und Falschheit (die Gesetze vom Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten) können in der objektiven Logik durch die folgenden Sätze bestimmt werden:

A6. $\vDash_o {\sim}(\mathrm{W}(H) \wedge \mathrm{F}(H))$
A7. $\vDash_o \mathrm{W}(H) \vee \mathrm{F}(H)$

W(H) und F(H) stehen also im kontradiktorischen Widerspruch zueinander. F(H) kann dabei als innere Negation der Wahrheit von H verstanden werden, d. h., F(H) entspricht W($\sim H$). Hieraus folgt unmittelbar das Zusammenfallen von innerer und äußerer Negation in Windelbands Verständnis von objektiver Logik:

T23. $\vDash_o \mathrm{W}(H) \equiv \mathrm{F}({\sim}H)$

Damit gelten auch die Äquivalenzen

T24. $\vDash_o \mathrm{W}(H) \equiv {\sim}\mathrm{F}(H)$ und
T25. $\vDash_o \mathrm{F}(H) \equiv {\sim}\mathrm{W}(H)$

Ein Unterschied zwischen innerer und äußerer Negation ergibt sich erst, wenn analog zur SW-Prädikationstheorie nichtklassische Fälle zugelassen werden, in denen Ausdrücke vorkommen, die selbst nicht wahr sind und deren innere Negation ebenfalls nicht wahr ist. Dies ist bei Windelband für die objektive Logik aber nicht vorgesehen. Die objektive Logik Windelbands könnte also auch unter Verzicht auf den Falschheitsbegriff aufgebaut werden, da Falschheit hier mit Negation der Wahrheit äquivalent ist. Das ist die klassische Vorgehensweise. Allerdings darf dabei eines nicht übersehen werden: Diese Äquivalenz gilt nur unter der Voraussetzung, daß sich diese Begriffe auf wahrheits- bzw. falschheitsfähige Gebilde beziehen, also je nach Bestimmung auf Sätze, Aussagen oder Propositionen.[24] Im allgemeinen Fall ist mit

[24]Vgl. dazu Freges Einführung des Waagerechten in den *Grundgesetzen der Arithmetik*

Falschheit mehr verbunden als das Fehlen von Wahrheit bzw. es ist mit Wahrheit mehr verbunden als das Fehlen von Falschheit. Wenn H nämlich kein propositionaler Ausdruck ist, dann würde A7 nicht gelten.

Für die in Windelbands objektiver Logik erfolgte klassische Behandlung von Wahrheit und Falschheit ist weiter charakteristisch, daß innere und äußere Negation bezüglich des Wahrheits- bzw. Falschheitsprädikats logisch äquivalent sind. Auch das natürlich nur auf propositionale Inhalte bezogen. Es gilt also:

T26. $\vDash_o \mathrm{W}(\sim H) \equiv \sim\mathrm{W}(H)$

T27. $\vDash_o \mathrm{F}(\sim H) \equiv \sim\mathrm{F}(H)$

T28. $\vDash_o \mathrm{W}(H) \vee \mathrm{W}(\sim H)$

Die objektive Logik ist stets auf objektiv zukommende Wahrheitswerte bezogen, nicht aber auf das Zuschreiben von Wahrheitswerten in epistemischen Akten oder Sprechakten. Selbst unter dieser klassischen Voraussetzung gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten dann nicht, wenn – wie schon oben angedeutet – auch nicht propositionale Subjekte für das Wahrheits- bzw. Falschheitsprädikat zugelassen werden. Windelband selbst geht offensichtlich davon aus, daß diese Prädikate nur auf wahrheitsfähige Gebilde angewandt werden, und schließt andere Anwendungen einfach aus der Betrachtung aus.[25] Schließt man sich dieser Vorgehensweise nicht an, muß klar zwischen innerer und äußerer Negation bezüglich der Wahrheits- und Falschheitsprädikate unterschieden werden. Dann treten Fälle von Indifferenz auf, in denen wegen der Wahrheitsindifferenz des Inhalts des Prädikats bestimmte Ausdrücke weder wahr noch falsch sind. Zwar gilt das Gesetz vom Widerspruch weiter uneingeschränkt, aber alle von der Gültigkeit des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten abhängigen Beziehungen gelten nicht mehr. Das ist in der objektiven Logik nicht durch die Verbindung mit pragmatischen Operationen hervorgerufen (wie in der normativen Logik), sondern hat nur mit den objektiven Eigenschaften der Inhalte zu tun, auf die Wahrheits- bzw. Falschheitsprädikat bezogen werden. Hier entstehen in der objektiven Logik also objektive Indifferenzsituationen, deren Existenz nicht epistemisch oder sprechakttheoretisch zu begründen ist.

---

[3]. Vgl. auch [19, 13, 22].

[25] Nach Windelband sind übrigens auch Begriffe wahrheitsfähig, wenn auch in anderer Weise als die Aussagen bzw. propositionale Inhalte.

In der nicht auf propositionale Inhalte beschränkten objektiven Logik haben wir jetzt als Axiom

A8$^-$. $\models_{o-} \sim(\mathrm{W}(H) \wedge \mathrm{W}(\sim H))$

Es gelten die Theoreme:

T29. $\models_{o-} \sim(\mathrm{W}(H) \wedge \mathrm{F}(H))$
T30. $\models_{o-} \sim(\mathrm{F}(H) \wedge \mathrm{F}(\sim H))$
T31. $\models_{o-} \mathrm{W}(H) \supset \sim\mathrm{F}(H))$
T32. $\models_{o-} \mathrm{F}(H) \supset \sim\mathrm{W}(H))$

Aber es gelten nicht mehr die Analoga zu A7. $\models_{o-} \mathrm{W}(H) \vee \mathrm{F}(H)$, T24. $\models_{o-} \mathrm{W}(H) \equiv \sim\mathrm{F}(H)$, T25. $\models_{o-} \mathrm{F}(H) \equiv \sim\mathrm{W}(H)$. Es gelten auch nicht die Analoga zu T26. $\models_{o-} \mathrm{W}(\sim H) \equiv \sim\mathrm{W}(H)$ und zu T27. $\models_{o-} \mathrm{F}(\sim H) \equiv \sim\mathrm{F}(H)$ bzw. T28. $\models_{o-} \mathrm{W}(H) \vee \mathrm{W}(\sim H)$.

Es kann der (nichtleere) objektive Indifferenzbegriff $?_o$ eingeführt werden, der aussagt, daß sein Inhalt weder wahr noch falsch ist, bzw. der Inhalt nicht propositional ist:

D7. $?_o(H) =_{df} \sim\mathrm{W}(H) \wedge \sim\mathrm{W}(\sim H)$
T33. $\models_{o-} ?_o(H) \equiv \sim\mathrm{W}(H) \wedge \sim\mathrm{F}(H)$

Eine Semantik der objektiven Logik, die nicht auf den klassischen Fall beschränkt wird, müßte deshalb als Grundwerte der Ausdrücke, auf die man sich mit dem Wahrheits- bzw. Falschheitsprädikat beziehen kann, neben den Werten *wahr* und *falsch* die Fälle einschließen, in denen dem betrachteten Ausdruck weder *wahr* noch *falsch* zukommt, sondern in denen dieser Ausdruck nicht propositional ist, also in Bezug auf seine Wahrheit (objektiv) *unbestimmt* ist:

H	$\sim H$	$\mathrm{W}(H)$	$\mathrm{F}(H)$
w	f	w	f
f	w	f	w
u	u	f	f

Auf Ausdrücke von Prädikationen bezogen tritt der dritte (nichtklassische) Fall dann ein, wenn weder $(s \leftarrow P)$ noch $(s \not\leftarrow P)$ gilt. Hier ist genau der Fall der Unbestimmtheit gegeben, in dem sowohl $\mathrm{W}(H)$ als auch $\mathrm{F}(H)$ falsch sind, bzw. auf die Prädikationen bezogen: W$(s\leftarrow P)$ und F$(s\leftarrow P)$ sind beide falsch. Das ist semantisch damit äquivalent, daß sowohl W$(s\leftarrow P)$ als auch W$\sim(s\leftarrow P)$ falsch sind, da die innere Negation F$(s\leftarrow P)$ semantisch äquivalent nicht nur durch W$(s\nleftarrow P)$, sondern auch durch W$(\sim(s\leftarrow P))$ ausgedrückt werden kann. Dabei darf der Ausdruck W$(\sim(s\leftarrow P))$ aber nicht als Übersetzung des Ausdrucks $\sim(s\leftarrow P)$ verstanden werden, sondern sowohl W$(\sim(s\leftarrow P))$ als auch W$(s\nleftarrow P)$ sind Übersetzungen des Ausdrucks $(s\nleftarrow P)$ der SW-Prädikationstheorie. Da andererseits W$(\sim(s\leftarrow P))$ und W$(s\nleftarrow P)$ semantisch äquivalent sind, könnte man im Sinne der Ausdrucksökonomie auch auf Ausdrücke der Art W$(s\nleftarrow P)$ verzichten. Die SW-prädikationstheoretischen Ausdrücke der Art $(s\leftarrow P)$ und $(s\nleftarrow P)$ sind dann jeweils durch W$(s\leftarrow P)$ und W$(\sim(s\leftarrow P))$ zu übersetzen. Im Falle der Unbestimmtheit sind diese beiden Ausdrücke in der hier vorgestellten Darstellungsweise falsch, und ihre Negationen sind wahr, während die den Inhalt dieser Ausdrücke bildenden Prädikationen selbst beide unbestimmt sind.

Die klassische Position, die auch in Windelbands objektiver Logik vertreten wird, beruht darauf, daß nichtpropositionale Ausdrücke (bzw. wahrheitsunbestimmte Ausdrücke) und unbestimmte Prädikationen nicht als Argumente für Wahrheits- bzw. Falschheitsprädikate zugelassen werden. Unbestimmtheit entsteht in dieser klassischen Position einzig durch die Bewertung propositionaler Inhalte (und entsprechender Prädikationen) in epistemischen Kontexten.

Die Behandlung der objektiven Logik bei Windelband leitet unmittelbar zur Behandlung der Prädikationstheorie bei Wessel in der terminitheoretischen Deutung über, in der im Gegensatz zu Windelband die Beschränkung auf den klassischen Fall überwunden wird. Damit wird zugleich nachgewiesen, daß das Auftreten des nichtklassischen Falles in der Prädikationstheorie nicht notwendig die epistemische Deutung dieser Theorie voraussetzt.

5 Nichtklassischer Fall und terminitheoretische Auffassung der Prädikation

Neben den epistemisch-sprechakttheoretischen Deutungen des Auftretens des nichtklassischen Falles in der Prädikationstheorie verweist Wessel auch auf terminitheoretische Ursachen für das Auftreten nichtklassischer Fälle in der Prädikation. Solche Fälle hängen nicht vom Bezug auf *Wertezuschreibungen* ab, sondern sind auf unterschiedliche Bedingungen bzw. Präsuppositionen bezogen, die Ausdrücke semantisch-syntaktisch erfüllen müssen, damit ihnen Wahrheitswerte nicht nur zugesprochen werden können, sondern überhaupt *zukommen* können.

Eine wichtige Form solcher Bedingungen sind *Existenzvoraussetzungen*: Sowohl in bejahenden als auch in verneinenden Prädikationen (inneren Negationen) muß das Subjekt ein existierender Gegenstand sein. Wenn man also die Behauptung, der gegenwärtige König von Frankreich sei kahlköpfig, mit der Begründung zurückweisen will, es existiere kein gegenwärtiger König von Frankreich, so kann dies nur in einer Metabehauptung geschehen,[26] nicht aber durch die negative Prädikation bzw. innere Negation „Der gegenwärtige König von Frankreich ist nicht kahlköpfig“.

Andere Fälle von (objektiver) Unbestimmtheit betreffen die Verwendung von Prädikaten, die nicht für die betrachteten Subjekte definiert sind („Der Mond ist nicht ehrlich“) bzw. Kategorienfehler. Mit bestimmten Termini verbundene Präsuppositionen bzw. Implikaturen („N hat aufgehört, seine Frau zu schlagen“, „N wurde aus der Partei ausgeschlossen“) können ebenfalls Quelle von Unbestimmtheit sein. Weitere Fälle, in denen der nichtklassische Fall der Prädikation vorkommt, sind Prädikationen mit unscharfen Prädikaten wie „glatzköpfig“, „rot“, „reich“ etc.

6 Die Prädikation negativer Prädikate

Schließlich ist auf einen Typ negativer Prädikation zu verweisen, der gerade in der traditionellen Logik als sogenannte unendliche Negation eine zentrale Rolle spielte, nämlich auf die Prädikation verneinter Prädikate.[27] In diesem Fall wird die allgemein für die Prädikationstheorie behauptete Primitivität der inneren Negation in das negative Prädikat und in den Operator des Zusprechens aufgespalten.

Dabei wird zwischen Prädikatnegationen mit kontradiktorisch verneinten Prädikaten $\sim P$ und Prädikatnegationen mit konträr verneinten Prädikaten $\neg P$ unterschieden. Als Beispiele für konträre Prädikatnegationen nennt Wessel „Nichtschwimmer“, „nicht gerade“ (im Sinne von „ungerade“), „unendlich“, „nicht durch 5 teilbar“. Der Unterschied zwischen den beiden Arten

[26] Die Auffassung von Negation als Zurückweisung einer Behauptung ist übrigens der Kern der Sigwartschen Negationsauffassung (vgl. [12]).

[27] Vgl. [28, S. 325 f.].

von Termininegationen wird folgendermaßen erläutert: „Wenn a der Terminus ‚Schwimmer' ist, so bezeichnet der Terminus $\sim a$ alle Gegenstände, die nicht ‚Schwimmer' genannt werden, so etwa Luft, Eisen usw., während der Terminus $\neg a$ nur die Menschen bezeichnet, die nicht schwimmen können."[28]

Für die Zuschreibungen von konträren Begriffsnegationen gelten die Beziehungen, die für die Bestimmung der inneren Negation bzw. des Operators des Absprechens im nichtklassischen Fall maßgeblich waren. Es gilt

$$(s \leftarrow P) \vdash \sim(s \leftarrow \neg P).$$

Aber es gilt nicht

$$\sim(s \leftarrow \neg P) \vdash (s \leftarrow P).$$

Nach Wessel ist die Zuschreibung der (inneren) konträren Prädikatnegation mit der inneren Negation der Zuschreibung bzw. dem Absprechen des Prädikats äquivalent:[29]

$$(s \leftarrow \neg P) \equiv (s \not\leftarrow P),$$

bzw. in der abkürzenden Schreibweise für „$s \not\leftarrow P$"in Form von „$\neg P(s)$" und unter Verwendung der eckigen Klammerung für Begriffsnegationen ergibt sich:

$$[\neg P](s) \equiv \neg P(s).^{30}$$

Damit wird die innere Negation (bzw. das Absprechen eines Prädikats zu einem Subjekt) mit dem Zusprechen der Begriffsnegation gleichgesetzt, also genau in dem Sinne eingeführt, wie das mit der unendlichen Negation in der traditionellen Logik geschieht. Die zwei Arten der Prädikation, Zusprechen und Absprechen, werden wieder auf eine Prädikationsform reduziert, nämlich auf das Zusprechen. Der Unterschied zwischen innerer Negation und Bejahung ist jetzt zu einem Unterschied der prädizierten Prädikate geworden, was in der traditionellen Logik des 19. Jahrhunderts dazu führte, daß das unendliche Urteil nicht mehr als selbständige Urteilsform anerkannt wurde, weil es nicht einen Unterschied in den Formen des Urteilens betrifft, sondern lediglich auf einen Unterschied der im Urteil prädizierten Prädikate bezogen

[28] [28, S. 325]
[29] Vgl. ebd.

ist.[31]

Es geht in dieser Opposition gegen das sogenannte unendliche Urteil also gegen die Auffassung, die Prädizierung eines negativen Prädikats wäre eine eigene Urteilsform (bzw. auf die Prädikation bezogen: eine selbständige Prädikationsform). Das betrifft auch Windelbands Opposition gegen das unendliche Urteil, der nach den entsprechenden Diskussionen in der nachkantischen traditionellen Logik die Annahme einer besonderen unendlichen (oder limitativen) qualitativen Urteilsform nicht mehr für sinnvoll hält. Er kann hier Lotze in dessen Charakterisierung der wissenschaftlichen (Un-)Bedeutsamkeit unendlicher bzw. limitativer Urteile folgen, der in der *Logik* von 1874 als Resümee schreibt: „Es ist nicht der Mühe werth, hierüber weitläufiger zu sein; offenbare Grillen müssen in der Wissenschaft nicht einmal durch zu sorgsame Bekämpfung fortgepflanzt werden.“[32]

Mit der Ablehnung der unendlichen Urteilsform wird allerdings nicht die logische Signifikanz von Urteilen bzw. Prädikationen mit verneinten Prädikaten verneint. Abgelehnt wird lediglich, daß zur adäquaten logischen Behandlung der Prädikation verneinter Prädikate eine besondere Urteils- oder Prädikationsart postuliert werden muß.

Dies zeigt sich auch in Wessels Analyse von Prädikationen mit negierten Prädikaten, auf die er ausführlich im Rahmen seiner Terminitheorie eingeht. Die Übereinstimmung mit der Tradition besteht auch in der von Wessel dort verwendeten Begriffsnegation. Obwohl Wessel, wie oben erwähnt, auch eine kontradiktorische Begriffsnegation $\sim P$ eingeführt hat, entschließt er sich beim Ausdruck der inneren Negation (bzw. der verneinenden Prädikation) für die konträre Begriffsnegation. Das ist eine Begriffsnegation, die schon deshalb in der traditionellen Logik häufig in den unendlichen Urteilen benutzt wird, weil in der traditionellen Logik Begriffe und ihre Negationen überwiegend (zumindest implizit) auf Begriffsgesamtheiten bzw. Begriffsreihen relativiert sind und Negationen die Komplementärklasse innerhalb des entsprechenden

[31] Vgl. [9, 10, 12, 33, 30]. Dabei muß allerdings auch beachtet werden, daß in der traditionellen Logik starke begriffsintensionale Einflüsse in der Terminitheorie wirksam sind, die als Inhalt des Begriffs die Merkmale dieses Begriffs und als Umfang die Begriffe fassen, die Teilbegriffe des betrachteten Begriffs sind (vgl. z. B. [6, S. 87]). So wird dann z. B. bei Wundt durch die Begriffsnegation nicht einfach ein (auf das relevante Begriffsganze bezogenes) Komplement des extensionalen Begriffsumfangs gebildet, sondern es wird ein Begriff zugeordnet, der im entsprechenden Begriffskomplement liegt (vgl. [33, S. 254]).

[32] [10, S. 62]

Begriffsganzen auswählen.[33]

Im Gegensatz zur bejahenden Prädikation (bzw. zum bejahenden Urteil) sind dann aber diese Negationen solange unbestimmt, als die Begriffsgesamtheit nicht bestimmt ist, auf die sie sich beziehen. Üblicherweise erfolgt diese Bestimmung kontextuell, aber nicht immer wird dadurch tatsächlich Bestimmtheit der Negation erreicht. In Wessels Beispiel vom *Schwimmer* hätte man auch der Meinung sein können (zumal wenn man eine bestimmte feministische Attitüde hat), dieser Terminus wäre nicht auf die Gesamtheit der Menschen bezogen, sondern lediglich auf die Gesamtheit der männlichen Menschen, weshalb dieser Terminus dann weder positiv noch negativ von einer Frau prädiziert werden kann. Hier tritt dann bereits prädikative Unbestimmtheit ein: Eine Frau ist in diesem Sinne weder ein *Schwimmer* noch ein *Nichtschwimmer*.

Man kann die kontradiktorische Begriffsnegation $\sim P$ von P als $1-P$ darstellen:

D8. $\sim P =_{df} 1-P$

Die konträre Begriffsnegation entspricht dann einer auf einen bestimmten Bereich eingeschränkten kontradiktorischen Begriffsnegation $\neg P$, die für $(1-P) \cap G$ steht, wobei G das Begriffsganze vertritt, zu dem sowohl P als auch $\neg P$ gehören. Um die Unbestimmtheit der konträren Begriffsnegation zu beseitigen, könnte man durch einen Index angeben, auf welches Begriffsganze die konträre Negation bezogen ist. $\neg_{\{G\}}$ könnte dann für die auf das Begriffsganze G relativierte Begriffsnegation stehen:

---

[33] In der traditionellen Logik wird „konträr" auch in einem engeren Sinne auf Negationen bzw. Begriffsverhältnisse in geordneten Begriffsreihen bezogen: Konträr stehen sich dort die Begriffe gegenüber, durch die die Endpunkte der Skalierung markiert werden. Bezogen auf die Reihe der Helligkeitsabstufungen bzw. Grautöne wäre *schwarz* die konträre Negation von *weiß*. Diese Art konträrer Begriffsnegation führt also unmittelbar auf einen positiv bestimmten Begriff. Eine davon unterschiedene konträre Begriffsnegation wird durch Wundt eingeführt. Diese konträre Negation verweist unbestimmt auf einen anderen Begriff der Begriffsreihe oder der betrachteten Begriffsgesamtheit (vgl. [33, 8]). Die Negation von *weiß* in der Begriffsreihe der Schattierungen ist dann ein von *weiß* verschiedener Schattierungsbegriff. Die im vorliegenden Artikel gewählte Verwendungsweise von konträr erfaßt gerade den Gegensatz zwischen unnegierter Prädikation und innerer Negation der Prädikation und knüpft an der Bestimmung des konträren Gegensatzes in der traditionellen Logik an. So schreibt Fries: „konträre, widerstreitende Entgegensetzung, [...] wenn aus der Wahrheit des einen die Falschheit des andern folgt, aber nicht umgekehrt, indem beyde Urtheile mit einander falsch seyn können" [4, S. 107].

D9. $\neg_{\{G\}}P =_{df} (1{-}P) \cap G$

Die kontradiktorische Begriffsnegation $\sim P$ stimmt mit der auf das universe of discourse beschränkten Begriffsnegation überein:

T33. $\models \sim P = \neg_{\{1\}}P$

Die Beschränkung auf das universe of discourse ist keine Beschränkung, die von einer kontradiktorischen Begriffsnegation auf eine konträre Begriffsnegation führen würde. Bezüglich des gleichen Begriffs sind aber durchaus unterschiedliche konträre Begriffsnegationen terminologisch zu unterscheiden. Um beim Beispiel *Schwimmer* zu bleiben: *Nichtschwimmer* kann u. a. für $\neg$*Schwimmer* oder auch für $\neg_{\{\textit{männliche Menschen}\}}$*Schwimmer* stehen.

$\neg_{\{\textit{männliche Menschen}\}}$*Schwimmer* steht dann extensional für:

$(1{-}\textit{Schwimmer}) \cap \{\textit{männliche Menschen}\}$.

Geht man von dem ursprünglichen traditionellen Ansatz des Bezugs der Begriffe selbst auf unterschiedliche Begriffsgesamtheiten aus, wird die Parameterbezogenheit der konträren Negation überflüssig, weil diese Relativiertheit auf Begriffsgesamtheiten schon mit dem Begriff selbst verbunden wird und nicht erst mit der Negation thematisiert wird. Ein entsprechend relativierter Begriff ist dann als geordnetes Paar aus Begriff und Begriffsgesamtheit darstellbar. Um beim Beispiel zu bleiben: Neben dem unbeschränkten Begriff des Schwimmers existieren unterschiedliche beschränkte Versionen dieses Begriffs: $\textit{Schwimmer}_{\{\textit{männliche Menschen}\}}$, $\textit{Schwimmer}_{\{\textit{Menschen}\}}$. Der allgemeine Begriff des Schwimmers stimmt mit dem auf das *universe of discourse* relativierten Schwimmer-Begriff überein: $\textit{Schwimmer}_{\{1\}} = \textit{Schwimmer}$.

Obwohl die Menge der unter den entsprechend beschränkten Begriff fallenden Individuen genau mit der Schnittmenge aus unbeschränktem Begriff und relativierendem Begriffsganzen übereinstimmt, kann diese Schnittmenge nicht die Begriffsrelativierung ersetzen, denn erst durch die explizite Angabe der Begriffsrelativierung wird die konträre Begriffsnegation eindeutig bestimmt. Die Angabe einer Schnittmenge leistet dies nicht, denn schließlich kann auch diese Schnittmenge auf unterschiedliche Begriffsganze relativiert sein.

Die konträre Negation $\neg P_{\{G\}}$ des Begriffs $P_{\{G\}}$ kann dann folgendermaßen definiert werden:

D10. $\neg P_{\{G\}} =_{df} (1-P) \cap G$

Die Negation unbeschränkter Begriffe kann als (unbeschränktes) Komplement definiert werden:

D11. $\neg P =_{df} 1-P$

Auf Basis dieser Definitionen ergibt sich sofort, daß nicht nur der unbeschränkte Begriff mit dem durch das universe of discourse beschränkten Begriff extensional übereinstimmt, sondern auch ihre Negationen extensionsgleich sind:

T34. $\models \neg P = \neg P_{\{1\}}$

Die bei Wessel eingeführte kontradiktorische Begriffsnegation $\sim P$ ist von den Begriffsbeschränkungen nicht betroffen, sie könnte also auch in Bezug auf relativierte Begriffe weiter als Komplement des unbeschränkten Begriffes definiert werden:

D12. $\sim P_{\{G\}} =_{df} 1-P$

Es gilt aber auch, daß die unbeschränkte Negation eines Begriffs mit der Negation eines unbeschränkten Begriffs übereinstimmt:

T35. $\models \sim P = \neg P$

Und es gilt, daß jede in diesem Sinne verstandene kontradiktorische Begriffsnegation relativierter Begriffe mit der auf den entsprechenden unbeschränkten Begriff bezogenen konträren Begriffsnegation äquivalent ist:

T36. $\models \sim P_{\{G\}} = \neg P$

T37. $\models \sim P_{\{G\}} = \neg P_{\{1\}}$

Für beschränkte Begriffe gilt natürlich nicht allgemein $\sim P_{\{G\}} = \neg P_{\{G\}}$.

Es zeigt sich also, daß die Relativierung von Begriffen auf bestimmte Begriffsgesamtheiten wesentlich für die Unterscheidung der bei Wessel eingeführten konträren (bzw. schwach kontradiktorischen) Begriffsnegation und der kontradiktorischen Begriffsnegation ist.[34] In Bezug auf die Prädikations-

[34]Die explizite Einführung dieser beiden Begriffsnegationen unterscheidet die Wesselsche Vorgehensweise wesentlich von der traditionellen Logik, in der zwar auch beide Begriffs-

theorie stellt sich die Frage nach den logischen Beziehungen dieser Begriffsnegationen zu den ursprünglich in der SW-Prädikationstheorie vor der Behandlung der Terminitheorie eingeführten inneren und äußeren Negationen.

Die logischen Beziehungen zwischen Zuschreibungen kontradiktorischer und konträrer Prädikatnegationen gestalten sich so, wie die zwischen äußerer und innerer Negation: Es gilt

1. $[\neg P](s) \vdash [\sim P](s)$

Aber es gilt nicht allgemein

2. $[\sim P](s) \vdash [\neg P](s)$

Von der Perspektive der inneren Negation aus gesehen, verhält sich die kontradiktorische Begriffsnegation also analog zur äußeren Negation. Aber aus dieser Analogie den Schluß zu ziehen, man könne kontradiktorische Begriffsnegation und äußere Negation gleichsetzen, ist natürlich fehlgeleitet, denn es gilt zwar

3. $[\sim P](s) \vdash \sim P(s),$

aber es gilt nicht

4. $\sim P(s) \vdash [\sim P](s)$

Die Gültigkeit von 3. und die Ungültigkeit von 4. verweisen darauf, daß die kontradiktorische Begriffsnegation gerade die Bedingungen erfüllt, die von der inneren Negation im nichtklassischen Fall erfüllt werden müssen. Auch hier haben wir es also wieder mit einer inneren Negation zu tun. Allerdings können wir diese innere Negation nicht mit der ursprünglichen inneren Negation gleichsetzen, da sich die kontradiktorische Begriffsnegation von der konträren Begriffsnegation logisch unterscheidet, wie unmittelbar aus 1. und 2. deutlich wird.

Offensichtlich muß einfach anerkannt werden, daß es nicht nur inhaltlich unterschiedlich bestimmte innere Negationen bzw. verneinende Prädikationen gibt, sondern daß es auch unter formalem Gesichtspunkt unterschiedliche innere Negationen gibt, die zwar dem allgemeinen Schema der Behandlung

negationen verwendet werden, wo aber nicht syntaktisch explizit zwischen diesen beiden Begriffsnegationen unterschieden wird.

innerer Negationen entsprechen, die aber nicht logisch miteinander äquivalent sind. Dabei können sich bestimmte innere Negationen als deduktiv verbunden erweisen. Im gegebenen Fall ist die konträre Begriffsnegation deduktiv stärker als die kontradiktorische Begriffsnegation, wie unmittelbar durch 1. und 2. demonstriert wird.

Die Prädikationen mit konträren Begriffsnegationen mit dem Absprechen des Prädikats gleichzusetzen, würde zu einer Einschränkung der Ausdrucksmöglichkeiten führen. Könnte man nicht zwischen $\neg P(s)$ und $[\neg P](s)$ unterscheiden, wäre es z. B. nicht möglich, zwischen $\neg[\neg P](s)$ und $[\neg[\neg P]](s)$ zu unterscheiden: Zwar gilt

5. $\vdash [\neg[\neg P]](s) \equiv P(s)$

Aber es gilt nicht:

6. $\neg[\neg P](s) \equiv P(s)$

Es könnte nämlich $\neg P$ abgesprochen werden, sowohl weil s ein P ist als auch weil s weder P noch $\neg P$ ist: Einem Gegenstand kann *Nichtschwimmer* zu sein nicht nur abgesprochen werden, weil er *Schwimmer* ist, sondern auch, weil er weder Schwimmer noch Nichtschwimmer ist (also mit der von Wessel gegebenen Beschränkung: kein Mensch) ist.

Dagegen gilt ohne Einschränkung:

7. $\vdash \neg[\sim P](s) \equiv P(s)$

Und natürlich gilt auch analog zu 5.

8. $\vdash [\sim[\sim P]](s) \equiv P(s)$

Selbstverständlich gilt weder

9. $\sim[\neg P](s) \equiv P(s)$

noch

10. $\sim[\sim P](s) \equiv P(s)$

Natürlich sind auch Fälle möglich, in denen unterschiedliche verneinende Prädikationen nicht deduktiv verbunden sind. Auch das entspricht der Vielfalt der angeführten inhaltlichen Anlässe zur Berücksichtigung des Unterschieds zwischen verneinender Prädikation und der Verneinung einer Prädikation.

Zwar wird von Wessel selbst nicht thematisiert, ob sich für die Zuschreibung der kontradiktorischen Prädikatnegation eine Äquivalenz mit der äußeren Negation der Zuschreibung ergibt, ob also neben 3. auch 4. gilt. Sicher gilt dies nicht in den Fällen verletzter Präsuppositionen und unscharfer Prädikate. Aber in den eher klassischen Fällen, in denen alle Präsuppositionen als erfüllt gelten und die „scharfe Begrenzung der Begriffe“[35] vorausgesetzt wird und in denen das Zukommen von Prädikaten behandelt wird, nicht aber deren Zuschreibungen, ergibt sich, daß die Prädikationen von kontradiktorisch verneinten Prädikaten mit der äußeren Negation der Prädikation der unnegierten Prädikate äquivalent sind. Dagegen sind auch in diesen klassischen Fällen Prädikationen von konträr negierten Prädikaten weiter als innere Negationen zu identifizieren, und es ergibt sich keine Äquivalenz zur äußeren Negation der Prädikation des unnegierten Prädikats. Für das Vorliegen indifferenter Prädikationssituationen sind also weder die Deutung der Prädikation als epistemisch-sprechakttheoretische Zuschreibung noch die Annahme unerfüllter Präsuppositionen oder unscharfer Prädikate notwendig.

Damit ergibt sich für die konträre Prädikatnegation unabhängig von allen anderen Bedingungen der Prädikation wieder ein dritter Fall neben Bejahung und Verneinung, der Indifferenz ausdrückt, wenn nämlich weder P noch $\neg P$ auf ein Subjekt zutreffen. Für diese Art der Indifferenz ist das Vorliegen von Zuschreibungen unerheblich. Diese Unbestimmtheit kann bereits dann eintreten, wenn es um das Zukommen der entsprechenden negierten oder unnegierten Prädikate geht. Und mit der konträren Begriffsnegation ist nun unmittelbar wieder der Bogen zur (historisch) traditionellen Logik geschlossen, in der bis ins 19. Jahrhundert hinein über die Vermittlung Kants neben der bejahenden und der verneinenden qualitativen Urteilsform noch eine dritte qualitative Urteilsform berücksichtigt wurde, nämlich die unendlichen Urteile, die genau den Urteilen mit negativem Prädikat und damit den inneren (konträren) Negationen entsprechen, während verneinende Urteile den äußeren Negationen entsprechen.

[35] Frege formuliert die klassische Begriffsauffassung folgendermaßen: „Für die Begriffe haben wir hierin die Forderung, daß sie für jedes Argument einen Wahrheitswert als Wert haben, daß für jeden Gegenstand bestimmt sei, ob er unter den Begriff falle oder nicht; mit anderen Worten: wir haben für Begriffe die Forderung ihrer scharfen Begrenzung, ohne deren Erfüllung es unmöglich wäre, logische Gesetze von ihnen aufzustellen.“ [2, S. 31].

7 Elementare und zusammengesetzte Prädikate

Bei der Behandlung der SW-Prädikationstheorie darf nicht aus dem Auge gelassen werden, daß sich die unterschiedlichen Prädikationen stets auf elementare Aussagen beziehen, in denen einem Subjekt eine Eigenschaft oder einem n-Tupel von Subjekten eine Beziehung zugeschrieben wird. Für zusammengesetzte Aussagen der modernen Logik wird der nichtklassische Prädikationsstandpunkt weder in der epistemischen noch in der syntaktisch-semantischen Form anwendbar.

Für solche Ausdrücke, die aus elementaren Prädikationen mit aussagenlogischen bzw. prädikatenlogischen Mitteln zusammengesetzt sind, vertritt auch Wessel wieder den klassischen Standpunkt, in dem es nur eine Negation und keine indifferenten Fälle gibt. Deshalb ist es auch nicht möglich, den Unbestimmtheitsoperator oder die innere Negation auf zusammengesetzte Aussagen zu beziehen, denn die äußeren Verwendungen der logischen Junktoren (nicht nur der Negation, sondern auch anderer Aussagen- bzw. Satzverknüpfungen) ist rein klassisch bestimmt und bezieht sich auch auf Propositionen im klassischen Sinne, die das Zweiwertigkeitsprinzip erfüllen: $(s \leftarrow P)$ ist entweder wahr oder falsch, und das gleiche gilt auch von $(s \nleftarrow P)$.

Die Abweichung vom klassischen Standpunkt betrifft nur das Verhältnis zwischen den elementaren Prädikationen. Deren „innere“ Logik folgt nicht dem klassischen Schema, nach dem es zwischen Bejahung und Verneinung nichts Drittes geben kann.

Will man, wie z. B. in der epistemischen Logik üblich, komplexere Bewertungen zulassen und in die der Prädikationstheorie entsprechende logische Analyse einbeziehen, so kann das auf dem Wege geschehen, daß komplexe Prädikate in der Prädikation zugelassen werden. Auch für diesen Weg gibt es ein prominentes Vorbild aus dem Bereich der traditionellen Logik des 19. Jahrhunderts, nämlich Bolzano[36]. Bolzano bringt alle Sätze an sich auf die Standardformen „A hat B“ und „A hat Mangel an B“, die als elementare Prädikationen[37] den elementaren Prädikationsaussagen der SW-Prädikationstheorie entsprechen. Auch bei Bolzano kann eine solche elementare Prädikation nur dann wahr sein, wenn ihr Subjekt gegenständlich ist, d. h. in ele-

[36] [1, 12/1, § 127, § 136]

[37] Bei Bolzano fallen allerdings nicht nur elementare Prädikationen unter die Standardform, in denen als Subjekt ein Gegenstandsterminus auftritt, sondern Begriffstermini können ebenfalls Subjekt der Standardform sein.

mentaren Prädikationen der Subjektterminus tatsächlich einen existierenden Gegenstand bezeichnet. Die bejahenden und verneinenden Standardformen Bolzanos verhalten sich zueinander also wie zusprechende und absprechende Prädikation (bzw. Bejahung und Verneinung im Sinne der inneren Negation).

Man könnte die SW-Prädikationstheorie durchaus erweitern, indem aus (üblichen) Aussagen bzw. Sätzen, die auch zusammengesetzt sein können und in denen Individuenbezeichnungen vorkommen, ähnlich wie von Frege demonstriert, durch Leerstellenbildung komplexe Prädikate gebildet werden, die in den entsprechenden Prädikationen genau von den Subjekten oder n-Tupeln von Subjekten prädiziert werden, die bei der Leerstellenbildung entfernt wurden. Wenn dies getan wird, darf nicht übersehen werden, daß die innere Logik dieser komplexen Prädikationen nur in genau zu definierenden Ausnahmefällen klassisch bestimmt ist, wobei von der jetzt auftretenden Nichtklassizität nicht mehr nur wie im Fall der elementaren Prädikationen Bejahung und Verneinung betroffen sind, sondern auch andere aussagenlogische bzw. terminitheoretische Verknüpfungen wie Konjunktion, Alternative, Implikation etc.

Der konsequenteste Weg, die epistemischen Deutungen der Prädikation in der Objektsprache explizit zu machen, wäre natürlich ein direkter Übergang zum Aufbau epistemischer Logiken. Dann wäre auch die Möglichkeit gegeben, innerhalb der logischen Formalisierung nicht nur zwischen epistemisch gedeuteten elementaren Prädikationen und elementaren Aussagen zu unterscheiden, sondern diese Unterscheidung auch auf beliebig strukturierte Aussagen bzw. epistemische Prädikationen zu übertragen.

8 Literaturverzeichnis

[1] B. Bolzano. *Wissenschaftslehre*. Sulzbach 1837. Herausgegeben von Jan Berg, in: *Bernard Bolzano-Gesamtausgabe*, Bd. 11 und 12, Stuttgart/Bad Cannstatt 1985, 1988.

[2] G. Frege. *Function und Begriff*. Jena 1891. Nachgedruckt in: G. Frege, *Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien*, hrsg. v. G. Patzig, Göttingen 1962, 18–39.

[3] G. Frege. *Grundgesetze der Arithmetik*, Bd. I. Jena 1893.

[4] J. F. Fries. *System der Logik*. 3. Aufl. 1837, Heidelberg ^{1}1811.

[5] J. F. Fries. *Versuch einer Kritik der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Braunschweig 1842.

[6] J. F. Herbart. *Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie*. Königsberg 1813. Nach der 4. Aufl. [1837] nachgedruckt, Hamburg 1993.

[7] E. Husserl. *Logische Untersuchungen*. 2 Teile, Halle 1900/1901. 2. Aufl. 1913.

[8] L. Kreiser und W. Stelzner. Zur Logik der Begriffe bei Wilhelm Wundt. In: W. Stelzner und M. Stöckler (Hrsg.), *Zwischen traditioneller und moderner Logik. Nichtklassische Ansätze*, Paderborn 2001, 157–191.

[9] R. H. Lotze. *Logik*. Leipzig 1843.

[10] R. H. Lotze. *Logik. Drei Bücher vom Denken, vom Untersuchen und vom Erkennen*. Leipzig 1874. (= Lotze, *System der Philosophie*, T. 1)

[11] R. K. Shope. *The Analysis of Knowing*. Princeton 1983.

[12] C. Sigwart. *Logik*, Vol. I: *Die Lehre vom Urteil, vom Begriff und vom Schluss*, Vol. II: *Die Methodenlehre*. Tübingen 1873. 2. Aufl. Freiburg 1889–1893, 4., durchgesehene Auflage, Tübingen 1911.

[13] P. Simons. The Horizontal. In: M. Schirn (Hrsg.), *Frege: Importance and Legacy*, Berlin/New York 1996, 280–300.

[14] A. A. Sinov'ev. Grundlagen der logischen Theorie wissenschaftlichen Wissens. Moskau 1967. [=А. А. Зиновьев, *Основы логической теории научных знаний*, Москва 1967].

[15] A. A. Sinov'ev. Komplexe Logik. Moskau 1970. [=А. А. Зиновьев, *Комплексная логика*, Москва 1970].

[16] A. A. Sinowjew. *Komplexe Logik*. Berlin 1970.

[17] A. A. Sinowjew. Nichttraditionelle Quantorentheorie. In: H. Wessel (Hrsg.), *Quantoren, Modalitäten, Paradoxien*, Berlin 1972, 179–205.

[18] A. Sinowjew und H. Wessel. *Logische Sprachregeln*. Berlin 1975.

[19] W. Stelzner. Wahrheits- und Falschheitsfunktionen in der Begriffsschrift der *Grundgesetze*. In: I. Max und W. Stelzner (Hrsg.), *Logik und Mathematik. Frege-Kolloquium Jena 1993*, Berlin/New York, 58–67.

[20] W. Stelzner. Zur Behandlung von Widerspruch und Relevanz in der russischen traditionellen Logik und bei C. Sigwart. In: W. Stelzner und M. Stöckler (Hrsg.), *Zwischen traditioneller und moderner Logik. Nichtklassische Ansätze*, Paderborn 2001, 239–296.

[21] M. S. Stepanians. *Frege und Husserl über Urteilen und Denken*. Paderborn 1998.

[22] C. Thiel. Freges *Grundgesetze* als nichtklassisches Logiksystem. In: W. Stelzner und M. Stöckler (Hrsg.), *Zwischen traditioneller und moderner Logik. Nichtklassische Ansätze*, Paderborn 2001, 105–111.

[23] N. A. Vasil'ev. Über partikuläre Urteile, das Dreieck der Gegensätze und das Gesetz vom ausgeschlossenen Vierten. *Uchennye zap. Kazan. un-ta* 77 (1910), kn. 10, 1–47. [=Н. А. Васильев, О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого. *Ученные зап. Казан. ун-та* 77 (1910), кн. 10, 1–47].

[24] N. A. Vasil'ev. Imaginäre (nichtaristotelische) Logik. *Zhurnal m-va nar. prosveshcheniya* Nov. ser., Ch. 40 (1912), 207–246. [=Н. А. Васильев, Воображаемая (неаристотелева) логика. *Zhurnal m-va nar. prosveshcheniya* Нов. сер., Ч. 40 (1912)), 207–246].

[25] N. A. Vasil'ev. Logik und Metalogik. *Logos* 1-2 (1912/13), 53–81. [=Н. А. Васильев, Логика и металогика. *Логос* 1–2 (1912/13), 53–81].

[26] M. I. Vladislavlev. Logik. Übersicht über die induktiven und deduktiven Verfahren des Denkens und historische Skizzen: die Logik des Aristoteles, Scholastische Dialektik, Formale und induktive Logik. Sankt Petersburg 1872, ^{2}1881. [=М. И. Владиславлев, *Логика. Обозрение индуктивных и дедуктивных приемов мышления и исторические очерки: логики Аристотеля, схоластической диалектики, логики формальной и индуктивной*, СПб. 1872, ^{2}1881].

[27] H. Wessel. *Logik*. Erstauflage, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1984.

[28] H. Wessel. *Logik*. Neuauflage, Logos Verlag, Berlin 1998.

[29] W. Windelband. *Die Lehren vom Zufall*. Berlin 1870.

[30] W. Windelband. Beiträge zur Lehre vom negativen Urteil. In: *Straßburger Abhandlungen zur Philosophie zu Zellers 70 Geburtstag*, Straßburg 1884. (Unveränderter Abdruck: Tübingen 1921).

[31] W. Windelband. Logik. In: W. Windelband (Hrsg.), *Die Philosophie im Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts*, I. Bd., *Festschrift für Kuno Fischer*, Heidelberg 1907, 183–207.

[32] W. Windelband. Die Prinzipien der Logik. In: *Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften*, in Verbindung mit Wilhelm Windelband herausgegeben von Arnold Ruge, Tübingen 1913, 1–60.

[33] W. Wundt. *Logik. Eine Untersuchung der Prinzipien der Erkenntnis und der Methoden wissenschaftlicher Forschung.* Band I: *Allgemeine Logik und Erkenntnistheorie*, Stuttgart ^{1}1880, ^{2}1893, ^{3}1906, ^{4}1919. Band II: *Logik der exakten Wissenschaften*, Stuttgart ^{1}1883, ^{2}1894, ^{3}1907, ^{4}1920.

Diese Arbeit wurde im Rahmen eines von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Projekts verfaßt. Ich bedanke mich hiermit herzlich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Universität Bremen für die erwiesene Unterstützung.

Konsistenz als regulatives Ideal

Max Urchs
max.urchs@uni-konstanz.de
Universität Konstanz, FB Philosophie, D-78464Konstanz

Horst-Wessel-Feier zur Beförderung der inneren Einheit an der Humboldt-Universität, Berlin im Oktober 2001

1 Motivation

Zum Kanon festverwurzelter Überzeugungen des modernen Menschen gehört, daß rationales Denken unabdingbar seine innere Widerspruchsfreiheit voraussetzt. Die Forderung nach durchgehender Konsistenz jeder ernsthaften Argumentation, jedes akzeptablen Systems von Überzeugungen und insbesondere sämtlicher wissenschaftlicher Theorien wurde in der Tradition europäischer Aufklärung zum zentralen Postulat. Die Widerspruchsfreiheit stellt fortan nicht nur das entscheidende Kriterium für rationales Denken allgemein dar, sondern wird zum Prüfstein für die Rationalität philosophischer und wissenschaftlicher Reflexion. Umgekehrt markieren Widersprüche das Ende jeglicher seriöser Analyse.

Ich möchte nun dafür argumentieren, daß diese Standardposition bezüglich der Konsistenz nicht praktikabel ist. Zum einen kann Konsistenz nicht in allen gemeinhin für einschlägig gehaltenen Fällen erreicht werden. Auch der erwähnte Kanon von Grundüberzeugungen, um ein erstbestes Beispiel zu wählen, ist sicherlich nicht widerspruchsfrei. Zum anderen werde ich im Folgenden nachzuweisen versuchen, daß sich Widersprüche in Argumentationen, in Überzeugungssystemen oder in wissenschaftlichen Theorien nur unter ganz bestimmten Umständen und nur in seltenen Fällen so katastrophal auswirken, wie der logische Alltagsverstand dies vorgeblich erwartet. Mehr noch:

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 233–249

mitunter ist Inkonsistenz nicht allein faktisch unvermeidlich, sondern bringt sogar Vorteile beim praktischen Räsonieren mit sich.

Wie weit weichen solche Ansichten vom Üblichen ab? Richten sie sich überhaupt gegen irgendeine ernstzunehmende philosophische Position? Der Begriff der Konsistenz ist von schillernder Paronymität. Auch hinsichtlich der Bestimmung von „rational“ herrscht bislang keine Einmütigkeit. Da also weder „Widerspruch(sfreiheit)“, noch „Rationalität“ eine präzise Bedeutung haben, könnte man die üblichen Thesen über das Verhältnis von Widersprüchen und Rationalität einfach hinnehmen – fast jeder würde wohl zumindest einer möglichen Lesart der verwendeten Begriffe zustimmen. Postulate zur Widerspruchsfreiheit, die gemeinhin als grundlegend angesehen werden, wären also gewissermaßen nichtssagend, weil quasi tautologisch. Im Alltagsverständnis aber drücken solche Thesen sehr wohl eine klare und einflußreiche Position aus, die etwa so formuliert werden kann: „Widerspruchsfreiheit ist der Schlußstein im Gewölbe westlicher Vernunft; würde die Konsistenz fehlen, so bliebe von dem imposanten Bau nur ein Trümmerfeld übrig.“ Man möge darum am Schlußstein bitte nicht rütteln.

Der Widerspruch gilt also nach üblicher Auffassung als die Katastrophe schlechthin, und er muß deshalb unter allen Umständen und um jeden Preis vermieden werden. Das Bild des desaströsen Widerspruchs und der sich daraus ergebenden Therapie läßt sich bis auf bestimmte Passagen der Aristotelischen Metaphysik zurückverfolgen (siehe den nächsten Abschnitt). Wenngleich sich bei sorgfältiger Quellenanalyse die ganze Angelegenheit als sehr viel komplexer und facettenreicher herausstellt, denn gemeinhin kolportiert (vgl. etwa [10, S. 88 ff.]), so erwiesen sich doch Aristoteles' Auffassungen aus verschiedenen Gründen nicht nur für das wissenschaftliche Denken als prägend, sondern für die abendländische Kultur geistiger Arbeit insgesamt. Wer anderer Ansicht ist, riskiert zumindest seinen guten Ruf.

Das ist in gewisser Hinsicht durchaus überraschend. Natürlich sind Widersprüche, vor allem in wissenschaftlichen Untersuchungen, ganz allgemein kein Grund zur Freude. In rechtfertigenden Darstellungen elaborierter Theorien gelten Inkonsistenzen zu Recht als schwerwiegender, mitunter geradezu als disqualifizierender Mangel. Aber das heißt natürlich nicht, daß sie nicht eine wichtige, mitunter auch eine konstruktive Rolle in der Wissenschaft spielen würden. Zumindest im sogenannten Entstehungszusammenhang wissenschaftlicher Erkenntnis wimmelt es von Widersprüchen verschiedenster Art.

2 Die kontingente Dominanz des Aristoteles

Es gab keine zwingenden Gründe für die Jahrhunderte lang fast konkurrenzlose Dominanz der Aristotelischen Option. Als sie entstand, gab es mit eleatischen und sophistischen Ansätzen durchaus Alternativen. Aus verschiedenen, darunter auch wissenschaftspolitischen Gründen setzte sich Aristoteles durch:

> Dasselbe kann demselben in derselben Hinsicht unmöglich zugleich zukommen und nicht zukommen. [1, S. Γ 3, 1005 b 19]

Seine Formulierung sichert er gegen „sophistische Belästigungen“ kurzerhand ab:

> Und auch die übrigen Unterscheidungen, die als Abwehr gegen logische Schwierigkeiten hinzugefügt werden müssen, seien hinzugedacht. (ebenda, 1005 c)

Bei näherer Betrachtung unterscheidet er drei Varianten des Satzes vom Widerspruch: neben obiger ontologischer Variante, gibt es die logische

> Zwei widersprechende (kontradiktorische) Aussagen können nicht zugleich wahr sein. ([1, Γ 6, 1011 b 20 f.], auch: 1011 b 13 f.)

und die psychologische

> Es ist unmöglich, daß derselbe zugleich annehme, dasselbe sei und sei nicht, wie dies, manchen zufolge, Heraklit vertrat; der Mensch muß nämlich nicht glauben, was er sagt. [1, Γ 3, 1005 b 23 ff.]

Aristoteles hatte sich erfolglos um eine Begründung seines „allersichersten“ Prinzips bemüht. Wenn sich nun für den Satz vom Widerspruch keine logischen Gründe finden ließen, so hat er keinen logischen Wert. Das machte den Weg frei, über dessen Platz in der Logik nachzudenken. (Analoge Überlegungen lassen sich für ontologische und psychologische Deutungen dieses Prinzips anstellen.) Zwar setzt Jan Łukasiewicz in seiner eingehenden Analyse [5] hinzu, die Bedeutung des Satzes vom Widerspruch entstünde aus seinem immensen ethisch-praktischen Gewicht – er folgt dabei Aristoteles, der im Satz vom Widerspruch die einzige Waffe gegen Falschheit und Lüge zu sehen meinte – aber selbst das scheint zweifelhaft. Zumindest in den Bereichen, die für den Begriff des rationalen Denkens konstitutiv sind, also in den formalen und empirischen Wissenschaften, verfügen wir durchaus über andere, wissenschaftsinterne Kriterien, um die Wahrheit zu bestimmen.

Man stelle sich folgende Situation vor. Zwei Experimentalphysiker, Fritz und Ferdinand, konstantieren divergierende Ansichten zur Siedetemperatur von Wasser: Fritz ist überzeugt, Wasser koche bei 80 °C, Ferdinand opponiert: 90 °C sei der korrekte Wert. Man muß also eine Methode zur Auflösung dieser Schwierigkeit finden. Typischerweise wird dies im wissenschaftlichen Kontext – je nach methodologischer Neigung – der Versuch der Verifikation oder auch der Falsifikation der vorgebrachten Thesen sein. Dies geschieht auf irgendeine zwischen beiden Parteien unstrittige Art und Weise. Die Wissenschaftstheorie des vergangenen Jahrhunderts hat ein reiches Arsenal in Frage kommender Methoden hinterlassen. Mit Sicherheit kann man jedoch ausschließen, daß Fritz zur angeblich einzigen Waffe im Kampf um die wissenschaftliche Wahrheit greifen und Ferdinand den Satz vom Widerspruch um die Ohren schlagen wird.[1] Die beiden werden vermutlich einfach mit Thermometer, Wassertopf und Heizplatte ein Experiment durchführen, welches – je nach den Luftdruckverhältnissen im Labor – einem von ihnen, oder auch keinem der beiden Recht geben wird.

Es ist allerdings entscheidend, daß Fritz auf Ferdinands Entgegnung irgendeine Reaktion zeigt, die über ein desinteressiertes Schulterzucken hinausgeht. Ein solches Desinteresse würde im Effekt Wissenschaft unmöglich machen, indem es nämlich die empirischen Disziplinen „mit Ergebnissen überlaufen ließe“. Das Widerspruchsprinzip ist also durchaus doch eine Art Waffe, wenngleich von anderer Art, als es Aristoteles vorschwebte: Eine Waffe nicht im Kampf gegen Lüge und Falschheit, sondern im Ringen um Präzision und (wo gefordert) Vollständigkeit. Wir werden weiter unten auf diesen Punkt noch zurückkommen.

Die Sache ist also offenbar – wieder einmal – wesentlich komplizierter, als dies *prima facie* der Fall zu sein schien. Wir wollen im folgenden untersuchen, wie weit man von der starren Ablehnung aller Widersprüchlichkeit in wissenschaftlichen Kontexten abrücken darf, ohne sich dem Vorwurf des Irrationalismus auszusetzen.

[1] Vielleicht hat Horst Wessel mit seiner Diskussionsbemerkung Recht, das Prinzip vom ausgeschlossenen Widerspruch gehöre zu den Grundvoraussetzungen jeder erfolgreichen Kommunikation. Dafür müßten eine Reihe weiterer Überlegungen angestellt werden. Mir geht es hier allein um die These, daß dieses Prinzip keine „Waffe gegen Lug und Trug“, also kein Kriterium für die Korrektheit von Argumentationen ist.

Die Grenzen des Zulässigen können m. E. hier durchaus weit gesteckt werden. Angesichts der Tiefe der erforderlichen Erkenntnis, in der die Inkonsistenz bestimmter Überzeugungen erst offenbar wird, ist die strikte Forderung nach Konsistenz sicherlich nicht praktikabel. Wenn sich beispielsweise der ontologisch dubiose Charakter des „mit Zirkel und Lineal konstruierten kreisrunden Quadrates“ jedem der deutschen Sprache Kundigen unmittelbar erschließt, so braucht es beträchtliche mathematische Kenntnisse, um das „mit Zirkel und Lineal konstruierte Quadrat mit dem Flächeninhalt des Einheitskreises“ als nahen Verwandten des ersten Objektes zu erkennen. Tieferliegende Ergebnisse der mathematischen Grundlagenforschung machen das Ausmaß der Schwierigkeiten noch deutlicher: für hinreichend ausdrucksstarke mathematische Theorien ist der Nachweis der Konsistenz innerhalb der Theorie prinzipiell ausgeschlossen.

Unbewußt widersprüchliche Überzeugungen können also offensichtlich gar kein Brandmal fehlender Rationalität sein, wenn wir den Rationalitätsbegriff nicht deflationär gebrauchen wollen. Aber selbst das Beharren im als solchen erkannten Widerspruch ist kein verläßliches Kennzeichen für manifeste Irrationalität. Angesichts des Umstandes, daß mitunter einfach keine konsistenten naturwissenschaftlichen Theorien verfügbar sind, können auch inkonsistente Alternativen, die aber in vielen Fällen präzise und korrekte Prognosen erbracht haben, das Mittel einer durchaus rationalen Wahl sein.

Die Grenze des rational Vertretbaren scheint vielmehr erst dort überschritten, wo man Widersprüchlichkeit als unproblematisch ansieht, sozusagen mit einem Schulterzucken darüber hinweg geht. Sicher ist auch eine solche Haltung vorstellbar. In manchen Gebieten menschlicher Geistestätigkeit scheint die gelassene Einstellung Widersprüchen gegenüber sogar ein grundlegendes Erfordernis für die dort noch mögliche Form von Erkenntnis zu sein. Ich denke hier vor allem an theologische Reflexionen zum Wesen Gottes, wie sie in verschiedenen Religionen anzutreffen sind. Freilich habe ich keine Schwierigkeiten mit dem Postulat, diese Reflexionen aus dem Bestand rationalen Denkens auszugrenzen. Zumindest für die christliche Religion kann man sich zu diesem Zweck auf intime Kenner der Materie stützen, die dem Verstand eben dort eine Grenze zogen, wo er sich als unfähig erwies, Gott in seiner Widersprüchlichkeit zu begreifen. Jenseits dieser Grenze ist allein die Vernunft zu weiterführender Erkenntnis fähig, diesseits der Grenze, und somit im Bereich des Rationalen, liegt etwa für Nikolaus von Kues das Reich der Wissenschaft. Dies ist das uns interessierende Gebiet rationalen Denkens. Die für das religiöse Denken typischen Widersprüche ähneln manchen künstlerischen Schwärmereien und liegen jedenfalls noch hinter dem dem Verstande zugänglichen Horizont. Sie sollen uns hier nicht weiter beschäftigen. Immerhin sei angemerkt, daß zu diesem Komplex auch durchaus seriös gemeinte philosophische Thesen, beispielsweise zur Philosophie des Geistes, gehören (etwa Colin McGinns Ansichten über die prinzipielle Nichtfaßbarkeit des menschlichen Bewußtseins aufgrund unserer kognitiven Beschränkungen, vgl. [6, S. 9]).

Wenn man davon ausgeht, daß es eben die wissenschaftliche Tätigkeit der Menschen ist, die mittelfristig die Standards für rationales Verhalten etabliert, so lassen sich im Ergebnis dieser Situation, die im Selbstverständnis der betroffenen Wissenschaftler zunehmend präsent ist, für die Zukunft neue Aspekte des Rationalitätsbegriffes erwarten.

Inkonsistenz zuzulassen bedeutet nicht, wahr und falsch durcheinander zu werfen. Zwei einander widersprechende Teilaussagen können sehr wohl alle beide Aspekte von Wahrheit ausdrücken. Man kann gerade deshalb versuchen, solche komplementären Facetten zu einem gemeinsamen Bild zu komponieren.

Diese Technik ist aufgrund offensichtlicher und schwer zu bestreitender Vorzüge weit verbreitet. Selbst die Metaphysik des Aristoteles läßt sich durch dieses Prisma betrachten: seine Konzeption war nicht sosehr kritisch gegen andere Ansätze gewandt, als vielmehr darauf bedacht, möglichst viele von ihnen zu inkorporieren und so die Erklärungsleistung des eigenen Entwurfes zu verbessern. Bei diesem Verfahren kommt es fast zwangsläufig zu Spannungen zwischen den einzelnen Elementen der Komposition. Bekanntlich war Aristoteles auf anderem Gebiet mit geradezu missionarischem Eifer gegen die Inkonsistenz zu Felde gezogen. Kurioserweise entstehen eben dadurch Metainkonsistenzen in seiner philosophischen Gesamtposition.

3 Der Mythos der Widerspruchsfreiheit

Die Widerspruchsfreiheit selbst der exakten Wissenschaften ist ein Mythos. Mit „exakten Wissenschaften“ meine ich die Mathematik und die theoretische Physik. In der Geschichte beider Disziplinen lassen sich immer wieder Phasen nachweisen, in denen die jeweiligen Fundamente nicht konsistent dargestellt werden konnten. Was die Mathematik angeht, kann man sich natürlich auf Ludwig Wittgensteins Bemerkungen zu den Grundlagen dieser Disziplin berufen. Die berühmten und oft diskutierten Voraussagen über eine künftige

Mathematik, die problemlos mit manifesten Widersprüchen umgehen kann, sollen hier nicht noch ein weiteres Mal zitiert werden. Eine geradezu verblüffend lakonische Diagnose findet sich aber auch beim jeglicher Irrationalität gewiß unverdächtigen „Nicolas Bourbaki“:

> Historisch gesehen ist es natürlich völlig verkehrt anzunehmen, die Mathematik sei frei von Widersprüchen. Konsistenz erscheint als zu erreichendes Ziel, nicht als gottgegebener, ein für allemal garantierter Zustand. Seit jeher folgten auf kritische Revisionen der Grundlagen der Mathematik oder mancher ihrer Gebiete Perioden der Unsicherheit, in denen neue Widersprüche auftraten und gelöst werden mußten [...] Es gibt keine klare Trennlinie zwischen Widersprüchen, die im Ergebnis mehr oder weniger leicht zu entdeckender Fehler bei der täglichen Arbeit der Mathematiker entstehen, und den großen Paradoxien, die dem logischen Denken Stoff für Dekaden und mitunter Jahrhunderte liefert [...] Wie ist die Reaktion des Mathematikers, der sich mit dergleichen Dilemmata konfrontiert sieht? „Man formuliere Regeln und Definitionen so, daß jeder Widerspruch so leicht wie möglich zu seinen Ursachen zurückverfolgt werden kann, und entferne letztere oder umgebe sie mit Warnzeichen, damit ernsthafter Ärger vermieden wird.“ [2, S. 2–3]

Im Fall der Physik dauert ein inkonsistenter Zustand der Gesamtdisziplin auch nach fast einhundert Jahren weiterhin an: Eine unifizierende Theorie der Quantengravitation liegt noch immer nicht ausgearbeitet vor. Das gegenwärtige „Erfolgsduo“ aus Quantenphysik und Allgemeiner Relativitätstheorie liefert ausgezeichnete Ergebnisse, die besten Prognosen, die durch physikalische Theorien je möglich waren. Aber der mathematische Apparat beider Konzeptionen läßt sich bisher nicht harmonisieren.

Man findet zahlreiche Berichte führender Vertreter der Physik über ihre Arbeit, die diesen Zustand reflektieren und – da er durchaus als unbefriedigend empfunden wird – versuchen, damit fertig zu werden. Bohrs Begriff der Komplementarität ist der Versuch, tradierte Vorstellungen über den unabdingbar konsistenten Charakter naturwissenschaftlicher Theorien mit den spezifischen Erfordernissen bei der Beschreibung des Untersuchungsgegenstandes in Übereinstimmung zu bringen. Heisenberg zufolge hat eben der Komplementaritätsbegriff

> die Physiker darin bestärkt, alternativ unterschiedliche klassische Konzepte zu benutzen, die zu Inkonsistenzen führen, wenn sie simultan gebraucht würden. Ein solches Vorgehen ist nicht auf die Quantenphysik beschränkt: wir finden es auch dort, wo wir über eine Entscheidung und unsere Gründe für diese Entscheidung nachdenken, oder wo wir die Wahl haben, Musik zu genießen oder ihre Struktur zu analysieren. [4, S. 167]

Heisenberg plagen sichtlich keine Gewissensbisse, wenn er über offenbare Widersprüche in frühen Phasen der Theorie spricht:

> [Einstein] konnte den völligen Widerspruch zwischen dem Wellenbild und der Idee des Lichtquants nicht leugnen; er versuchte nicht einmal, die Inkonsistenz dieser Interpretation zu vertuschen. Er nahm den Widerspruch einfach als etwas, das vermutlich erst viel später einmal verstanden werden würde. [4, S. 21]

und an anderer Stelle:

> Die merkwürdigste Erfahrung dieser Jahre war, daß die Paradoxien der Quantentheorie im Verlauf des weiteren Klärungsprozesses nicht verschwanden; ganz im Gegenteil; sie wurden deutlicher und erregender. [. . .] Zu dieser Zeit waren viele Physiker überzeugt, daß diese anscheinenden Widersprüche zum Wesen der inneren Struktur der Atomphysik gehörten. [4, S. 24]

Natürlich waren die beobachteten Widersprüche kein Grund für die engagierten Wissenschaftler, die Forschungsarbeiten einzustellen. Aus methodologischer Sicht entstand in dieser „Notlage“ etwas prinzipiell Neues. Sehr aufschlußreich erscheint in diesem Zusammenhang eine Bemerkung Hans Reichenbachs aus dem Jahre 1929:

> Bohr wollte eine gewisse beobachtete Gesetzlichkeit in den Spektrallinien erklären; da es sich gezeigt hatte, daß diese Gesetzlichkeit mit der klassischen Theorie nicht in Einklang zu bringen war, so gab er ganz bewußt die klassische Theorie auf. Er wollte zunächst eine Voraussetzung erhalten, die für das enge Gebiet der Spektralforschung sich als geeignet erweist, und nahm keine Rücksicht darauf, ob diese Voraussetzung mit der übrigen Physik

> im Einklang steht. Mit Bohr zieht deshalb eine Denkweise von geradezu revolutionärem Charakter in die Physik ein; man begnügt sich mit der Erfassung eines engen Spezialgebietes und verzichtet vorläufig auf den einheitlichen Zusammenschluß mit der übrigen Physik. [8, S. 246]

Selbst in Wissenschaftsgebieten, in denen eine unübertroffen präzise Fachsprache mit höchsten Standards bezüglich methodologischer Strenge zusammenkommt, sind also Inkonsistenzen nicht immer zu vermeiden. Dann ist es freilich nicht verwunderlich, daß sich auch in anderen Gebieten der empirischen und der Geisteswissenschaften zahlreiche Beispiele inkonsistenter Theorien finden lassen.

In einer Untersuchungen zur Entwicklung der modernen Thermodynamik weist Joke Mehus detailliert nach, wie Rudolf Clausius zwei inkompatible Ansätze (die Theorie François Marie Sadi Carnots und Ideen James Prescott Joules) zusammenführt und über mehrere Zwischenschritte schließlich zu einer konsistenten Theorie gelangt (vgl. [7, S. 362 ff.]). Clausius hat seinen wissenschaftlichen Erfolg also durch kreativen Umgang mit inkonsistenten Ausgangsdaten erzielt.

Ein letztes Beispiel stammt aus den Geisteswissenschaften. In seiner Vorrede zum *Aeschylos* schreibt Eduard Fraenkel:

> Bei der Besprechung eines Textes wie des Agamemnon ist der Antagonismus von zwei, und mitunter auch mehr verschiedenen Sichtweisen nicht, wie der Unerfahrene denken könnte, der obscura diligentia der klassischen Gelehrten geschuldet, sondern dies ist der wahre Ausdruck der Komplexität des Gegenstandes selbst. Für den Moment mag es durch dialektische Kunstgriffe möglich sein, die Aufmerksamkeit auf nur eine der potentiellen Interpretationen einer Textpassage zu konzentrieren, und andere auszublenden. Der anscheinend unterdrückte Aspekt wird jedoch nach einer Zeit zurückdrängen und auf jenen lasten, die ihn vernachlässigt haben. [3, S. 3]

Im letzten Zitat deutet sich stärker als zuvor ein möglicherweise irritierendes Motiv an. Zwar handelt es sich auch in diesem Beispiel um einen Text, in dem Widersprüche auftauchen. Insofern bleibt alles im sprachlichen Rahmen. Jedoch haben wir es mit einem recht spezifischen Text zu tun: die Beschreibung der tatsächlichen Gegebenheiten erfolgt hier nicht gebrochen durch eine vermittelnde Theorie, sondern als unmittelbare Darstellung eines wirklichen Geschehens. Man könnte deshalb fragen, ob nicht die Wirklichkeit an sich widersprüchlich und somit die eigentliche Quelle widersprüchlicher Beschreibungen sei.[2] Diese Frage soll hier nicht weiter verfolgt werden. Es geht mir weder um eine epistemologische noch gar um eine metaphysische These über die Realität von Widersprüchen, sondern um einen rein pragmatischen Vorschlag zum Umgang mit ihnen.

4 Inkonsistenz aus Inkompetenz?

Widersprüche sind, wie wir sahen, im wissenschaftlichen Kontext beleibe kein seltenes Phänomen. Sie sind offenbar auch nicht in jedem Fall Ergebnis mangelnder Sorgfalt oder Professionalität des Forschers, sondern sie deuten oft auf wesentliche Probleme in den Untersuchungen hin, auf Schwierigkeiten, deren Überwindung den entscheidenden Durchbruch, die neue wissenschaftliche Erkenntnis ermöglicht. Dies ist gewissermaßen die klassische Rolle von Widersprüchen in der Wissenschaft.[3] Aber nicht die einzige. Schon im obigen Zitat der Bourbaki klingt an, daß die Grenze zwischen Fehler und systeminternem, tiefem Widerspruch mitunter fließend ist. Besonders bekannt, weil breit diskutiert, sind Widersprüche in formalen Theorien. Die zu den jeweiligen Grundlagenkrisen führenden mathematischen Paradoxien, allen voran die auch außerhalb der Mathematik prominenten Antinomien des Lügners und seiner Verwandten, sind aber insofern untypische Vertreter der wissenschaftlich bedeutsamen Widersprüche, als daß sie in ihrem formalen Kontext keineswegs toleriert werden können und unverzügliche Anstrengungen zu ihrer

[2] Eine solche Position ist in der Philosophie als Dialethismus bekannt. Ich teile sie nicht.

[3] Das paradigmatische Beispiel ist ein Johannes Kepler aufgefallener Widerspruch zwischen den von Tycho Brahe ermittelten Bahndaten des Mars und den sich aus seiner eigenen Theorie ergebenden Werten. Kepler verwarf seine ursprüngliche Theorie sofort, stellte neue Berechnungen an und fand so das heute klassische Keplersche Modell des Sonnensystems. Differenzen der gemessenen und der nach diesem Modell berechneten Orte des Planeten Uranus erzwangen später die Annahme eines hypothetischen weiteren Planeten. Als ein solcher Planet, Neptun, dann am vorhergesagten Ort beobachtet wurde, war der Triumph der Theorie perfekt. Als einige Zeit danach erneut Widersprüche zwischen dem durch dieses Modell prognostizierten Bahnverlauf des Merkur und tatsächlichen Bewegungen jenes Planeten gefunden wurden, konnten sie nicht mehr auf analoge Weise ausgeräumt werden – der zunächst vermutete Planet Vulkan existiert nicht. Diese Probleme der Theorie verhalfen schließlich dem Einsteinschen Modell zum Durchbruch.

Auflösung verlangen.[4] Solche Paradoxien sind für Logiker und Sprachtheoretiker faszinierend. Aber nicht diese Art von Widersprüchen soll uns in erster Linie beschäftigen. Uns interessieren Inkonsistenzen, die sich in Beschreibungen tatsächlicher Gegebenheiten zeigen, in empirischen Theorien, welche „mit einem Bein in der materiellen Wirklichkeit“ stehen – Unstimmigkeiten also, die zwischen Voraussagen empirischer Theorien und entsprechenden Beobachtungsdaten bestehen. Solche Spannungen können, wie obige Beispiele aus der Astronomie illustrieren, in der Regel nicht zu Lasten der Beobachtungstatsachen aufgelöst werden. Wenngleich auch hier Ausnahmen denkbar sind: „Schaut nochmal hin!“ entgegnen heute mitunter theoretische Physiker ihren Kollegen von der Experimentalphysik. Freilich kommen deren Beobachtungseregebnisse längst nicht mehr durch bloßes Hinschauen zustande. Zur Gewinnung der Meßdaten und zu ihrer Interpretation sind enorm komplexe Theorien erforderlich. Dadurch verschwimmt die Grenze zum nächsten Fall, nämlich zu Widersprüchen innerhalb empirischer Theorien. Diese sind, wie wir sahen, in diesem Zusammenhang die eigentliche Herausforderung für eine moderne Wissenschaftstheorie.

Das Streben nach Konsistenz ist ein fundamentaler Zug menschlicher Erkenntnistätigkeit. Noch tiefer aber scheint ein bohrendes Beharren auf Eindeutigkeit, Genauigkeit, Letztgültigkeit angesiedelt zu sein. Eben dieser Zug menschlichen Erkenntnisdranges rückt in Gebieten, in denen unser Beobachtungsvermögen und verfügbare Meßtechnik der Komplexität der Natur nicht adäquat sind, die konsistente Darstellung des Gegenstandes außer Reichweite. Der interne oder externe Anspruch an Präzision, die Insistenz, verhindert Konsistenz. Insofern bleiben uns in der wissenschaftlichen Entwicklung Phasen fehlender Konsistenz auch künftig, sozusagen naturgemäß, erhalten.

5 Inkonsistenz ist effizient

Natürlich ist nicht jede Form von Inkonsistenz effizient. Manche Inkonsistenzen sind ausgesprochen kontraproduktiv, irreführend, kompromittierend, etc.

Effiziente Inkonsistenz tritt nun insbesondere dort auf, wo komplementäre Beschreibungen verknappend zu einer gemeinsamen Darstellung zusammengeführt werden. Beispiele für dieses Phänomen bieten etwa Aphorismen:

[4] „Kontext“ ist dabei durchaus eng zu verstehen: die Aufregung um Widersprüche in der Mengentheorie zu Beginn des 20. Jahrhunderts ließ Vertreter anderer mathematischer Disziplinen weitgehend unbeeindruckt.

„Fertige Arbeit lacht!“ Auch die Überschrift dieses Abschnitts ist ein Oxymoron und illustriert sich insofern gleich selbst. Der Entstehungsmechanismus von Inkonsistenzen in wissenschaftlichen Kontexten ist mitunter derselbe, wie eben für den umgangssprachlichen Fall beschrieben. „Das Licht hat Wellen- und Teilcheneigenschaften“, „Furcht stimuliert und hemmt sexuelle Erregung“ – in diesen Beispielen werden Aussagen, die inkompatible Gültigkeitsbedingungen haben, aus Effektivitätsgründen komprimiert und dadurch paradox.

Hier scheint auch die umgekehrte Perspektive interessant: man kann in manchen Kontexten unterstellen, daß Inkonsistenzen in der Darstellung durch solche komplementären Kompositionen entstanden sind. Dann sollte es prinzipiell auch möglich sein, die multidimensionale Präsentation in eine Familie inkompatibler und dabei konsistenter Projektionen zu dekomponieren. Problematisch wird eine paradoxe Darstellung im wissenschaftlichen Kontext dann, wenn diese Auflösung nicht gelingt. Dies kann darin begründet liegen, daß die Aussage fehlerhaft komprimiert wurde, aus z. T. falschen Aussagen, oder daß eine Dekomposition praktisch nicht gelingt (weil keine konsistenten Projektionen gefunden werden) oder daß mehrere Dekompositionen möglich sind und nicht festzustellen ist, welche davon den Intentionen des Autors gerecht wird, welche also die korrekte Dekomposition ist. In alltäglichen Situationen sind wir für gewöhnlich zu korrekten Dekompositionen durchaus in der Lage (wenngleich auch hier Irrtümer nie ausgeschlossen sind). In wissenschaftlichen Kontexten hängt der Erfolg meist von der Fachkundigkeit desjenigen ab, der sich an der Dekomposition versucht. Aber natürlich hat auch der Gegenstand Einfluß. Es soll jedenfalls nicht unterstellt werden, die konsistente Dekomponierbarkeit sei in jedem einzelnen Fall möglich.

In der Philosophie ist die Sache ohnehin meist ungleich komplizierter. Zu viele Dimensionen lassen die Zahl möglicher Dekompositionen enorm anwachsen. Man endet also im Erfolgsfall mit einer konsistenten Dekomposition – ohne jedoch sicher zu sein, damit die ursprüngliche Situation rekonstruiert zu haben.

In manchen Fällen lohnt sich die Dekomposition nicht, der Aufwand ist zu hoch. Dieser Gedanke soll näher erläutert werden. Aristoteles’ Kritik am Widerspruch richtet sich gegen die *et-non*-Widersprüche[5]. Viele „leichte“ Inkonsistenzen hätte er sicher ganz gern durchgehen lassen. Nur entwickelt sich

[5] Darunter verstehen wir konjunktive Verknüpfungen einer These mit der Negation dieser These.

die durch ihn geschaffene Logik nach eigenen Gesetzen. Angesichts einer in ihren Ausdrucksmitteln überaus beschränkten formalen Sprache kommt es zwangsläufig dazu, daß viele der lebensprallen Inkonsistenzen beim Formalisieren zu banalen *et-non*-Sätzen plattgeklopft werden.

Konsistente Darstellungen ermöglichen, das Dargestellte mittels der herkömmlichen logischen Verfahren zu behandeln. Allerdings erfordert es mitunter beträchtlichen Aufwand, bei der Präzisierung einer Äußerung sowohl inhaltliche Adäquatheit als auch Konsistenz zu erzielen. Eine komplexe sprachliche Form der Darstellung stellt wiederum hohe Anforderungen an den formalen Apparat zur Modellierung der Ableitungen. Die verwendeten formalen Mittel übersteigen gewöhnlich schnell den klassischen aussagenlogischen Bereich und selbst den Bereich der vollen Prädikatenlogik erster Stufe. Dann werden die aus der mathematischen Logik geläufigen Einschränkungen relevant, insbesondere steht kein algorithmisches Verfahren mehr zur Verfügung, die Wahrheit beliebiger formalisierter Aussagen zu verifizieren. Einfache Terminologie und Grammatik, die beispielsweise ohne temporale oder Sprecherindizes auskommen, senken also den erforderlichen modelltheoretischen und somit rechentechnischen Aufwand – sie lassen aber bisweilen keine zugleich adäquate und konsistente Darstellung zu. Da überdies die rechentechnischen Kapazitäten immer begrenzt sind, ergibt sich der aus der Künstlichen Intelligenz wohlbekannte Interessenkonflikt zwischen der Qualität der Darstellung und der Komplexität des metamathematischen Apparates.

Absolute Konsistenz ist praktisch nur selten zu erreichen. Inkonsistente Darstellungen sind unter Umständen konzentrierter und dadurch effizienter als Beschreibungen, die sich im Bemühen um weitergehende Konsistenz in Details verlieren. Andererseits gefährdet zuviel Inkonsistenz die Verständlichkeit, indem sie eindeutige Dekomponierbarkeit ausschließt. In diesem Spannungsfeld bewegt sich Wissenschaft. Ich gebe durchaus zu, daß sich gerade in den Geisteswissenschaften mitunter Grenzfälle häufen. Wo aus mangelnder Achtung vor der wissenschaftlichen Wahrheit unbefangen Widersprüchliches behauptet wird, dort geht die Rationalität verloren. Dabei ist es dann ganz gleich, ob dem schlichte Schluderei zugrunde liegt oder das überzeugte Vermeidenwollen „restriktiver Deutungshoheiten“.

Das Abwägen zwischen Komplexität und Inkonsistenz der Darstellung erfordert stets, die besonderen Umstände des Einzelfalles zu berücksichtigen. Sollte man im Ergebnis dieser Abwägung schließlich eine geringe Komplexität präferieren, dann möchte man die Risiken einer solchen Entscheidung vorher abschätzen können. Läßt sich die hinzunehmende Inkonsistenz beherrschen? Angesichts der Logik-Entwicklung in den letzten fünfzig Jahren sind die Aussichten hier gar nicht schlecht.

6 Inkonsistenz läßt sich kontrollieren

Im praktischen Umgang mit Inkonsistenzen sind wir ziemlich gut bewandert. Wir haben damit in der Regel nicht mehr Schwierigkeiten als bei anderen anspruchsvollen Inferenzen, wie etwa kausalen, temporalen oder Wahrscheinlichkeitsschlüssen, oder auch nur bei Ableitungen mit iterierten Negationen.

Wir haben gesehen, daß die in der analytischen Tradition geforderte Rigidität im Umgang mit Inkonsistenzen der schillernden Vielfalt, mit der Widersprüche in wissenschaftlichen Zusammenhängen auftreten, nicht gerecht wird. Insbesondere ist sie der praktisch üblichen Vorgehensweise bei der Bildung neuer Theorien nicht angemessen. Die in klassischer Reinheit verharrende Logik wird als Wissenschaftsmethodologie zunehmend weltfremd und neigt dazu, sich zu einer nur formalen, der Mathematik nahestehenden Disziplin zu verpuppen. 2.500 Jahre nach ihrer Entstehung hat aber die moderne Logik einen Stand der Entwicklung ihrer technischen Mittel erreicht, der manche, für Aristoteles noch unumgängliche, allzu stark vereinfachende Randbedingungen verzichtbar macht.

Eine Wissenschaftstheorie, die die Mechanismen der wissenschaftlichen Praxis ernst nimmt, muß die Rolle von Widersprüchen berücksichtigen. Die traditionelle Theorie, die sich in ihrer Methodologie auf Kalküle der klassischen Logik stützt, hat prinzipielle Schwierigkeiten mit einer adäquaten Behandlung von Widersprüchen. In Analogie zum vertrauten Verhalten von Computern könnte man sagen, der Folgerungsmechanismus klassischer Logik stürze angesichts inkonsistenter Prämissen ab, aus widersprüchlichen Prämissen kann nicht gefolgert werden.

Dahinter steht folgender Mechanismus: zwei widersprüchliche Aussagen werden in der logischen Formalisierung zu einem Paar aus einer Formel und deren Negation. Gemäß Zweiwertigkeitsprinzip ist ein Ausdruck dieses Paares falsch, der andere wahr. Ihre Konjunktion ist also in jedem Falle falsch. Nach dem logischen Prinzip *ex falso quodlibet* erhalten wir aus einem falschen Ausdruck beliebige Folgerungen. Geht man also von widersprüchlichen Prämissen aus, dann ist alles beweisbar, mithin logisch wahr und es gibt keinen Unterschied mehr zwischen Wahrheit und Falschheit. Keine widersprüchliche Theorie könnte somit das zentrale Anliegen empirischer Wissenschaft, die Wahrheit zu finden, erfüllen.

Worin liegen demnach die logischen Gründe für diese Schwierigkeiten? Erstens in der Weise der Formalisierung, zweitens in der Art der verwendeten Konjunktion, drittens im *ex falso quodlibet*. Man könnte also an jeder dieser Stellen ansetzen, um eine geeignetere logische Behandlung widersprüchlicher Prämissenmengen zu erreichen, d. h. Verfahren anzugeben, die Ableitungen unter Inkonsistenzen stützen. Die Basis einer solchen Methodologie wurde durch moderne Entwicklungen in der formalen Logik inzwischen geschaffen. Es genügt, sich die überaus dynamische Entwicklung der sogenannten parakonsistenten Logikkalküle anzuschauen, d. h. widerspruchstoleranter formaler Systeme.[6]

Bei allem Erfolg widerspruchstoleranter Kalküle muß man freilich darauf achten, nicht das Kind mit dem Bade auszuschütten. Ein gelassener, nüchterner Umgang auch mit inkonsistenten Phasen bei der Entwicklung wissenschaftlicher Theorien soll nicht soweit führen, schließlich auf das Anstreben eines konsistenten Zustandes der Theorie gänzlich zu verzichten.

7 Konsistenz als regulatives Ideal

Traditionell wird – wie eingangs schon erwähnt – argumentiert, daß ein Verzicht auf den Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch das Ende der abendländischen Rationalität wäre. Ein derart dramatisches Szenario ist sicher nicht plausibel. Allerdings sollte man den Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch auch nicht ohne gute Gründe aus dem Bestand der logischen Prinzipien ausgliedern, indem man nämlich alternative, diesen Satz nicht enthaltende formale Kalküle als Grundlage rationalen Argumentierens wählt. Die andauernde Autorität formallogischer Grundsätze wirkt als pragmatische Leitlinie rationalen Denkens. Wenn man sich von bestimmten logischen Grundsätzen trennt – vorausgesetzt, dies ließe sich überhaupt volountativ bewerkstelligen –, so kann das Auswirkungen auf die Standards dieses Denkens haben. Mißlingende Reformen drohen stets in Beliebigkeit auszuarten. Sofern diese Beliebigkeit, etwa hinsichtlich der deutschen Rechschreibung, manchen willkommen sein mag, so wäre sie doch bezüglich eines Jahrtausende alten Konsenses bei der Bestimmung rationalen Denkens weit folgenreicher. Konsistenz bleibt regulatives Ideal rationalen, insbesondere wissenschaftlichen Denkens.

---

[6] Siehe dazu etwa [9].

In Diskurssituationen, in denen inkonsistente und multipel auslegbare Ansichten vorgetragen werden, kann man, unter Verweis auf den Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch, Präzisierungen der vorgetragenen Position einfordern. „Eben hast Du A gesagt, nun behauptest Du non-A, wie meinst Du das?“ Die Rolle der Konsistenz als regulatives Ideal besteht nun gerade darin, daß über derartige Fragen nicht mit einem Schulterzucken hinweggegangen werden kann. Es mag sich dann im Folgenden immer noch herausstellen, daß auch nach bestmöglicher Präzisierung keine Konsistenz erreicht werden konnte. Aber zumindest größere Verständlichkeit wurde in der vorangehenden Debatte meist doch erzielt, die Parteien kennen ihre Standpunkte und können entsprechend der wissenschaftlichen Standards in der gemeinsamen Arbeit fortfahren. Der Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch hat also in der Wissenschaft eine Disziplinierungs- und Ordnungsfunktion. Wenngleich sein logischer Wert nicht vorhanden und der praktisch-ethische Wert höchst zweifelhaft ist, so besitzt das *principium contradictionis* doch erheblichen ästhetisch-kulturellen Wert. Eine nähere Analyse zeigt erfreulicherweise, daß das *ex contradictione quodlibet*-Prinzip auf Kosten eines ähnlichen, aber von ihm unterschiedenen logischen Prinzips beibehalten werden kann. Für den hinreichend flexiblen Umgang mit Inkonsistenzen genügt es, das *ex falso quodlibet*-Prinzip als nicht adäquat aufzugeben.

Die durch Aristoteles abgedrängten sophistischen Traditionen können daher heute in der Logik wieder aufgenommen werden. Natürlich bleibt die Logik bei ihren methodologischen Standards: es geht um präzise Begriffe und sauber explizierte Beweise. Aber es werden neue, dynamische und widersprüchliche Momente der zu analysierenden Gegebenheiten einbezogen. Die technischen Mittel, die auch unter diesen Umständen ein kontrolliertes Vorgehen ermöglichen, stehen bereit.

8 Literaturverzeichnis

[1] Aristoteles. *Metaphysik*. Meiner, Leipzig 1920.

[2] Bourbaki. Foundations of Mathematics for the Working Mathematician. *The Journal of Symbolic Logic* 14 (1949), 1–15.

[3] E. Fraenkel. Preface to Aeschylus: Agamemnon. In: *Aeschylus: Agamemnon*, Blackwell, Oxford 1950, 1–3.

[4] W. Heisenberg. *Physics and Philosophy*. Penguin Books, London/New York 1989.

[5] J. Łukasiewicz. *O zasadzie sprzeczności u arystotelesa*. PWN, Warszawa 1987.

[6] C. McGinn. *Wie kommt der Geist in die Materie? Das Rätsel des Bewußtseins*. Verlag C. H. Beck, München 2001.

[7] J. Mehus. Adaptive logic in scientific discovery: the case of Clausius, *Logique & Analyse* 143-144 (1993), 359–391.

[8] H. Reichenbach. *Atom und Kosmos. Das physikalische Weltbild der Gegenwart*. Deutsche Buch-Gemeinschaft, Berlin 1930.

[9] M. P. Urchs. Recent Trends in Paraconsistent Logic. In: *Essays on Non-Classical Logic*, World Scientific, London/Singapore 2001, 219–246.

[10] H. A. Zwergel. *Principium contradictionis. Die aristotelische Begründung -des Prinzips vom zu vermeidenden Widerspruch und die einheit der Ersten Philosophie*. Anton Hain, Meisenheim 1972.

Widersprüchlichkeit und Kontrarität. Priest über Negation

Heinrich Wansing
`Heinrich.Wansing@mailbox.tu-dresden.de`
Technische Universität Dresden, Institut für Philosophie, 01062 Dresden

Obwohl sie nicht jünger als einige andere Gebiete der nicht-klassischen Logik ist, hat die parakonsistente Logik erst in den letzten Jahren volle Anerkennung gefunden. Dies verdanken wir insbesondere den Arbeiten von Newton da Costa, Graham Priest, Diderik Batens und Jerzy Perzanowski. Ein logisches System Λ heißt parakonsistent, wenn es eine Menge von Λ-Formeln $\Delta \cup \{A\}$ gibt, so dass (i) A und die Negation von A beide in Λ aus Δ ableitbar sind und (ii) sich der deduktive Abschluss von Δ bezüglich Λ von der Menge aller Formeln unterscheidet. Wenn aus Δ eine Formel und ihre Negation ableitbar sind, dann wird Δ syntaktisch inkonsistent genannt. Aber ist jede syntaktisch inkonsistente Formelmenge widersprüchlich? In der klassischen Logik und in vielen nicht-klassischen Logiken ist jede syntaktisch inkonsistente Menge unerfüllbar, das heißt, semantisch inkonsistent. Wenn jede semantisch inkonsistente Menge widersprüchlich ist, gibt es modulo logischer Äquivalenz nur einen Widerspruch. In parakonsistenten Logiken gibt es gewöhnlich viele nicht-äquivalente Formeln, die den in einer nicht-parakonsistenten Logik semantisch eindeutigen Widerspruch repräsentieren. Wann steht also eine Formel im Widerspruch zu einer anderen Formel, und in welchem Verhältnis steht ferner der Begriff des Widerspruchs zu den Begriffen Kontrarität und Negation?

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 251–267

1 Wann steht eine Behauptung im Widerspruch zu ihrer Negation?

Üblicherweise wird der Begriff 'Widerspruch' unter Verwendung des Begriffs 'Negation' definiert. Beispielsweise erklärt Moshé Machover [12, S. 124]: „[A] set of two formulas $\{\alpha, \neg\alpha\}$, one of which is the negation of the other, is called a *contradictory pair*". Aber was, wenn es der Begriff der Negation ist, der erläutert werden soll? Vor kurzem hat Graham Priest [15] behauptet, dass Theorien der Negation in erster Linie Theorien über die Widerspruchsbeziehung sind. Diese Behauptung ist umstritten; aber die Diskussion wird noch komplizierter, wenn kein Konsens über den Begriff der Widersprüchlichkeit besteht. Während Priest [15] behauptet, dass die intuitionistische Negation keine widersprüchlichen Satzpaare bildet, sondern zu konträren Paaren führt, meint der Autor des vorliegenden Beitrages [23], dass die intuitionistische Negation keine konträren, sondern widersprüchliche Paare bildet. Es scheint, dass entweder Priest oder der Autor sich irrt, oder dass verschiedene Widerspruchs- und Kontraritätsbegriffe verwendet werden. Die Meinungsverschiedenheit betrifft auch andere Logiken als die intuitionistische Logik. Während der Autor meint, dass die starke Negation in Nelsons dreiwertiger konstruktiver Logik **N3** und in Nelsons vierwertiger konstruktiver Logik **N4** zu konträren Paaren führt, ist Priests Begriff von Kontrarität nicht auf die starke Negation in **N3** oder **N4** anwendbar. Der vorliegende Essay ist vor allem einer Klärung dieser, die Widersprüchlichkeit und Kontrarität betreffenden Fragen gewidmet.

Die folgenden Betrachtungen – darauf sei ausdrücklich hingewiesen – sind insofern beschränkt, als dass wir nicht diskutieren, in welchen syntaktischen Kategorien Negationen oder negationsartige Ausdrücke vorkommen oder nicht vorkommen können und wie diese formal repräsentiert werden sollten. Insbesondere werden wir nicht die Vorteile oder Nachteile einer aristotelischen, Neo-aristotelischen oder Neo-leibnizianischen Termlogik (siehe [6, 10, 17]) diskutieren, in der zwischen der Ablehnung eines Prädikates (predicate denial) und der Prädikatterm-Negation unterschieden wird. Unser Untersuchungsgegenstand sind Widersprüchlichkeit, aussagenlogische Kontrarität und *Satznegation* in verschiedenen Aussagenlogiken. Für andere Fragen, die im Zusammenhang mit der Negation stehen und die im folgenden nicht behandelt werden, seien dem Leser [7, 8, 10, 22, 23] und die dort angegebene Literatur empfohlen.

2 Widersprüchlichkeitsbegriffe

In den *Kategorien* (13b1-3) erklärt Aristoteles, dass sich zwei Behauptungen gegenseitig widersprechen, wenn notwendigerweise eine wahr und die andere falsch ist. In der *klassischen* Logik gibt es für diese Charakterisierung viele äquivalente Formulierungen, und insbesondere gibt es eine Formulierung, gemäß der die intuitionistische Negation sich als widerspruchbildende Operation entpuppt.

Nach Priest [15, S. 103] sind Theorien der Negation in erster Linie Theorien über die Widerspruchsrelation. Priest [15, S. 104] argumentiert dann wie folgt:

> [I]f α is any statement, let $\neg\alpha$ represent its contradictory. ... What relationship holds between these? Traditional logic and common sense are both very clear about the most important one: we must have at least one of the pair, but not both.

Nun, was bedeutet es, mindestens einen Teil des Paares zu haben, aber nicht beide? Priest [15, S. 104] legt dar, dass der angeführte „fact about contradictories obviously gives immediately two of the traditional laws of negation, the law of excluded middle (LEM), $\alpha \vee \neg\alpha$, and the law of non-contradiction (LNC), $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$“. Die Menge $\{\alpha, \neg\alpha\}$ bildet daher ein widersprüchliches Paar, wenn das LNC und das LEM beweisbar sind.

$$\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha) \text{ und } \vdash \alpha \vee \neg\alpha. \tag{1}$$

Eine reformulierte Behauptung der Widersprüchlichkeit von $\{\alpha, \neg\alpha\}$ gemäß der Lesart, die Priest der traditionellen Logik und dem Common Sense zuschreibt, ist:

1. α und $\neg\alpha$ können nicht beide wahr sein.
2. Eine von α und $\neg\alpha$ muß wahr sein.

Gemäß einer anderen Lesart ist $\{\alpha, \neg\alpha\}$ ein widersprüchliches Paar, wenn Folgendes gilt:

1. Notwendigerweise: Wenn α wahr ist, dann ist $\neg\alpha$ falsch.
2. α und $\neg\alpha$ können nicht beide falsch sein.

Wenn das Deduktionstheorem angenommen wird (um die Verwendung der Implikation zu vermeiden), ergibt diese Lesart

$$\alpha \vdash \neg\neg\alpha \text{ and } \vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha). \tag{2}$$

Wenn die Widersprüchlichkeit von $\{\alpha, \neg\alpha\}$ durch (1) ausgedrückt wird, dann ist die intuitionistische Negation nicht widerspruchbildend, aber wenn die Widersprüchlichkeit von $\{\alpha, \neg\alpha\}$ durch (2) expliziert wird, dann *ist* die intuitionistische Negation widerspruchbildend.

Wie Priest [15, S. 107] feststellt, benötigt man eine Definition von Falschheit, um über die Wahrheitsbedingungen von negierten Behauptungen nachdenken zu können.

> [We] need a definition of falsity. Let us define 'α is false' to mean that $\neg\alpha$ is true. This is not the only plausible definition: one might also define it to mean that α is not true. However, to assume so here would be to beg too many important questions. And the present definition is one that all parties can agree upon, classical, intuitionist and paraconsistent.

Da Priest die intuitionistische Negation nicht als einen widerspruchformenden, sondern als einen kontraritätformenden Junktor ansieht, kann seine Erklärung nicht bedeuten, dass α genau dann falsch ist, wenn die α widersprechende Formel wahr ist. In diesem Fall könnte der Intuitionist, wie Priest ihn sieht, nicht der Definition von Falschheit zustimmen. Daher wird der Begriff der *Falschheit in einer Logik* Λ durch die Negationsoperation in Λ ausgedrückt (unter der Annahme, dass Λ nur eine 'offizielle' Negation enthält, und unter Berücksichtigung, dass diese ein Operator sein kann, der keine Widersprüche formt und daher keine Negation in Priests Sinne ist). Die Frage lautet somit: Wann ist $\{\alpha, \neg\alpha\}$ ein widersprüchliches Paar?

Unter den verschiedenen klassisch äquivalenten Formulierungen der aristotelischen Charakterisierung von Widersprüchlichkeit in Priests Stil gibt es drei Bedingungspaare, die von unserer Betrachtung ausgenommen werden können:

(a) $\alpha \vdash \neg\neg\alpha, \quad \neg\alpha \vdash \neg\alpha$
(Notwendigerweise: Wenn α wahr ist, dann ist $\neg\alpha$ falsch. Notwendigerweise: Wenn α falsch ist, dann ist $\neg\alpha$ wahr.)

(b) $\neg\alpha \vdash \neg\alpha, \quad \neg\neg\alpha \vdash \alpha$
(Notwendigerweise: Wenn $\neg\alpha$ wahr ist, dann ist α falsch. Notwendigerweise: Wenn $\neg\alpha$ falsch ist, dann ist α wahr.)

(c) $\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha), \quad \vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha)$
(α und $\neg\alpha$ können nicht beide wahr sein. α und $\neg\alpha$ können nicht beide falsch sein.)

In (a) und (b) gilt $\neg\alpha \vdash \neg\alpha$ aufgrund einer allgemeinen Eigenschaft der Ableitbarkeitsbeziehung. In (c) ist eine Bedingung das Ergebnis einer Einsetzung in die andere. Es ist nun eine interessante Frage, ob die verbleibenden klassisch gültigen und klassisch äquivalenten Bedingungspaare, die über $\neg$ hinaus höchstens die Junktoren $\wedge$ und $\vee$ aufweisen, auch in verschiedenen nicht-klassischen Logiken gelten. In Tabelle 1 sind die intuitionistische Aussagenlogik **IPL**, die dreiwertige konstruktive Logik **N3**, die vierwertige konstruktive und parakonsistente Logik **N4** (vergleiche [1, 4, 23]) und Johanssons parakonsistente minimale Logik **MIN** aufgeführt.[1]

Angesichts des Vergleichs in Tabelle 1 können wir schließen, dass Priest und der Autor verschiedene Begriffe von Widersprüchlichkeit verwenden. Während Priest sich auf die Bedingungen (1) festlegt, ist der Autor – gemäß der gegenwärtigen Analyse – auf die Bedingungen (2) festgelegt. Wenn wir uns auf die nicht-klassischen Logiken in Tabelle 1 beschränken, dann ist das Verständnis des Autors von Widersprüchlichkeit weiter als das Priests. Ist eines der beiden Bedingungspaare (aus systematischen Gründen, die nicht notwendigerweise mit der Tradition oder dem Common Sense übereinstimmen) korrekt? Ist eines der beiden Bedingungspaare zu bevorzugen? Man könnte beispielsweise feststellen, dass mit einer Ausnahme bei allen der in der Tabelle 1 aufgelisteten, klassisch äquivalenten Ansätze die intuitionistische Negation nicht widerspruchformend ist. Wenn jedoch behauptet werden würde, dass die Bedingungen (1) angemessener seien als die Bedingungen (2), weil gemäß (2) die intuitionistische Negation eine widerspruchformende

[1] Ich setze voraus, dass der Leser mit der minimalen und der intuitionistischen Logik vertraut ist. Da Nelsons Systeme möglicherweise etwas weniger bekannt sind, wird im Anhang eine semantische Charakterisierung gegeben. Es gibt andere wichtige und interessante Systeme der nicht-klassischen Logik, aber für die vorliegenden Zwecke reicht es aus, die logischen Systeme zu berücksichtigen, die in Tabelle 1 aufgelistet sind. Es sei angemerkt, dass Johanssons Logik gelegentlich als nur partiell parakonsistent (oder partiell explosiv) bezeichnet wird, weil in dieser Logik aus einer Menge $\{\alpha \wedge \neg\alpha\}$ beliebige Negationen $\neg\beta$ ableitbar sind.

Operation sei, dann wäre dies eine Position, die zugunsten des 'traditionellen' Standpunktes voreingenommen wäre, der durch (1) ausgedrückt wird. Man könnte natürlich fragen, ob die intuitionistischen Logiker selbst von der intuitionistischen Negation denken, dass sie Widersprüche formt. Für Heyting, den Begründer der intuitionistischen Logik, muss der Begriff des Widerspruchs als primitiv aufgefasst werden [9, S. 102]. Darüber hinaus gibt es Textpassagen, die zeigen, dass Heyting die intuitionistische Negation als widerspruchformend ansieht, beispielsweise wenn er erklärt: „[i]f $a = b$ is contradictory (that means: if the supposition that $a = b$ leads to a contradiction)“ [9, S. 17]. Mit anderen Worten ist für Heyting eine Behauptung widersprüchlich, wenn sie die intuitionistische Negation einer anderen Behauptung ist; denn „$\neg p$ can be asserted if and only if we possess a construction which from the supposition that a construction p were carried out, leads to a contradiction.“ Auch Brouwer, der Begründer der intuitionistischen Mathematik, sieht die intuitionistische Negation als widerspruchformend an. In [3] betrachtet Brouwer mögliche Werte von bestimmten Funktionen $\psi(x)$, die aus einigen reellen Zahlen $\rho = k_1, k_2, k_3 \ldots$ entstehen, und einer unendlichen Folge von Funktionen, die einer bestimmten Bedingung genügen. Die Behauptung, dass ρ rational ist, wird durch 'α' abgekürzt. Das folgende Zitat lässt klar erkennen, dass für Brouwer die intuitionistische Negation zu Widersprüchen führt:

> Hence in the second case it is neither possible that α should some time turn out to be true. This means that in the second case α is contradictory. [3, S. 205]

3 Kontraritätsbegriffe

Es sollte betont werden, dass der Begriff der Kontrarität nicht dem Kontext der Aussagen- oder Prädikatenlogiken entstammt, die eine einstellige Negationsoperation enthalten, sondern der aristotelischen Termlogik. In der Termlogik werden diverse Kontraritätsbegriffe unterschieden (siehe [10, S. 36–40]). Beispielsweise führen 'logisch konträre' Terme zu widersprüchlichen Paaren von Behauptungen. Englebretsen [5, S. 614] erklärt, dass sich die Kontrarität zweier Behauptungen aus der Kontrarität zwischen ihren Prädikaten ergibt. Aber auch wenn wir die Beobachtung ernst nehmen, dass die aussagenlogische Kontrarität ein abgeleiteter Begriff ist, so ist bei keiner vernünftigen Konzeption von Kontrarität die intuitionistische Negation sowohl eine kontraritätformende als auch keine kontraritätformende Negation.

	$\{\alpha, \neg\alpha\}$ *ist widersprüchlich gdw*	**CPL**	**IPL**	**N3**	**N4**	**MIN**
(1)	$\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha), \vdash \alpha \vee \neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha), \vdash \neg\alpha \vee \neg\neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha), \neg\neg\alpha \vdash \alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha, \vdash \alpha \vee \neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha, \vdash \neg\alpha \vee \neg\neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
(2)	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha, \vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha)$	$\surd$	$\surd$	–	–	–
	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha, \neg\neg\alpha \vdash \alpha$	$\surd$	–	$\surd$	$\surd$	–
	$\vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha), \vdash \alpha \vee \neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha), \vdash \neg\alpha \vee \neg\neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha), \neg\neg\alpha \vdash \alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\neg\neg\alpha \vdash \alpha, \vdash \alpha \vee \neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\neg\neg\alpha \vdash \alpha, \vdash \neg\alpha \vee \neg\neg\alpha$	$\surd$	–	–	–	–
	$\neg\neg\alpha \vdash \alpha, \vdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha)$	$\surd$	–	–	–	–

Tabelle 1: Widerspruchsbegriffe

Unter welchen Bedingungen ist $\{\alpha, \neg\alpha\}$ ein konträres Paar? Die intuitionistische Konzeption von Negation betreffend, erklärt Priest:

> $\neg\alpha$ is true (= assertable) just if there is a proof that there is no proof that α. This is obviously a *contrary* of α. [15, S. 105][2]

Diese Erklärung setzt einen Begriff von Kontrarität voraus, und tatsächlich schreibt Priest folgendes:

> If we have two contraries, e.g., 'Socrates was black' and 'Socrates was white', it is necessarily false that Socrates was black $\wedge$ Socrates was white; but it is not necessarily false that Socrates was black $\vee$ Socrates was white. [15, S. 104]

In *De Interpretatione* (24b7-10) z. B. legt Aristoteles dar, dass ein konträres Paar ein Paar von Behauptungen ist, die nicht beide wahr sein können. Die Elemente eines konträren Paares können jedoch beide nicht wahr sein. Wenn wir den Charakterisierungen von Widersprüchlichkeit in Tabelle 1 folgen, dann erhalten wir die Charakterisierungen von aussagenlogischer Kontrarität in Tabelle 2.

	$\{\alpha, \neg\alpha\}$ *ist konträr gdw*	**CPL**	**IPL**	**N3**	**N4**	**MIN**
(1*)	$\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$, $\nvdash \alpha \vee \neg\alpha$	–	$\surd$	–	–	–
	$\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$, $\nvdash \neg\alpha \vee \neg\neg\alpha$	–	$\surd$	–	–	–
	$\vdash \neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$, $\neg\neg\alpha \nvdash \alpha$	–	$\surd$	–	–	–
	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha$, $\nvdash \alpha \vee \neg\alpha$	–	$\surd$	$\surd$	$\surd$	–
	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha$, $\nvdash \neg\alpha \vee \neg\neg\alpha$	–	$\surd$	$\surd$	$\surd$	–
(2*)	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha$, $\nvdash \neg(\neg\alpha \wedge \neg\neg\alpha)$	–	–	$\surd$	$\surd$	–
	$\alpha \vdash \neg\neg\alpha$, $\neg\neg\alpha \nvdash \alpha$	–	$\surd$	–	–	–

Tabelle 2: Kontraritätsbegriffe

Diese Tabelle klärt die den Kontraritätsbegriff betreffenden Meinungsunterschiede zwischen Priest und dem Autoren. Während Priest sich auf die Bedingungen (1*) festlegt, ist der Autor – gemäß der vorliegenden Analyse – auf die Bedingungen (2*) verpflichtet. Kann die Festlegung auf (2*) gerechtfertigt werden, insbesondere die Festlegung darauf, dass die starke Negation in **N3** und in **N4** kontraritätformend ist? Um dies zu tun, werden wir Englebretsens Beobachtung aufgreifen, dass aussagenlogische Kontrarität ein abgeleiteter Begriff ist. In der aristotelischen Termlogik wird angenommen, dass jede Behauptung aus genau einem Subjekt und genau einem Prädikat besteht. Das Subjekt und das Prädikat können komplexe Terme sein. In der schematischen Behauptung ‚S ist P' ist ‚S' das Subjekt, ‚ist P' das Prädikat und ‚P' ist der Prädikatterm. Wenn $\{P, Q\}$ ein Paar konträrer Terme ist, dann wird in ‚S ist P' und in ‚S ist Q' dasjenige, was von dem Prädikatterm bezeichnet wird, von dem affirmiert, das von dem Subjekt bezeichnet wird. Beispielsweise affirmiert der Satz ‚John ist glücklich' von John, dass er glücklich ist; und der Satz ‚John ist unglücklich' affirmiert von John, dass er unglücklich ist.

Der Übergang von ‚S ist P' zu ‚S ist Q' oder umgekehrt ist *kein* Übergang von einer positiven Behauptung zu seiner Satznegation, selbst wenn es einen systematischen Weg gibt, um von einem gegebenen Term ‚P' zu einem konträren Term ‚Q' zu gelangen, beispielsweise wenn ‚Q' die Form ‚P^*' hat. In der aristotelischen Tradition gibt es einfach keinen aussagenlogischen Begriff

[2] Darüber hinaus verweist Priest auf die Einbettung von **IPL** in die Modallogik **S4** und betont, dass in Begriffen dieser Einbettung folgendes gilt: „$\neg\alpha$ is intuitionistically true iff the [classical] negation of α is *provable*" [15, Fußnote 8].

von Kontrarität.[3]

Ein anderes Thema jedoch ist die Frage, ob der Übergang von ‚S ist P' zu ‚S ist P^*' angemessen dargestellt werden kann, indem die eine Behauptung als Satznegation der anderen übersetzt wird und dabei ein geeigneter einstelliger Negationsjunktor verwendet wird. In dem betrachteten natürlichsprachlichen Beispiel wurde auf einen einfachen, nicht-zusammengesetzten Term eine Prädikattermnegation angewendet. Das Ergebnis ist das konträre Paar {‚John ist glücklich', ‚John ist unglücklich'}. Eine Strategie, um einen Begriff der aussagenlogischen Kontrarität herzuleiten, der nicht einfach postuliert, dass α und $\neg\alpha$ nicht beide wahr, aber beide nicht-wahr sein können, wenn $\{\alpha, \neg\alpha\}$ ein konträres Paar ist, besteht in der Betrachtung von komplexen, booleschen Prädikattermen. In der natürlichen Sprache kommen die Gegenstücke der booleschen Operatoren nicht nur als ein- oder zweistellige Junktoren vor, sondern haben eine Eigenschaft, die in der Kategorialgrammatik variabler Polymorphismus genannt wird. In der Oberflächensyntax verbindet beispielsweise der Ausdruck ‚oder' nicht nur Satzpaare, sondern auch Paare von Namen, intransitiven Verben, transitiven Verben, Adverbien etc. Wenn der Ausdruck ‚oder' variabel polymorph ist, was wäre die Negation des Prädikatterms von ‚John ist glücklich oder reich' ? Es scheint, dass dies ‚John ist unglücklich und arm' ist. Die Negation des Prädikatterms von ‚John ist glücklich und reich' scheint entsprechend ‚John ist unglücklich oder arm' zu sein. Wenn die Prädikattermnegation von zusammengesetzten booleschen Termen durch die Satznegation $\neg$ repräsentiert werden soll, dann sollten die Verifikationsbedingungen von $\neg\alpha$ die Falsifikationsbedingungen von α sein.[4]

[3] Wir werden hier nicht auf Horns [10, S. 39] Unterscheidung zwischen Kontrarität simpliciter, unmittelbarer (starker oder logischer) Kontrarität und mittelbarer (schwacher oder nicht-logischer) Kontrarität eingehen. Auch Schwierigkeiten, die bei der Behandlung von Kategorienfehlern in Sätzen entstehen, werden nicht behandelt. Es ist aber zu beachten, dass logisch konträre Terme als eindeutig aufgefasst werden, während ein Term mehr als ein nicht-logisch konträres Gegenstück haben kann.

[4] Ein bisschen problematischer ist die Frage, ob es konditionale Prädikatterme gibt. ‚John ist glücklich falls reich' klingt ziemlich ungrammatisch. Auf jeden Fall intendiere ich nicht, das ungrammatische ‚John ist glücklich falls reich' als ‚John ist glücklich, falls er reich ist' zu lesen. Der Termlogiker wird letzteres in etwa wie folgt lesen:

$$\text{Jeder Fall des Reichseins von John ist ein Fall des Glücklichseins von John.} \tag{3}$$

Die Prädikattermnegation von (3) ist ‚Jeder Fall des Reichseins von John ist ein Fall des Unglücklichseins von John'. Wenn ‚John ist glücklich falls reich' grammatisch wäre, wäre seine Prädikattermnegation ausdrückbar als ‚John ist reich aber unglücklich'.

Wenn die Prädikattermnegation auf den negierten Prädikatterm ‚unglücklich' in ‚John ist unglücklich' angewendet wird, sollte der resultierende Satz die selben Wahrheits- und Falschheitsbedingungen haben wie ‚John ist glücklich'. Wenn wir nun die Semantik der strengen Negation in **N3** und **N4** betrachten, ergibt sich, dass die Verifikationsbedingungen der (strengen) Negation einer zusammengesetzten Formel α exakt die Falsifikationsbedingungen von α sind. Mit der zusätzlichen semantischen Anforderung, dass die Verifikationsbedingungen von $\neg\alpha$ die Falsifikationsbedingungen von α sind, wenn $\neg$ eine kontraritätformende Negation ist, ist klar, dass die intuitionistische Negation keine kontraritätformende Negation ist; denn $\neg\neg\alpha \vdash \alpha$ gilt nicht.

4 Ein anderer Blick auf Kontrarität und Widersprüchlichkeit

Bisher haben wir beweisbare Formeln betrachtet, aber Logik ist die Theorie der gültigen *Schlussfolgerungen*. Wenn wir annehmen, dass ‚glücklich' und ‚unglücklich' konträre Terme sind und dass ‚gerade' und ‚ungerade' (auf natürliche Zahlen angewendet) Terme der Art sind, dass {‚n ist ungerade', ‚n ist gerade'} ein widersprüchliches Paar ist, dann scheint es, dass die Regel der Kontraposition einen Unterschied zwischen Kontrarität und Widersprüchlichkeit markiert. Wenn

$$\text{Wenn } n \text{ gerade ist, dann ist } f(n) \text{ ungerade}$$

in einem Modell wahr ist, dann ist es auch

$$\text{Wenn } f(n) \text{ gerade ist, dann ist } n \text{ ungerade.}$$

Wenn jedoch

Wenn John glücklich ist, dann ist Johns Mutter glücklich

wahr ist, dann braucht die Kontraposition

Wenn Johns Mutter unglücklich ist, dann ist John unglücklich

nicht wahr zu sein. Die intuitionistische Logik erfüllt die Kontrapositionsregel, aber **N3** und **N4** erfüllen sie nicht. Deshalb ist die intuitionistische Negation gemäß diesem Kriterium widerspruchbildend. Wenn die Negation in Nelsons Logiken als genuine Negation aufgefasst wird, dann ist sie kontraritätformend. Das Kriterium erlaubt auch Widersprüchlichkeit in parakonsistenten Logiken: Die Kontrapositionsregel gilt beispielsweise in der parakonsistenten Logik **MIN**.

5 Negation und das LNC

Priest [15, S. 108 ff.] verteidigt eine dialethische Konzeption der Negation. Die Negation erfüllt seiner Meinung nach nicht nur das LNC und andere Gesetze, sondern für einige „αs we have both α and $\neg\alpha$" [15, S. 110]. Mit anderen Worten gibt es, um unsere frühere Interpretation aufzugreifen, Behauptungen α, so dass $\vdash \alpha \wedge \neg\alpha$. Priest sieht darin keinen Konflikt mit dem LNC und liefert dafür folgendes Argument:

> [I]f some contradictions are true, we may well have both $\beta \wedge \neg\beta$ and $\neg(\beta \wedge \neg\beta)$. Hence, the fact that some contradictions are true does not, of itself, refute the LNC (at least in the form in question here). [15, S. 104]

In einer möglichen Lesart soll das Argument zeigen, dass die Behauptung, dass es Formeln α gibt, so dass α und $\neg\alpha$ beweisbar sind, nicht impliziert, dass das LNC scheitert. Diese Lesart wird durch Priests Erklärung gestützt, dass die mögliche Wahrheit von α and $\neg\alpha$ für einige α „does not imply that the LNC fails, as we have already seen" [15, S. 110]. Jedoch scheint eine schwächere Lesart intendiert zu sein, nämlich dass es *möglich* ist, dass $\vdash \neg(\beta \wedge \neg\beta)$ für alle Formeln β gilt, auch wenn angenommen wird, dass einige Widersprüche beweisbar sind. In diesem Sinne ist das LNC kompatibel mit der Existenz von beweisbaren Widersprüchen. Semantisch muss man annehmen, dass Formeln sowohl wahr als auch falsch in einem Modell (bzw. in einem Zustand der nicht-leeren Menge der Zustände eines Modells) sein können. Wie dem auch sei, das zitierte Argument zeigt nicht, dass die Annahme, einige Widersprüche seien beweisbar, nicht impliziert, dass das LNC scheitert. Um zu zeigen, dass diese Implikation nicht wahr ist, ist es notwendig zu zeigen, dass (i) es beweisbare Widersprüche gibt und (ii) das LNC gilt. Selbst wenn man Priest zugesteht, dass die semantischen Paradoxien zeigen, dass es beweisbare Widersprüche gibt, beweist das zitierte Argument nicht, dass $\vdash \neg(\beta \wedge \neg\beta)$. Das LNC wird *angenommen*, weil $\neg$ als Negation in Priests Sinne verstanden wird.

Es ist bemerkenswert, dass die Negation in Priests Sinne nicht nur das LEM und das LNC erfüllt, sondern auch die beiden Gesetze der doppelten Negation erfüllt

$$\alpha \vdash \neg\neg\alpha, \quad \neg\neg\alpha \vdash \alpha \tag{4}$$

und die geläufigen De Morgan-Gesetze. Das LNC und das LEM sind daher beweisbar wechselseitig ableitbar. Das LNC – bzw. sein beweisbares Äquivalent, das LEM – stellt sicher, dass jede Behauptung entweder wahr oder falsch ist, und dass es keinen Konflikt gibt mit dem Vorliegen eines Paares von gültigen und daher, Vollständigkeit vorausgesetzt, beweisbaren, sich widersprechenden Formeln. In **IPL** fallen das LNC und das LEM auseinander (das LNC gilt, das LEM gilt nicht), und die Annahme, dass $\vdash \beta \wedge \neg\beta$ für einige β gilt, ist inkompatibel mit dem LNC. In **N4** gelten das LNC und das LEM nicht, aber die beiden Gesetze sind beweisbar jeweils auseinander ableitbar.

6 Negation und Widersprüchlichkeit

Lassen sie uns kurz auf die Idee zurückkommen, die Negation durch Widersprüchlichkeit zu definieren. Es wurde oft bemerkt und es wird durch die vorliegende Arbeit bestätigt, dass es in den Untersuchungen zum Begriff der Negation eine Unmenge von Meinungsverschiedenheiten gibt. Natürlich kann man verschiedene Einstellungen in Hinblick auf die Charakterisierung des Begriffs der Negation einnehmen. Wenn die Aufmerksamkeit auf das Studium propositionaler Formen oder Repräsentationen der Negation beschränkt ist, kann man sich fragen, ob es einige Eigenschaften gibt, die von allen oder von fast allen anerkannten einstelligen Negationsjunktoren geteilt werden. Diese Herangehensweise zielt auf einen breiten Begriff von Negation und kann durch ein breites Spektrum von Phänomenen der semantischen Opposition gerechtfertigt werden, die in der natürlichen Sprachen angetroffen werden. Priest [15, S. 102] bezweifelt, dass dies ein vielversprechender Ansatz ist. Seine eigene Herangehensweise führt allerdings zu einer ziemlich engen Konzeption. Die einstelligen Junktoren, die konstruktive Logiker intuitionistische Negation und starke Negation nennen, sind nicht widerspruchbildend in Priests Sinn und sind daher überhaupt keine Negationen in Priests Sinne, zumindest nicht an erster Stelle. Ich stimme mit Priest darin überein, dass dies keine terminologische Kontroverse ist. Es ist eine gängige Meinung, dass es mehr als eine Form der semantischen Opposition gibt. Wenn Phänomene der semantischen Oppositionen Negationsphänomene sind, dann ist gewiss nicht nur Widersprüchlichkeit, sondern auch Kontrarität ein Negationsphänomen.

7 Anhang

Die relationale mögliche Welten Semantik für Nelsons konstruktive Logiken wurde von Routley [16] und Thomason [18] entwickelt. In dieser Semantik werden Verifikation und Falsifikation als gleich wichtige semantische Grundbegriffe behandelt. Die möglichen Welten können als Informationszustände oder als Informationsstücke verstanden werden, die durch eine Relation der ‚möglichen Expansion der Informationszustände' partiell geordnet sind. Informationszustände unterscheiden sich von den möglichen Welten in der relationalen Semantik der Modallogik, die auf der klassischen nicht-modalen Logik basiert, dadurch, dass ein Informationszustand s eine atomare Formel p verifizieren (die Wahrheit von p unterstützen) kann ($s \models^+ p$) oder p falsifizieren (die Falschheit von p unterstützen) kann ($s \models^- p$) oder, im Fall der Semantik für **N4**, sogar sowohl die Wahrheit als auch die Falschheit von p unterstützen kann.

Ein *Nelson Modell* ist eine Struktur $\langle \mathbf{I}, \sqsubseteq, v^+, v^- \rangle$, wobei $\langle \mathbf{I}, \sqsubseteq \rangle$ eine partiell geordnete Menge ist und sowohl v^+ als auch v^- Bewertungsfunktionen sind, die jeder Aussagenvariable p eine Teilmenge von $\mathbf{I}$ zuweisen. Intuitiv gesagt bildet v^+ die atomaren Formeln auf die Informationszustände ab, in denen sie verifiziert sind; v^- hingegen bildet die atomaren Formeln auf die Informationszustände ab, in denen sie falsifiziert sind. Darüber hinaus ist festgelegt, dass für alle Aussagenvariablen p und alle t, $u \in \mathbf{I}$ gilt:

$$
\begin{array}{ll}
(\text{Persistenz}^+) & \text{Wenn } t \sqsubseteq u, \text{ dann impliziert } t \in v^+(p) \text{ dass } u \in v^+(p); \\
(\text{Persistenz}^-) & \text{Wenn } t \sqsubseteq u, \text{ dann impliziert } t \in v^-(p) \text{ dass } u \in v^-(p).
\end{array}
$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathbf{I}, \sqsubseteq, v^+, v^- \rangle$ sei ein Nelson Modell, $t \in \mathbf{I}$ und α sei eine Formel in der Sprache mit der starken Negation $\neg$, der intuitionistischen Implikation $\supset$, der Konjunktion $\wedge$ und der Disjunktion $\vee$ über der abzählbaren Menge *Atom* der Aussagevariablen. Die Begriffe $\mathfrak{M}, t \models^+ \alpha$ (α ist im Informationszustand t im Modell $\mathfrak{M}$ verifiziert) und $\mathfrak{M}, t \models^- \alpha$ (α ist im Informationszustand t im Modell $\mathfrak{M}$ falsifiziert) werden induktiv wie folgt definiert:

$$
\begin{array}{lll}
\mathfrak{M}, t \models^{+} p & \text{gdw} & t \in v^{+}(p), \quad p \in \mathit{Atom} \\
\mathfrak{M}, t \models^{-} p & \text{gdw} & t \in v^{-}(p), \quad p \in \mathit{Atom} \\
\mathfrak{M}, t \models^{+} \beta \wedge \gamma & \text{gdw} & \mathfrak{M}, t \models^{+} \beta \text{ und } \mathfrak{M}, t \models^{+} \gamma \\
\mathfrak{M}, t \models^{-} \beta \wedge \gamma & \text{gdw} & \mathfrak{M}, t \models^{-} \beta \text{ oder } \mathfrak{M}, t \models^{-} \gamma \\
\mathfrak{M}, t \models^{+} \beta \vee \gamma & \text{gdw} & \mathfrak{M}, t \models^{+} \beta \text{ oder } \mathfrak{M}, t \models^{+} \gamma \\
\mathfrak{M}, t \models^{-} \beta \vee \gamma & \text{gdw} & \mathfrak{M}, t \models^{-} \beta \text{ und } \mathfrak{M}, t \models^{-} \gamma \\
\mathfrak{M}, t \models^{+} \beta \supset \gamma & \text{gdw} & (\forall u \in \mathbf{I})\, (t \sqsubseteq u \text{ und } \mathfrak{M}, u \models^{+} \beta) \text{ impliziert } \mathfrak{M}, u \models^{+} \gamma \\
\mathfrak{M}, t \models^{-} \beta \supset \gamma & \text{gdw} & \mathfrak{M}, t \models^{+} \beta \text{ und } \mathfrak{M}, t \models^{-} \gamma \\
\mathfrak{M}, t \models^{+} \neg\beta & \text{gdw} & \mathfrak{M}, t \models^{-} \beta \\
\mathfrak{M}, t \models^{-} \neg\beta & \text{gdw} & \mathfrak{M}, t \models^{+} \beta
\end{array}
$$

Mit dieser Definition ist die Verifikation und die Falsifikation von beliebigen Formeln bezüglich $\sqsubseteq$ persistent. Semantische Konsequenz wird wie folgt definiert: $\Gamma \models_{\mathbf{N4}} \alpha$ gdw für jedes Nelson Modell $\mathfrak{M} = \langle \mathbf{I}, \sqsubseteq, v^{+}, v^{-} \rangle$ und jedes $t \in \mathbf{I}$: wenn $\mathfrak{M}, t \models^{+} \beta$ für jedes $\beta \in \Gamma$, dann $\mathcal{M}, t \models^{+} \alpha$. Nelsons Aussagenlogik **N4** ist die Theorie der Menge aller Nelson Modelle in der gegebenen Sprache. **N4** ist eine konservative Erweiterung der positiven Aussagenlogik, d.h., des positiven Teils der intuitionistischen Logik. Eine Axiomatisierung von **N4** erhält man, indem zu einer Axiomatisierung der positiven Logik die folgenden Axiomenschemata hinzugefügt werden:

$$
\begin{array}{ll}
A1 & \neg\neg\alpha \equiv \alpha \\
A2 & \neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta) \\
A3 & \neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \\
A4 & \neg(\alpha \supset \beta) \equiv (\alpha \wedge \neg\beta),
\end{array}
$$

wobei $\alpha \equiv \beta$ als $(\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \alpha)$ definiert ist.

Wie bereits erwähnt, gilt die Kontrapositionsregel in **N4** nicht.[5] Darüber hinaus ist die beweisbare Äquivalenz keine Kongruenzrelation auf der Menge der Formeln. Wenn definiert wird, dass die Formeln α und β genau dann *stark äquivalent* sind, wenn sowohl α, β als auch ihre starken Negationen $\neg\alpha$, $\neg\beta$ beweisbar auseinander ableitbar sind, dann kann gezeigt werden, dass die starke Äquivalenz eine Kongruenzrelation in **N4** ist; das heißt, es gibt ein Ersetzbarkeitstheorem für stark äquivalente Formeln. In Hinblick auf eine gleichgestellte Behandlung von positiver und negativer Information ist dies eine willkommene Beobachtung.

[5] Eine kontraponierbare starke Negation wird in [14] betrachtet.

Die Logik **N4** ist ein parakonsistentes logisches System, weil nicht für jedes β, $\{\alpha, \neg\alpha\} \vdash_{\mathbf{N4}} \beta$. Man kann leicht sehen, dass **N4** ein vierwertiges logisches System ist.[6] Jedes Paar von Bewertungsfunktionen (v^+, v^-) induziert eine Bewertung v: $\mathbf{I} \times Atom \longrightarrow \{1, 0, \emptyset, \{1, 0\}\}$ durch folgende Definition:

$$\begin{array}{lll} v(t,p) = 1 & \text{gdw} & (t \in v^+(p) \text{ und } t \notin v^-(p)) \\ v(t,p) = 0 & \text{gdw} & (t \in v^-(p) \text{ und } t \notin v^+(p)) \\ v(t,p) = \{1,0\} & \text{gdw} & (t \in v^+(p) \text{ und } t \in v^-(p)) \\ v(t,p) = \emptyset & \text{gdw} & (t \notin v^+(p) \text{ und } t \notin v^-(p)) \end{array}$$

Das Modell $\mathfrak{M} = \langle \mathbf{I}, \sqsubseteq, v^+, v^- \rangle$ und das induzierte Modell $\mathfrak{M}' = \langle \mathbf{I}, \sqsubseteq, v \rangle$ erfüllen dieselben Formeln der betrachteten Sprache, wenn für jedes $p \in Atom$ definiert wird:

$$\begin{array}{lll} \mathfrak{M}', t \models^+ p & \text{gdw} & v(t,p) = 1; \\ \mathfrak{M}', t \models^- p & \text{gdw} & v(t,p) = 0. \end{array}$$

Die nicht-parakonsistente, dreiwertige Logik **N3** ist die Theorie der Klasse aller Nelson Modelle $\langle \mathbf{I}, \sqsubseteq, v^+, v^- \rangle$, in denen $v^+(p) \cap v^-(p)$ für jedes Atom p leer ist. **N3** kann axiomatisiert werden, indem zu der Axiomatisierung von **N4** das *ex contradictione* Schema $\neg\alpha \supset (\alpha \supset \beta)$ hinzugefügt wird. Die starke Negation in Nelsons Logiken **N3** und **N4** wird auch als *konstruktive* Negation bezeichnet, weil die Negation in beiden Systemen folgendem genügt:

(Konstruktible Falschheit) $\vdash \neg(\alpha \wedge \beta)$ gdw $(\vdash \neg\alpha$ oder $\vdash \neg\beta)$

In **N3** kann die widerspruchformende intuitionistische Negation $\neg_h$ durch die primitive, kontraritätformende starke Negation $\neg$ definiert werden:

$$\neg_h\alpha \text{ gdw } \alpha \supset \neg\alpha. \tag{5}$$

Die Logik **N3** stellt ein natürliches Beispiel für ein logisches System dar, das über zwei Arten der Negation verfügt, die geeignet sind, sowohl die Ablehnung eines Prädikates (predicate denial, $\neg_h$) als auch die Termnegation des Prädikates ($\neg$) als einstellige Junktoren zu repräsentieren.[7]

[6] Eine umfassende Untersuchung der vierwertigen Logik, inklusive Nelsons **N4**, findet sich in [4]; vgl. auch [2].

[7] Andere Anwendungsfelder, in denen ein Bedarf an Logiken mit mehr als einer Negation besteht, sind unter anderem die Datenbanktheorie, die Logische Programmierung und das nicht-monotone Schließen (vgl. beispielsweise [19, 20, 21]).

Danksagung. Ich danke Graham Priest für seine kritischen Anmerkungen zu einer früheren Version dieser Arbeit und Fabian Neuhaus für eine Übersetzung aus dem Englischen, aus der die vorliegende Fassung entstanden ist. Dankbar bin ich auch Uwe Scheffler dafür, dass er es mir ermöglicht hat, das Papier bei der Tagung zu Ehren von Horst Wessel vorzutragen.

8 Literaturverzeichnis

[1] A. Almukdad und D. Nelson. Constructible falsity and inexact predicates. *Journal of Symbolic Logic* 49 (1984), 231–233.

[2] N. D. Belnap. A Useful Four-Valued Logic. In: J. M. Dunn und G. Epstein (Hrsg.), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Reidel, Dordrecht 1977, 8–37.

[3] L. E. J. Brouwer. An example of contradictority in classical theory of functions. *Indagationes Mathematicae* 16 (1954), 204–205.

[4] J. M. Dunn. Partiality and its Dual. *Studia Logica* 66 (2000), 5–40.

[5] G. Englebretsen. A note on contrariety. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 15 (1974), 613–614.

[6] G. Englebretsen. *Logical Negation*, Van Gorcum, Assen 1981.

[7] K. Fine. The Justification of Negation as Failure. In: J. E. Fenstad et al. (Hrsg.), *Logic, Methodology and Philosophy of Science VIII*, Elsevier, Amsterdam 1989, 263–301.

[8] D. Gabbay und H. Wansing (Hrsg.), *What is Negation?* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1999.

[9] A. Heyting. *Intuitionism. An Introduction.* North-Holland, Amsterdam, 3rd revised edition 1971.

[10] L. Horn. *A Natural History of Negation.* Chicago UP, Chicago 1989.

[11] I. Johansson. Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus. *Composito Mathematicae* 4 (1936), 119–136.

[12] M. Machover. *Set Theory, Logic and Their Limitations.* Cambridge UP, Cambridge 1996.

[13] D. Nelson. Constructible falsity. *Journal of Symbolic Logic* 14 (1949), 16–26.

[14] D. Nelson. Negation and Separation of Concepts in Constructive Systems. In: A. Heyting (Hrsg.), *Constructivity in Mathematics*, North-Holland, Amsterdam 1959, 208–225.

[15] G. Priest. What not? A defence of dialethic theory of negation. In: D. Gabbay und H. Wansing (Hrsg.), *What is Negation?*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1999, 101–120.

[16] R. Routley. Semantical analyses of propositional systems of Fitch and Nelson. *Studia Logica* 33 (1974), 283–298.

[17] F. Sommers. *The Logic of Natural Language.* Clarendon Press, Oxford 1982.

[18] R. Thomason. A semantical study of constructive falsity. *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, **15**, 247–257, 1969.

[19] G. Wagner. Logic programming with strong negation and inexact predicates. *Journal of Logic and Computation* 1 (1991), 835–859.

[20] G. Wagner. *Vivid Logic. Knowledge-Based Reasoning with Two Kinds of Negation.* Lecture Notes in AI 764, Springer-Verlag, Berlin 1994.

[21] H. Wansing. Semantics-based Nonmonotonic Inference. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 36 (1995), 44–54.

[22] H. Wansing (Hrsg.), *Negation. A Notion in Focus.* de Gruyter, Berlin 1996.

[23] H. Wansing. Negation. In: L. Goble (Hrsg.), *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*, Basil Blackwell Publishers, Cambridge/MA 2001, 415–436.

Prädikate und Prädikatbildungen in Logik und Grammatik. Zur Logik von *essen & trinken*

Marco Winkler
marwinb@web.de
Heidestr. 29, 39112 Magdeburg

Horst Wessel zum 65. Geburtstag

1 Thema und Einteilung

Prädikate spielen in der Logik und in der Grammatik eine zentrale Rolle. Mit ihnen sprechen wir über Eigenschaften, Relationen, Tätigkeiten etc. In der Geschichte beider Wissenschaften haben sich die Auffassungen darüber, wie Prädikate aufzufassen sind und wie mit ihnen umzugehen ist, gewandelt, und es haben sich z. T. sehr unterschiedliche Positionen ergeben. Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit ist die moderne Logik, namentlich die nichttraditionelle Prädikationstheorie und die Terminitheorie. Auf deren Grundlage sollen einige historische Aspekte des Verständnisses von Prädikaten näher betrachtet werden. Während wir in der modernen Logik mehrstellige Prädikate im Sinne einer Prädikat-Argument-Struktur haben, war in der Geschichte der Logik lange Zeit die sogenannte Subjekt-Prädikat-Dichotomie vorherrschend. Diese traditionelle Prädikatauffassung soll der Prädikat-Argument-Struktur gegenübergestellt und auf dieser Grundlage rekonstruiert werden. Weiterhin zeige ich die Beziehung dieser traditionellen logischen Auffassung zur traditionellen Grammatik und zu modernen linguistischen Theorien, die auf dieser basieren, auf und weite die formale Rekonstruktion auf diese Bereiche aus.

Christiansen & Scheffler (Hrsg.): Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 269–298

Anschließend sollen einige Fragen der Verwendung von Prädikaten bei der Analyse und Rekonstruktion natürlicher Sprachen thematisiert werden. Im Vordergrund stehen dabei linguistische Theorien, in denen wir der Prädikat-Argument-Struktur ähnliche Auffassungen finden. Es geht um die Dependenzgrammatik, insbesondere die Valenztheorie, sowie um thematische Relationen mit dem Ziel der formalen Rekonstruktion linguistischer Problemstellungen und -lösungen mit den Mitteln der Logik (vgl. auch [23]). Wie sind die von Prädikaten geforderten Argumente zu bestimmen, welche Einschränkungen sind bei deren Auswahl zu treffen und wie sind thematische Relationen in die formale Darstellung einzubeziehen? Darauf aufbauend werden Bildungen von Prädikaten und entsprechende formale Bildungsregeln thematisiert. So geht es mit Blick auf die Verwendung von Verben in natürlichen Sprachen um Veränderungen der Valenz, um Reduktionen und Diathesen und deren formale Rekonstruktion. Weiterhin werden Probleme der Reflexivierung und Medialisierung von Verben aus logischer Sicht betrachtet. Abschließend geht es um einige Aspekte der formalen Darstellung von Massentermini, insbesondere um deren Rolle bei der Bildung von Prädikaten.

2 Zur logischen Form. Prädikation und Termini

Ausgangspunkt dieser Arbeit sind die nichttraditionellen Prädikationstheorie und die Terminitheorie, wie sie in den Grundzügen von Alexander A. Sinowjew in den 60er Jahren entworfen wurde. In den 70er Jahren hat sie dann Sinowjew gemeinsam mit Horst Wessel und in den 80er und 90er Jahren Wessel allein modifiziert (vgl. [17, 16, 20, 21]). Grundlage der logischen Analyse der Sprache sind Termini. Es werden Subjekt- und Prädikattermini unterschieden. Subjekttermini haben die Aufgabe, Gegenstände zu bezeichnen. Dabei gibt es die singulären Subjekttermini, im weiteren auch Individuenkonstanten ($s, s_1, s_2, \ldots$), die genau einen Gegenstand bezeichnen sollen, und die generellen Subjekttermini ($w_1, w_2, \ldots$), die die Aufgabe haben, mehrere Gegenstände zu bezeichnen. Außerdem haben wir die Prädikattermini, im weiteren auch Prädikatkonstanten ($P, Q, R, \ldots$), die Eigenschaften, Merkmale oder Relationen ausdrücken sollen. Die Auswahl von Termini und die Unterscheidung in Subjekt- und Prädikattermini tragen keinen logischen Charakter, sie sind vorlogisch.

Nach der üblichen Auffassung werden Prädikate gewonnen, indem Aussagen die Subjekte entzogen werden. Dies ist jedoch nur „eine Vorbedingung für die logische Analyse der Sprache“ [21, S. 154]. In der hier zu Grunde liegenden logischen Analyse wird der Prädikatterminus als selbständiger Terminus der Aussage angesehen. Aussagen werden gebildet, indem man n-stellige Prädikattermini n Subjekttermini zu- bzw. abspricht. Formal geschieht dies durch die Operatoren des Zu- $(s_1, \ldots, s_n) \leftarrow P$ resp. Absprechens $(s_1, \ldots, s_n) \not\leftarrow P$ (in traditionellerer Schreibweise $P(s_1, \ldots, s_n)$ resp. $\neg P(s_1, \ldots, s_n)$). Sowohl das Zu- als auch das Absprechen verstehen wir dabei als Arten des Prädizierens. Eine elementare Aussage wird also aus drei Teilen gebildet: dem Prädikatterminus, den Subjekttermini und einem aussagenbildenden Operator des Prädizierens ($\leftarrow$ oder $\not\leftarrow$), auch, wenn diesem in natürlichen Sprachen zumeist kein äußeres Merkmal entspricht ([17, S. 128 ff.]; [21, S. 153 ff.]).

In der vorliegenden Arbeit soll es vor allem um Prädikate gehen. Im Alphabet kommen die entsprechenden Zeichen für Prädikatkonstanten vor: $P, Q, R, P^1, \ldots$ – so viele wie gebraucht werden und von jeder nötigen Stellenzahl. Prädikate sind dabei als Funktionen zu verstehen: Ein n-stelliges Prädikat f_n ist eine Funktion aus dem kartesischen Produkt $D \times \ldots \times D$ in die Menge $\{\mathbf{W}, \mathbf{F}\}$, wobei D der Definitionsbereich des Prädikats, der Individuenbereich ist. Die Stellenzahl gehört zum Namen der Prädikatkonstante. Wenn wir P unterschiedlich verwenden – einstellig, zweistellig usw. – so verwenden wir untere Indizes, um die Stelligkeit anzuzeigen: P_1, P_2 usw. Es handelt sich dann um unterschiedliche Prädikate. Neben der Anzahl der vom Prädikat verlangten Argumenstellen ist noch deren Reihenfolge zu berücksichtigen. Wenn $T^1_2(\ldots, \ldots)$ das zweistellige Prädikat *trinkt* sein soll, dann heißt das nicht nur, daß jemand etwas trinkt, sondern daß die erste Argumentstelle demjenigen vorbehalten ist, der trinkt, und die zweite für dasjenige, das getrunken wird, reserviert ist (vgl. auch 4.3). Ändert sich die Reihenfolge der Argumente, so haben wir es mit einem anderen Prädikat zu tun. Auch, wenn mit dem Satz *Manfred trinkt das Bier* (formal ausgedrückt als $T^1_2(\mathit{Manfred}, \mathit{das\ Bier})$ und dem entsprechenden Passivausdruck *Das Bier wird von Manfred getrunken* (formal $T^2_2(\mathit{das\ Bier}, \mathit{Manfred})$) etwas über dieselbe sachliche, empirische Relation zwischen Manfred und dem Bier ausgesagt wird. Die beiden Ausdrücke (der formalen Sprache) sind verschieden, und es handelt sich um verschiedene Prädikate, wie auch der natürlichsprachige *gleichbedeutende* Passivausdruck ein anderer Ausdruck ist. Trotzdem ist klar, daß die Prädikate *trinkt* und *wird getrunken* mehr miteinander zu tun haben als beispielsweise *trinkt* mit dem zweistelligen Prädikat *sieht*. Die Problematik solcher Beziehungen zwischen Prädikaten wird u. a. in Abschnitt 5 der vorliegenden Arbeit betrachtet.

Nun soll das verwendete Vokabular der logischen Ausdrücke beschrieben werden. Mehr zum Sprachaufbau der Logik ist bei Wessel [21] nachzulesen.

Alphabet

$s, s_1, \ldots$	– *Individuenkonstanten (IK)*
$x, y, z, x_1, y_1, \ldots$	– *Individuenvariablen (IV)*

IV und IK sind Individuenterme (IT)

$P_1^1, P_n^m, \ldots$	– *n-stellige Prädikatkonstanten (PK)*
E	– *Existenzprädikat*
$\leftarrow$	– *Operator des Zusprechens*
$\not\leftarrow$	– *Operator des Absprechens*
$\forall, \exists$	– *variablenbindende Quantoren „Alle“ und „Einige“*
$\sim, \wedge, \vee, \supset$	– *aussagenlogische Operatoren*
t	– *terminibildender Operator*
$\rightharpoonup$	– *Bedeutungseinschluß*

Wohlgeformte Formeln (WFF)

(i) Seien f_n eine n-stellige PK und $i_1, \ldots, i_n$ IT, so sind $(i_1, \ldots, i_n) \leftarrow f_n$ (bzw. $f_n(i_1, \ldots, i_n)$) und $(i_1, \ldots, i_n) \not\leftarrow f_n$ (bzw. $\neg f_n(i_1, \ldots, i_n)$) WFF.

(ii) Wenn A eine Formel und i eine IV ist, so sind $\forall i\, A$ und $\exists i\, A$ WFF.

(iii) Die gebräuchlichen wahrheitsfunktionalen Verknüpfungen von WFF sind wieder WFF.

Mit dem terminibildenden Operator t können aus Ausdrücken (IK, PK) neue IK gewonnen werden (vgl. [21, S. 312 ff.]):

(i) Sei i eine IK, so ist ti eine IK (aus $IKT \subset IK$), der Name von i.

(ii) Sei f eine PK, so ist tf eine IK (aus $PKT \subset IK$), der Name von f.

Als ausgezeichnete Prädikate haben wir das Existenzprädikat und den Bedeutungseinschluß:

(i) $E(i)$ – i existiert. Es gilt: $\sim\neg E(i)$.

(ii) $tf_n \rightharpoonup tg_n$ *–* tf_n *schließt der Bedeutung nach* tgn *ein, d. h., es gilt*

$$tf_n \rightharpoonup tgn \supset \forall i_1, \ldots, i_n\,(f_n(i_1, \ldots, i_n) \supset g_n(i_1, \ldots, i_n)).$$

Weiterhin benötigen wir noch den terminibildenden Operator t, der aus Aussagen (WFF) IK bildet (vgl. [21, S. 327 f.]):
Sei A eine Aussage, so ist tA eine IK, der Name von A, wobei gilt:

1) $E(tA)$ *(bzw.* ttA *ist nicht leer) genau dann, wenn das sprachliche Gebilde* A *eine Aussage ist;*

2) $\sim(tA \rightleftharpoons A)$*;*

3) *der Terminus* tA *darf nur durch einen anderen Namen der Aussage* A *ersetzt werden.*

Damit sind die Grundlagen für die logische Analyse kurz dargestellt und die Betrachtung von Prädikaten und Prädikatbildungen in Logik und Grammatik kann beginnen.

3 Die Subjekt-Prädikat-Dichotomie ...

3.1 ... in der traditionellen Logik

Prädikate wurden nicht immer so aufgefaßt wie in der hier vorausgesetzten logischen Konzeption. Noch Anfang des 20. Jahrhunderts war in der traditionellen Logik die sogenannte Subjekt-Prädikat-Dichotomie weit verbreitet, in der davon ausgegangen wurde, daß ein Satz ein zweigliedriges, aus Subjekt und Prädikat bestehendes Gebilde ist. Nach dieser Auffassung wird einem Gegenstand, dem Subjekt, mit dem Prädikat eine Eigenschaft zugesprochen. So läßt sich beispielsweise bei Wilhelm Wundt folgendes finden:

> „An dem Gegenstandsbegriff, welcher Subjekt des Urteils ist, kann nun unter Umständen eine einzelne Eigenschaft noch besonders hervorgehoben, dem prädikativen Zustandsbegriff kann eine nähere Bestimmung oder ein Objekt beigefügt werden. So entstehen jene determinativen Begriffsverbindungen, welche die Unterglieder des Urteils bilden. Die Grundbestandteile des Wahrnehmungsurteils bleiben aber immer der als Subjekt hingestellte Gegenstand und der ihm als Prädikat beigelegte Zustand." ([24, S. 151]; vgl. auch S. 55 ff.)

So können sprachliche Ausdrücke verschiedener Form als Prädikate auftreten:

Paul	[schläft]
	[trinkt das Bier]
	[sieht auf das Thermometer]

Von den in der modernen Logik als Argumente auftretenden Subjekttermini wird nur einer als Subjekt ausgezeichnet, die anderen werden dem Prädikat zugeordnet. Hier soll nun eine Prädikatbildungsregel vorgeschlagen werden, die eine Rekonstruktion dieser traditionellen Prädikatauffassung ermöglicht:

Prädikatbildungsregel 1 (Saturation/Argumentstellenabbindung)

Seien f_n eine n-stellige PK und k_i eine IK, dann ist $\mathsf{sat}[f_n, i, k_i]$ *eine (n-1)-stellige PK, die durch Abbindung der i-ten Argumentstelle x_i durch k_i entstanden ist, für die gilt:*

$$\mathsf{sat}[f_n, i, k_i](j_1, \ldots, j_{i-1}, j_{i+1}, j_n) \equiv f_n(j_1, \ldots, j_{i-1}, k_i, j_{i+1}, \ldots, j_n)$$

und

$$\neg\mathsf{sat}[f_n, i, k_i](j_1, \ldots, j_{i-1}, j_{i+1}, j_n) \equiv \neg f_n(j_1, \ldots, j_{i-1}, k_i, j_{i+1}, \ldots, j_n),$$

für dieses k_i bei ansonsten gleicher Argumentstellenbelegung für alle $j_1, \ldots, j_{i-1}, j_{i+1}, \ldots, j_n$.

Für den so gesättigten Ausdruck $\mathsf{sat}[f_n, i, k_i]$ wird im weiteren $[f_n k_i]_{n-1}$ geschrieben. Mit dieser Regel ist es möglich, aus mehrstelligen Prädikaten jeweils um eine Stelle reduzierte Prädikate zu bilden. Für das dreistellige Prädikat *gibt* gibt es drei Möglichkeiten einer solchen Saturation. Haben wir einen Satz wie

(1) *Der Wirt gibt dem Gast das Bier.*

so kann das Prädikat mit jedem der drei Argumente ein neues, einfach gesättigtes Prädikat bilden:

...	gibt	...	...		
...	gibt	...	das Bier	$\mathsf{sat}[gibt_3, 3, \textit{das Bier}]$	$[gibt_3\ \textit{das Bier}_3]_2$
...	gibt	dem Gast	...	$\mathsf{sat}[gibt_3, 2, \textit{dem Gast}]$	$[gibt_3\ \textit{dem Gast}_2]_2$
Der Wirt	gibt	...	...	$\mathsf{sat}[gibt_3, 1, \textit{der Wirt}]$	$[gibt_3\ \textit{der Wirt}_1]_2$

Da ein Geben des Wirtes ein Geben von jemandem und ein Geben des Bieres ein Geben von etwas ist, soll später (5.1) eine entsprechende Folgerung formuliert werden.

Mit der angegebenen Prädikatbildungsregel ist es nun möglich, Ausdrücke zu bilden, die den Prädikaten der traditionellen Logik entsprechen. Dies kann ausgehend vom n-stelligen Ausgangsprädikat wie folgt dargestellt werden:

Das traditionelle Prädikat

$$f_n \rightarrow [f_n k_n]_{n-1} \rightarrow \ldots \rightarrow [f_n k_n, \ldots, k_2]_1$$

Die Argumentstellen werden, mit der n-ten Stelle beginnend, sukzessive reduziert, wobei jeweils Prädikate mit einer um eins verringerten Stelligkeit entstehen, bis ein einstelliges Prädikat übrig bleibt. Das Subjekt im traditionellen Sinne besetzt die verbliebene Argumentstelle und hat somit eine Sonderstellung gegenüber den Objekten. Die Grundlage dieser Bildung bleibt aber immer das mehrstellige Prädikat, von dem ausgegangen wird.

3.2 ... in der Sprachwissenschaft

Nicht nur in der Logik, auch in der traditionellen Grammatik war die Subjekt-Prädikat-Dichotomie sehr verbreitet, und sie ist es auch heute noch. Beim Begründer der traditionellen Satzgliedlehre, Karl Ferdinand Becker, ist zu Subjekt und Prädikat folgendes zu lesen:

> „Nachdem die Faktoren des Satzes in zwei Begriffswörter auseinandergetreten, schreitet die Entwicklung des Satzes weiter fort, indem sowohl der Begriff des Subjektes, als der des Prädikats sich zu einem mehr bestimmten Begriffe individualisirt, der sich in einem Satzverhältnisse darstellt [...] Das *attributive* Satzverhältniß [...] drückt den Begriff eines *Seins* (das Subjekt), und das *objek-*

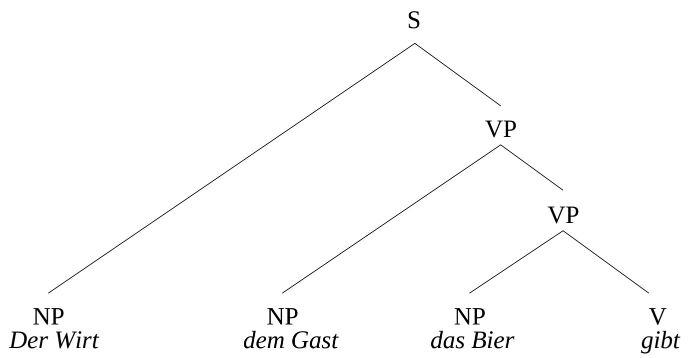
> *tive* Satzverhältniß (‚schreibt einen Brief' ‚schreibt an den Arzt') den Begriff einer *Tätigkeit* (das Prädikat) aus.“ [2, S. 7]

Von Becker und vielen seiner Zeitgenossen wurden Objekte und Adverbialien unter eine Gruppe subsumiert und im Satz dem Prädikat zugeordnet; Objekt und Adverbial wurden kategorial nicht unterschieden.

Die traditionelle Satzgliedlehre Beckers beeinflußte u. a. Wilhelm Wundt. Dieser wiederum wurde im amerikanischen Strukturalismus, namentlich von Leonard Bloomfield, rezipiert und ist über diesen in moderne Konstituentenstrukturgrammatiken, insbesondere in die generative Sprachtheorie Noam Chomskys, eingegangen. Die Konstituentenstruktur von Satz (1) läßt sich folgendermaßen darstellen:

$$_{\mathrm{S}}[_{\mathrm{NP}}\text{Der Wirt}_{\mathrm{VP}}[\text{dem Gast}_{\mathrm{VP}}[_{\mathrm{NP}}\text{das Bier}_{\mathrm{V}}\text{gibt}]]]$$

graphisch:



Mit der oben formulierten Prädikatbildungsregel ist es nun auch möglich, Prädikate zu bilden, die den Verbalphrasen (VP) der Konstituentenstruktur entsprechen. Dies kann ausgehend vom Ausgangsprädikat wie folgt dargestellt werden:

Phrasenstrukturen, Verbalphrasen

$f_n \to [f_n k_n]_{n-1} \to \ldots \to [f_n k_n, \ldots, k_2]_1$

Die Argumentstellen werden, mit der n-ten Stelle beginnend, sukzessive reduziert, bis ein einstelliges Prädikat entstanden ist. Allerdings interessieren hier auch die in jedem Schritt gewonnenen Prädikate mit einer um eine Stelle verringerten Stelligkeit. Diese entsprechen den VP der Konstituentenstruktur. Das kann in folgender Definition festgehalten werden:

Definition (Verbalphrase)

Sei f_n eine n-stellige PK n>1, so gilt:

(i) die an der n-ten Stelle reduzierte (n-1)-stellige PK $[f_n k_n]_{n-1}$ ist eine VP;

(ii) sei $[f_n k_n, \ldots, k_{n-m+1}]_{n-m}$ eine VP und $n - m \geq 2$, so ist $[f_n k_n, \ldots, k_{n-m}]_{n-m-1}$ eine VP.

Damit sind die Phrasenstrukturregeln

- VP $\rightarrow$ V NP   und
- VP $\rightarrow$ VP NP

gegeben.

Das Subjekt des Satzes besetzt als Argument im herkömmlichen Sinne die vakante Stelle des inzwischen einstelligen Prädikats und hat damit eine Sonderstellung gegenüber den anderen Argumentstellen. So ist eine Regel zur Bildung von Sätzen gegeben:

- S $\rightarrow$ NP VP

Mit dieser Interpretation ist das Subjekt nicht nur das zuletzt gebundene Argument, sondern es unterscheidet sich auch in der Art, wie es zum Prädikat tritt. Die k_n bis k_2 sättigen eine Argumentstelle, wobei wiederum ein Prädikat entsteht. Dem Subjekt k_1 hingegen wird ein (1-stelliges) Prädikat zu- bzw. abgesprochen und so eine Aussage gebildet.

Mit den hier angegebenen Regeln ist eine formale Rekonstruktion traditioneller Prädikate und des Zusammenhangs von moderner Prädikat-Argument-Struktur und traditioneller Subjekt-Prädikat-Dichotomie gegeben. Rekonstruktionen dieser Art sind sicher problematisch, da in mancher Hinsicht ein anderes Verständnis der Problemstellung impliziert ist. Sie können aber ein besseres Verständnis verschiedener struktureller wie historischer Zusammenhänge ermöglichen. Auch hier gilt, was der polnische Logiker Kasimierz Ajdukiewicz zu einem solchen Vorgehen in Bezug auf philosophische Probleme bemerkte:

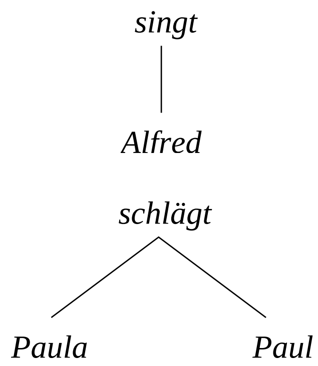
> „Man darf aber nicht verschweigen, daß bei Anwendung dieser Methode die Worte der Sprache eine andere Bedeutung, als sie zuerst hatten, erhalten können und daß infolge dessen mit denselben Worten vielleicht nicht mehr dieselben Probleme getroffen werden. Dies müßte aber nicht unter allen Umständen zu bedauern sein.“ [1, S. 230]

4 Prädikate und Argumentstrukturen. Valenzen und Rollen

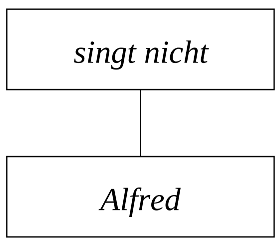
4.1 Dependenz vs. Konstituenz

Neben der Subjekt-Prädikat-Dichotomie gab und gibt es in der Grammatik aber auch andere Auffassungen. So hatte beispielsweise Johann Werner Meiner in seinem *Versuch einer an der menschlichen Sprache abgebildeten Vernunftlehre oder philosophische und allgemeine Sprachlehre* aus dem Jahre 1781 eine Theorie mehrstelliger Prädikate formuliert. Ein Grundprinzip der menschlichen Sprache bestand für ihn darin, daß Wörter, die etwas selbständiges vorstellen, mit Wörtern, die etwas unselbständiges vorstellen, verbunden oder von ihnen getrennt werden [11, XXXVII]. Diese Verbindung oder Trennung stellt den Satz dar. Wörter, die etwas Selbständiges vorstellen, sind Substantive, die Gegenstände bezeichnen sollen. Diejenigen Wörter, die etwas unselbständiges vorstellen, werden als Prädikate gebraucht. Hierbei unterschied Meiner *einseitig-unselbständige, zwoseitig-unselbständige* und *dreyseitig-unselbständige Prädikate* und nahm damit die moderne Auffassung mehrstelliger Prädikate vorweg. Er selbst bezeichnete seine Sprachlehre als die „beste sinnliche Logik“ – nicht zuletzt deshalb, weil er den Versuch unternommen hatte, eine theoretische Darstellung der Tatsache zu geben, daß ein „großer Theil unsers Denkens [...] aus *relativischen Begriffen*“ [11, LXXII] bestehe. Leider wurden diese Ansätze von nachfolgenden Autoren ignoriert oder rigoros abgelehnt.

So dauerte es etwa 150 Jahre, bis eine Grammatik ausgearbeitet wurde, in der ähnliche Ansichten von der Struktur des Satzes zu finden sind – diesmal mit mehr Erfolg. Die Rede ist von Lucien Tesnières *Eléments de syntaxe structurale* [18], in denen die Grundzüge der Dependenzgrammatik ausgearbeitet wurden. Das Kernstück der Dependenzgrammatik ist die sogenannte Valenztheorie. Mit dem aus der Chemie entlehnten Terminus Valenz charakterisiert Tesnière die Eigenschaft von Verben, Leerstellen zu bilden und eine bestimmte Anzahl von Ergänzungen (actants) zu verlangen, damit es zur Bildung von Sätzen kommt – ähnlich einem Atom, das sich mit anderen Atomen verbindet, wodurch ein Molekül entsteht. Dabei gibt es Verben verschiedener Wertigkeit (Valenz): nullwertige (avalente), einwertige (monovalente), zweiwertige (bivalente) und dreiwertige (trivalente). Ein einfacher Satz besteht aber nicht nur aus dem Verb und den von diesem verlangten Ergänzungen, sondern Tesnière weist auf ein drittes Element hin, „die Konnexion, die sie verbindet und ohne die kein Satz bestünde“ [18, S. 26], das aber in einer oberflächlichen Analyse oft übersehen wird. Mit der Konnexion haben wir in der Grammatik ein dem Operator des Zusprechens analoges Element. Die so beschriebene Struktur von Sätzen wie *Alfred singt* oder *Paula schlägt Paul* läßt sich graphisch als Stemma darstellen:



Aber es ist auch eine dem Absprechen bzw. der inneren Negation entsprechende konnexionelle Negation zu finden, die im Stemma allerdings dem Verb zugeordnet ist, das den Ausdruck regiert [18, S. 155 f.]:



Neben den Ergänzungen gibt es noch die Angaben (circonstants). Dabei handelt es sich um verschiedene Adverbialien. Diese sollen in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht betrachtet werden; Vorschläge zu ihrer formalen Darstellung sind in [14, S. 501 ff.] und [22, S. 210 ff.] zu finden.

Wenn Tesnières Theorie hier im Zusammenhang mit der Logik betrachtet wird, so ist auf sein eher gespaltenes Verhältnis zu dieser einzugehen. Schließlich hatte er der traditionellen Grammatik vorgehalten, daß sie die Grundbegriffe seiner Theorie, insbesondere das Konzept der Valenz, nie akzeptieren konnte, „weil sie schief gebaut war auf dem Fundament reiner Logik, die in der Grammatik nichts zu suchen hat“ [18, S. 97]. Allerdings scheint er dabei die moderne Logik, wie sie sich seit Frege und Russell entwickelt hatte, ignoriert zu haben, denn seine Argumente richten sich gegen die „von Aristoteles bis Port-Royal“ reichende Epoche. Sein Hauptangriffspunkt ist dabei die Subjekt-Prädikat-Opposition, denn „diese verschleiert [...] das strukturale Gleichgewicht des Satzes, indem sie einen Aktanten im Gegensatz zu den andern als ‚Subjekt‘ isoliert und diese andern im ‚Prädikat‘ mit dem Verb und allen Angaben zusammenwirft.“ [18, S. 96]. Es ist also davon auszugehen, daß Tesnière in genau diesem Punkt mit der modernen Logik übereinstimmt. So werden im weiteren einige seiner Grundgedanken genutzt, um den logischen Formalismus zu erweitern und so eine detailliertere Analyse der natürlichen Sprache zu ermöglichen. Vorab soll es jedoch noch um zwei weitere Aspekte linguistischer Sprachbeschreibung gehen – um Selektionsbeschränkungen und thematische Relationen.

4.2 Selektionsbeschränkungen. Semantische Valenz

In Abschnitt 2 ging es um Prädikate und ihre Eigenschaften bezüglich der verlangten Argumente, wie sie üblicherweise in der Logik betrachtet werden – deren Anzahl und Reihenfolge. Um eine weitere Eigenschaft, die in der Logik nur selten Beachtung findet, soll es nun gehen. Die Argumente sind in den natürlichen Sprachen nicht beliebig, sondern gehören stets zu einer bestimmten Art. Für viele Prädikate ist es nicht sinnvoll, sie von allen möglichen Gegenständen aussagen zu können. Ein Satz wie *Mein Schreibtisch trinkt die Quantorenlogik erster Stufe* ist unsinnig, weil man in natürlichen Sprachen die Argumentstellen *qualifiziert* verwendet. So sind es beispielsweise Menschen, die trinken, und es sind bestimmte Mengen von Flüssigkeit, mit denen das geschieht. Solche Selektionsbeschränkungen werden in der Linguistik häufig als semantische oder qualitative Valenz bezeichnet. Wie ist nun mit dieser Problematik in der Logik umzugehen? In der klassischen Quantorenlogik ist die Art, die Qualifikation der Argumente aus der Betrachtung ausgeschlossen, und es wird sogar verlangt, daß sie aus dem gleichen Bereich kommen. Der Gegenstandsbereich der Argumente ist immer der gleiche

Individuenbereich D für alle Argumente und alle Prädikate und somit der maximale Bereich. Man kommt dann natürlich zu Aussagen wie der oben, die in der klassischen Logik zwar falsch, aber korrekt gebildet sind. Ein ähnliches Problem findet sich auch in der Linguistik. Tesnière bringt das Beispiel *Rückwärtiges Schweigen verstimmt zulässige Schleier* [18, S. 51], und für Chomsky ist ein Satz wie *Colorless green ideas sleep furiously* [4, S. 189] ein Beleg für die ‚Autonomie der Syntax'. Von einer solchen Autonomiethese soll hier nicht ausgegangen werden, auch nicht davon, daß eine weitere Theorieebene oder ähnliches anzunehmen ist. Vielmehr wird zur Lösung des Problems eine Erweiterung des logischen Apparates vorgenommen, die eine detailliertere Analyse der natürlichen Sprachen ermöglicht.

Einem Vorschlag Yaroslav Shramkos folgend, wollen wir nun ein n-stelliges Prädikat weiterhin als eine Funktion aus kartesischen Produkten in Wahrheitswerte betrachten; jedoch sind die kartesischen Produkte anders zu definieren, nämlich als kartesische Produkte von n Untermengen von D, die abhängig vom Prädikat gegebenen sind. Für die Definition dieser Untermengen wird eine Funktion $\Re$ verwendet, die jedem n-stelligen Prädikat ein n-Tupel solcher Untermengen zuschreibt. Dann ist jedes i-te Argument des Prädikats ein Element der i-ten durch die Funktion $\Re$ gegebenen Untermenge. Diese Funktion nennen wir Relevanzfunktion (zum Problem der Relevanz in der Logik vgl. [15]).

Klassische Semantik: *Ein n-stelliges Prädikat f_n ist eine Funktion aus dem kartesischen Produkt $D \times \ldots \times D$ in die Menge $\{\mathbf{W}, \mathbf{F}\}$, wobei D der Definitionsbereich ist.*

Relevanzfunktion: *Sei D der Definitionsbereich und $\Re$ eine Funktion, welche jedem n-stelligen Prädikat f_n eine geordnete Menge von Untermengen von D zuschreibt: $\Re(f_n) = \langle X_1, \ldots, X_n \rangle$, wobei die $X_i \subseteq D$. Dann ist f_n eine Funktion: $X_1 \times \ldots \times X_n \to \{\mathbf{W}, \mathbf{F}\}$.*

Damit haben wir einen anderen Mechanismus zur Bildung von Formeln:

Sei f_n eine n-stellige PK mit $\Re(f_n) = \langle X_1, \ldots, X_n \rangle$ und seien $i_1, \ldots, i_n$ IT, für die gilt $i_i \in X_i$, so sind $f_n(i_1, \ldots, i_n)$ und $\neg f_n(i_1, \ldots, i_n)$ WFF.

Eine Prädikatkonstante bildet also nicht mit beliebigen Individuentermen eine Aussage, sondern nur noch mit solchen, die entsprechend der Relevanzfunktion ausgewählt sind. Von einigen Logikern wird das aufgezeigte Problem mit sortalen Prädikaten gelöst, die über beschränkte Quantoren eingeführt werden (vgl. [10, S. 248 ff.]). Im Unterschied hierzu greift die Relevanzfunktion direkt auf den Definitionsbereich des Prädikats zu und modifiziert diesen, so daß nur noch für das Prädikat relevante Argumente zugelassen sind.

Mit der Relevanzfunktion ist es nun möglich, für Prädikate den Bereich der Argumente einzuschränken und nur noch solche zuzulassen, die eine sinnvolle Verwendung in natürlichen Sprachen darstellen. Solche semantischen Selektionsbeschränkungen sind in verschiedenen grammatischen Beschreibungsmodellen zu finden. Dabei wird beispielsweise festgelegt, ob die Gegenstände, denen bestimmte Eigenschaften zukommen, ±menschlich, ±belebt, ±empirisch, ±abstrakt etc. sind. Diese Beschränkungen ändern sich zuweilen mit der Verwendung von Prädikaten; sie können eingeschränkt oder erweitert werden. So werden die Prädikate *lebt* oder *ist tot* im allgemeinen nur Gegenständen zu- oder abgesprochen, die das Merkmal +belebt haben. Im übertragenen Sinne kann aber auch über Städte, deren Kulturlandschaft oder über Ideen gesagt werden, daß sie leben oder auch nicht – und über Musik, wie mit der Feststellung *punk rock ist nicht tot*. Die Bildung solcher und anderer abgeleiteter Prädikate, die formale Darstellung von Veränderungen der Argumentqualifikation oder Analogiebildungen, wird in [13, S. 126 ff.], [22, S. 206 f.] und [23] beschrieben (siehe auch Abschnitt 5.4 der vorliegenden Arbeit).

4.3 Thematische Relationen

Eine weitere in der Sprachwissenschaft vorgenommene Bestimmung der Argumente ist in der Theorie der thematischen Relationen (Theta-Rollen) oder der Tiefenkasus zu finden. Mit diesen Relationen wird die Rolle der jeweils an einem Geschehen beteiligten Gegenstände bestimmt. So sind an einem *Geben* der GEBENDE, derjenige, DEM ETWAS GEGEBEN WIRD, und das GEGEBENE oder an einem *Trinken* der TRINKENDE und das GETRUNKENE beteiligt. In der Theorie der Theta-Rollen geht es nun aber darum, solche Rollen allgemein und unabhängig von bestimmten Verben zu charakterisieren. Im Falle eines *Gebens* wären das ein AGENS, ein RECIPIENT und ein PATIENS und im Falle eines *Trinkens* ein AGENS und ein PATIENS.

Eine Beziehung von Theta-Rollen zur Argumentstruktur in der Logik wird immer wieder betont (z. B. [19, S. 113 f.]), und sie werden in neo-davidsonianischen Theorien in die logische Darstellung von Sätzen einbezogen (vgl. z. B. [3]). Hier soll nun eine Erweiterung des formalen Apparates vorgeschlagen werden, die es ermöglicht, solche thematischen Relationen im Rahmen des logischen Formalismus darzustellen. Anders als bei der Qualifikation der Argumente handelt es sich bei Theta-Rollen nicht um Eigenschaften und Bedeutungsbeziehungen, die den Argumenten schon zukommen, bevor sie in den jeweiligen Satz eintreten. Es sind vielmehr Relationen, die durch das Verb vergeben werden, ihre Träger aber erst innerhalb eines Satzes eingehen. Wir können sie also nicht im Lexikoneintrag des Verbs vermerken, indem wir auf eine Menge von Gegenständen verweisen, denen unabhängig vom Verb und vom Vorkommen in einem Satz bestimmte Eigenschaften zukommen, wie dies mit der Relevanzfunktion möglich ist. Allerdings kann man solche Relationen über eine thematische Funktion $\mathbf{T}$ folgendermaßen festlegen: Einer n-stelligen Prädikatkonstante f_n wird von $\mathbf{T}$ ein n-Tupel von zweistelligen Relationen – den Theta-Rollen – zugeordnet und jedem i-ten Argument mittels der i-ten Relation dieses n-Tupels seine Rolle im Satz zugewiesen. Auf die Anzahl und nähere Bestimmungen dieser Rollen soll hier nicht weiter eingegangen werden, sondern es wird lediglich davon ausgegangen, daß es eine Menge $\mathbf{M}_\theta = \{\text{AGENS}, \text{PATIENS}, \text{RECIPIENT}, \text{PROCESSED}, \text{GOAL}, \text{INSTRUMENT}, \ldots\}$ solcher Relationen gibt. Die thematische Funktion $\mathbf{T}$ kann nun wie folgt festgelegt werden:

Theta-Funktion

Seien f_n eine n-stellige PK und $\mathbf{T}(f_n) = \langle \theta_I, \theta_{II}, \ldots, \theta_N \rangle$ (wobei die $\theta_K \in \mathbf{M}_\theta$ sind und $\theta_K \neq \theta_J$) und haben wir eine Aussage der Form $f_n(k_1, \ldots, k_n)$, so gilt:

$$\theta_I(k_1, tf_n(k_1, \ldots, k_n)), \theta_{II}(k_2, tf_n(k_1, \ldots, k_n)), \ldots, \theta_N(k_n, tf_n(k_1, \ldots, k_n)).$$

Mit den θ-Relationen werden die Argumentstellen identifiziert und den jeweiligen Argumenten ihre Rollen zugewiesen. Damit haben wir Theta-Rollen als Relation zwischen Gegenstand (Argument) und Aussage gefaßt, wobei jeder Argumentstelle eine Theta-Rolle zugeordnet wird und jede Rolle nur jeweils einmal pro Satz vorkommt.

Für das Verb *geben* ergibt sich die Auswahl $\mathbf{T}(\mathit{gibt}) = \langle \text{AGENS}, \text{RECIPIENT}, \text{PATIENS} \rangle$.

Mit einem Satz wie

(1) *Der Wirt gibt dem Gast das Bier.*

haben wir die Rollen-Vergabe:

AGENS(*der Wirt, tDer Wirt gibt dem Gast das Bier*)

RECIPIENT(*der Gast, tDer Wirt gibt dem Gast das Bier*)

PATIENS(*das Bier, tDer Wirt gibt dem Gast das Bier*)

Die Theta-Funktion betrifft also nicht wie die Relevanzfunktion die Eigenschaften der Argumente, die diese unabhängig vom Vorkommen in bestimmten Sätzen haben, sondern schreibt ihnen die Rollen zu, die sie in diesen Sätzen haben. Theta-Rollen werden so nicht als denotativ-semantische Rollen aufgefaßt, die auf Grund eines unabhängig vom Satz existierenden außersprachlichen Sachverhalts bestehen, wie beispielsweise in Fillmores Konzeption (vgl. [19, S. 95 ff.]). Zu Sachverhalten kommen wir nur über entsprechende Sachverhaltstermini und die sie konstituierenden Sätze (vgl. [21, S. 327 f.]; [13]). Vielmehr sind Theta-Rollen als signifikativ-semantische Rollen zu verstehen, die auf die logische Argumentstruktur eines Prädikats abgebildet werden (vgl. [19, S. 113 ff.]).

Damit haben wir neben den oben beschriebenen Eigenschaften der Argumentstruktur von Prädikaten – Anzahl und Reihenfolge – zwei weitere Möglichkeiten zur Bestimmung der Argumente: deren Qualifikation und thematische Rolle. Diese sollen nun zur Formulierung und Lösung einiger Probleme der Rekonstruktion natürlicher Sprachen genutzt werden.

5 Prädikatbildungsregeln

5.1 Reduktion

Verschiedene Verwendungsweisen von Verben in natürlichen Sprachen sind als Verringerung der Anzahl der Argumentstellen von Prädikaten, als Reduktion der Valenz, zu beschreiben. So verwenden wir beispielsweise das transitive Verb *ißt* in (2) auch intransitiv, so daß nur noch das Subjekt des Satzes auftaucht wie in (3).

(2) *Pu ißt den Topf Honig.*

(3) *Pu ißt.*

Das zweite Argument, das, was gegessen wird, ist in Satz (3) aus der Betrachtung ausgeblendet. Aber ebenso ist klar, daß es etwas gibt, das da gegessen wird. Das kann in der Logik so beschrieben werden, daß die zweite Argumentstelle dadurch gesättigt wird, daß es irgendeinen Gegenstand gibt, der sie besetzt. In der Quantorenlogik haben wir hierzu den Existenzquantor, mit dem wir neben der Aussage *ißt*(*Pu, den Topf Honig*) auch die Aussage $\exists x$ *ißt*(Pu, x) bilden können. Beide Aussagen sind zweifach existenzbelastet, denn die reduzierte Stelle verschwindet nicht vollständig, sondern wird nur durch den Quantor abgebunden. Die Bildung von Prädikaten mit einer derart gesättigten Argumentstelle kann als Reduktion mit der folgenden Regel beschrieben werden:

Prädikatbildungsregel 2 (Saturation/Reduktion)

Seien f_n eine n-stellige PK und $X_i = \Re_i(f_n)$ die i-te Untermenge von D, die f_n durch $\Re$ zugeschrieben wird, dann ist $\mathsf{sat}[f_n, i, \exists]$ die an der i-ten Stelle reduzierte (n-1)-stellige PK, für die gilt:

$$\mathsf{sat}[f_n, i, \exists](j_1, \ldots, j_{i-1}, j_{i+1}, \ldots, j_n) \equiv \exists x_1\, f_n(j_1, \ldots, j_{i-1}, x_i, j_{i+1}, \ldots, j_n)$$

und

$$\neg\mathsf{sat}[f_n, i, \exists](j_1, \ldots, j_{i-1}, j_{i+1}, \ldots, j_n) \equiv \forall x_1\, \neg f_n(j_1, \ldots, j_{i-1}, x_i, j_{i+1}, \ldots, j_n)$$

für $x_i \in X_i$ bei ansonsten gleicher Argumentstellenbelegung.

Der reduzierte Ausdruck $\mathsf{sat}[f_n, i, \exists]$ ist eine (n-1)-stellige PK, die zwischen der (i-1)-ten und der i-ten Stelle eine durch den Existenzquantor abgebundene Argumentstelle besitzt. Für $\mathsf{sat}[f_n, i, \exists]$ wird im weiteren $[\mathsf{red}_i f_n]_{n-1}$ geschrieben.

An dieser Stelle können wir nun die oben (Prädikatbildungsregel 1) angedeutete analytische Beziehung zwischen Prädikaten formulieren:

Folgerung 1

$t[f_n k_i]_{n-1} \rightharpoonup t[\mathsf{red}_i f_n]_{n-1}$

Das ist auch intuitiv klar, denn das Essen eines Topfes Honig ist ein Essen und das Geben eines Bieres ein Geben. Die mit Prädikatbildungsregel 2 reduzierte Argumentstelle behält die Eigenschaften bezüglich der Relevanzfunktion – formal:

Sei $[\mathsf{red}_i f_n]_{n-1}$ *eine wie oben beschriebenes (n-1)-stellige PK, so ist* $\Re([\mathsf{red}_i f_n]_{n-1}) = \langle X_1, \ldots, [X_i], \ldots, X_n \rangle$.

So sind auch Reduktionen von analog gebildeten Prädikaten zu verstehen. Schließlich kann ein Satz wie

Klaus surft

auf zwei Arten verstanden werden. Einmal als *Klaus surft im Mittelmeer* und zum anderen als *Klaus surft im Internet*. Die reduzierte Variante ist also nur mit Bezug auf das entsprechende Element der Relevanzfunktion verständlich.

Auch die Relationen der Theta-Funktion bleiben erhalten:

Sei $[\mathsf{red}_i f_n]_{n-1}$ *eine wie oben beschriebene (n-1)-stellige PK, so ist* $\mathbf{T}([\mathsf{red}_i f_n]_{n-1}) = \langle \theta_I, \ldots, [\theta_K], \ldots, \theta_N \rangle$ *(wobei* $i = K$*), und es gilt:*

$$\exists x_i((j_1, \ldots, j_{i-1}, x_i, j_{i+1}, \ldots, j_n) \wedge \theta_K(x_i, t\exists x_i\, f_n(j_1, \ldots, j_{i-1}, x_i, j_{i+1}, \ldots, j_n))).$$

Mit den so beschriebenen Reduktionen wird die Anzahl der freien Valenzen reduziert, indem die Argumentstellen gesättigt werden, nicht aber die Stellen als solche verschwinden. Das reduzierte Element ist weiterhin präsupponiert. Wenn Pu einen Topf Honig essen will und keiner (mehr) da ist, so hat er ein Problem; ebenso ist klar, daß der Topf Honig *von jemandem* gegessen wird.

Um die Bildung von Prädikaten mit veränderter Stelligkeit geht es auch in der *anadic logic* (z. B. in [7]). Deren Umgang mit Argumentstellen basiert auf alternativen logischen Theorien. Im Unterschied dazu kommen die hier vorgeschlagenen Prädikatbildungen mit der klassischen Quantorenlogik erster Stufe aus und benötigen nur einfache Bedeutungspostulate.

5.2 Diathesen. Passiv

Zur Beschreibung von einfachen Sätzen in aktivischer Form reichen im allgemeinen Prädikate mit fester Stellenzahl aus. Nun gibt es aber auch abgeleitete Formen, Diathesen. So können neben Satz (1) Sätze wie (1′) oder (1″) gebildet werden.

(1′) *Der Wirt gibt das Bier dem Gast.*

(1″) *Der Gast bekommt das Bier vom Wirt.*

Wie ist nun die Bildung solcher Prädikate mit veränderter Reihenfolge der Argumentstellen zu beschreiben? Relationen sind Mengen von *geordneten* n-Tupeln, und das n-Tupel $\langle k_1, \ldots, k_n \rangle$ erfüllt die Relation f_n gdw. $f_n(k_1, \ldots, k_n)$ wahr ist. Sei nun g_n eine Relation, die sich von f_n nur durch Permutieren der Argumentenstellen unterscheidet, dann gibt es ein n-Tupel, das eine Permutation von $\langle k_1, \ldots, k_n \rangle$ ist und das g_n erfüllt. Diese Interpretation kann formal folgendermaßen festgehalten werden:

Prädikatbildungsregel 3 (Diathesen/Valenztausch)

Sei f_n eine n-stellige PK, so ist $[\mathsf{dt} f_n, k/l]_n$ eine n-stellige PK, wobei $\Re([\mathsf{dt} f_n, k/l]_n) = \langle X_1, \ldots, X_l, \ldots, X_k, \ldots, X_n \rangle$ eine (bestimmte) Permutation von $\Re(f_n) = \langle X_1, \ldots, X_k, \ldots, X_l, \ldots, X_n \rangle$ ist, d. h., $\Re(f_n)$ und $\Re([\mathsf{dt} f_n, k/l]_n)$ unterscheiden sich nur in der Reihenfolge des Vorkommens bestimmter Untermengen (X_k und X_l) des Individuenbereiches derart, das gilt:

$$t f_n \rightleftharpoons t[\mathsf{dt} f_n, k/l]_n$$

genau dann, wenn

$$[\mathsf{dt} f_n, k/l]_n(j_1, \ldots, j_l, \ldots, j_k, \ldots, j_n) \equiv f_n(j_1, \ldots, j_k, \ldots, j_l, \ldots, j_n)$$

und

$$\neg[\mathsf{dt} f_n, k/l]_n(j_1, \ldots, j_l, \ldots, j_k, \ldots, j_n) \equiv \neg f_n(j_1, \ldots, j_k, \ldots, j_l, \ldots, j_n),$$

wobei $\langle j_1, \ldots, j_l, \ldots, j_k, \ldots, j_n \rangle$ durch Vertauschung der k-ten und des l-ten Elements entstanden sind, wie die entsprechenden Werte der Funktionen $\Re$ bei ansonsten gleicher Argumentstellenbelegung.

Mit dieser Definition lassen sich nun bestimmte lexikalische Diathesen, wie z. B. die oben aufgeführten, beschreiben. Aber auch das Passiv gehört hierher. So läßt sich zu Satz (2) die Passivvariante (4) bilden:

(4) *Der Topf Honig wird von Pu gegessen*, formal:
$[\mathsf{dt}\,ess_2]_2(der\ Topf\ Honig, Pu)$

Allerdings ist mit dieser Interpretation des Passiv als Permutation der Argumentstellen noch nicht der Tatsache Rechnung getragen, daß das Passiv, wie in (5), regelmäßig mit einer Reduktion des Agens einhergeht.

(5) *Der Topf Honig wird gegessen.*

Das läßt sich mit der oben angegebenen Prädikatbildungsregel 2 als Kombination von Reduktion und Konversion darstellen – formal: $[\mathsf{red}_2[\mathsf{dt}f_2]_2]_1$. Das ausgeblendete Agens läßt sich jederzeit durch eine *von*-Phrase wieder realisieren. Über den Status dieses Agensanschlusses ist in der vergangenen Zeit viel diskutiert worden. Ist es Argument, Adjunkt oder gar Argument-Adjunkt? Auf diese Frage soll hier nicht näher eingegangen werden; eine Übersicht über die Debatte und eine Entscheidung zugunsten der Adjunkt-These findet sich in [19, S. 61 ff., S. 317 ff.]. Mit der hier vorgeschlagenen Interpretation ist der Agensanschluß als Argument aufzufassen. Die Reduktion läßt schließlich die Argumentstelle nicht gänzlich verschwinden, sondern bindet sie nur über den Existenzquantor ab. Bei Realisierung des Agens wird dieser nur beseitigt und die Argumentstelle auf die übliche Weise durch ein Argument besetzt. Die thematische Rolle, die vom Ausgangsverb in aktivischer Form vergeben wird, bleibt weiter erhalten und muß nicht erst durch ein Adjunkt wieder neu geschaffen werden. Denn schließlich ist ein Agens, auch wenn es nicht realisiert ist, trotzdem vorausgesetzt. Berthold Delbrück, der das Passiv im Zuge der subjektlosen Sätze betrachtet, schreibt hierzu:

> „Die passivischen Ausdrücke verhalten sich in einer Beziehung anders als die übrigen [subjektlosen – M.W.], und zwar insofern, als in ihnen das Subjekt nur zeitweilig ignoriert wird. Denn in einem Satze wie *nunc est bibendum* soll zwar der Vorgang des Trinkens an und für sich dargestellt werden, aber dieser kann natürlich von dem Trinker nicht in der Weise losgelöst werden, wie etwa der Vorgang des Blitzens von dem blitzenden Gotte." [5, S. 36]

5.3 Reflexivum

Referentielles Reflexivum

Eine weitere Diathese stellt das Reflexivum dar. Hierbei sollen zunächst referentielle Verwendungen des Reflexivums wie die folgenden interessieren:

(6) *Paul wäscht / rasiert / bemitleidet sich.*

Ein ursprünglich zweistelliges Prädikat verlangt hier nur ein Argument, das zweite wird durch das reflexiv gebrauchte *sich* abgebunden in dem Sinne, daß jemand etwas mit sich selbst tut. Es handelt sich also um eine Identifizierung von erstem und zweitem Argument. Die Bildung solcher reflexiver Prädikate läßt sich o. B. d. A. für zweistellige Prädikate formal folgendermaßen fassen:

Prädikatbildungsregel 4 (Reflexivierung)

Sei f_2 eine zweistellige PK mit $\Re(f_2) = \langle X_1, X_2\rangle$ und $\mathbf{T}(f_2) = \langle\theta_1, \theta_2\rangle$, dann ist $[\mathsf{id}_{1/2} f_2]_1$ die an der zweiten Stelle reduzierte einstellige PK mit $\Re(f_1) = \langle X_1\rangle$ und $\mathbf{T}(f_1) = \langle\theta_1\rangle$, für die gilt:

$$[\mathsf{id}_{1/2} f_2]_1(j_1) \equiv f_2(j_1, j_1) \quad \textit{und}$$

$$\neg[\mathsf{id}_{1/2} f_2]_1(j_1) \equiv \neg f_2(j_1, j_1).$$

Dabei ist der Ausdruck $[\mathsf{id}_{1/2} f_2]_1(j_1)$ wie auch $f_2(j_1, j_1)$ einfach existenzbelastet (vgl. [21, S. 340]). Hierin unterscheiden sich die durch Reflexivierung entstandenen Prädikate von den mit den Prädikatbildungsregeln 1 und 2 gewonnenen. Allerdings hat das reflexive Prädikat schon noch etwas mit dem Ausgangsprädikat zu tun, wie aus der angegebenen Bildungsregel ersichtlich wird. Schließlich rasiert der Barbier nicht nur sich, sondern auch andere Menschen. Auch die Tatsache, daß es reflexive Verben gibt, zu denen wir kein nicht-reflexives Pendant haben, spricht nicht gegen eine solche Bildung. Vielmehr ist ein Verb wie *sich betrinken* im Sinne von *jemanden – nämlich sich – betrunken machen* eine analoge Bildung. Manchmal ist es auch gar nicht nötig, das reflexive *sich* zu verwenden, sondern es kann auch oft ohne Veränderung des Wahrheitsgehaltes die aktivische Form gebraucht werden, wie in den Sätzen *Er setzt sich den Hut auf* und *Er setzt den Hut auf.*

Nichtreferentielles Reflexivum/Medium

Eine weitere Verwendung des reflexiven *sich* ist hingegen nicht in diesem Sinne zu interpretieren – das nichtreferentielle, mediale Reflexivum, wie wir es in (8) und (10) haben.

(7) *Paul biegt den Zweig.*

(8) *Der Zweig biegt sich.*

(9) *Paul öffnet die Tür.*

(10) *Die Tür öffnet sich.*

Solche Ausdrücke stellen eine Variante von Saturation/Reduktion dar, wenn auch eine komplexere. In (8) und (10) steckt implizit eine, wenn auch anders als im Ausgangsprädikat bestimmte, Argumentstelle. Ein Agens wie im Ausgangsprädikat ist zwar nicht mehr zu finden, aber an seine Stelle ist ein Sachverhalt getreten, der bewirkt bzw. verursacht, daß der Zweig sich biegt oder die Tür sich öffnet. Dieser Sachverhalt wird zwar nicht benannt, ja häufig nicht einmal erkannt (was wohl ein Grund ist, seine Benennung in der Struktur des Verbs nicht explizit zu vermerken und im Satz nicht zu fordern), aber er sollte trotzdem in der logischen Form und in der semantischen Struktur des Prädikats zu finden sein und dessen Zweistelligkeit sichern. Betrachten wir *öffnet* in (9) als *accomplishment*-Verb mit der semantischen Struktur

[[Paul DO something] CAUSE [BECOME [the door is open]]],

so ist in (10) ein verursachender Sachverhalt, dessen Akteur in diesem Fall Paul ist, bei der Bildung eines medialisierten Ausdrucks nicht grundsätzlich getilgt, sondern weiterhin in der semantischen Struktur enthalten; nunmehr aber nicht näher spezifiziert und ohne ein zu benennendes Agens. Aus einem zweistelligen Prädikat mit der Theta-Funktion $\langle \text{AGENS}, \text{PATIENS} \rangle$ wird also ein konverses Prädikat, dessen reduziertes zweites Argument als *fact* qualifiziert ist. Auch die Theta-Rollen sind anders als im Ausgangsprädikat bestimmt. Das nunmehr erste Argument tritt als Vorgangsträger (PROC) auf, während an die Stelle des Agens ein verursachender Sachverhalt (CAUSE) tritt. Die komplexe Struktur eines so gebildeten Prädikats läßt sich also wie folgt beschreiben:

Ausgangsprädikat:	Abgeleitetes Prädikat:
f_2	$[\mathsf{red}_2[\mathsf{dt}f_2]_2]_1$
$\Re(f_2) = \langle X_1, X_2 \rangle$	$\Re([\mathsf{red}_2[\mathsf{dt}f_2]_2]_1) = \langle X_1, [\mathit{fact}] \rangle$
$\mathbf{T}(f_2) = \langle \text{AGENS}, \text{PATIENS} \rangle$	$\mathbf{T}([\mathsf{red}_2[\mathsf{dt}f_2]_2]_1) = \langle \text{PROC}, [\text{CAUSE}] \rangle$

Die Bildung medialisierter Prädikate ist so als Analogiebildung aufzufassen. Analoge Prädikate entstehen also nicht nur über die Veränderung der Qualifikation der Argumentstellen, sondern zuweilen sind auch die thematischen Relationen betroffen. Diese Interpretation geht nicht von einem denotativen Rollenkonzept aus, sondern folgt einem funktionalgrammatischen Ansatz, wie er beispielsweise von Simon C. Dik [6, S. 122 f.] und Klaus Welke [19, S. 122 f.] verfolgt wird. Beide Autoren vertreten die Auffassung, daß sich die thematische Rolle von *der Zweig* und *die Tür* verändert, und diese im medialen Ausdruck als Vorgangsträger (PROC), als Entität, die einem Prozeß unterliegt, zu verstehen sind. Im Unterschied zu ihnen gehe ich allerdings davon aus, daß das, was den Vorgang verursacht, in die formale Darstellung mit einzubeziehen ist. Daß die medialisierten Ausdrücke es uns erlauben, von einem Agens oder einem verursachenden Sachverhalt abzusehen, heißt ja noch nicht, daß es dieses bzw. diesen nicht gibt (vgl. [19, S. 122 f.]). Seine Realisierung ist lediglich durch das metaphorisch verwendete *sich* blockiert. Mit der hier vorgeschlagenen Darstellung wird dies deutlich und die *Bildung* solcher medialer Verben ausgehend von entsprechenden Handlungsverben als Analogien oder Metaphern beschrieben.

5.4 Prädikatbildungen mit Massentermini

Massentermini haben als Subjekttermini die Aufgabe, auf bestimmte Entitäten zu referieren. So können wir mit dem Massenterminus *Bier* über verschiedene Vorkommen von Bier reden: über das in diesem Glas hier, über das in dem Glas dort drüben oder über das Bier, das noch im Faß ist, und über jedes mögliche Biervorkommen. Um die Semantik von Massentermini und ihre Eigenschaften soll es im folgenden nicht gehen (vgl. hierzu [9]). Wir können vielmehr davon ausgehen, daß wir es stets mit bestimmten Stoffquanten zu tun haben, für die es auch Identitätskriterien gibt.

Im weiteren soll lediglich der Frage nachgegangen werden, welche Auswirkungen Massentermini auf Prädikate und Prädikatbildungen haben und wie ihr Vorkommen in bestimmten Sätzen zu interpretieren und zu formalisieren ist. Dabei sollen keine generischen Ausdrücke, sondern nur Aussagen über einfache Handlungen betrachtet werden. Nehmen wir einen Satz wie (11)

(11) *Manfred trinkt Bier.*

Im Unterschied zu einem Satz wie

(12) *Manfred trinkt das Glas Bier*,

den wir als *trinkt*(*Manfred*, *das Glas Bier*) formalisieren können, ist eine Auffassung, in der *Bier* als Subjektterminus die Argumentstelle auf die übliche Weise besetzt, nicht möglich, denn mit

(11′) **trinkt*(*Manfred*, *Bier*)

wären verschiedene Probleme verbunden. Mit einer Aussage wie *trinkt*(*Uwe*, *Bier*) neben (11′) hätten wir eine Interpretation, daß in beiden Fällen *dasselbe* konsumiert würde, was aber nicht so ist und auch Probleme bereiten würde. Vielmehr ist es so, daß *trinkt* ein zweistelliges Prädikat mit der Relevanzfunktion $\Re(\mathit{trinkt}_2) = \langle \mathit{Mensch}, \mathit{Flüssigkeitsquantum}\rangle$ ist. Die zweite Argumentstelle wird üblicherweise durch einen Subjektterminus besetzt, der ein bestimmtes Quantum (ein Glas, a pint, a wee dram) einer Flüssigkeit bezeichnet, die bei dieser Tätigkeit zu sich genommen wird, wie in Satz (12). Bei *biertrinken* ist das anders; wenn jemand dies tut, dann ist das so zu verstehen, daß er bestimmte Quanten Bier zu sich nimmt, welche aber in solchen Ausdrücken nicht näher bestimmt werden. Es wird so nicht nur gesagt, daß Flüssigkeitsquanten konsumiert werden, sondern die Auswahl beschränkt sich auf Biervorkommen, d. h., das zweite Element der Relevanzfunktion wird eingeschränkt. Die Mittel für den Umgang mit solchen Einschränkungen sind in [13, S. 126] und [22, S. 206] bereitgestellt. Hier soll o. B. d. A. eine Variante dieser Regel für die Einschränkung der Qualifikation der zweiten Argumentstelle von zweistelligen Prädikaten formuliert werden.

Die Relevanzfunktion $\Re(f_2)$ ist in diesem Falle ein Paar von Untermengen $\langle X_1, X_2\rangle$ von D, die von $\Re$ dem Prädikat zugeschriebenen werden. Die Qualifikation kann nun eingeschränkt werden, indem die Menge X_2 durch die Menge Y_2, für die gilt $Y_2 \subseteq X_2$, ersetzt wird. Aus dem Trinken von Flüssigkeitsmengen wird so das Trinken von Biermengen und aus dem Trinken von Biermengen das Trinken von Guinnessmengen. Da ein Trinken von Guinness ein Trinken von Bier und ein Trinken von Bier ja auch ein Trinken von

Flüssigkeit ist, sollen die Einschränkungen entsprechend definiert werden:

Prädikatbildungsregel 5 (Qualifikationseinschränkung)

Es seien f_2 eine zweistellige PK, $\Re(f_2) = \langle X_1, X_2\rangle$ und $Y_2 \subseteq X_2$, so ist $\mathsf{es}[f_2, Y_2]_2$ eine mit Hilfe des PK-bildenden Operators es *gebildete zweistellige PK mit $\Re(\mathsf{es}[f_2, Y_2]_2) = \langle X_1, Y_2\rangle$, so daß $\Re(\mathsf{es}[f_2, Y_2]_2)$ das Resultat der Ersetzung von X_2 durch Y_2 in $\Re(f_2)$ ist, und für die mit $i_2 \in Y_2$ gilt*

$$\mathsf{es}[f_2, Y_2]_2(j_1, j_2) \equiv f_2(j_1, j_2) \quad \textit{und}$$

$$\neg\mathsf{es}[f_2, Y_2]_2(j_1, j_2) \equiv \neg f_2(j_1, j_2).$$

Mit dieser Prädikatbildungsregel gilt

Folgerung 2

$t\mathsf{es}[f_2, Y_2]_2 \rightharpoonup t f_2$

Damit können wir aus dem Prädikat *trinkt*$_2$ mit der Relevanzfunktion $\Re(\textit{trinkt}_2) = \langle \textit{Mensch}, \textit{Flüssigkeitsquantum}\rangle$ ein Prädikat $\mathsf{es}[\textit{trinkt}_2, \textit{Bier}_2]_2$ mit der Relevanzfunktion $\Re(\mathsf{es}[\textit{trinkt}_2, \textit{Bier}_2]_2) = \langle \textit{Mensch}, \textit{Bierquantum}\rangle$ bilden. Die zweite Argumentstelle wird nun mit dem Existenzquantor abgebunden, was mit der folgenden Regel für die Sättigung von Argumentstellen mit Hilfe von Massentermini o. B. d. A. für zweistellige Prädikate zu formulieren ist:

Prädikatbildungsregel 6 (Saturation über Massentermini)

Seien μ ein Massenterminus und $\mathsf{es}[f_2, \mu_2]_2$ eine zweistellige PK mit der Relevanzfunktion $\Re(\mathsf{es}[f_2, \mu_2]_2) = \langle X_1, \textit{Quantum von } \mu\rangle$, so ist $\mathsf{sat}[f_2, 2, \mu]$ eine einstellige PK, für die gilt:

$$\mathsf{sat}[f_2, 2, \mu](j_1) \equiv \exists x_2\, \mathsf{es}[f_2, \mu_2]_2(j_1, j_2).$$

Es handelt sich also um eine Sättigung der Argumentstelle wie in Regel 2 (Reduktion), bei der die zweite Stelle mit dem Existenzquantor abgebunden wird. Nun allerdings mit dem Unterschied, daß nicht nur gesagt wird, daß etwas getrunken wird, sondern auch, um was für eine Art von Flüssigkeit es sich dabei handelt. Für den Ausdruck $\mathsf{sat}[f_2, 2, \mu]$ soll im weiteren $[f_2\, \mu_2]_1$ geschrieben werden.

Ein Ausdruck wie *trinkt Bier* ist also als eine Konstituente, als ein einstelliges komplexes Prädikat aufzufassen. Verschiedene Verwendungsweisen von Massentermini oder auch Pluralia legen dies nahe: so reden wir manchmal über Tätigkeiten wie radfahren, eisverkaufen oder eben biertrinken und verwenden diese Ausdrücke wie intransitive Verben, von denen auch Nominalisierungen, wie Radfahrer, Eisverkäufer oder Biertrinker abgeleitet werden. Über *bestimmte* Räder, Eiskugeln oder Biere reden wir nicht so.

Die Art der Sättigung der Argumentstelle hat auch Einfluß auf die Aspektart des Satzes (vgl. [8, 9]). Während es sich bei *Manfred trank das Glas Bier* um einen telischen Ausdruck handelt, ist *Manfred trank Bier* atelisch. Der übliche Test für Telizität/Atelizität beruht auf ihrer Kombinierbarkeit mit Zeitspannen-Adverbialen wie *in zehn Minuten* und durativen Adverbialen wie *zehn Minuten lang*:

(13a) *Manfred trank das Glas Bier in zehn Minuten.*

(13b) **Manfred trank Bier in zehn Minuten.*

(14a) **Manfred trank zehn Minuten lang das Glas Bier.*

(14b) *Manfred trank zehn Minuten lang Bier.*

Die Art der Besetzung resp. Sättigung der zweiten Argumentstelle ist in beiden Fällen verschieden, und das wirkt sich auf das Prädikat und auf den entsprechenden Gesamtausdruck aus. In *trinkt Bier* (formal: $[\mathit{trinkt}_2\, \mathit{Bier}_2]_1$) ist die Argumentstelle durch den Existenzquantor abgebunden, aber das Quantum nicht näher bestimmt – es kann ein Schluck, ein Glas oder ein ganzes Faß sein. Daher ist es auch nicht möglich, über die Zeitspanne des Trinkens dieses Quantums oder dessen Ende etwas zu sagen, sondern ein *biertrinken* findet zu jedem Zeitpunkt der Aktivität statt. Wird dieses Quantum näher bestimmt, wie in *Manfred trinkt ein Glas Bier*, so ist es allerdings möglich, die Zeitspanne, in der das vor sich geht, zu bestimmen. Während ein Verb wie *trinken* ein telisches Prädikat ist, ist *biertrinken* atelisch. Ein bestimmtes Bier ist irgendwann ausgetrunken, und bei einem Ausdruck wie *trinkt* *das Glas Bier* ist dieses Ziel inhärent. Die Verwendung des Massenterminus ändert das: bierbrauen, -zapfen oder -trinken usw. ist dieser Handlungsabschluß nicht inhärent, man könnte es (scheinbar) ewig tun – solange der Vorrat reicht.

Aber es gibt auch einige telische Verwendungsweisen von *trinkt* ohne ein zweites Argument. Allerdings handelt es sich hierbei um idiomatische Wendungen, bei denen auch ein Ziel der Tätigkeit benannt ist, worauf Anita Mittwoch hinweist:

> „ a. He drank himself into a stupor.
>
> b. He drank us all under the table.
>
> Whatever the derivation of such sentences, they are clearely idiomatic and the normal object of *drink* has been deleted.“ [12, S. 258]

Ein Übergang von einem telischen zu einem atelischen Ausdruck liegt ebenfalls bei den mit Prädikatbildungsregel 2 (Reduktion) gebildeten Prädikaten vor. Auch hier ist der mit dem reduzierten Prädikat gebildete Ausdruck

(3) *Pu ißt*

atelisch, während es sich beim mit dem Ausgangsprädikat gebildeten Satz

(2) *Pu ißt den Topf Honig*

um einen telischen Ausdruck handelt. In (3) ist die Argumentstelle mit dem Existenzquantor abgebunden, und über die verzehrte Menge nichts bekannt. Ebenso ist (15) wegen der Saturation über den Massenterminus *Honig* atelisch.

(15) *Pu ißt Honig.*

Welche Beziehungen haben wir nun zwischen den entsprechend gebildeten Prädikaten? Mit den Prädikatbildungsregeln 2 und 6 ergibt sich

Folgerung 3

$t[f_2\, \mu_2]_1 \rightharpoonup t[\mathsf{red}_2 f_2]_1$

Das ist auch intuitiv klar, denn ein Honigessen ist schließlich ein Essen und ein Biertrinken ein Trinken. Aber auch zu den mit Prädikatbildungsregel 1 gebildeten Prädikaten besteht ein Zusammenhang. Bilden wir entsprechend die Prädikate [*ißt den Topf Honig*], formal: [*ißt*$_2$ *den Topf Honig*$_2$]$_1$ und [*trinkt das Glas Bier*], formal: [*trinkt*$_2$ *das Glas Bier*$_2$]$_1$, so ergibt sich die

Folgerung 4

$t[f_2\, k_2]_1 \rightharpoonup t[f_2\, \mu_2]_1$

Denn das Essen eines ganzen Topfes Honig ist ein Honigessen und das Trinken eines Glases Bier ein Biertrinken.

6 Literaturverzeichnis

[1] K. Ajdukiewicz. Über die Anwendbarkeit der reinen Logik auf philosophische Probleme. In: D. Pearce und J. Woleński (Hrsg.), *Logischer Rationalismus. Philosophische Schriften der Lemberg-Warschauer Schule*, Athenäum, Frankfurt/M. 1988.

[2] K. F. Becker. *Ausführliche deutsche Grammatik als Kommentar zur Schulgrammatik.* Verlag von Friedrich Tempsky, Prag 1870.

[3] G. Carlson. Thematic roles and the individuation of events. In: S. Rothstein (Hrsg.), *Events and Grammar*, Kluwer, Dordrecht 1998.

[4] N. Chomsky. *Aspekte der Syntaxtheorie.* Suhrkamp, Frankfurt/M. 1969.

[5] B. Delbrück. *Vergleichende Syntax der indogermanischen Sprachen. Dritter Theil.* Karl J. Trübner, Strassburg 1900.

[6] S. C. Dik. *The Theory of Functional Grammar. Part 1: The Structure of the Clause.* Mouton de Gruyter, Berlin/New York 1997.

[7] R. Grandy. Anadic Logic and English. *Synthese* 32 (1976), 395–402.

[8] M. Krifka. *Nominalreferenz und Zeitkonstitution.* Wilhelm Fink, München 1989.

[9] M. Krifka. Massennomina. In: A. von Stechow und D. Wunderlich (Hrsg.), *Semantik. Ein internationales Handbuch der Zeitgenössischen Forschung*, Walter de Gruyter, Berlin/New York 1991, 399–417.

[10] J. D. McCawley. *Everything that Linguists have Always Wanted to Know about Logic but were ashamed to ask.* University of Chicago Press, Chicago/London 1993.

[11] J.W. Meiner. *Versuch einer an der menschlichen Sprache abgebildeten Vernunftlehre oder philosophische und allgemeine Sprachlehre.* 1781. Reprint: Frommann, Stuttgart/Bad-Cannstadt 1971.

[12] A. Mittwoch. Idioms and Unspecified NP Deletion. *Linguistic Inquiry* 2 (1971), 255–259.

[13] U. Scheffler. *Ereignis und Zeit. Ontologische Grundlagen der Kausalrelation.* Logos Verlag, Berlin 2001.

[14] U. Scheffler und M. Winkler. Tools. Predicate based logical relations between events. In: J. Faye, U. Scheffler und M. Urchs (Hrsg.), *Things, Facts and Events*, Rodopi, Amsterdam/Atlanta/GA 2001, 487–506.

[15] Y. Shramko. *Intuitionismus und Relevanz.* Logos Verlag, Berlin 1999.

[16] A. Sinowjew und H. Wessel. *Logische Sprachregeln.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975.

[17] A. A. Sinowjew. *Komplexe Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1970.

[18] L. Tesniére. *Grundzüge der strukturalen Syntax.* Klett-Cotta, Stuttgart 1980.

[19] K. Welke. *Deutsche Syntax funktional. Perspektiviertheit syntaktischer Strukturen.* Stauffenburg-Verlag, Tübingen 2002.

[20] H. Wessel. Grundlagen einer Theorie der Termini. *Zeitschrift für Semiotik*, 17 (1995), Nr. 3-4, 355–367.

[21] H. Wessel. *Logik.* Logos Verlag, Berlin 1998.

[22] M. Winkler. Valenzen in Kategorialgrammatik und Logik. In: W. Thielemann und K. Welke (Hrsg.), *Valenztheorie. Einsichten und Ausblicke*, Nodus, Münster 2001, 191–216.

[23] M. Winkler. Zur Rolle der Logik in der Linguistik. Formale Modellbildung und funktionale Sprachtheorie. *Zeitschrift für germanistische Linguistik.* (Im Druck)

[24] W. Wundt. *Logik. 1. Band.* Verlag von Ferdinand Enke, Stuttgart 1906.

Zwei Beiträge zur logischen Philosophie

Jan Woleński
wolenski@if.uj.edu.pl
Jagiellonian University, Krakow, Poland

Diese Tagung bringt mir die siebziger und achtziger Jahre ins Gedächtnis zurück, die besten Jahre der Krakauer Konferenzen zur Geschichte der Logik. Zu dieser Zeit hatten sie eine gut eingeführte Tradition. Die begann in den Fünfzigern. Zunächst waren die von Tadeusz Czezowski initiierten Tagungen hauptsächlich der Geschichte der vergangenen Logik gewidmet. Schrittweise, unter dem Einfluß von Stanisław J. Surma, wurde ihr Programm mehr auf die moderne Logik ausgerichtet. Die Konferenzen waren nicht nur wissenschaftliche, sondern auch soziale Ereignisse. In diesen Zeiten, in denen es schwierig war, aus den kommunistischen Ländern ins Ausland zu reisen, boten die Krakauer Treffen eine Möglichkeit zum direkten Kontakt zwischen Logikern aus dem Westen und denen, die im Osten lebten. Sie schufen auch feste Beziehungen zwischen Logikern kommunistischer Länder. Wenn ich mich auch nicht mehr genau erinnere, wann die ostdeutschen Logiker in Krakau erschienen sind, so bin ich doch sicher, daß ich Horst Wessel und seine jüngeren Mitarbeiter zum ersten mal auf einer der erwähnten Tagungen traf. Wir waren genauso von der logischen und philosophischen Kompetenz unserer deutschen Kollegen beeindruckt wie von ihrer Loyalität zu Alexander Sinowjew – wurde dieser doch in der Sowjetunion vollständig übergangen, selbst von seinen Moskauer Schülern. Ich freue mich sehr darüber, daß ich an der Wessel gewidmeten Tagung teilnehmen kann. Ich sehe keinen besseren Weg, meine Anwesenheit hier zu dokumentieren, als einige Kommentare zu zwei von Horsts Ideen aus seinem Buch *Logik und Philosophie* zu geben. An das Vergnügen, was ich beim Lesen der ersten Ausgabe 1976 (Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin) empfand, erinnere ich mich gut. Nun haben

Christiansen & Scheffler (Hrsg.):
Was folgt
Logos Verlag Berlin (2004), 299–309

wir die zweite Auflage (Logos Verlag, Berlin 1999; ich beziehe mich auf diese Ausgabe), im Wesentlichen unverändert, aber mit einem neuen Vorwort, das ein interessantes Licht auf die Situation in der DDR wirft. Insbesondere zeigt es, wie weit einige westeuropäische Kommentatoren, die unter komfortablen Umständen leben und arbeiten, von einem Verständnis der Vorgänge in Osteuropa entfernt sind.

Meine Kommentare betreffen die folgenden beiden Fragen:

1. den logischen Status des Wortes ‚nichts' [4, 3.7, S. 90–91];

2. das ausgeschlossene Dritte und der strenge Determinismus [4, 5.12, S. 151–152].

Grob gesprochen behauptet Wessel (Ad 1), daß ‚nichts' kein Terminus ist und (Ad 2) daß das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten kein Argument für den Determinismus bietet. Beide Thesen sind richtig, und ich möchte weitere Argumente für sie vorbringen.

1 ‚Nichts'

Es ist vielleicht nützlich, den ganzen Text, den Wessel dem ‚nichts' widmet zu zitieren:

> Ebenso, wie man meinte, der Terminus „Sein" sei aus der Kopula „ist" gebildet, schuf man in der Geschichte der Philosophie aus dem Negationsoperator „nicht" den scheinbaren Subjektterminus „Das Nichts". Einige Philosophen gingen noch weiter und führten auch noch einen von dem Operator „nicht" abgeleiteten Prädikatterminus „nichten" ein und behaupteten dann allen Ernstes Aussagen wie „Das nichts nichtet". Aus einem logischen Operator läßt sich aber korrekt weder solch ein Subjekt- noch solch ein Prädikatterminus bilden, deshalb handelt es sich bei „das Nichts", „nichten", „Das Nichts nichtet" nicht um Termini und Aussagen, sondern um sinnlose Wortkombinationen. Als Anregung für Philosophen, die solche Schöpfungen lieben, sei eine Untersuchung analoger Wendungen wie „Das Und undet" oder „Das Oder odert" empfohlen.

Immerhin, warum ist „das Nichts" kein Terminus? Diese Frage wurde schon vor Wessel von zwei Philosophen diskutiert. Kazimierz Twardowski war der erste, der eine Antwort fand (vgl. [3, Kapitel 5]). Er bestritt die These, daß es gegenstandslose Vorstellungen gäbe. Ein Argument für diese These besteht in dem Hinweis, daß wir eine Vorstellung vom Nichts haben. Da ‚nichts' nach Definition auf nichts referiert, haben wir eine gegenstandslose Vorstellung. Twardowski behauptet, daß diese Ansicht falsch ist. Scheinbar hat das Wort „Nichts", auf das sich Twardowski in der Diskussion bezieht, die Struktur „Nicht-Ding", dem lateinischen *non-ens* entsprechend. Es scheint Worten wie „Nicht-Vater" oder „Nicht-Mann" ähnlich zu sein. Nach Twardowski wird aber übersehen, daß „Nicht-Vater" kategorematisch ist, während „Nichts" synkategorematisch ist. Twardowski zeigt auch ein Kriterium auf, welches in dieser Situation anwendbar ist. Die traditionelle Logik unterschied verschiedene Operationen über Termini. Eine von ihnen ist *infinitatio* und besteht darin, ein „nicht" vor einen Terminus zu setzen (vergleiche „Nicht-Vater"). Eine formale Bedingung für eine korrekte *infinitation* ist die folgende. Sei T ein beliebiger Terminus. Dann kann T dann und nur dann durch ein Präfix „Nicht" *infinitiert* werden, wenn es einen Gattungsterminus T' so gibt, daß T und Nicht-T Arttermini bezüglich T' sind. Da der Terminus „Ding" (*ens*) keinen höheren Gattungsterminus hat, ist seine *infinitatio* unmöglich. Alle Sätze mit „Nichts", mit „Nicht-Ding", „nothing", müssen auf die folgende Weise paraphrasiert werden: Der Satz

(a) „Nichts ist ewig"

bedeutet

(b) „Es gibt kein Ding, das ewig ist".

In eine modernere Sprechweise gebracht, können wir sagen, daß „Nichts" ein versteckter Quantor ist, denn (b) hat seine prädikatenlogische Paraphrase in

(c) „Es existiert kein x, so daß x ewig ist".

Die frühere Einteilung der Ausdrücke in kategorematische und synkategorematische ist mittlerweile durch die Unterscheidung von logischen Zeichen und Termini abgelöst (ich übergehe andere Kategorien und subtile Probleme bezüglich der Prädikate). Twardowskis Intuition ist immerhin durch die Entwicklung der Logik vollständig bestätigt worden.

Das gleiche Problem wurde von Carnap in seiner Arbeit zur Überwindung der Metaphysik durch die logische Analyse der Sprache [2] untersucht. Carnap analysiert das berühmte Heidegger-*dictum*

(H) „Das Nichts nichtet".

Gegen einige Opponenten von Carnap ist es vielleicht interessant anzumerken, daß Carnap das ganze Fragment aus *Was ist Metaphysik?* zitiert und daß außerdem dieses Buch in Seminaren des Wiener Kreises gelesen wurde. Carnap arbeitete mit einer festen logischen Syntax der Prädkikatenlogik erster Stufe. Er beschränkt sich auf den monadischen Fall, atomare Sätze vom Typ Pa bilden die Basiskategorie. Darüber hinaus werden wahrheitsfunktionale Verknüpfungen von atomaren Sätzen, Quantifizierungen von offenen atomaren Sätzen und deren wahrheitsfunktionale Verknüpfungen als wohlgeformte Ausdrücke akzeptiert. Carnap bestreitet nicht, daß „Nichts" eine legitime Rolle spielen kann. So ist beispielsweise der Satz

(d) „Nichts ist draußen"

übersetzbar als

(e) „Es gibt kein x so, daß x draußen ist".

Das ist präzise das selbe Ergebnis, zu dem Twardowski gekommen ist, denn es qualifiziert „Nichts" als synkategorematischen Ausdruck. Damit wird es auf der Subjektposition eliminierbar. (H) ist kaum „nichtend", denn es hat „Das Nichts" in der Subjektposition und „nichtet" in der Prädikatposition. Carnap meint, daß (H) aus zwei Gründen nicht korrekt ist. Zunächst wird behauptet, daß „Das Nichts" ein Name ist, was bereits zurückgewiesen wurde. Außerdem führt (H) zu einem Widerspruch, denn es impliziert, daß „Das Nichts" existiert – im Gegensatz zur Annahme, daß es einfach nichts ist.

Über Carnap hinausgehend kann man zur Kenntnis nehmen, daß der Status von „nichtet" noch offen ist. Selbst wenn „Das Nichts" kein Name ist, könnte man „nichten" für ein echtes Prädikat halten. Allerdings, wenn dieser Weg gegangen werden soll, dann muß das Denotat des Prädikates festgelegt werden, das heißt eine Untermenge des Individuenbereiches. Entsprechend der intendierten Bedeutung von „nichten" ist die leere Menge der einzige Kandidat. (H) wird damit eine triviale Wahrheit:

(f) „Die leere Menge ist leer"

(vielleicht (f′) für alle x, x gehört genau dann zur Extension von „nichtet", wenn x zur Extension von „nichtet" gehört) oder ein falscher Satz, falls jemand behauptet, daß „Das Nichts" nicht leer ist. Vielleicht mag man sogar eine metaphysische Theorie über „Das Nichts“ *via* Logik und Mengentheorie auf der Beobachtung aufbauen, daß die leere Menge Untermenge jeder Menge ist. Angenommen, alles ist eine Menge, dann erhält man, daß „das Nichts“ überall ist. Obwohl diese Folgerung so ähnlich klingt wie Heideggers Behauptungen, ist sie trivial und ohne jede metaphysische Tiefe.

Zurück zu Wessel, wir können seine Aussagen etwas erweitern. Zunächst, seine Schlußfolgerung ist völlig richtig, denn „Das Nichts“ ist kein Terminus. Darüber hinaus, das entsprechende Prädikat „nichten“ behauptet entweder eine Wahrheit über die leere Menge oder produziert falsche Aussagen. Und schließlich halte ich Wessels Beispiele „Das Und undet“ und „Das Oder odert“ für beeindruckend, denn sie zeigen, wie künstlich (H) ist. Allerdings könnte einerseits ein Pole, der weiß, daß „Oder“ der deutsche Name des Flusses „Odra“ (auf Polnisch) ist und nichts weiter über Deutsch, annehmen, daß der Satz „Das Oder odert“ bedeutet, daß die Oder fließt. Andererseits hat der Satz „Odra odruje“ (die polnische Version von „Oder odert“) keinen Sinn auf Polnisch. Angenommen es gäbe einen Deutschen, der ein wenig Polnisch spricht und weiß, daß Polnisch ein Verb „lubi“ (liebt) hat. Der Satz „Lub lubi“ ist ein anderes Gegenstück zu „Das Oder odert“. Unser Deutscher könnte zum Schluß kommen, daß „Lub“ ein echter Name von jemandem ist, der eine Disposition zum Lieben hat. Tatsächlich ist „Luba“ ein häufiger russischer Name, der auch in anderen Sprachen vorkommt. Man könnte sich vorstellen, daß „Lub“ ein männlicher Name ist, mit dem der Satz „Lub lubit“ (oder „Lub lubi“) gemeinsam mit dem Prädikat „lubit“ („lubi“) gebildet wird. Obwohl das im Russischen oder Polnischen nicht sehr grammatisch ist, da „lubit“ („lubi“) ein zweistelliges Prädikat ist, muß das ein Ausländer ja nicht wissen. Der Satz ist aber sinnlos im Polnischen, wenn „Lub“ als Zeichen für die Adjunktion funktioniert. Dies bestätigt die These, daß Heideggers Beispiele bestimmte syntaktische und lexikalische Extravaganzen der deutschen Sprache ausbeuten. Also ist die seltsame Metaphysik eine Funktion einer absonderlichen Syntax und Lexik. Diese Schlußfolgerung kann den logischen Philosophen nur erfreuen.

2 Der Determinismus und das ausgeschlossene Dritte

Mit „logischer Determinismus“ wird die These bezeichnet, daß aus der Logik, speziell aus dem Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, der Determinismus in seiner fatalistischen Form folgt. Grob gesagt heißt Fatalismus, daß die

Zukunft eindeutig durch die Vergangenheit festgelegt ist. Präziser gesprochen behauptet der Fatalismus, daß aus

(EM) $A \vee \sim A$

(SD) folgt:

(SD) Für jedes A, A ist notwendig.

Wessel betrachtet zwei mögliche Argumente für den Fatalismus. Das erste betrifft kontingente Aussagen über die Zukunft. Sei A ein kontingenter Satz über die Zukunft. Da (EM) universell gültig ist, fällt A unter das Prinzip und ist wahr oder falsch. Mit der Voraussetzung, daß A wahr ist, erhalten wir, daß es wahr zu jeder Zeit ist; unter der Voraussetzung, daß A falsch ist, erhalten wir, daß $\sim A$ immer wahr ist. Also implizieren beide Alternativen, daß einer von zwei kontradiktorischen Sätzen immer wahr ist – und dies reicht für (SD). Wessel weist das Argument auf folgende Weise zurück [4, S. 152]:

> Aus dem Gesetz vom ausgeschlossenem Dritten wird bei dem Begründungsversuch des Fatalismus aber falsch geschlossen, daß eine beliebige Zukunftsaussage X entweder wahr oder falsch ist, und zwar wahr bzw. falsch seit aller Ewigkeit. Hier wird das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten mit dem Prinzip der Zweiwertigkeit verwechselt, nach dem jede Aussage (immer) genau einen der beiden Wahrheitswerte „wahr“ und „falsch“ hat. Dieses Prinzip gilt aber nicht uneingeschränkt. Wir können für eine beliebige Zukunftaussage X zwar behaupten: Wenn X wahr ist, so ist $\sim X$ falsch; und wenn X falsch ist, so ist $\sim X$ wahr. Wir können auch behaupten, X wird wahr sein oder $\sim X$ wird wahr sein. Doch heute können wir von einer beliebigen Zukunftsaussage weder begründet sagen, sie sei wahr noch sie sei falsch, heute ist sie vielmehr (im allgemeinen) unüberprüfbar. Sie wird sich vielmehr erst als wahr oder falsch heraustellen.

Das zweite von Wessel rekonstruierte Argument für den Fatalismus ist das folgende: Er unterscheidet zunächst logische und faktische Modalitäten. Ein Satz A ist etwa logisch notwendig, wenn A eine logische Wahrheit ist, während A dann und nur dann faktisch wahr ist, wenn es wahr in allen Welten ist, in denen die Naturgesetze gelten. Angenommen, (EM) gilt. Da es ein logisches Gesetz ist, gilt auch

(N) $\Box^{\mathrm{L}}(A \vee {\sim}A)$.

Wir konstatieren, daß logische Notwendigkeiten faktische implizieren: Wenn $\Box^{\mathrm{L}}A$, dann $\Box^{\mathrm{N}}A$. Das führt zu

(N′) $\Box^{\mathrm{N}}(A \vee {\sim}A)$.

Der Fatalist schließt nun, daß

(F) $\Box^{\mathrm{N}}A \vee \Box^{\mathrm{N}}{\sim}A$.

Dies allerdings, wie Wessel bemerkt, ist kein korrekter Schluß, denn die Notwendigkeit verteilt sich eben nicht über die Adjunktion.

Ich beginne meinen Kommentar ([5] folgend) mit dem zweiten Argument. Es wird von Wessel natürlich völlig richtig kritisiert, es ist aber noch mehr dazu zu sagen. Zuallererst ist die Unterscheidung zwischen logischer und faktischer Notwendigkeit nicht relevant, denn wir sollten annehmen, daß die grundlegenden logischen Beziehungen invariant bezüglich der verschiedenen Versionen von Notwendigkeit sind – zumindest im alethischen Fall, in der deontischen Logik mag das anders sein. Wir können also die Ableitung, die den Fatalismus unterstützen soll, zur folgenden Formelfolge vereinfachen:

(1) $A \vee {\sim}A$

(2) $\Box(A \vee {\sim}A)$

(3) $\Box A \vee \Box{\sim}A$.

Der Schritt von (1) zu (2) ist korrekt, von (2) zu (3) dagegen nicht, denn wir haben

(4) $\Box A \vee \Box{\sim}A \Rightarrow \Box(A \vee {\sim}A)$,

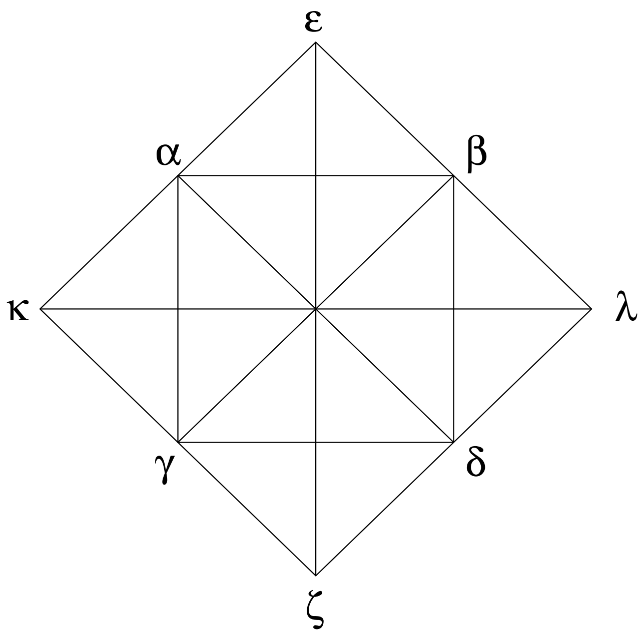
aber nicht

(5) $\Box(A \vee {\sim}A) \Rightarrow \Box A \vee \Box{\sim}A$.

Tatsächlich haben wir eine logische Beziehung zwischen dem Fatalismus und (EM), denn (F) – das ist $\Box A \vee \Box{\sim}A$ – impliziert (EM) via $\Box(A \vee {\sim}A)$. Das ist aber philosophisch völlig uninteressant, denn Tautologien werden von beliebigen Sätzen impliziert. Mehr noch, (EM) ist recht zufällig in diesem Kontext. Man kann (EM) überall in der Ableitung durch eine beliebige

Tautologie ersetzen. Der Satz (2) sagt eher, daß irgendetwas notwendig ist. Genauer gesagt, er behauptet, daß tautologische Zustände notwendig sind und exemplifiziert es an (EM). (3) ist eine außerlogische Wahrheit und kann nicht durch eine Tautologie impliziert werden. Um (3) allein auf logischer Grundlage zu rechtfertigen, muß gezeigt werden, daß ebenfalls tautologisch ist.

Die logische Situation des Determinismus und verwandter Prinzipien kann mit einem Diagramm (D) veranschaulicht werden (es ist eine Erweiterung des Schemas auf den Titelseiten der Serie *Logische Philosophie*):



Die griechischen Buchstaben stehen für die folgenden Sätze:

α – es ist notwendig, daß A;
β – es ist notwendig, daß $\sim A$;
γ – es ist möglich, daß A;
δ – es ist möglich, daß $\sim A$;
ε – $\alpha \vee \beta$ (es ist notwendig, daß A oder es ist notwendig, daß $\sim A$);
ζ – $\gamma \wedge \delta$ (es ist möglich, daß A und es ist möglich, daß $\sim A$; A ist kontingent);
κ – A ist wahr;
λ – $\sim A$ ist wahr.

Es gelten auch die bekannten Abhängigkeiten des gewöhnlichen logischen Quadrates und seiner Erweiterungen, das heißt:

$\alpha \Rightarrow \kappa$
$\alpha \Rightarrow \gamma$
$\alpha \Rightarrow \varepsilon$
$\sim(\alpha \wedge \beta)$
$\gamma \vee \delta$
$\kappa \vee \lambda$
$\alpha \vee \beta \vee \zeta$

und so fort. Alle diese Formeln sind modallogische Wahrheiten und können universalisiert werden, so haben wir beispielsweise $\forall A\, (\alpha(A) \vee \beta(A) \vee \zeta(A))$.

Keine der Formeln $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \kappa, \lambda\}$ ist aber eine Tautologie. Zwei sind hier von speziellem Interesse, nämlich ε und ζ. Wenn die erste generalisiert wird, erhält man (SD), das ist die Ansicht, daß alles notwendig ist, während die Generalisierung der zweiten den strengen Indeterminismus ausdrückt, demzufolge alles kontingent ist. Die Formel $\exists A\, \varepsilon(A) \wedge \exists A\, \zeta(A)$ drückt weiterhin eine Kombination von Determinismus und Indeterminismus aus, einen moderaten Determinismus/Indeterminismus, demzufolge etwas notwendig und etwas kontingent ist. Interessanterweise sind der moderate Determinismus und der moderate Indeterminismus logisch ununterscheidbar.

Es ist nun klar, daß der strenge Determinismus (der strenge Determinismus und der moderate Determinismus/Indeterminismus) nicht aus der Logik folgen und auch nicht folgen können. (EM) und das Prinzip der Bivalenz ((BI) – jeder Satz ist wahr oder falsch) spielen gar keine Rolle in den auf (D) basierenden Überlegungen. Sei $\mathbf{M}$ eine beliebige in (D) definierbare Modalität, also Notwendigkeit oder Möglichkeit oder Notwendigkeit, daß nicht (Unmöglichkeit), oder Möglichkeit, daß nicht (Nicht-Notwendigkeit), oder Antikontingenz (ε) oder Kontingenz. (EM) ist in diesem Rahmen jede Einsetzungsinstanz in das Schema

$(*)\ \ \mathbf{M}A \vee \sim\mathbf{M}A.$

Offensichtlich gibt es keinen logischen Schritt von einer Version von $(*)$ auf (SD). Tatsächlich muß man nur zwei Fälle diskutieren, nämlich

$(**)\ \ \Box A \vee \sim\Box A$

und

$(*\,*\,*)\ \ \mathbf{T}A \vee \sim\mathbf{T}A$

($\mathbf{T}A$ steht für „A ist wahr"). Um (SD) aus ($**$) zu erhalten, benötigt man die Äquivalenz von $\sim\Box A$ und $\Box\sim A$, das heißt von Nicht-Notwendigkeit und Unmöglichkeit, ($***$) dagegen würde mit der Identifikation von Wahrheit und Notwendigkeit zum strengen Determinismus führen. Beide Wege sind philosophisch gangbar, intuitiv zweifelhaft und vor allen Dingen außerlogisch. Wie bereits erwähnt, ist $\kappa \vee \lambda$, das heißt $\mathbf{T}A \vee \mathbf{T}\sim A$, ein logisch wahrer Satz. Identifiziert man $\sim\mathbf{T}\sim A$ und $\mathbf{T}A$, dann sind $\mathbf{T}\sim A$ und $\sim\mathbf{T}A$ äquivalent, und $\kappa \vee \lambda$ wird zu (EM). Mit der Entscheidung, daß „nicht-wahr-sein" dasselbe bedeutet wie „falsch", erhält man (BI). Immerhin ist (SD) nicht ableitbar.

Ich gehe zu Wessels Bewertung des ersten Argumentes über. Seine Diagnose halte ich für wesentlich korrekt, mit der Ausnahme, daß (BI) nur eingeschränkt gelten würde. Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, daß man (BI) in voller Allgemeinheit aufrecht erhalten kann, ohne in (SD) zu verfallen. Sei X eine Menge von wahren Aussagen über die Vergangenheit bezüglich eines Zeitpunktes t, der für die Gegenwart steht. Sei A eine beliebige kontingente Aussage über die Zukunft. Wenn X unvollständig ist, ist es an jedem unabhängigen A gabelbar (vgl. [1, 168–169]). Es gibt aber gute intuitive Gründe, kontingente Aussagen über die Zukunft als logisch unabhängig von der Vergangenheit zu behandeln. Demnach ist X gabelbar an A. Dann sind beide Mengen $X \cup A$ und $X \cup \sim A$ konsistent und haben jeweils ein Modell – etwa $\mathbf{F}$ und $\mathbf{F}'$. A ist wahr in $\mathbf{F}$ und $\sim A$ ist wahr in $\mathbf{F}'$. Natürlich sind das verschiedene Modelle, verifizieren sie doch kontradiktorische Sätze. Alle von Wessel angeführten Ableitungen gelten, denn wenn A wahr in $\mathbf{F}$ ist, ist $\sim A$ falsch in diesem Modell, und so fort. (BI) jedoch gilt ohne Einschränkung. Wir haben lediglich zu beachten, daß wir nicht mehr über Wahrheit *simpliciter*, sondern über Wahrheit im Modell sprechen. Diese Erwägung erlaubt auch die logische Charakterisierung von (SD). Dem entsprechenden Standpunkt zufolge ist X (die Menge der Sätze über die Vergangenheit) vollständig und nicht gabelbar. Diese Auffassung ist durch nichts gerechtfertigt. Es braucht nicht betont zu werden, daß meine Bemerkungen auf der klassischen Logik basieren. Das legt nahe, daß der logische Determinismus ohne Veränderungen in der zugrundeliegenden Logik zurückgewiesen werden kann.

3 Literaturverzeichnis

[1] G. Asser. *Einführung in die mathematische Logik, Teil II, Prädikatenkalkül der ersten Stufe.* BSB Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1972.

[2] R. Carnap. Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache. *Erkenntnis* 2 (1931), 219–241.

[3] K. Twardowski. *Die Lehre vom Inhalt und Gegenstand der Vorstellungen*, Hölder, Wien 1894. Repr.: Philosophia Verlag, München 1982.

[4] H. Wessel. *Logik und Philosophie*. Neuveröffentlichung: Logos Verlag, Berlin 1999. Erste Auflage: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1976.

[5] J. Woleński. Dieterminism i logika. (Russ.) *Voprosy Filosofii* 5 (2003), 71–81.

Bibliographie der wissenschaftlichen Arbeiten von Horst Wessel

[1] Wessel, Horst: Soll die Logik im Erziehungswesen das Aschenputtel bleiben? In: *Die Unterstufe* 9 (1964), S. 4–7

[2] Wessel, Horst: Rezension zu: G. Klaus, Semiotik und Erkenntnistheorie, Berlin 1963. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 4 (1965), S. 514–518

[3] Wessel, Horst: Moderne Biologie. Besprechung von: Voprosy filosofii, Moskva 1965, Nr. 7. In: *Neues Deutschland* (10.8.1965)

[4] Wessel, Horst: Sravnitel'noe ponjatie istiny i topologičeskaja logika Gempelja (Der vergleichende Wahrheitsbegriff und die topologische Logik Hempels). In: *Materialy k simpoziumu po logike nauki.* Kiew, 1966, S. 40–51

[5] Wessel, H. A.: *Problema istiny v dialektike i v sovremennoj logike (Das Wahrheitsproblem in der Dialektik und in der modernen Logik).* Moskau, Moskauer Staatliche Universität, Kandidatendisseration, 1967. – 152 S.

[6] Wessel, H. A.: *Problema istiny v dialektike i v sovremennoj logike (Das Wahrheitsproblem in der Dialektik und in der modernen Logik).* Avtoreferat dissertacii na soiskanie učenoj stepeni kandidata filosofskich nauk, Moskva 1967. – 15 S.

[7] Wessel, Horst: Zu einer Bedeutung des Terminus „absolute Wahrheit". In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 1 (1967), S. 80–84

[8] Wessel, H. A.: Logičeskij aspekt teorii absoljutnoj i otnositel'noj istiny (Der logische Aspekt der Theorie der absoluten und der relativen Wahrheit). In: *Voprosy filosofii* 8 (1967), S. 56–64

[9] WESSEL, Horst: Logiker erobern den Büchermarkt. Sowjetische Neuerscheinungen zur Logik. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 6/1967)

[10] WESSEL, Horst/WESSEL, Harald: Kybernetik im Dienste des Kommunismus. Überblick über Neuerscheinungen. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 8/1967)

[11] WESSEL, Horst: Besprechung von: Genetika, Moskva 1967, Nr. 10, Leistungsbilanz sowjetischer Genetiker. In: *Neues Deutschland* (23.11. 1967)

[12] WESSEL, Horst: *Logik. Studienanleitung.* Berlin 1968. – 70 S.

[13] WESSEL, Horst: Zur Wahrheitsproblematik in den empirischen Wissenschaften. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Sonderheft (1968), S. 192–203

[14] WESSEL, Horst: Zu einigen logisch-methodologischen Problemen der Prognose. In: *Die philosophische Lehre von Karl Marx und ihre aktuelle Bedeutung. Philosophischer Kongreß der DDR.* Berlin 1968, S. 804–809

[15] WESSEL, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. SINOWJEW, *Über mehrwertige Logik. Ein Abriß.* Erste Auflage. Deutscher Verlag der Wissenschaften/Friedr. Vieweg & Sohn/C. F. Winter'sche Verlagshandlung, Berlin/Braunschweig/Base 1968. – 128 S. 2. Auflage 1970

[16] WESSEL, Horst: Moderne Logik in der UdSSR. Besprechung von: G. KRÖBER (Hrsg.), Studien zur Logik der wissenschaftlichen Erkenntnis, Berlin 1967. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 3/1968)

[17] WESSEL, Horst/SÖDER, K.: Logik im Lande Lenins. In: *Neues Deutschland* (16.11.1968)

[18] WESSEL, Horst: Besprechung von: Karl MARX, Mathematische Manuskripte. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 12/1968)

[19] WESSEL, Horst: Rezension zu: J. M. BOCHEŃSKI, Logik der Religion, Köln 1968. In: *Referateblatt „Philosophie"* (1968). – Hrsg. von der Zentralstelle f. d. philos. Information und Dokumentation am Inst. f. Gesellschaftswiss. beim ZK der SED

[20] Wessel, Horst: Bausteine zum Weltbild. Besprechung von: Mikrokosmos – Makrokosmos. Philosophisch-theoretische Probleme der Naturwissenschaft, Technik und Medizin, hrsg. von H. Ley und R. Löther, Bd. 2, Berlin 1967. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 3/1968)

[21] Wessel, Horst: Über mögliche Explikationen der Termini „relative Wahrheit“ und „absolute Wahrheit“. In: Laitko, H./Bellmann, R. (Hrsg.): *Wege des Erkennens*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1969, S. 222–241

[22] Wessel, Horst: Fragen an Markus Heger. In: *Forum* 10 (1969), S. 14

[23] Wessel, Horst: Karl Marx und die Mathematik. In: *Mathematik in der Schule* 10 (1969), S. 792–796

[24] Wessel, Horst: Schatzkammer in vier Bänden. Zur Einsteinedition in der UdSSR. In: *Neues Deutschland* (15.3.1969)

[25] Wessel, Horst: Neues aus der Logikschule der UdSSR. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 3/1969)

[26] Wessel, Horst: Ein Philosoph über Genetik. Besprechung von: Frolow, Genetika i dialektika, Moskva 1968. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 5/1969)

[27] Wessel, Horst: Philosophie im Geiste Lenins. Besprechung von: Voprosy filosofii 1969, Nr. 5. In: *Neues Deutschland* (24.6.1969)

[28] W[essel], H. A.: Eine Methode der Prognose. Besprechung von: Kibernetika 1969, Nr. 2. In: *Neues Deutschland* (1.7.1969)

[29] Wessel, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. Sinowjew, *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens*. Erste Auflage. Deutscher Verlag der Wissenschaften und Friedr. Vieweg & Sohn/C. F. Winter'sche Verlagshandlung, Berlin und Braunschweig/Basel 1970. – 385 S.

[30] Wessel, H. A.: O topologičeskoj logike (Über topologische Logik). In: Tavanec, V. (Hrsg.): *Neklassičeskaja logika*. Nauka, Moskva 1970, S. 238–262

[31] Wessel, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Nachwort zu: J. A. Petrov, *Logische Probleme der Realisierbarkeits- und Unendlichkeitsbegriffe.* Akademie-Verlag, Berlin 1971. – 186 S.

[32] Wessel, H. A.: Topologičeskie logiki i ich interpretacii (Topologische Logiken und ihre Interpretationen). In: *Voprosy filosofii* 1 (1971), S. 67–74

[33] Wessel, Horst: Resumé des Vortrages „Überlegungen zum Aufbau einer Logik der Entwicklung". In: *Der IV. Internationale Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 29 VIII – 4 IX 1971. Abstracts.* Bukarest, 1971, S. 193–194

[34] Wessel, H./Parthey, H.: Der IV. Internationale Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1971), S. 1490–1492

[35] Wessel, Horst: Rezension zu: S. E. Reznik, Nikolaj Vavilov, Moskva 1968. In: *Biologie in der Schule* 6 (1971), S. 251–252

[36] Wessel, Horst: Rezension zu: A. A. Sinovev, Kompleksnaja logika, Moskva 1970, 203 S. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1971), S. 1038–1042

[37] Wessel, Horst: Wie weit reicht die Logik? Besprechung sowjetischer Neuerscheinungen. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 5/1971)

[38] Wessel, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972

[39] Wessel, Horst: Die Entwicklung der Logik in der Sowjetunion an philosophischen Bildungs- und Forschungseinrichtungen. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972, S. 9–32

[40] Wessel, Horst: Eine dialogische Begründung logischer Gesetze. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972, S. 256–278

[41] Wessel, Horst: Probleme topologischer Logiken. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972, S. 279–298

[42] WESSEL, Horst/KELLER, Peter/KUCHLING, Heinz/KUMMER, Wolf/SÖDER, Karl: *Einführung in die klassische zweiwertige Aussagenlogik. Studienanleitung.* Berlin 1972 (Fernstudium Philosophie). – Hrsg. von der Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. 206 S.

[43] WESSEL, Horst: Über den Charakter logischer Gesetze. In: GRIESE, A./LAITKO, H. (Hrsg.): *Gesetz, Erkenntnis, Handeln. Beiträge zum marxistisch-leninistischen Gesetzesbegriff.* Dietz Verlag, Berlin 1972, S. 234–276

[44] WESSEL, Horst: Überlegungen zum Aufbau einer Logik der Entwicklung. In: *Teorie a metoda* IV (1972), Nr. 3, S. 25–32

[45] WESSEL, Horst: Rezension zu: Issledovanija logičeskich sistem, hrsg. von P. V. TAVANEC, Moskva 1970, 334 S. In: *Deutsche Literaturzeitung* 3 (1972), S. 208–210

[46] WESSEL, Horst: Rezension zu: A. A. IVIN, Osnovanija logiki ocenok, Moskva 1970. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1972), S. 1069–1072

[47] WESSEL, Horst: Rezension zu: K. BERKA/L. KREISER, Logik-Texte, Berlin 1971. In: *Voprosy filosofii* 10 (1972), S. 183

[48] WESSEL, Horst: Logisches Denken leicht gemacht. Besprechung von: O. ZICH/A. KOLMAN, Unterhaltsame Logik, Leipzig 1970 und K. BERKA/L. KREISER, Logik-Texte, Berlin 1971. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 1/1972)

[49] WESSEL, Horst: Erste Bekanntschaft mit der Elektronik. Besprechung zu: M. KOVÁCS, Rechenautomaten und logische Spiele, Leipzig 1971. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 6/1972)

[50] WESSEL, Horst: Mengenvergleich hilft sogar dem Sherlok Holmes. Besprechung von: N. Z. WILENKIN, Unterhaltsame Mengenlehre, Leipzig 1972. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 9/1972)

[51] Arbeitsgruppe unter Leitung von Horst Wessel: *Lehrprogramm für das Lehrgebiet Logik zur Ausbildung in der Grundstudienrichtung Marxistisch-leninistische Philosophie an den Universitäten und Hochschulen der DDR.* 1973. – Überarbeitete Fassung 1983

[52] Wessel, Horst: Bemerkungen zur Explikation des Terminus „Entwicklung“. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Math. Nat. Reihe* 1 (1973), S. 113–117

[53] Wessel, H. A.: O logičeskoj eksplikacii terminov razvitija (Zur logischen Explikation von Entwicklungstermini). In: Tavanec, P. V. (Hrsg.): *Teorija logičeskogo vyvoda.* Nauka, Moskva 1973, S. 259–270

[54] Wessel, Horst: Resumé des Diskussionsbeitrags „Logische Rekonstruktion von Entwicklungstermini“. In: *XVth World Congress of Philosophy, 17 – 22.IX.1973, Varna (Bulgaria). Abstracts.* Sofia, 1973, Abstr.–Nr. 658

[55] Wessel, Horst: Rezension zu: K. Berka/L. Kreiser, Logik-Texte. In: *Deutsche Literaturzeitung* 4/5 (1973), S. 298–300

[56] Wessel, Horst: Von Platon bis Frege. Besprechung von: G. Schenk, Zur Geschichte der logischen Form, Berlin 1973 und G. Frege, Schriften zur Logik, hrsg. von L. Kreiser, Berlin 1973. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 4/1973)

[57] Wessel, Horst: *Logik und Philosophie.* Berlin, Humboldt-Universität zu Berlin, Philosophische Fakultät, Dissertation B, 1974. – 418 S.

[58] Wessel, Horst: Schemy opredelenij modal'nostej (Definitionsschemata für Modalitäten). In: *Teorija logičeskogo vyvoda (Tezisy dokladov Vsesojuznogo simpoziuma, Moskva, mart 25–27, 1974 g.)* Bd. 1. Moskva, 1974, S. 9–11

[59] Wessel, Horst: Schemata zur Einführung von Modalitäten in die Wissenschaftssprache. In: *Teorie a metoda* VI (1974), Nr. 3, S. 71–88

[60] Wessel, Horst: Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus – drei Fehldeutungen von Modalitäten. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1974), S. 1454–1468

[61] Wessel, Horst: Neue Arbeiten über mathematische Logik. Besprechung sowjetischer Neuerscheinungen. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 4/1974)

[62] Sinowjew, A./Wessel, H.: *Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften und Fink-Verlag, Berlin und München/Salzburg 1975. – 592 S.

[63] Wessel, Horst (Hrsg.): Bearbeitung der deutschen Ausgabe von und Vorwort zu: A. A. Sinowjew, *Logik und Sprache der Physik*. Akademie-Verlag, Berlin 1975. – Vom Autor überarbeitete und erweiterte Fassung. 250 S.

[64] Wessel, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. Iwin, *Grundlagen der Logik von Wertungen*. Akademie-Verlag, Berlin und Braunschweig 1975. – 320 S.

[65] Wessel, H.: Wissenschaftliche Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. Markow, Was ist konstruktive Mathematik? In: *Urania Schriftenreihe für den Referenten* 3 (1975). – 40 S.

[66] Wessel, Horst: Modal'nye predikaty (Modale Prädikate). In: Čupin, P./Zinov'ev, A./Kuznecov, A. (Hrsg.): *Logika i fizika*. Sverdlovsk 1975. – Ural'skij Gosudarstvennij Universitet, S. 80–83

[67] Wessel, Horst: Kritik der Kantschen Antinomien der reinen Vernunft in der Wissenschaftslogik. In: Ley, Hermann/Ruben, Peter/Stiehler, Gottfried (Hrsg.): *Zum Kantverständnis unserer Zeit. Beiträge*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975, S. 281–319

[68] Wessel, H.: „Gott“ und die Logik. Kritische Bemerkungen zu einer Logik der Religion. In: Hörz, H./Iljin, J. (Hrsg.): *Der dialektische Materialismus und seine Kritiker*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975, S. 254–266

[69] Wessel, Horst: Logische Rekonstruktion von Entwicklungstermini. In: *Proceedings of the XVth World Congress of Philosophy, 17th to 22nd September 1973, Varna (Bulgaria)* Bd. 5: Problems of Contemporary Logic. Sofia, 1975, S. 131–134

[70] Wessel, Horst: *Logik und Philosophie*. Erste Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1976 (Weltanschauung heute). – 237 S.

[71] Wessel, Horst/Zinov'ev, A.: Logic and empirical Sciences (Logik und empirische Wissenschaften). In: *Studia Logica* 35 (1976), Nr. 1, S. 17–44

[72] Wessel, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977

[73] Wessel, Horst: Methodologie der empirischen Wissenschaften als Bestandteil der Logik. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977, S. 1–37

[74] Wessel, Horst: Modalitäten in empirischen Wissenschaften. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977, S. 77–107

[75] Wessel, H./Wuttich, K.: Ein System der epistemischen Logik. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977, S. 150–163

[76] Wessel, Horst: Philosophie und Logik. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Math. Nat. Reihe* 1 (1977), S. 43–56

[77] Wessel, Horst: Faßliche Einführung in die formale Logik. Besprechung von: L. Borkowski, Formale Logik. Logische Systeme. Einführung in die Metalogik, hrsg. von L. Kreiser, Berlin 1976. In: *Neues Deutschland* (22./23.1.1977)

[78] Wessel, Horst: Gute Ausgangsbasis für philosophische Dispute. Besprechung von: W. Heitsch, Mathematik und Weltanschauung, Berlin 1976. In: *Neues Deutschland* (26./27.3.1977)

[79] Wessel, Horst: Stichworte: Analyse; Begriff; diskursiv; Einfachheit; Formalisierung; Gesetze, logische; Identität; Kalkül; Kategorie; Klasse, logische; Kriterium; Logik; Logistik; Menge; Synthese; Terminus; Theorem; Urteil; Wahrheit, konkrete; Wahrheit, relative und absolute; Wahrheit, objektive; Widerspruch, logischer; Wissenschaftslogik. In: Hörz, H./Löther, R./Wollgast, S. (Hrsg.): *Philosophie und Naturwissenschaften. Wörterbuch zu den philosophischen Fragen der Naturwissenschaften*. Erste Auflage. Dietz Verlag, Berlin 1978

[80] Wessel, Horst: Gegenstand und Methoden der Logik. Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1978 (1). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 58 S.

[81] Wessel, Horst: Das Existenzprädikat und der Universalienstreit. In: *16. Weltkongreß für Philosophie, 27. August – 2. September 1978, Düsseldorf/Bundesrepublik Deutschland. Sektionsvorträge.* Düsseldorf, 1978, S. 687–690

[82] Wessel, Horst: Definition des Existenzprädikates als Voraussetzung zur Lösung des zeitgenössischen Universalienstreites. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 3 (1978), S. 367–377

[83] Wessel, H./Wuttich, K.: Rezension zu: J. M. Bocheński, Was ist Autorität? Einführung in die Logik der Autorität, Freiburg/Basel/ Wien 1974, 128 S. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 3 (1978), S. 409–411

[84] Wessel, Horst: Aussagenlogik II. Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1979 (3). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 74 S.

[85] Wessel, Horst: Paradoxien der strengen logischen Folgebeziehung. In: *Memorial-Conference 100 Years Begriffsschrift. Abstracts.* Jena, 1979, S. 57–59

[86] Wessel, Horst: Ein System der strikten logischen Folgebeziehung. In: Bolck, Franz (Hrsg.): *„Begriffsschrift", Jenaer Frege-Konferenz, 7.–11. Mai 1979. Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena.* Jena, 1979, S. 505–518

[87] Wessel, Horst: Widersprüchliche Theorien und logische Folgebeziehung. In: *6th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Hannover August 22 – August 29 1979. Abstracts, Sections 5, 7.* Hannover, 1979, S. 204–208

[88] Albrecht, Erhard/Wessel, Horst: Der Universalienstreit heute. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1979), S. 988–998

[89] Wessel, Horst: Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1980), S. 1429–1442

[90] Dölling, J./Wessel, H.: Erfahrungen mit dem Lehrprogramm für das Lehrgebiet Logik. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1980), S. 1522–1528

[91] Wessel, Horst: Rezension zu: K. Ajdukiewicz, The scientific world-perspective and other essays. 1931–1963, Dordrecht – Holland/Boston – USA 1978, 378 S. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1980), S. 1529–1532

[92] Wessel, Horst: Aussagenlogik I. Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1980 (2). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 50 S.

[93] Wessel, Horst: Prädikationstheorie und Quantorenlogik. Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1981 (4). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 68 S.

[94] Wessel, Horst: Rezension zu: G. Gutzmann, Logik und Erfahrungswissenschaft. Kalkülismus und Wege zu seiner Überwindung, Berlin (West) 1980. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1981), S. 989–992

[95] Wessel, Horst: Intuitionistische und konstruktive Logik. Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1982 (5). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 64 S.

[96] Wessel, Horst: Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 11 (1982), S. 1363–1368

[97] Wessel, Horst: Terminitheorie, Modalitäten. Zentralstelle für das Hochschulfernstudium des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen, Dresden. Dresden, 1983 (Logik, 6. Lehrbrief). – Lehrmaterial für das Hochschulfernstudium. 64 S.

[98] Wessel, Horst: Nichttraditionelle Prädikationstheorie und intuitionistische Aussagenlogik. In: *7th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Salzburg, Austria, July 11th – 16th 1983* Bd. 2: Abstracts of Sections 5 and 12. Salzburg, 1983, S. 219–222

[99] Wessel, Horst: Nichttraditionelle Prädikationstheorie und intuitionistische Aussagenlogik. In: *VII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 11.–16.7.1983, Salzburg – DDR-Beiträge –*. Berlin, 1983 (Kolloquien, Bd. 32), S. 106–117

[100] Wessel, Horst: Stichworte: Analyse; Begriff; diskursiv; Einfachheit; Formalisierung; Gesetze, logische; Identität; Kalkül; Kategorie; Klasse, logische; Kriterium; Logik; Logistik; Menge; Synthese; Terminus; Theorem; Urteil; Wahrheit, konkrete; Wahrheit, relative und absolute; Wahrheit, objektive; Widerspruch, logischer; Wissenschaftslogik. In: Hörz, H./Löther, R./Wollgast, S. (Hrsg.): *Philosophie und Naturwissenschaften. Wörterbuch zu den philosophischen Fragen der Naturwissenschaften.* Zweite Auflage. Dietz Verlag, Berlin 1983. – Erste Aufl. 1978

[101] Wessel, Horst: *Logik.* Erste Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1984. – 395 S.

[102] Wessel, Horst: Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logikkonzeption. In: Wechsung, G. (Hrsg.): *Frege Conference 1984. Proceedings of the International Conference held at Schwerin (GDR). September 10–14.1984.* Akademie-Verlag, Berlin 1984 (Mathematical Research, Bd. 20), S. 284–288

[103] Wessel, Horst: Referat zu: Ch. W. Morris, Symbolik und Realität, Frankfurt a. M. 1981. In: *Referateblatt „Philosophie“* 2 (1984), S. 101

[104] Schenk, Günter/Wessel, Horst (Hrsg.): *Kongress- und Tagungsberichte der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Wissenschaftliche Beiträge.* Bd. 19 (A74): *Entwicklungstendenzen nichtklassischer Logiken und Probleme ihrer Geschichtsschreibung.* Halle (Saale) 1985. – 126 S.

[105] Wessel, Horst: Toleranz- oder Universalitätsprinzip/Philosophische Betrachtung zur Geschichte der intuitionistischen Logik. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Gesellschafts- und Sprachwissenschaftliche Reihe* 3 (1985), Nr. XXXIV, S. 53–58

[106] Wessel, Horst: Svobodnaja ot paradoksov sistema sledovanija v logike vyskazyvanij i netradicionnoj theorii predikacii (Ein paradoxienfreies System der Folgebeziehung in der Aussagenlogik und der nichttraditionellen Prädikationstheorie). In: Celiščev, V./Karpovič, N. (Hrsg.): *Filosofskie ocnovanija naučnoj teorii.* Nauka, Sibirskoje otdelenije, Novosibirsk 1985, S. 3–37

[107] Wessel, Horst: Zur Semantik von Subjekttermini. In: Krampitz, K.-H./Wuttich, K. (Hrsg.): *Termini, Existenz, Modalitäten.* Berlin 1986 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 4), S. 3–12

[108] Wessel, Horst: *Logik.* Zweite Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1986. – 395 S. Erste Aufl. 1984

[109] Wessel, Horst: Ein Plädoyer für die Universalität der Logik. In: Welke, K. (Hrsg.): *Sprache, Bewußtsein, Tätigkeit. Zur Sprachkonzeption Wilhelm von Humboldts.* Akademie-Verlag, Berlin 1986, S. 94–104

[110] Wessel, Horst: Die Stellung der Logik in Humboldts Sprachphilosophie. In: *Humboldt-Grimm-Konferenz, Berlin, 22.–25. Oktober 1985, Protokollband, Teil 1.* Berlin 1986, S. 285–292

[111] Wessel, Horst: Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande. In: *VIII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 17.–22.8.1987, Moskau – DDR-Beiträge –*. Berlin 1987, S. 123–132

[112] Wessel, Horst: Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande. In: *8 International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Moscow, UdSSR, 17–22. August 1987. Abstracts* Bd. 1. Nauka, Moscow 1987, S. 365–367

[113] Wessel, Horst: Non-traditional predication theory and its applications. In: Ruzsa, I./Szabolsci, A. (Hrsg.): *Proceedings of the '87 Debrecen Symposium on Logic and Language.* Budapest, 1987, S. 231–239

[114] Wessel, Horst: Uwagi o nie-tradycyjnej teorii orzekania. In: *Edukacja Filozoficzna* 3 (1987), S. 369–375

[115] Wessel, H. (Hrsg.): *Informationsbulletin. Aus dem philosophischen Leben der DDR.* Bd. 11: Philosophische Logik. 1987. – 5–20 S. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED.

[116] Wessel, Horst: Universalitäts- oder Toleranzprinzip in der Logik? Kritische Bemerkungen zu sogenannten alternativen Logiken. In: *Informationsbulletin. Aus dem philosophischen Leben der DDR* 11: Philosophische Logik (1987), S. 5–20. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED. Hrsg. von H. Wessel

[117] Wessel, Horst: Univerzalitás- vagy toleranciaelv a logikában. In: *Tertium non datur, Logikai-Metodolódiai Tanŭlmányok* 4 (1987), S. 183–200

[118] Wessel, Horst: Vage Prädikate und Prädikationstheorie. In: Dölling, Evelyn (Hrsg.): *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik* Bd. 2. Berlin 1987. – Akademie der Wissenschaften der DDR, S. 103–112

[119] Scheffler, U./Wessel, H.: Ein System der strikten logischen Folgebeziehung für Konditionalaussagen mit Semantik. In: Dölling, Evelyn (Hrsg.): *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik* Bd. 1. Berlin 1987. – Akademie der Wissenschaften der DDR, S. 30–39

[120] Krampitz, K.-H./Scheffler, U./Wessel, H./Wuttich, K.: Aufgabensammlung. Zentralstelle für das Hochschulfernstudium des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen. Berlin, 1987 (Logik, 7. Lehrbrief). – Lehrmaterial für das Hochschulfernstudium. 51 S.

[121] Wessel, H. (Hrsg.): *Thematische Information. Philosophie.* Bd. 2: Logische Philosophie. 1988. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED.

[122] Wessel, Horst: Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie. In: *Thematische Information. Philosophie* 2: Logische Philosophie (1988), S. 6–24. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED. Hrsg. von H. Wessel

[123] Wessel, Horst: Nekotorije paralogismi nekotorich parakonsistentnich logikov. In: Dyankov, Bogdan (Hrsg.): *Logical Consistency and dialectical Contradiction* Bd. 2. Sofia 1988. – Unified Centre for Philosophy and Sociology, Institute of Philosophy „Akad. Todor Pavlov“, S. 135–142

[124] Wessel, Horst: Kritik der intuitionistischen Logikkonzeption. In: Dyankov, Bogdan (Hrsg.): *Types of logical Systems and the Problem of Truth* Bd. 2. Sofia 1988. – Unified Centre for Philosophy and Sociology, Institute of Philosophy „Akad. Todor Pavlov“, S. 221–236

[125] Wessel, Horst: *Logik*. Dritte Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1989. – 395 S. Erste Aufl. 1984

[126] Wessel, Horst (Hrsg.): Vorwort zu: *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“.* Berlin 1989 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2)

[127] Wessel, Horst: Wertungen als empirische Aussagen. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“.* Berlin 1989 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2), S. 2–14

[128] Wessel, Horst: „Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht“. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“.* Berlin 1989 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2), S. 100–108

[129] Wessel, Horst: Logische, dialektische und mystische Widersprüche. In: Wessel, Horst (Hrsg.): *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“.* Berlin 1989 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2), S. 121–127

[130] Wessel, Horst: Stichworte: Analyse; Antinomie; Aporie; Aussage; diskursiv; Formalisierung; Identität; Irrtum; Kalkül; Kategorie; Logik; logische Klasse; logischer Begriff; logischer Widerspruch; logisches Gesetz; Logistik; Menge; Paradoxie; Relation; semantische Kategorie; Synthese; Terminus; Urteil; Wahrheit; Wissenschaftslogik. In: Hörz, H./ Löther, R./Schmutzer, E./Wollgast, S. (Hrsg.): *Philosophie und Naturwissenschaften. Wörterbuch zu den philosophischen Fragen der Naturwissenschaften* Bd. 1 und 2. Dritte Auflage. Dietz Verlag, Berlin 1991. – Neuausgabe. Erste Aufl. 1978

[131] Wessel, Horst: Eine Lösung der Rabenparadoxie. In: *9th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, August 7–14, 1991, Uppsala, Sweden. Abstracts* Bd. 2. Uppsala, 1991, S. 114

[132] Wessel, Horst: Alternative Logiken und empirische Wissenschaften. In: *Analyomen. Saarbrücken, 9.–12. Oktober 1991*, 1991. – Abstracts

[133] Wessel, Horst (Hrsg.): Vorwort zu: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin* 41: Komplexe Logik. Symposium zu Ehren Alexander Sinowjew (1992), Nr. 9, S. 5.

[134] Wessel, Horst: Das logische Werk von Alexander Sinowjew. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin* 41: Komplexe Logik. Symposium zu Ehren Alexander Sinowjew (1992), Nr. 9, S. 7–12. – Hrsg. von H. Wessel

[135] Wessel, Horst: Existenz, Ununterscheidbarkeit, Identität. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin* 41: Komplexe Logik. Symposium zu Ehren Alexander Sinowjew (1992), Nr. 9, S. 30–39. – Hrsg. von H. Wessel

[136] Wessel, Horst: Zur Lösung einiger Paradoxien. In: Stelzner, Werner (Hrsg.): *Philosophie und Logik. Frege-Kolloquien Jena 1989/1991.* Walter de Gruyter, Berlin/New York 1993 (Perspektiven der Analytischen Philosophie, Bd. 3). – Beitrag zur Jenaer Frege-Konferenz, S. 302–308

[137] Wessel, Horst: Alternative Logiken und empirische Wissenschaften. In: Meggle, Georg/Wessels, Ulla (Hrsg.): *Analyomen 1. Proceedings of the 1st Conference „Perspectives in Analytical Philosophy“*. Walter de Gruyter, Berlin/New York 1994 (Perspektiven der Analytischen Philosophie). – Vortrag auf der Tagung der Gesellschaft für analytische Philosophie in Saarbrücken, S. 168–176

[138] Wessel, Horst: Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik? Darstellung und Kritik der Reichenbachschen dreiwertigen Quantenlogik. In: Danneberg, Lutz/Kamlah, Andreas/Schäfer, Lothar (Hrsg.): *Hans Reichenbach und die Berliner Gruppe.* Vieweg Verlag, Braunschweig/Wiesbaden 1994. – Vortrag auf dem Hamburger Reichenbach-Kolloquium, S. 373–379

[139] Wessel, Horst: Grundlagen einer Theorie der Termini. In: *Zeitschrift für Semiotik* 17 (1995), Nr. 3-4, S. 355–367. – Stauffenburg Verlag

[140] Wessel, Horst: Wider den Mythos intensionaler Kontexte. In: *Zeitschrift für Semiotik* 17 (1995), Nr. 3-4, S. 369–378. – Stauffenburg Verlag

[141] Wessel, Horst: Kripkes Puzzle ist kein Puzzle. In: *Ruch Filozoficzny* LII (1995), Nr. 3-4, S. 460–471. – Adam Marszalek (Verlag)

[142] Wessel, H.: Some Term-Forming Operators. In: *10th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Volume of of Abstracts, August 19–25, 1995 – Florence, Italy* International Union of History and Philosophy of Science, 1995, S. 187

[143] Wessel, Horst: The Identity of Strong Indiscernibility. In: *Logic and Logical Philosophy* 2 (1995), S. 117–134. – University Press Toruń

[144] Krampitz, Karl-Heinz/Scheffler, Uwe/Wessel, Horst: Time, Truth and Existence. Is Socrates Mortal? In: Faye, J. (Hrsg.) [u. a.]: *Perspectives on Time.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/London 1997 (Boston Studies in the Philosophy of Science, Bd. 189), S. 345–365

[145] Wessel, Horst: Wider den Mythos intensionaler Kontexte. In: Meggle, Georg (Hrsg.): *Analyomen 2. Proceedings of the 2nd Conference „Perspectives in Analytical Philosophy“* Bd. 1: Logic, Epistemology, Philosophy of Science. Walter de Gruyter, Berlin/New York 1997, S. 163–173

[146] Wessel, Horst: Existenzbelastung in der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie. In: Omyła, Mieczysław (Hrsg.): *Skłonność Metafizyczna.* Wydział filozofii socjologii uniwersitetu Warszawskiego, Warschau 1997, S. 175–182

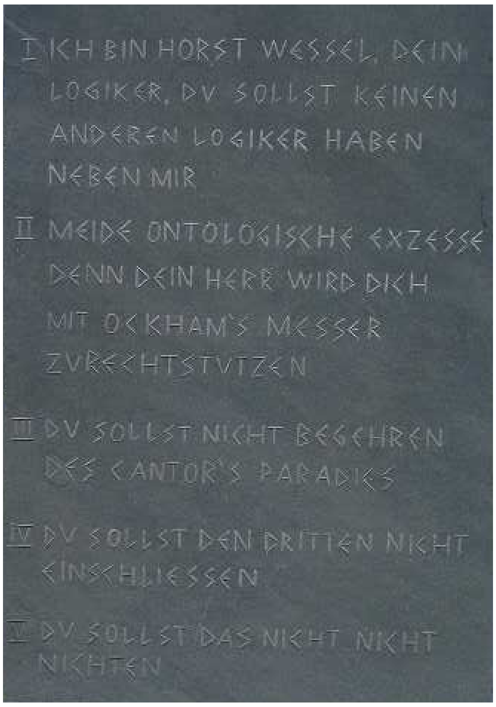
[147] Wessel, Horst: *Logik.* Neuauflage. Logos Verlag, Berlin 1998 (Logische Philosophie, Bd. 2). – Erste Aufl.: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1984

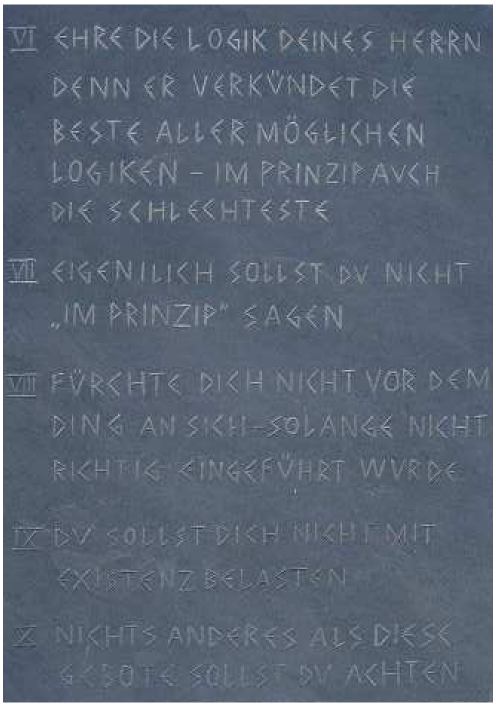
[148] Wessel, Horst: *Logik und Philosophie.* Neuauflage. Logos Verlag, Berlin 1999 (Logische Philosophie, Bd. 4). – Erste Aufl.: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1976

[149] Wessel, Horst: Logičeskie issledovanija Aleksandra Zinov'eva In: Gusejnow, A. A./Zinov'eva. O. M./Kantor, K. M. (Hrsg.): *Fenomen 80 Zinov'eva* Izdatel'stvo «Sovremeiiye tetadi» Moskva 2002, S. 72–78.

[150] Wessel, Horst: *Antiirrationalismus. Logisch-philosophische Aufsätze.* Logos Verlag, Berlin 2003 (Logische Philosophie, Bd. 8).

[151] Wessel, Horst/Wuttich, Klaus: *daß-Termini. Intensionalität und Ersetzbarkeit.* – Logos Verlag, Berlin 2003 (Logische Philosophie, Bd. 9).





Schiefertafeln. Studentische Ehrengabe anläßlich der Verabschiedung von Prof. Horst Wessel

Bereits erschienene und geplante Bände der Reihe

Logische Philosophie

Hrsg.: H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko, M. Urchs

ISSN: 1435–3415

In der Reihe „Logische Philosophie“ werden philosophisch relevante Ergebnisse der Logik vorgestellt. Dazu gehören insbesondere Arbeiten, in denen philosophische Probleme mit logischen Methoden gelöst werden.

Uwe Scheffler/Klaus Wuttich (Hrsg.)

Terminigebrauch und Folgebeziehung

ISBN: 978-3-89722-050-8 Preis: 30,- €

Regeln für den Gebrauch von Termini und Regeln für das logische Schließen sind traditionell der Gegenstand der Logik. Ein zentrales Thema der vorliegenden Arbeiten ist die umstrittene Forderung nach speziellen Logiken für bestimmte Aufgabengebiete - etwa für Folgern aus widersprüchlichen Satzmengen, für Ersetzen in gewissen Wahrnehmungs- oder Behauptungssätzen, für die Analyse von epistemischen, kausalen oder mehrdeutigen Termini. Es zeigt sich in mehreren Arbeiten, daß die nichttraditionelle Prädikationstheorie eine verläßliche und fruchtbare Basis für die Bearbeitung solcher Probleme bietet. Den Beiträgen zu diesem Problemkreis folgen vier diese Thematik erweiternde Beiträge. Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit der Theorie der logischen Folgebeziehungen. Die meisten der diesem Themenkreis zugehörenden Arbeiten sind explizit den Systemen F^S bzw. S^S gewidmet.

Horst Wessel

Logik

ISBN: 978-3-89722-057-7 Preis: 37,- €

Das Buch ist eine philosophisch orientierte Einführung in die Logik. Ihm liegt eine Konzeption zugrunde, die sich von mathematischen Einführungen in die Logik unterscheidet, logische Regeln als universelle Sprachregeln versteht und sich bemüht, die Logik den Bedürfnissen der empirischen Wissenschaften besser anzupassen.

Ausführlich wird die klassische Aussagen- und Quantorenlogik behandelt. Philosophische Probleme der Logik, die Problematik der logischen Folgebeziehung, eine nichttraditionelle Prädikationstheorie, die intuitionistische Logik, die Konditionallogik, Grundlagen der Terminitheorie, die Behandlung modaler Prädikate und ausgewählte Probleme der Wissenschaftslogik gehen über die üblichen Einführungen in die Logik hinaus.

Das Buch setzt keine mathematischen Vorkenntnisse voraus, kann als Grundlage für einen einjährigen Logikkurs, aber auch zum Selbststudium genutzt werden.

Yaroslav Shramko

Intuitionismus und Relevanz

ISBN: 978-3-89722-205-2 Preis: 25,- €

Die intuitionistische Logik und die Relevanzlogik gehören zu den bedeutendsten Rivalen der klassischen Logik. Der Verfasser unternimmt den Versuch, die jeweiligen Grundideen der Konstruktivität und der Paradoxienfreiheit durch eine „Relevantisierung der intuitionistischen Logik“ zusammenzuführen. Die auf diesem Weg erreichten Ergebnisse sind auf hohem technischen Niveau und werden über die gesamte Abhandlung hinweg sachkundig philosophisch diskutiert. Das Buch wendet sich an einen logisch gebildeten philosophisch interessierten Leserkreis.

Horst Wessel

Logik und Philosophie

ISBN: 978-3-89722-249-6 Preis: 15,30 €

Nach einer Skizze der Logik wird ihr Nutzen für andere philosophische Disziplinen herausgearbeitet. Mit minimalen logisch-technischen Mitteln werden philosophische Termini, Theoreme und Konzeptionen analysiert. Insbesondere bei der Untersuchung von philosophischer Terminologie zeigt sich, daß logische Standards für jede wissenschaftliche Philosophie unabdingbar sind. Das Buch wendet sich an einen breiten philosophisch interessierten Leserkreis und setzt keine logischen Kenntnisse voraus.

S. Wölfl

Kombinierte Zeit- und Modallogik. Vollständigkeitsresultate für prädikatenlogische Sprachen

ISBN: 978-3-89722-310-3 Preis: 40,- €

Zeitlogiken thematisieren „nicht-ewige“ Sätze, d. h. Sätze, deren Wahrheitswert sich in der Zeit verändern kann. Modallogiken (im engeren Sinne des Wortes) zielen auf eine Logik alethischer Modalbegriffe ab. Kombinierte Zeit- und Modallogiken verknüpfen nun Zeit- mit Modallogik, in ihnen geht es also um eine Analyse und logische Theorie zeitabhängiger Modalaussagen.

Kombinierte Zeit- und Modallogiken stellen eine ausgezeichnete Basistheorie für Konditionallogiken, Handlungs- und Bewirkenstheorien sowie Kausalanalysen dar. Hinsichtlich dieser Anwendungsgebiete sind vor allem prädikatenlogische Sprachen aufgrund ihrer Ausdrucksstärke von Interesse. Die vorliegende Arbeit entwickelt nun kombinierte Zeit- und Modallogiken für prädikatenlogische Sprachen und erörtert die solchen logischen Systemen eigentümlichen Problemstellungen. Dazu werden im ersten Teil ganz allgemein multimodale Logiken für prädikatenlogische Sprachen diskutiert, im zweiten dann Kalküle der kombinierten Zeit- und Modallogik vorgestellt und deren semantische Vollständigkeit bewiesen.

Das Buch richtet sich an Leser, die mit den Methoden der Modal- und Zeitlogik bereits etwas vertraut sind.

H. Franzen, U. Scheffler

Logik. Kommentierte Aufgaben und Lösungen

ISBN: 978-3-89722-400-1 Preis: 15,- €

Üblicherweise wird in der Logik-Ausbildung viel Zeit auf die Vermittlung metatheoretischer Zusammenhänge verwendet. Das Lösen von Übungsaufgaben — unerläßlich für das Verständnis der Theorie — ist zumeist Teil der erwarteten selbständigen Arbeit der Studierenden. Insbesondere Logik-Lehrbücher für Philosophen bieten jedoch häufig wenige oder keine Aufgaben. Wenn Aufgaben vorhanden sind, fehlen oft die Lösungen oder sind schwer nachzuvollziehen.

Das vorliegende Trainingsbuch enthält Aufgaben mit Lösungen, die aus Klausur- und Tutoriumsaufgaben in einem 2-semestrigen Grundkurs Logik für Philosophen entstanden sind. Ausführliche Kommentare machen die Lösungswege leicht verständlich. So übt der Leser, Entscheidungsverfahren anzuwenden, Theoreme zu beweisen u. ä., und erwirbt damit elementare logische Fertigkeiten. Erwartungsgemäß beziehen sich die meisten Aufgaben auf die Aussagen- und Quantorenlogik, aber auch andere logische Gebiete werden in kurzen Abschnitten behandelt.

Diese Aufgabensammlung ist kein weiteres Lehrbuch, sondern soll die vielen vorhandenen Logik-Lehrbücher ergänzen.

U. Scheffler

Ereignis und Zeit. Ontologische Grundlagen der Kausalrelationen

ISBN: 978-3-89722-657-9 Preis: 40,50 €

Das Hauptergebnis der vorliegenden Abhandlung ist eine philosophische Ereignistheorie, die Ereignisse über konstituierende Sätze einführt. In ihrem Rahmen sind die wesentlichen in der Literatur diskutierten Fragen (nach der Existenz und der Individuation von Ereignissen, nach dem Verhältnis von Token und Typen, nach der Struktur von Ereignissen und andere) lösbar. In weiteren Kapiteln werden das Verhältnis von kausaler und temporaler Ordnung sowie die Existenz von Ereignissen in der Zeit besprochen und es wird auf der Grundlage der Token-Typ-Unterscheidung für die Priorität der singulären Kausalität gegenüber genereller Verursachung argumentiert.

Horst Wessel

Antiirrationalismus

Logisch-philosophische Aufsätze

ISBN: 978-3-8325-0266-9 Preis: 45,- €

Horst Wessel ist seit 1976 Professor für Logik am Institut für Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Nach seiner Promotion in Moskau 1967 arbeitete er eng mit seinem Doktorvater, dem russischen Logiker A. A. Sinowjew, zusammen. Wessel hat großen Anteil daran, daß am Berliner Institut für Philosophie in der Logik auf beachtlichem Niveau gelehrt und geforscht wurde.

Im vorliegenden Band hat er Artikel aus einer 30-jährigen Publikationstätigkeit ausgewählt, die zum Teil nur noch schwer zugänglich sind. Es handelt sich dabei um logische, philosophische und logisch-philosophische Arbeiten. Von Kants Antinomien der reinen Vernunft bis zur logischen Terminitheorie, von Modalitäten bis zur logischen Folgebeziehung, von Entwicklungstermini bis zu intensionalen Kontexten reicht das Themenspektrum.

Antiirrationalismus ist der einzige -ismus, dem Wessel zustimmen kann.

Horst Wessel, Klaus Wuttich

daß-Termini

Intensionaliät und Ersetzbarkeit

ISBN: 978-3-89722-754-5 Preis: 34,- €

Von vielen Autoren werden solche Kontexte als intensional angesehen, in denen die üblichen Ersetzbarkeitsregeln der Logik nicht gelten. Eine besondere Rolle spielen dabei *daß*-Konstruktionen.

Im vorliegenden Buch wird gezeigt, daß diese Auffassungen fehlerhaft sind. Nach einer kritischen Sichtung der Arbeiten anderer Logiker zu der Problematik von *daß*-Termini wird ein logischer Apparat bereitgestellt, der es ermöglicht, *daß*-Konstruktionen ohne Einschränkungen von Ersetzbarkeitsregeln und ohne Zuflucht zu Intensionalitäten logisch korrekt zu behandeln.

Fabian Neuhaus

Naive Prädikatenlogik

Eine logische Theorie der Prädikation

ISBN: 978-3-8325-0556-1 Preis: 41,- €

Die logischen Regeln, die unseren naiven Redeweisen über Eigenschaften zugrunde liegen, scheinen evident und sind für sich alleine betrachtet völlig harmlos - zusammen sind sie jedoch widersprüchlich. Das entstehende Paradox, das Russell-Paradox, löste die sogenannte Grundlagenkrise der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts aus. Der klassische Weg, mit dem Russell-Paradox umzugehen, ist eine Vermeidungsstrategie: Die logische Analysesprache wird so beschränkt, daß das Russell-Paradox nicht formulierbar ist.

In der vorliegenden Arbeit wird ein anderer Weg aufgezeigt, wie man das Russell-Paradox und das verwandte Grelling-Paradox lösen kann. Dazu werden die relevanten linguistischen Daten anhand von Beispielen analysiert und ein angemessenes formales System aufgebaut, die Naive Prädikatenlogik.

Bente Christiansen, Uwe Scheffler (Hrsg.)

Was folgt

Themen zu Wessel

ISBN: 978-3-8325-0500-4 Preis: 42,- €

Die vorliegenden Arbeiten sind Beiträge zu aktuellen philosophischen Diskussionen – zu Themen wie Existenz und Referenz, Paradoxien, Prädikation und dem Funktionieren von Sprache überhaupt. Gemeinsam ist ihnen der Bezug auf das philosophische Denken Horst Wessels, ein Vierteljahrhundert Logikprofessor an der Humboldt-Universität zu Berlin, und der Anspruch, mit formalen Mitteln nachvollziehbare Ergebnisse zu erzielen.

Vincent Hendricks, Fabian Neuhaus, Stig Andur Pedersen, Uwe Scheffler, Heinrich Wansing (Eds.)

First-Order Logic Revisited

ISBN: 978-3-8325-0475-5 Preis: 75,- €

Die vorliegenden Beiträge sind für die Tagung „75 Jahre Prädikatenlogik erster Stufe“ im Herbst 2003 in Berlin geschrieben worden. Mit der Tagung wurde der 75. Jahrestag des Erscheinens von Hilberts und Ackermanns wegweisendem Werk „Grundzüge der theoretischen Logik“ begangen.

Im Ergebnis entstand ein Band, der eine Reflexion über die klassische Logik, eine Diskussion ihrer Grundlagen und Geschichte, ihrer vielfältigen Anwendungen, Erweiterungen und Alternativen enthält.

Der Band enthalt Beiträge von Andréka, Avron, Ben-Yami, Brünnler, Englebretsen, Ewald, Guglielmi, Hajek, Hintikka, Hodges, Kracht, Lanzet, Madarasz, Nemeti, Odintsov, Robinson, Rossberg, Thielscher, Toke, Wansing, Willard, Wolenski

Pavel Materna

Conceptual Systems

ISBN: 978-3-8325-0636-0 Preis: 34,- €

We all frequently use the word “concept”. Yet do we know what we mean using this word in sundry contexts? Can we say, for example, that there can be several concepts of an object? Or: can we state that some concepts develop? What relation connects concepts with expressions of a natural language? What is the meaning of an expression? Is Quine’s ‘stimulus meaning’ the only possibility of defining meaning? The author of the present publication (and of “Concepts and Objects”, 1998) offers some answers to these (and many other) questions from the viewpoint of transparent intensional logic founded by the late Czech logician Pavel Tichý (†1994 Dunedin).

Johannes Emrich

Die Logik des Unendlichen

Rechtfertigungsversuche des *tertium non datur* in der Theorie des mathematischen Kontinuums

ISBN: 978-3-8325-0747-3 Preis: 39,- €

Im Grundlagenstreit der Mathematik geht es um die Frage, ob gewisse in der modernen Mathematik gängige Beweismethoden zulässig sind oder nicht. Der Verlauf der Debatte – von den 1920er Jahren bis heute – zeigt, dass die Argumente auf verschiedenen Ebenen gelagert sind: die der meist konstruktivistisch eingestellten Kritiker sind erkenntnistheoretischer oder logischer Natur, die der Verteidiger ontologisch oder pragmatisch. Die Einschätzung liegt nahe, der Streit sei gar nicht beizulegen, es handele sich um grundlegend unterschiedliche Auffassungen von Mathematik. Angesichts der immer wieder auftretenden Erfahrung ihrer Unverträglichkeit wäre es aber praktisch wie philosophisch unbefriedigend, schlicht zur Toleranz aufzurufen. Streiten heißt nach Einigung streben. In der Philosophie manifestiert sich dieses Streben in der Überzeugung einer objektiven Einheit oder Einheitlichkeit, insbesondere geistiger Sphären. Im Sinne dieser Überzeugung unternimmt die vorliegende Arbeit einen Vermittlungsversuch, der sich auf den logischen Kern der Debatte konzentriert.

Christopher von Bülow

Beweisbarkeitslogik

– Gödel, Rosser, Solovay –

ISBN: 978-3-8325-1295-8 Preis: 29,- €

Kurt Gödel erschütterte 1931 die mathematische Welt mit seinem Unvollständigkeitssatz. Gödel zeigte, wie für jedes noch so starke formale System der Arithmetik ein Satz konstruiert werden kann, der besagt: „Ich bin nicht beweisbar.“ Würde das System diesen Satz beweisen, so würde es sich damit selbst Lügen strafen. Also ist dies ein wahrer Satz, den es nicht beweisen kann: Es ist unvollständig. John Barkley Rosser verstärkte später Gödels Ergebnisse, wobei er die Reihenfolge miteinbezog, in der Sätze bewiesen werden, gegeben irgendeine Auffassung von „Beweis“. In der Beweisbarkeitslogik werden die formalen Eigenschaften der Begriffe „beweisbar“ und „wird früher bewiesen als“ mit modallogischen Mitteln untersucht: Man liest den notwendig - Operator als beweisbar und gibt formale Systeme an, die die Modallogik der Beweisbarkeit erfassen.

Diese Arbeit richtet sich sowohl an Logik-Experten wie an durchschnittlich vorgebildete Leser. Ihr Ziel ist es, in die Beweisbarkeitslogik einzuführen und deren wesentliche Resultate, insbesondere die Solovayschen Vollständigkeitssätze, präzise, aber leicht zugänglich zu präsentieren.

Niko Strobach

Alternativen in der Raumzeit

Eine Studie zur philosophischen Anwendung multidimensionaler Aussagenlogiken

ISBN: 978-3-8325-1400-6 Preis: 46.50 €

Ist der Indeterminismus mit der Relativitätstheorie und ihrer Konzeption der Gegenwart vereinbar? Diese Frage lässt sich beantworten, indem man die für das alte Problem der futura contingentia entwickelten Ansätze auf Aussagen über das Raumartige überträgt. Die dazu hier Schritt für Schritt aufgebaute relativistische indeterministische Raumzeitlogik ist eine erste philosophische Anwendung der multidimensionalen Modallogiken.

Neben den üblichen Zeitoperatoren kommen dabei die Operatoren „überall“ und „irgendwo“ sowie „für jedes Bezugssystem“ und „für manches Bezugssystem“ zum Einsatz. Der aus der kombinierten Zeit- und Modallogik bekannte Operator für die historische Notwendigkeit wird in drei verschiedene Operatoren („wissbar“, „feststehend“, „beeinflussbar“) ausdifferenziert. Sie unterscheiden sich bezüglich des Gebiets, in dem mögliche Raumzeiten inhaltlich koinzidieren müssen, um als Alternativen zueinander gelten zu können. Die Interaktion zwischen den verschiedenen Operatoren wird umfassend untersucht.

Die Ergebnisse erlauben es erstmals, die Standpunkt-gebundene Notwendigkeit konsequent auf Raumzeitpunkte zu relativieren. Dies lässt auf einen metaphysisch bedeutsamen Unterschied zwischen deiktischer und narrativer Determiniertheit aufmerksam werden. Dieses Buch ergänzt das viel diskutierte Paradigma der verzweigten Raumzeit („branching spacetime“) um eine neue These: Der Raum ist eine Erzählform der Entscheidungen der Natur.

Erich Herrmann Rast

Reference and Indexicality

ISBN: 978-3-8325-1724-3 Preis: 43.00 €

Reference and indexicality are two central topics in the Philosophy of Language that are closely tied together. In the first part of this book, a description theory of reference is developed and contrasted with the prevailing direct reference view with the goal of laying out their advantages and disadvantages. The author defends his version of indirect reference against well-known objections raised by Kripke in Naming and Necessity and his successors, and also addresses linguistic aspects like compositionality. In the second part, a detailed survey on indexical expressions is given based on a variety of typological data. Topics addressed are, among others: Kaplan's logic of demonstratives, conversational versus utterance context, context-shifting indexicals, the deictic center, token-reflexivity, vagueness of spatial and temporal indexicals, reference rules, and the epistemic and cognitive role of indexicals. From a descriptivist perspective on reference, various examples of simple and complex indexicals are analyzed in first-order predicate logic with reified contexts. A critical discussion of essential indexicality, de se readings of attitudes and accompanying puzzles rounds up the investigation.

Magdalena Roguska

Exklamation und Negation

ISBN: 978-3-8325-1917-9 Preis: 39.00 €

Im Deutschen, aber auch in vielen anderen Sprachen gibt es umstrittene Negationsausdrücke, die keine negierende Kraft haben, wenn sie in bestimmten Satztypen vorkommen. Für das Deutsche handelt sich u.a. um die exklamativ interpretierten Sätze vom Typ:

Was macht sie nicht alles! Was der nicht schafft!

Die Arbeit fokussiert sich auf solchen Exklamationen. Ihre wichtigsten Thesen lauten:

- Es gibt keine Exklamativsätze aber es gibt Exklamationen.
- *Alles* und *nicht alles* in solchen Sätzen, haben semantische und nicht pragmatische Funktionen.
- Das „nicht-negierende“ *nicht* ohne *alles* in einer Exklamation ist doch eine Negation. Die Exklamation bezieht sich aber trotzdem auf denselben Wert, wie die entsprechende Exklamation ohne Negation.
- In skalaren Exklamationen besteht der Unterschied zwischen Standard- und „nicht-negierenden“ Negation im Skopus von *nicht.*

Die Analyse erfolgt auf der Schnittstelle zwischen Semantik und Pragmatik.

August W. Sladek

Aus Sand bauen. Tropentheorie auf schmaler relationaler Basis

Ontologische, epistemologische, darstellungstechnische
Möglichkeiten und Grenzen der Tropenanalyse

ISBN: 978-3-8325-2506-4 (4 Bände) Preis: 198.00 €

Warum braucht eine Tropentheorie zweieinhalbtausend Seiten Text, wenn zweieinhalb Seiten ausreichen, um ihre Grundidee vorzustellen? Weil der Verfasser zuerst sich und dann seine Leser, auf deren Geduld er baut, überzeugen will, dass die ontologische Grundidee von Tropen als den Bausteinen der Welt wirklich trägt und sich mit ihnen die Gegenstände nachbilden lassen, die der eine oder andere glaubt haben zu müssen. Um metaphysischen, epistemologischen Dilemmata zu entgehen, sie wenigstens einigermaßen zu meistern, preisen viele Philosophen Tropen als „Patentbausteine“ an. Die vorliegende Arbeit will Tropen weniger empfehlen als zeigen, wie sie sich anwenden lassen. Dies ist weit mühseliger als sich mit Andeutungen zu begnügen, wie brauchbar sich doch Tropen erweisen werden, machte man sich die Mühe sie einzusetzen. Lohnt sich die Mühe wirklich? Der Verfasser wollte zunächst nachweisen, dass sie sich nicht lohnt. Das Gegenteil ist ihm gelungen. Zwar sind Tropen wie Sandkörner. Was lässt sich schon aus Sand bauen, das Bestand hat? Wenn man nur genug „Zement“ nimmt, gelingen gewiss stabile Bauten, doch wie viel und welcher „Zement“ ist erlaubt? Nur schwache Bindemittel dürfen es sein; sonst gibt man sich mit einer hybriden Tropenontologie zufrieden, die Bausteine aus fremden, konkurrierenden Ontologien hinzunimmt. Die vier Bände bieten eine schwächstmögliche und damit unvermischte, allerdings mit Varianten und Alternativen behaftete Tropentheorie an samt ihren Wegen, Nebenwegen, Anwendungstests.

Mireille Staschok

Existenz und die Folgen

Logische Konzeptionen von Quantifikation und Prädikation

ISBN: 978-3-8325-2191-2 Preis: 39.00 €

Existenz hat einen eigenwilligen Sonderstatus in der Philosophie und der modernen Logik. Dieser Sonderstatus erscheint in der klassischen Prädikatenlogik – übereinstimmend mit Kants Diktum, dass Existenz kein Prädikat sei – darin, dass „Existenz“ nicht als Prädikat erster Stufe, sondern als Quantor behandelt wird. In der natürlichen Sprache wird „existieren“ dagegen prädikativ verwendet.

Diese andauernde und philosophisch fruchtbare Diskrepanz von Existenz bietet einen guten Zugang, um die Funktionsweisen von Prädikation und Quantifikation zu beleuchten. Ausgangspunkt der Untersuchungen und Bezugssystem aller Vergleiche ist die klassische Prädikatenlogik erster Stufe. Als Alternativen zur klassischen Prädikatenlogik werden logische Systeme, die sich an den Ansichten Meinongs orientieren, logische Systeme, die in der Tradition der aristotelischen Termlogik stehen und eine nichttraditionelle Prädikationstheorie untersucht.

Sebastian Bab, Klaus Robering (Eds.)

Judgements and Propositions

Logical, Linguistic, and Cognitive Issues

ISBN: 978-3-8325-2370-1 Preis: 39.00 €

Frege and Russell in their logico-semantic theories distinguished between a proposition, the judgement that it is true, and the assertion of this judgement. Their distinction, however, fell into oblivion in the course of later developments and was replaced by the formalistic notion of an expression derivable by means of pureley syntactical rules of inference. Recently, however, Frege and Russell's original distinction has received renewed interest due to the work of logicians and philosophers such as, for example, Michael Dummett, Per Martin-Lf, and Dag Prawitz, who have pointed to the central importance of o both the act of assertion and its justification to logic itself as well as to an adequate theory of meaning and understanding.

The contributions to the present volume deal with central issues raised by these authors and their classical predecessors: What kind of propositions are there and how do they relate to truth? How are propositions grasped by human subjects? And how do these subjects judge those propositions according to various dimensions (such as that of truth and falsehood)? How are those judgements encoded into natural language, communicated to other subjects, and decoded by them? What does it mean to procede by inference from premiss assertions to a new judgement?

Marius Thomann

Die Logik des Könnens

ISBN: 978-3-8325-2672-6 Preis: 41.50 €

Was bedeutet es, einer Person eine praktische Fähigkeit zu attestieren? Und unter welchen Umständen sind derartige Fähigkeitszuschreibungen wahr, etwa die Behauptung, Max könne Gitarre spielen? Diese Fragen stehen im Zentrum der vorliegenden Untersuchung. Ihr Gegenstand ist die philosophisch-logische Analyse des Fähigkeitsbegriffs. Als Leitfaden dient eine Analyse normalsprachlicher Fähigkeitszuschreibungen, gemäß der Max genau dann Gitarre spielen kann, wenn er dies unter dafür angemessenen Bedingungen normalerweise erfolgreich tut. Drei in der Forschungsliteratur vorgeschlagene Systeme werden diskutiert, die zwar wertvolle Impulse für die formale Modellierung geben, als Vertreter des so genannten modalen Ansatzes aber von der Diagnose ontologischer Inadäquatheit betroffen sind: Die Entitäten, die als Fähigkeiten attribuiert werden, lassen sich nicht über Propositionen individuieren; ohne die explizite Referenz auf Handlungstypen, die eben gekonnt oder nicht gekonnt werden, bleibt Max' Fähigkeit, Gitarre zu spielen, unterbestimmt. Um diesen Einwand zu vermeiden, liegt demgemäß der hier vorgestellten Logik des Könnens ein Gegenstandsbereich zugrunde, dessen Struktur an der Ontologie von Handlungen orientiert ist.

Christof Dobieß

Kausale Relata

Eine Untersuchung zur Wechselbeziehung zwischen der Beschaffenheit kausaler Relata und der Natur der Kausalbeziehung

ISBN: 978-3-8325-5083-7 Preis: 57.00 €

Dieses Buch macht nachdrücklich klar, daß die Thematik „Kausale Relata“ kein Nebenschauplatz der Kausalitätsdiskussion ist und sich die Analyse von Kausalität nicht auf die bloße Betrachtung der Kausalrelation selbst beschränken darf. Zwischen der Metaphysik der kausalen Relata und der Natur der Kausalbeziehung, so die Hauptthese dieses Werks, besteht eine enge theoretische Wechselbeziehung.

Untersucht wird diese These anhand zentraler kausaler Problembereiche: (1) der kausalen Präemption, (2) der Transitivität der Kausalität, (3) der dispositionalen Verursachung, (4) der negativen Verursachung und (5) der Konzeption von Verursachung als „qualitativem Fortbestand“ („qualitative persistence“).

Während die Probleme der Präemption und des qualitativen Fortbestands in der Auseinandersetzung zwischen kontrafaktischen Kausalkonzeptionen und Transfertheorien Bedeutung entfalten, betreffen die Transitivität der Kausalität sowie negative und dispositionale Verursachung nahezu alle Kausaltheorien. Der Forderung nach der Transitivität der Kausalität kann nur durch eine hinreichend präzise und eindeutig gefaßte Konzeption der kausalen Beziehungsträger entsprochen werden. Ob Dispositionen oder Negativereignisse in kausale Beziehungen treten können, hängt entscheidend davon ab, inwiefern Entitäten dieser Art ein ontologisches Bleiberecht zugestanden wird.

Logische Philosophie

Hrsg.: H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko und M. Urchs

In der Reihe „Logische Philosophie“ werden philosophisch relevante Ergebnisse der Logik vorgestellt. Dazu gehören insbesondere Arbeiten, in denen philosophische Probleme mit logischen Methoden gelöst werden.

Die vorliegenden Arbeiten sind Beiträge zu aktuellen philosophischen Diskussionen – zu Themen wie Existenz und Referenz, Paradoxien, Prädikation und dem Funktionieren von Sprache überhaupt. Gemeinsam ist ihnen der Bezug auf das philosophische Denken Horst Wessels, ein Vierteljahrhundert Logikprofessor an der Humboldt-Universität zu Berlin, und der Anspruch, mit formalen Mitteln nachvollziehbare Ergebnisse zu erzielen.

Logos Verlag Berlin

ISBN 3–8325–0500–8